Lógica Computacional

Fundamentos da Lógica

Profª. Ms. Adriane Ap. Loper

1

- Unidade de Ensino:3
- Competência da Unidade: Conhecer elementos indispensáveis para um profissional da área de exatas no que diz respeito ao raciocínio lógico, crítico e estruturado, por meio de técnicas de demonstração.
- Resumo: Nessa aula abordaremos uma introdução à lógica matemática, analisando as proposições
- Palavras-chave : Proposições lógicas; Conectivos;
- Título da Teleaula: Fundamentos da Lógica
- Teleaula nº: 3

2

Contextualização

Como montar proposições lógicas com essa nova gramática?

Vamos aprender?

3

Introdução à Lógica Proposicional

4

Proposições Simples

A lógica trabalha com regras gramaticais para a construção das sentenças.
Pode também ser chamada de átomo ou proposição atômica, ou ainda, segundo Alencar Filho (2002), são chamadas variáveis proposicionais.
Elas constituem a unidade mínima de análise do cálculo sentencial e corresponde a uma estrutura tal em que não existe nenhuma outra proposição como parte integrante de si próprio.

5

Proposições Simples

Tais estruturas serão designadas pelas letras latinas minúsculas tais como:
p, q, r, s, u, v...
Exemplos:
p: 12>2.
q: Joana é uma excelente professora.
s: Adriane foi a um aniversário no sábado.
t: Rone é jogador de truco.
Valor lógico de uma proposição p:
Verdadeiro: V(p) = V;
Falso: V(p) = F.

6

Proposições Compostas

- ✓ Pode ser chamada de fórmula proposicional ou uma molécula ou ainda uma proposição molecular. É uma sentença declarativa, afirmativa, de sentido completo constituída pela combinação de duas ou mais proposições simples.
- ✓ As proposições compostas serão designadas pelas letras latinas maiúsculas tais como:
- ✓ **P, Q, R, S, U, V, Z**

7

Proposições Compostas

As proposições simples(átomos) combinam-se com outras ou são modificadas por alguns operadores(conectivos).
Exemplos:
P(p,q): José é dançarino **e** Carlos é estudante.
Q(p,q): José é dançarino **ou** Carlos é estudante.
R(p,q): **Se** José é dançarino **então** é feliz**.**
S(p,q): Comprarei uma ferrari **se e somente se** eu ganhar na sena da virada!

8

Simples ou Atômicas

Latinas minúsculas:
p, q, r, s, u, v, w
r: Ariana Grande é uma cantora famosa.
q: A Copa do Mundo de 2022 será no Catar
Valor Lógico:
V(r): V ou V(r): F
V(q): V ou V(q): F

Compostas ou Moleculares

Latinas maiúsculas:
P, Q, R, S, U, V, W
R: Se Lucas ganhar na Mega-Sena, então ele compra uma Ferrari.
Q: Madalena é escritora e professora.
Valor Lógico:
V(R): V ou V(R): F
V(Q): V ou V(Q): F

9

Proposições

10

(PC/ES-FUNCAB - 2013) adaptada
Considere as seguintes proposições são verdadeiras:
“Alguma candidata é médica.”
“Toda candidata é formada.”
Assim sendo, das opções abaixo, a única verdadeira é:

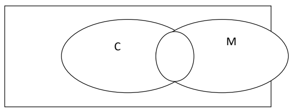
a) Alguma candidata médica não é formada.
b) Alguma candidata não médica não é formada.
c) Alguma candidata formada é médica.
d) Toda candidata médica não é formada.
e) Toda candidata formada é médica.

11

Sendo:

C = Candidata M= Médica F= Formada

Podemos usar diagramas lógicos:



A parte vermelha representa a verdade “Alguma candidata formada é médica”

12

Operadores ou conectivos lógicos

13

Conectivos lógicos

Conectivos lógicos são termos empregados para formar novas proposições (compostas) a partir de proposições existentes (simples).Proposições compostas representadas por letras maiúsculas (P, Q, R, T, ...).Valor lógico de uma proposição composta P(p,q,...) depende unicamente dos valores lógicos das proposições p, q, ...

Exemplos:

$\sqrt{2}$ é irracional **e** 2 é racional.

Se a é par **então** a^2 é par.

