

Marcin Prabucki  
269282  
ŚR/TN 17:05

## Podstawy konstrukcji maszyn

### Projekt 3 – Osie i wały

Prowadzący dr inż. Janusz Rogula

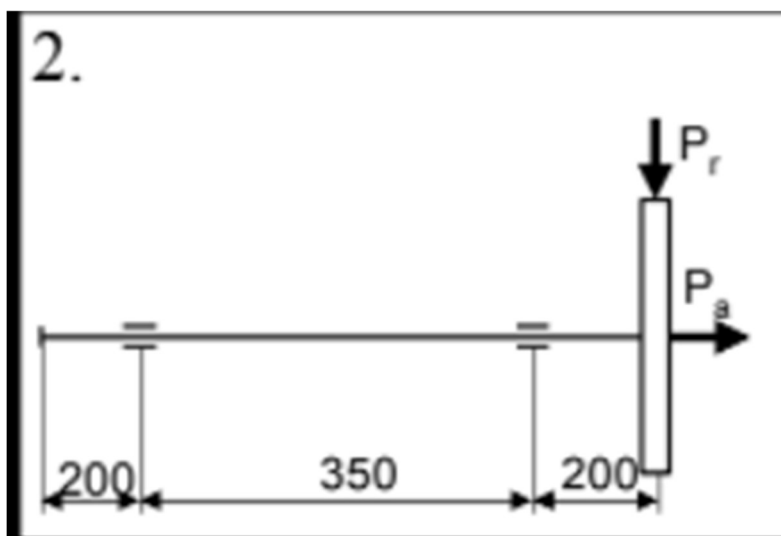


Politechnika Wrocławska  
Wydział Mechaniczno-Energetyczny

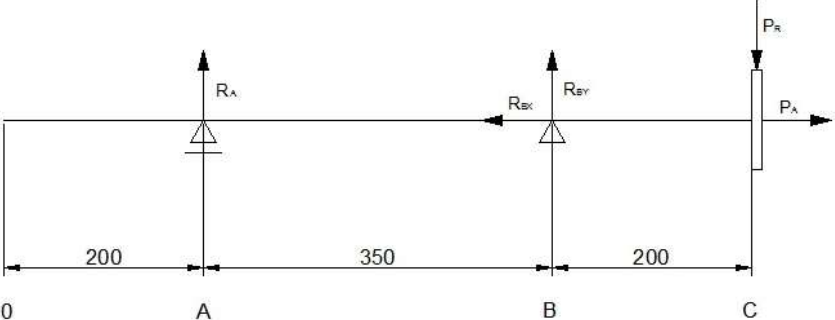
Wrocław 2023r.

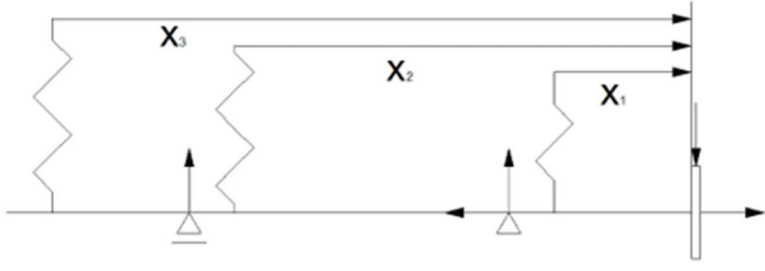
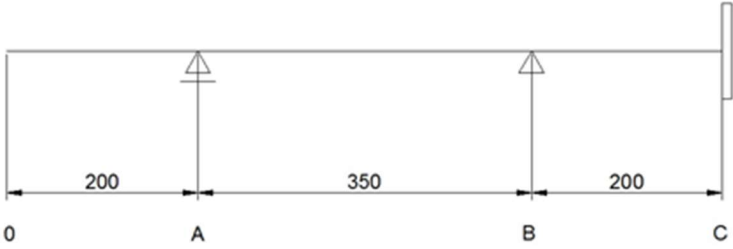
### Zadanie projektowe nr 3

Temat: Skonstruować węzły łożysk tocznych dla wałów do pompy do wody gorącej na podstawie danego rysunku i otrzymanych danych:



Obliczyć odpowiednie średnice wałka, sztywność wałka, dobrać łożyska toczne oraz sposób ich osadzenia, podać z jakim przypadkiem pracy łożyska mamy do czynienia w danym węźle. Wykonać rysunek złożeniowy układu wałek – łożysko - element roboczy.

