# Pontifícia Universidade Católica do Paraná

## Disciplina: Resolução de Problemas com Lógica Matemática (RPLM)

<u>Lista de Exercícios 7</u>

Nome: ____________________________________

Regras de Inferência:

*Adição:*

$$\frac{A}{B \vee A} \qquad \frac{A}{A \vee B}$$

*Simplificação:*

$$\frac{A \wedge B}{A} \qquad \frac{A \wedge B}{B}$$

*Conjunção:*

$$\frac{\begin{array}{c} A \\ B \end{array}}{A \wedge B} \qquad \frac{\begin{array}{c} A \\ B \end{array}}{B \wedge A}$$

*Modus Ponens:*

$$\frac{\begin{array}{c} A \\ A \rightarrow B \end{array}}{B}$$

*Modus Tollens:*

$$\frac{\begin{array}{c} A \rightarrow B \\ \neg B \end{array}}{\neg A}$$

*Silogismo Disjuntivo:*

$$\frac{\begin{array}{c} A \vee B \\ \neg A \end{array}}{B} \qquad \frac{\begin{array}{c} A \vee B \\ \neg B \end{array}}{A}$$

*Silogismo Hipotético:*

$$\frac{\begin{array}{c} A \rightarrow B \\ B \rightarrow C \end{array}}{A \rightarrow C}$$

*Dilema Construtivo:*

$$\frac{\begin{array}{c} A \rightarrow B \\ C \rightarrow D \\ A \vee C \end{array}}{B \vee D}$$

*Dilema Destrutivo:*

$$\frac{\begin{array}{c} A \rightarrow B \\ C \rightarrow D \\ \neg B \vee \neg D \end{array}}{\neg A \vee \neg C}$$

Exercícios:

1. Indique a regra de inferência que justifica a validade de:

a) $\{ ( p \rightarrow q ) \} \models ( p \rightarrow q ) \vee \neg r$

b) $\{ \neg p \wedge ( q \rightarrow r ) \} \models \neg p$

c) $\{ (p \rightarrow q) , (q \rightarrow \neg r) \} \models ( p \rightarrow \neg r )$

d) $\{ p \rightarrow ( q \rightarrow r ) , p \} \models q \rightarrow r$

e) $\{ ( q \vee r ) \rightarrow \neg p , \neg \neg p \} \models \neg ( q \vee r )$

f) $\{ ( p \rightarrow q ) , ( r \rightarrow \neg s ) \} \models ( p \rightarrow q ) \wedge ( r \rightarrow \neg s )$

g) $\{ ( p \wedge q ) \vee ( \neg p \wedge r ) , \neg ( \neg p \wedge r ) \} \models ( p \wedge q )$

2. Indique uma possível conclusão para:

a) $\{ (s \vee t) \rightarrow (r \wedge q), (r \wedge q) \rightarrow \neg p \}$

b) $\{ (p \leftrightarrow q) \rightarrow \neg (r \wedge s), \neg \neg (r \wedge s) \}$

c) $\{ s \vee (r \wedge t), \neg s \}$

d) $\{ p \rightarrow (r \vee \neg s), (r \vee \neg s) \rightarrow t \}$

e) $\{ p \rightarrow r, \neg q \rightarrow \neg s, p \vee \neg q \}$

f) $\{ \neg p \vee \neg q, \neg \neg q \}$

g) $\{ p \rightarrow (\neg r \wedge q), \neg (\neg r \wedge q) \vee \neg s, \neg q \rightarrow s \}$

3. Construa as deduções:

a) $\{ (p \wedge q) \rightarrow s, p, q \} \vDash s$

b) $\{ p \rightarrow q, \neg p \rightarrow r, \neg q \} \vDash r$

c) $\{ p \rightarrow q, q \rightarrow \neg \neg r, s \rightarrow \neg r, p \} \vDash \neg s$

d) $\{ p \wedge q, p \rightarrow r, q \rightarrow s \} \vDash r \wedge s$

e) $\{ p \rightarrow (\neg q \wedge r), p, s \rightarrow q, s \vee t \} \vDash t$

f) $\{ (p \vee q) \rightarrow (p \rightarrow (s \wedge t)), p \wedge r \} \vDash t \vee u$

g) $\{ p \rightarrow q, \neg q, (\neg p \vee \neg r) \rightarrow s \} \vDash s$

h) $\{ p \rightarrow \neg r, p, s \rightarrow r \} \vDash \neg s$

i) $\{ p \rightarrow q, p \rightarrow \neg r, p \} \vDash q \wedge \neg r$

j) $\{ \neg p \vee \neg \neg q, \neg \neg p, \neg r \rightarrow \neg q \} \vDash \neg \neg r$

k) $\{ p \wedge \neg q, q \vee \neg r, s \rightarrow r \} \vDash p \wedge \neg s$

4. Verificar se é um teorema. Fazer a prova através da **Negação do Teorema** e demonstrar utilizando a **Árvore de Resolução** (utilizar manipulação sintática):

   *Dicas:*
   1. *Transformar a fórmula em argumento: **conjunção** de cláusulas com **implicação** em uma TESE*
   2. *Chegar a uma **cláusula vazia** □, por derivação.*

   a) $( \neg p \land ( \neg p \rightarrow ( q \lor r )) \land \neg r ) \rightarrow q$

   b) $\neg( (p \lor \neg q) \land \neg \neg q \land ( p \rightarrow ( r \land s )) ) \lor s$

   c) $\neg r \rightarrow \neg ( ( p \rightarrow q ) \land \neg q \land ( p \lor r ) )$

   d) $(u \lor \neg r) \lor \neg( ( ( p \lor q ) \rightarrow \neg r ) \land ( s \rightarrow p ) \land ( t \rightarrow q ) \land ( s \lor t ) )$

5. Verificar se é um teorema. Fazer a prova através da **Negação da Tese** e demonstrar utilizando a **Árvore de Resolução** (utilizar manipulação sintática):

   *Dicas:*
   1. *Transformar a fórmula em argumento: **conjunção** de cláusulas com **implicação** em uma TESE*
   2. *Chegar a uma **cláusula vazia** □, por derivação.*

   a) $( \neg( \neg( p \rightarrow q ) \lor \neg( r \rightarrow s )) \land ( t \rightarrow u ) \land ( u \rightarrow v ) \land (\neg q \lor \neg v) ) \rightarrow ( \neg p \lor \neg t )$

   b) $( ( p \land q ) \land ( p \rightarrow r ) ) \rightarrow ( p \land r )$

   c) $( \neg p \land \neg r ) \lor \neg( ( \neg p \land q ) \land ( r \rightarrow p ) )$

   d) $( ( \neg p \rightarrow q ) \land \neg ( r \land s ) \land ( p \rightarrow ( r \land s )) ) \rightarrow \neg p \land q$