14

Conectivos

Palavras ou letras	Símbolo (conectivo)	Nome
Não	~	Negação
E	∧	Conjunção
Ou	∨	Disjunção
Se... então	→	Condicional
... se, e somente se, ...	↔	Bicondicional

15

Negação

Negação (~)

$V(p) = V$ $\qquad V(\sim p) = F$

$V(p) = F$ $\qquad V(\sim p) = V$

Exemplos:

p: 2 é primo

~p: 2 **não** é primo

q: A lua é azul.

~q: A lua **não** é azul.

16

Conjunção

Conjunção (∧)

Se p e q são proposições, a conjunção de p e q (denotada por p∧q) será uma proposição verdadeira *apenas* quando os valores lógicos de p e q foram, ao mesmo tempo, verdadeiros.

$V(p) = V$ e $V(q) = V$ $\qquad V(p \wedge q) = V$

Ex: p: 2 é um número par

q: 2 é um número primo

p ∧ q: 2 é um número par **e** 2 é um número primo

17

Disjunção

Disjunção (∨):

Se p e q são proposições, a disjunção de p e q (denotada por p∨q) será uma proposição verdadeira quando, *ao menos*, uma das proposições assumir valor lógico verdadeiro.

$V(p) = V$ e $V(q) = V$; ou

$V(p) = V$ e $V(q) = F$; ou

$V(p) = F$ e $V(q) = V$

$V(p \vee q) = V$

Ex: p: $\sqrt{9} = 7$

q: $2^2 = 4$

p ∧ q: $\sqrt{9} = 7$ **ou** $2^2 = 4$

18

Condicional

Condicional (→)
Corresponde a uma proposição do tipo "se p então q", denotada por p→q, que assume valor lógico falso *apenas* quando V(p) = V e V(q) = F.

$V(p) = V$ e $V(q) = V$; ou
$V(p) = F$ e $V(q) = V$; ou
$V(p) = F$ e $V(q) = F$

$V(p \to q) = V$

Ex: p: a é um número par
q: a^2 é um número par
p → q: **se** a é um número par **então** a^2 é um número par

19

Bicondicional

Bicondicional (↔)
Corresponde a uma proposição do tipo "p se, e somente se, q", denotada por p↔q, que assume valor lógico verdadeiro quando p e q foram simultaneamente verdadeiras ou falsas.

$V(p) = V$ e $V(q) = V$; ou
$V(p) = F$ e $V(q) = F$

$V(p \leftrightarrow q) = V$

Ex: p: 2 é um número par
q: 2^2 é um número par
p ↔ q: 2 é um número par **se, e somente se,** 2^2 é um número par

20

Utilização de Conectivos Lógicos

p: Carlos é ciclista.
q: Bruno é escritor.

~p: Carlos **não** é ciclista
~q: Bruno **não** é escritor
p ∧ q: Carlos é ciclista **e** Bruno é escritor
p v q: Carlos é ciclista **ou** Bruno é escritor
p → q: **Se** Carlos é ciclista **então** Bruno é escritor
p ↔ q: Carlos é ciclista **se, e somente se** Bruno é escritor

21

Utilização de Conectivos Lógicos mais complexos

p: Está frio.
q: Está chovendo.

~p ∧ ~q: Não está frio e não está chovendo
(p ∧ ~q) →p: Se está frio e não está chovendo, então está frio
p v ~q: Está frio ou não está chovendo
p → ~q: Se está frio, então não está chovendo
p ↔ ~q: Está frio se e somente se não está chovendo.

22

p: José é atacante
q: Lissandro é goleiro.

José não é atacante e Lissandro não é goleiro = ~p ∧ ~q:
Se José é atacante e Lissandro não é goleiro, então José é atacante = (p ∧ ~q) →p
José é atacante ou Lissandro não é goleiro = p v ~q
Se José é atacante, então Lissandro não é goleiro = p → ~q
José é atacante se e somente se Lissandro não é goleiro = p ↔ ~q

23

Conectivos

24

1) (TRT 1ª Região/CESPE) Utilizando as letras proposicionais adequadas na proposição composta “Nem Antônio é desembargador nem Jonas é juiz”, assinale a opção correspondente à simbolização correta dessa proposição.

a) $\sim(A \wedge B)$
b) $(\sim A) \vee (\sim B)$
c) $(\sim A) \wedge (\sim B)$
d) $(\sim A) \rightarrow B$
e) $\sim[A \vee (\sim B)]$

25

Entendeu a importância da compreensão dessa nova linguagem?