Dane	Obliczenia	Wyniki
<p>Granica plastyczności  <math>R_e = 355 \text{ MPa}</math></p> <p>Wytrzymałość na rozciąganie  <math>R_m = 600 \text{ MPa}</math></p> <p>Moduł Younga dla stali  <math>E = 210\,000 \text{ MPa}</math></p>	<p><b>1. Dobór materiału:</b></p> <p>Jako materiał wału przyjmuję stal konstrukcyjną C45 o następujących parametrach:</p> $R_e = 355 \text{ MPa}$ $R_m = 600 \text{ MPa}$ $E = 210\,000 \text{ Pa}$	
<p>Siła poosiowa  <math>P_R = 10 \text{ kN}</math></p> <p>Siła promieniowa  <math>P_A = 2 \text{ kN}</math></p>	<p><b>2. Reakcje w podporach (łożyskach wału):</b></p> <p>Schemat sił w podporach wału:</p>  <p>Reakcje w podporach wyznaczamy korzystając z równań statyki. W podporze A zastosowano podporę przegubową przesuwą, a w podpora B to podpora przegubowa nieruchoma.</p> $1) \sum F_x = P_A - R_{Bx} = 0$ $2) \sum F_y = R_A + R_{By} - P_R = 0$ $3) \sum M_A = P_R \cdot (l_3 + l_2) - R_{By} \cdot (l_2) = 0$ <p>Z równania 1) wyznaczam reakcję <math>R_{Bx}</math>:</p> $R_{Bx} = P_A = 2 \text{ kN}$ <p>Z równania 3) wyznaczam reakcję <math>R_{By}</math>:</p> $R_{By} = \frac{P_R \cdot (l_3 + l_2)}{l_2} = \frac{10 \cdot 0,55}{0,35} = 15,71 \text{ kN}$ <p>Z równania 2) wyznaczam reakcję <math>R_A</math>:</p> $R_A = -R_{By} + P_R = -5,71 \text{ kN}$ <p>Jako, że reakcja <math>R_A</math> wyszła ujemna, zmieniamy kierunek działania siły. Stąd wynika, że:</p> $R_A = R_{By} - P_R = 15,71 - 10 = 5,71 \text{ Nm}$	<p><math>R_{Bx} = 2 \text{ kN}</math></p> <p><math>R_{By} = 15,71 \text{ kN}</math></p> <p><math>R_A = 5,71 \text{ kN}</math></p>

