

METODY NUMERYCZNE – LABORATORIUM

Zadanie 1 – Rozwiązywanie równań nieliniowych

Opis rozwiązania

Metoda Bisekcji:

- Obliczamy wartości funkcji na krańcach przedziału $[a, b]$
- Jeśli funkcja nie ma różnych znaków na krańcach przedziału $[a, b]$ -> return błąd
- Wyznaczamy środek przedziału $[a, b]$.
- Jeśli osiągnięto założoną dokładność -> return wynik
- Obliczamy wartość funkcji w środku przedziału
- Za nowy przedział $[a, b]$ przyjmujemy tę połówkę $[a, x_0]$, $[x_0, b]$, w której funkcja zmienia znak
- Wróć do kroki nr 3

Metoda siecznych:

- Z punktów wykresu funkcji dla krańców przedziału (x_1, x_2) prowadzimy sieczną. Daje ona nam punkt x_3
- Prowadzimy drugą sieczną z punktów wykresu funkcji dla x_2, x_3 . Daje ona nam punkt x_4
- Prowadzimy trzecią sieczną z punktów wykresu funkcji dla x_3, x_4 . Daje ona nam punkt x_5
- Kontynuujemy rysowanie siecznych do momentu aż pętla przerwana zostanie dobranym warunkiem stopu. W naszym przypadku jest to albo epsilon albo liczba iteracji.

Wyniki

Szacowanie dokładności za pomocą epsilon:

Metoda bisekcji

Parametry/funkcja	$5x^5 + 4x^4 - 3^3 + 2^2 + x - 2$	$\left(\frac{1}{3}\right)^x - 10$	$\sin(x)$	$5\sin^3(\sin x) + 4\sin^4(\sin x) - 3\sin^3(\sin x) + 2\sin^2(\sin x) + \sin(\sin x) - 2$
Lewy kraniec	0	-10	-0.5	0
Prawy kraniec	5	0	1	2
Epsilon	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001
Ilość iteracji	18	23	16	15
Wynik	0.6539726257324219	-2.095903158187866	-0,00000762939453125	0.79351806640625

Metoda siecznych

Parametry/funkcja	$5x^5 + 4x^4 - 3^3 + 2^2 + x - 2$	$\left(\frac{1}{3}\right)^x - 10$	$\sin(x)$	$5\sin^3(\sin x) + 4\sin^4(\sin x) - 3\sin^3(\sin x) + 2\sin^2(\sin x) + \sin(\sin x) - 2$
Lewy kraniec	0	-10	-0.5	0
Prawy kraniec	5	0	1	2
Epsilon	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001
Ilość iteracji	23	42	3	6
Wynik	0.6539735059897727	-2.0959032744285846	0.0000005475351568028173	0.793517815690851

Określona liczba iteracji:

Metoda bisekcji

Parametry/funkcja	$5x^5 + 4x^4 - 3^3 + 2^2 + x - 2$	$\left(\frac{1}{3}\right)^x - 10$	$\sin(x)$	$5\sin^5(\sin x) + 4\sin^4(\sin x) - 3\sin^3(\sin x) + 2\sin^2(\sin x) + \sin(\sin x) - 2$
Lewy kraniec	0	-10	-0.5	0
Prawy kraniec	5	0	1	2
Ilość iteracji	25	25	25	25
Wynik	0.6539733707904816	-2.09590345621109	0.00000001490116119384766	0.7935177683830261

Określona liczba iteracji:

Metoda siecznych

Parametry/funkcja	$5x^5 + 4x^4 - 3^3 + 2^2 + x - 2$	$\left(\frac{1}{3}\right)^x - 10$	$\sin(x)$	$5\sin^5(\sin x) + 4\sin^4(\sin x) - 3\sin^3(\sin x) + 2\sin^2(\sin x) + \sin(\sin x) - 2$
Lewy kraniec	0	-10	-0.5	0
Prawy kraniec	5	0	1	2
Ilość iteracji	25	25	3	9
Wynik	0.6539734425360056	-0.2959767153180888	0.0000005475351568028173	0.7935178182581291

Szacowanie dokładności za pomocą epsilon – obliczenia analityczne:

Metoda bisekcji

Parametry/funkcja	$5x^5 + 4x^4 - 3^3 + 2^2 + x - 2$	$\left(\frac{1}{3}\right)^x - 10$	$\sin(x)$	$5\sin^5(\sin x) + 4\sin^4(\sin x) - 3\sin^3(\sin x) + 2\sin^2(\sin x) + \sin(\sin x) - 2$
Lewy kraniec	0	-10	-0.5	0
Prawy kraniec	5	0	1	2
Epsilon	0.0001	0.0001	0.0001	----
Ilość iteracji	16	16	8	----
Wynik	0.6539764404	-2.0959014893	0.001953125	----

Szacowanie dokładności za pomocą epsilon – obliczenia analityczne:

Metoda siecznych

Parametry/funkcja	$5x^5 + 4x^4 - 3^3 + 2^2 + x - 2$	$\left(\frac{1}{3}\right)^x - 10$	$\sin(x)$	$5\sin^5(\sin x) + 4\sin^4(\sin x) - 3\sin^3(\sin x) + 2\sin^2(\sin x) + \sin(\sin x) - 2$
Lewy kraniec	0	-10	-0.5	0
Prawy kraniec	5	0	1	2
Epsilon	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001
Ilość iteracji	10	4	3	4
Wynik	0.6539721325	-2.0959032161	0.0000023262	0.7935156533

Wnioski

- Nie udało nam się stwierdzić, która metoda szybciej znajduje miejsca zerowe, ponieważ jest to zależne od typu funkcji.
- Dla funkcji $\sin(x)$ analityczne szacownie dokładności jest nieefektywne.
- W przypadku występowania 2 miejsc zerowych w danym przedziale obie metody nie działają poprawnie. Dla metody bisekcji spowodowane jest to tożsamością znaków.
- W naszej implementacji metod nie bierzemy pod uwagę funkcji nieciągłych.