26

Equivalência lógica

27

Regras de precedência para conectivos

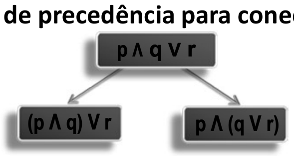
Algumas vezes é necessário usar parênteses na simbolização das proposições;

Os parênteses devem ser colocados para evitar qualquer tipo de ambiguidade;

Vamos ver um exemplo:

28

Regras de precedência para conectivos



Essas proposições não têm o mesmo significado, pois na primeira, o conectivo principal é a disjunção e na segunda o conectivo principal é a conjunção.

29

Regras de precedência para conectivos

Em muitos casos, os parênteses podem ser suprimidos, a fim de simplificar as proposições, desde que não ocorra ambiguidades;

A supressão de parênteses se faz mediante algumas convenções – a ordem de precedência.

30

Regras de precedência para conectivos

- (1) ~
- (2) ∧ ou ∨
- (3) →
- (4) ↔

Portanto, o conectivo mais "fraco" é a negação e o mais "forte" é a bicondicional.

Ex: $p \vee q \leftrightarrow r \rightarrow s$

1. $p \vee q$
2. $r \rightarrow s$
3. $p \vee q \leftrightarrow r \rightarrow s$

31

Regras para fórmulas bem estruturadas

1ª regra: uma proposição simples é uma fórmula bem formada
2ª regra: a negação de uma fórmula bem formada é uma fórmula bem formada
3ª regra: se p e q são fórmulas bem formadas, então $(p \wedge q)$, $(p \vee q)$, $(p \rightarrow q)$ e $(p \leftrightarrow q)$ são também fórmulas bem formadas

Exemplo:
$p \vee q \leftrightarrow r \rightarrow s$ é bem formada
$p \rightarrow \vee q$ não é bem formada

32

Regras de precedência

33

1) (STF/CESPE) É dada as seguintes frases:
- Filho meu, ouve minhas palavras e atenta para meu conselho.
- A resposta branda acalma o coração irado.
- O orgulho e a vaidade são as portas de entrada da ruína do homem.
- Se o filho é honesto então o pai é exemplo de integridade.

Tendo como referência as quatro frases acima, julgue os itens seguintes:

34

1. A primeira frase é composta por duas proposições lógicas simples unidas pelo conectivo de conjunção. ERRADA
2. A segunda frase é uma proposição lógica simples. CERTA
3. A terceira frase é uma proposição lógica composta. ERRADA
4. A quarta frase é uma proposição lógica em que aparecem dois conectivos lógicos. ERRADA

35

Inferências

36

Como discutir argumentações e demonstrações matemáticas com os alunos?

Pesquisas a respeito das técnicas de demonstração: provas diretas, condicionais e bi-condicionais.
Compreensão a respeito de relações de implicação e de equivalência lógica e as principais regras de inferência.
Existiria algum método sistemático para definir se um argumento é válido ou não válido?

37

Argumento:

Premissa 1: Se 12 é um número ímpar, então 5 não é um número primo.

Premissa 2: 5 é um número primo.

Conclusão: 12 não é ímpar.

Será que este é um argumento válido? Como podemos justificar sua validade?

38

Silogismo

Silogismo: todo argumento constituído por duas premissas que resultam em uma conclusão
Exemplo:
p_1: Todo carro novo é bonito.
p_2: Aquele carro é novo.
q: Então, aquele carro é bonito

Termo maior: bonito (predicado na conclusão)
Termo menor: aquele carro (sujeito na conclusão)
Termo médio: novo (aparece apenas nas premissas)

39

Silogismo

Ex:
Assinale qual o termo médio dos seguintes silogismos:
p1- Todo homem é mortal.
p2 – Nenhum mortal é pedra.
q – Logo, nenhum homem é pedra.
Sabendo que o termo médio é aquele que se repete nas premissas, podemos concluir que a palavra mortal é o termo médio.

40

Silogismo categórico

Silogismo Categórico é uma forma de raciocínio lógico na qual há duas premissas e uma conclusão distinta destas premissas, sendo todas proposições categóricas ou singulares.
O silogismo categórico consiste de três partes:
1. a premissa maior;
2. a premissa menor e
3. a conclusão.

Premissa maior: todos humanos são mortais.
Premissa menor: alguns animais são humanos.
Conclusão: alguns animais são mortais.

41

Implicação

Implicação: uma proposição composta P implica logicamente uma proposição composta Q quando Q assumir valor lógico verdadeiro sempre que P for verdadeira.
Sabemos se P então Q
P = antecedente
Q= consequente
Ex: Se Pedro é promotor, então Pedro é o acusador de réus.
Antecedente = Pedro é promotor;
Consequente = Pedro é o acusador de réus.