<p>Prędkość obrotowa</p> $n = 1200 \frac{\text{obr}}{\text{min}}$ <p>Moc generowana na wale</p> $N = 12 \text{ kW}$	<p><b>3. Moment skręcający:</b></p> $M_s = 9550 \cdot \frac{N}{n} = 9550 \cdot \frac{12}{1200} = 95,5 \text{ Nm}$ <p>Ze względów bezpieczeństwa przyjmuje <math>M_s = 100 \text{ Nm}</math></p>	$M_s = 100 \text{ Nm}$
<p>Reakcje w podporach</p> $R_A = 28\,570 \text{ N}$ $R_{Bx} = 15\,000 \text{ N}$ $R_{By} = 78\,570 \text{ N}$ $P_R = 50\,000 \text{ N}$ <p>Wymiary wału:</p> $x_1 = 0,2 \text{ m}$ $x_2 = 0,55 \text{ m}$ $x_3 = 0,75 \text{ m}$	<p><b>4 Momenty gnące:</b></p>  <p>Aby policzyć momenty gnące dla płaszczyzny X-Y korzystamy z równań w poszczególnych przedziałach:</p> $M_{Gc} = 0$ $M_{Gx} = P_R \cdot x_1 = 10000 \cdot 0,2 = 2000 \text{ Nm}$ $M_{Gx2} = P_R \cdot x_2 - R_{By} \cdot (x_2 - 0,2)$ $= 10000 \cdot 0,55 - 15710 \cdot (0,55 - 0,2) = 1,5 \text{ Nm}$ $M_{G0} = 0$	$M_{Gx1} = 2000 \text{ Nm}$ $M_{Gx2} = 1,5 \text{ Nm}$
<p>Naprężenie dopuszczalne:</p> <p>Zginające</p> $k_{go} = 75 \text{ MPa}$ <p>Ścinające</p> $k_{so} = 40 \text{ MPa}$ <p>Momenty gnące w punktach:</p> $M_{G0} = 0 \text{ Nm}$ $M_{G1} = 1,5 \text{ Nm}$ $M_{G2} = 2000 \text{ Nm}$ $M_{G3} = 0 \text{ Nm}$ <p>Moment skręcający:</p> $M_s = 130 \text{ Nm}$	<p><b>5. Moment zastępczy:</b></p>  <p><math>M_s &lt; 2M_G</math> co oznacza, że przeważają naprężenia normalne</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Współczynnik redukcyjny: <math display="block">\alpha = \frac{k_{go}}{2k_{so}} \approx \frac{\sqrt{3}}{2}</math> </li> <li>Moment zastępczy <math display="block">M_{z0} = \sqrt{(M_G)^2 + \left(M_s \cdot \frac{\alpha}{2}\right)^2} = \sqrt{(M_G)^2 + \frac{3}{16}(M_s)^2}</math> </li> </ul>	$\alpha \approx \frac{\sqrt{3}}{2}$

	<ul style="list-style-type: none"> <li>Moment zastępczy w punkcie „0”:</li> </ul> $M_{Z0} = \sqrt{(M_{G0})^2 + \left(M_s \cdot \frac{\alpha}{2}\right)^2} = \sqrt{(0)^2 + \left(100 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} = 86,6 \text{ Nm}$ $M_{Z0} = 86,6 \text{ Nm}$ <ul style="list-style-type: none"> <li>Moment zastępczy w punkcie „A”:</li> </ul> $M_{ZA} = \sqrt{(M_{G1})^2 + (M_s \cdot \alpha)^2} = \sqrt{(1,5)^2 + \left(100 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} = 86,62 \text{ Nm}$ $M_{ZA} = 86,62 \text{ Nm}$ <ul style="list-style-type: none"> <li>Moment zastępczy w punkcie „B”:</li> </ul> $M_{ZB} = \sqrt{(M_{G2})^2 + (M_s \cdot \alpha)^2} = \sqrt{(2\,000)^2 + \left(100 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} = 2001,9 \text{ Nm}$ $M_{ZB} = 2001,9 \text{ Nm}$ <ul style="list-style-type: none"> <li>Moment zastępczy w punkcie „C”:</li> </ul> $M_{ZC} = \sqrt{(M_{G3})^2 + (M_s \cdot \alpha)^2} = \sqrt{(0)^2 + \left(100 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} = 86,6 \text{ Nm}$ $M_{ZC} = 86,6 \text{ Nm}$	
<p>Naprężenie dopuszczalne normlane</p> $k_{go} = 80 \text{ MPa}$ <p>Momenty zastępcze w punktach:</p> $M_{Z0} = 86,6 \text{ Nm}$ $M_{ZA} = 86,62 \text{ Nm}$ $M_{ZBp} = 2001,9 \text{ Nm}$ $M_{ZBl} = 10156 \text{ Nm}$ $M_{ZC} = 5002 \text{ Nm}$	<p><b>6. Obliczenie średnic wału:</b></p> <p><u>Wyznaczenie średnic wału z warunków wytrzymałościowych:</u></p> $\frac{M_Z}{W_X} \leq k_{sj} \quad W_X = \frac{\pi d^3}{32}$ <ul style="list-style-type: none"> <li>Średnica wału w punkcie „0”:</li> </ul> $d_0 \geq \sqrt[3]{\frac{32 \cdot M_{Z0}}{\pi \cdot k_{sj}}} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 86,6}{\pi \cdot 80 \cdot 10^6}} = 0,0222 \text{ m} = 22,2 \text{ mm}$ <ul style="list-style-type: none"> <li>Średnica wału w punkcie „A”:</li> </ul> $d_A = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot M_{ZA}}{\pi \cdot k_{sj}}} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 86,62}{\pi \cdot 80 \cdot 10^6}} = 22,2 \text{ mm}$ <ul style="list-style-type: none"> <li>Średnica wału w punkcie „B”:</li> </ul> $d_{Bp} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot M_{ZBp}}{\pi \cdot k_{sj}}} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 2001,9}{\pi \cdot 80 \cdot 10^6}} = 63,4 \text{ mm}$ <ul style="list-style-type: none"> <li>Średnica wału w punkcie „C”:</li> </ul>	

	$d_C = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot M_{ZC}}{\pi \cdot k_{sj}}} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 86,6}{\pi \cdot 80 \cdot 10^6}} = 22,2 mm$ <p><u>Stopniowanie wału:</u></p> $\frac{D}{d} \leq 1,2$ <p>Przyjmuję wartość <math>d_b=70mm</math>, jest to największa średnica wału do której będą odnosić się pozostałe średnice</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Średnica wału w punkcie „C”:  <math display="block">\frac{d_B}{d_C} \leq 1,2 \rightarrow d_C \geq \frac{d_B}{1,2} = 58,3 mm</math> </li> </ul> <p>Przyjmuję <math>d_C = 60 mm</math></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Średnica wału w punkcie „A”:  Podstawiam przyjętą powyżej wartość  <math display="block">\frac{d_B}{d_A} \leq 1,2 \rightarrow d_A \geq \frac{d_B}{1,2} = 58,3 mm</math> </li> </ul> <p>Przyjmuję <math>d_A = 60 mm</math></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Średnica wału w punkcie „0”:  <math display="block">\frac{d_A}{d_0} \leq 1,2 \rightarrow d_0 \geq \frac{d_A}{1,2} = 50 mm</math> </li> </ul> <p>Przyjmuję <math>d_0 = 55 mm</math></p> <p><u>Promienie zaokrągleń między sąsiednimi stopniami wału powinny spełniać warunek:</u></p> $R \geq 0,25 \cdot (d_1 - d_2)$ <p>Dla przejścia między stopniem o średnicy <math>d_B = 70 mm</math> i stopniem o średnicy <math>d_a=60mm</math> i <math>d_C = 60 mm</math>:</p> $R_{BC} \geq 0,25 \cdot (70 - 60) = 2,5 mm$ <p>Przyjmuję promień zaokrąglenia <math>R_{BC}=2,5mm</math></p> <p>Dla przejścia między stopniem o średnicy <math>d_A = 55 mm</math> i <math>d_0 = 60mm</math></p> $R_{0A} \geq 0,25 \cdot (60 - 55) = 1,25 mm$ <p>Przyjmuje promień zaokrąglenia <math>R_{0A}=1,6mm</math></p>	$d_0 = 55 mm$ $d_A = 60 mm$ $d_B = 70 mm$ $d_C = 60 mm$
<p>Momenty zastępcze:  <math>M_{Z0} = 86,6 Nm</math>  <math>M_{ZC} = 86,6 Nm</math></p> <p>Średnice:  <math>d_0 = 60 mm</math>  <math>d_c = 55 mm</math></p> <p><math>k_{cj} = 95 MPa</math></p>	<p><b>7. Wpusty pod wirnik i sprzęgło:</b></p> <p><u>Wpust pod wirnik:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Siła działająca na wpust  <math display="block">F_C = \frac{2 \cdot M_{ZC}}{d_C} = \frac{2 \cdot 86,6}{0,06} = 2,887 kN</math> </li> <li>Wymiary oraz rodzaj wpustu:  Dla średnicy wału <math>d_C = 60 mm</math> odczytuję wymiary wpustu:</li> </ul>	