42

Equivalência lógica

Equivalência lógica: uma proposição composta P é logicamente equivalente a uma proposição composta Q quando as tabelas-verdades de P e Q forem idênticas.

Exemplo: $p \to q$ e $\sim p \vee q$ são equivalentes

p	q	$p \to q$	$\sim p \vee q$
V	V	V	V
V	F	F	F
F	V	V	V
F	F	V	V

43

Equivalências lógicas

SÃO USADAS:

Demonstração de argumentos válidos.

Conjuntos e suas propriedades.

Por ter características semelhantes a aritmética sobre números, tais propriedades são conhecidas "Álgebra das Proposições".

44

Validade de argumentos

Verificação da validade de argumentos por tabela-verdade: Argumento de premissas $p_1, p_2, \dots, p_n$ e conclusão p_{n+1}

Construir a tabela-verdade para as premissas com a coluna $p_1 \wedge p_2 \wedge \cdots \wedge p_n$;

Incluir coluna com os valores lógicos de p_{n+1};

Verificar a existência de implicação lógica entre as premissas e a conclusão.

Observar se existe linha que apresente, nesta ordem, V e F

45

Exemplo:

Premissa 1: p

Premissa 2: $p \to q$

Conclusão: q

Não existe a sequência VF nas duas últimas colunas. Logo, o argumento $p \wedge (p \to q) \Rightarrow q$ é válido.

p	q	$p \to q$	$p \wedge (p \to q)$	q
V	V	V	V	V
V	F	F	F	F
F	V	V	F	V
F	F	V	F	F

46

Principais regras de inferência:

- Modus ponens;
- Modus tollens;
- Regra da adição;
- Regra da simplificação;
- Regra da absorção;
- Silogismo hipotético;
- Silogismo disjuntivo;
- Regra da bicondicional;
- Dilema construtivo;
- Dilema destrutivo.

47

Uma proposição q é uma consequência (formalmente dedutível) de um conjunto de premissas se, e só se, for possível formar uma sequência $p_1, p_2, \dots, p_n$ tal que:

- p_n é a mesma que a proposição q;
- qualquer que seja k, p_k é uma das premissas ou pode ser obtida como conclusão, por meio de algum argumento válido, das proposições $p_1, p_2, \dots, p_{k-1}$.

48

Modus Ponens

A partir de A → B e A, infere-se B.
O argumento tem duas premissas:
-A condição "se - então", nomeadamente que A implica B.
-A é verdadeiro.
Destas duas premissas pode ser logicamente concluído que B tem de ser também verdadeiro.
Ex: - Se chover, então fico em casa.
- Choveu.
- Então fico em casa.

49

Exemplo:
Premissa 1: $\sim p$
Premissa 2: $\sim p \rightarrow q$
Premissa 3: $q \rightarrow r$
Demonstração:
1. $\sim p$ (premissa 1)
2. $\sim p \rightarrow q$ (premissa 2)
3. $q \rightarrow r$ (premissa 3)
4. q (modus ponens de 1 e 2)
5. r (modus ponens de 3 e 4)

Conclusão: r

50

Inferência

51

Argumento:
Premissa 1: Se 12 é um número ímpar, então 5 não é um número primo.
Premissa 2: 5 é um número primo.
Conclusão: 12 não é ímpar.
Tradução:
p: 12 é um número ímpar
q: 5 é um número primo

52

Argumento (tradução):
Premissa 1: Se 12 é um número ímpar, então 5 não é um número primo. $(p \rightarrow \sim q)$
Premissa 2: 5 é um número primo. (q)
Conclusão: 12 não é ímpar. $(\sim p)$
Assim,

$$p \rightarrow \sim q, q \Rightarrow \sim p$$

53

Resolvendo a Situação-Problema 1

Tabela-verdade de $p \rightarrow \sim q, q \Rightarrow \sim p$:

p	q	$\sim q$	$p \rightarrow \sim q$	$(p \rightarrow \sim q) \wedge q$	$\sim p$
V	V	F	F	F	F
V	F	V	V	F	F
F	V	F	V	V	V
F	F	V	V	F	V

Logo, o argumento é válido.

54

Recapitulando

55

- Introdução à Lógica Proposicional ;
- Conectivos e Classificação Textual;
- Inferências.

56

57