$$b = 16 \text{ mm}$$

$$h = 10 \text{ mm}$$

Wybieram wpust typu A

- Długość wpustu

Naprężenie dopuszczalne:

$$k_{dop} = 0,8k_{cj} = 76 \text{ MPa}$$

$$l_{ow} \geq \frac{2 \cdot F_c}{k_{dop} \cdot h \cdot n} = 7,6 \text{ mm}$$

Przyjmuję długość wpustu równą 10 mm.

Całkowita długość wpustu

$$l_w = l_{ow} + b = 26 \text{ mm}$$

Wpust pod sprzęgło:

- Siła działająca na wpust

$$F_0 = \frac{2 \cdot M_{z0}}{d_0} = \frac{2 \cdot 86,6}{0,055} = 3,149 \text{ kN}$$

- Wymiary oraz rodzaj wpustu

Dla średnicy wału  $d_0 = 55 \text{ mm}$  odczytuje wymiary wpustu:

$$b = 14 \text{ mm}$$

$$h = 9 \text{ mm}$$

Wybieram wpust typu A

- Długość wpustu

$$l_{os} \geq \frac{2 \cdot F_0}{k_{dop} \cdot h \cdot n} = 9,2 \text{ mm}$$

Przyjmuję długość wpustu równą 10 mm.

Całkowita długość wpustu

$$l_s = l_{os} + b = 24 \text{ mm}$$

$$F_c = 2,887 \text{ kN}$$

$$b_w = 16 \text{ mm}$$

$$h_w = 10 \text{ mm}$$

$$l_w = 26 \text{ mm}$$

$$F_0 = 3,149 \text{ kN}$$

$$b_s = 14 \text{ mm}$$

$$h_s = 9 \text{ mm}$$

$$l_s = 24 \text{ mm}$$

<p>Długość między podporami:</p> $l = 0,35 \text{ m}$ $a = 0,2 \text{ m}$ <p>Średnica:</p> $d =$ <p>Moduł Younga dla stali:</p> $E = 210\,000 \text{ MPa}$ <p>Siła promieniowa:</p> $P_R = 10 \text{ kN}$	<p><b>8. Sztywność wału:</b></p> <p>Sprawdzenia sztywności wału polega na obliczeniu strzałki ugięcia.</p> $y = \frac{1}{EI} \int \left[ \int M_g(x) dx + C \right] dx + D$ <p>Wał jest wystarczająco sztywny, jeśli obliczona strzałka ugięcia spełnia poniższy warunek:</p> $f < f_{dop}$ $f_{dop} = (0,0002 \div 0,0003)l = 0,00007 \text{ m}$ <p>Moment bezwładności</p> $J = \frac{\pi d^4}{64}$ <p>Całkowita strzałka ugięcia</p> $f_c = \frac{Pa^2}{3EJ} (l + a) = \frac{64Pa^2}{3E\pi d^4} (l + a) = 2,96 \cdot 10^{-4} \text{ m}$ <p>Maksymalna strzałka ugięcia:</p> $f_{max} = -\frac{Pl^2a}{9\sqrt{3}EJ} = -\frac{64Pl^2a}{9\sqrt{3}E\pi d^4} = -6,35 \cdot 10^{-5} \text{ m}$ $f_{max} < f_{dop} \Rightarrow \text{warunek sztywności jest spełniony}$	$f_{max} = -6,35 \cdot 10^{-5} \text{ m}$
<p>Siły w podporach:</p> $R_{Bx} = 2 \text{ kN}$ $R_{By} = 15,71 \text{ kN}$ $R_A = 5,71 \text{ kN}$ <p>Średnice:</p> $d_A = 60 \text{ mm}$ $d_B = 70 \text{ mm}$ <p>Prędkość obrotowa:</p> $n = 1200 \frac{\text{obr}}{\text{min}}$	<p><b>9. Dobór łożysk:</b></p> <p><u>łożysko w punkcie „A”:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Siła poprzeczna: <math display="block">P_P = R_A = 5,71 \text{ kN}</math> </li> <li>Na podstawie katalogu [1] dobieram łożysko o parametrach: <p><u>łożysko kulkowe zwykłe 6212:</u></p> <math display="block">C = 55,3 \text{ kN}; C_0 = 36 \text{ kN}; f_0 = 14</math> </li> <li>Trwałość łożyska: <p>Dla łożysk kulkowych <math>p=3</math></p> <math display="block">L_h = \frac{16660}{n} \cdot \left( \frac{C}{P_P} \right)^3 = 12616 \text{ h}</math> </li> </ul> <p><u>łożysko w punkcie „B”:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Na podstawie katalogu [1] dobieram łożysko o parametrach: <p><u>łożysko kulkowe zwykłe 6214:</u></p> <math display="block">C = 63,7 \text{ kN}; C_0 = 45 \text{ kN}; f_0 = 15</math> </li> <li>Siła poprzeczna: <math display="block">P_P = R_{By} = 15,71 \text{ kN}</math> </li> </ul>	$L_h = 12616 \text{ h}$



<p> <math>g=9,81\text{m/s}</math>  <math>f=f_{\max}=-6,35 \cdot 10^{-5}\text{m}</math>  <math>n=1200\text{obr/min}</math> </p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Siła wzdłużna:  <math display="block">P_W = R_{Bx} = 2 \text{ kN}</math> </li> <li>Obciążenie równoważne:  <math display="block">F = X \cdot P_p + Y \cdot P_w</math> <p>Wartości współczynników e, X i Y zależą od wyrażenia:</p> <math display="block">\frac{f_0 \cdot P_w}{C_0} = \frac{15 \cdot 2000}{36000} = 0,83</math> <p>Dobieram więc współczynniki dla <math>\frac{f_0 \cdot P_w}{C_0} = 0,689</math> równe:  <math>e=0,26</math>; <math>X=0,56</math>; <math>Y=1,71</math></p> <math display="block">\frac{P_W}{P_R} = 0,12 \leq e, \text{ więc:}</math> <math display="block">F = P_p = 15,71 \text{ kN}</math> </li> <li>Trwałość łożyska:  <p>Dla łożysk kulkowych <math>p=3</math></p> <math display="block">L_h = \frac{16660}{n} \cdot \left(\frac{C}{F}\right)^3 = 925,9h</math> <math display="block">C_{wym} = F \cdot \sqrt[3]{\frac{L_h \cdot n}{16660}} = 63708N</math> <p><math>C_{wym} &gt; C</math>, co oznacza, że łożysko uzyska założoną trwałość</p> </li> </ul> <p><b>10. Prędkość krytyczna</b></p> $\omega_{kr} = \sqrt{\frac{C}{m}}; C = \frac{Q}{f}; m = \frac{Q}{g}$ <p>Gdzie:  C – sztywność giętna wału, N/m  m – masa odkształcająca wał, kg</p> $\omega_{kr} = \sqrt{\frac{g}{f}} = \sqrt{\frac{9,81}{6,35 \cdot 10^{-5}}} = 393,05$ $n_{kr} = \omega_{kr} \cdot \frac{60}{2\pi} = 3755,3\text{obr/min}$ <p><math>n &lt; n_{kr} \Rightarrow \text{warunek jest spełniony}</math></p> <p><b>BIBLIOGRAFIA</b>  [1]<a href="https://sped.pl/wp-content/uploads/katalogi/01-lozyska/Lozyska-kulkowe-SKF.pdf">https://sped.pl/wp-content/uploads/katalogi/01-lozyska/Lozyska-kulkowe-SKF.pdf</a></p>	<p><math>L_h = 925,9h</math></p> <p><math>n_{kr} = 3755,3\text{obr/min}</math></p>
--	---	--