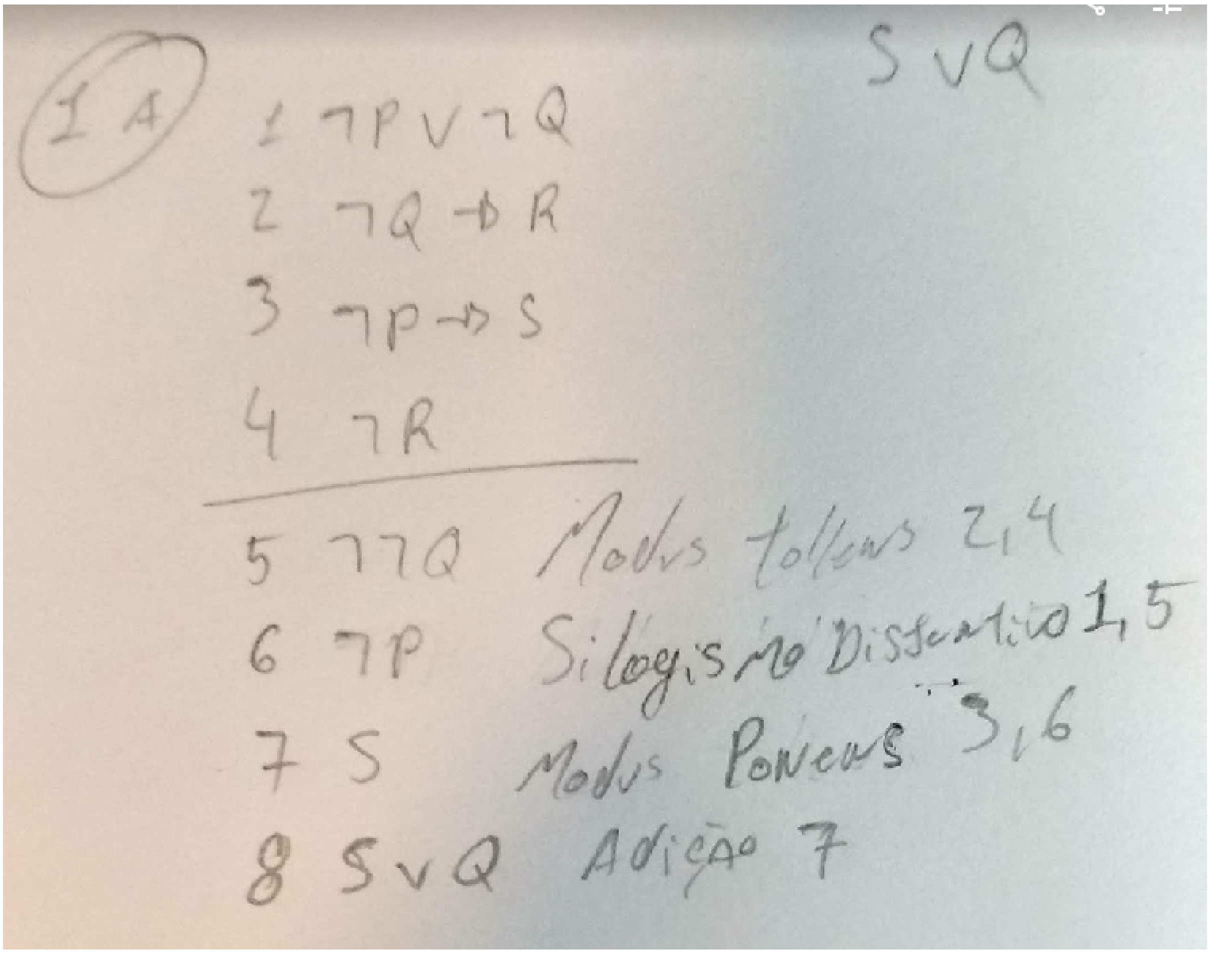
Marcio Vinicius de Souza da Rocha

Pontifícia Universidade Católica do Paraná - Escola Politécnica

Prova - 3 (C) - Valor: 10,0

Questão 1

a) $\{(\neg p \vee \neg q), (\neg q \rightarrow r), (\neg p \rightarrow s), \neg r\} \vdash s \vee q$



1 A

$S \vee Q$

1 $\neg P \vee \neg Q$
2 $\neg Q \rightarrow R$
3 $\neg P \rightarrow S$
4 $\neg R$

5 $\neg\neg Q$ Modus tollens 2,4
6 $\neg P$ Silogismo Disjuntivo 1,5
7 S Modus Ponens 3,6
8 $S \vee Q$ Adição 7

b) $\{(p \wedge (q \rightarrow t)), (p \rightarrow r), \neg t\} \vdash (\neg q \wedge r)$

1B

1 $P \wedge (Q \rightarrow t)$

2 $P \rightarrow R$

3 $\neg t$

4 $Q \rightarrow t$ Simplificação 1

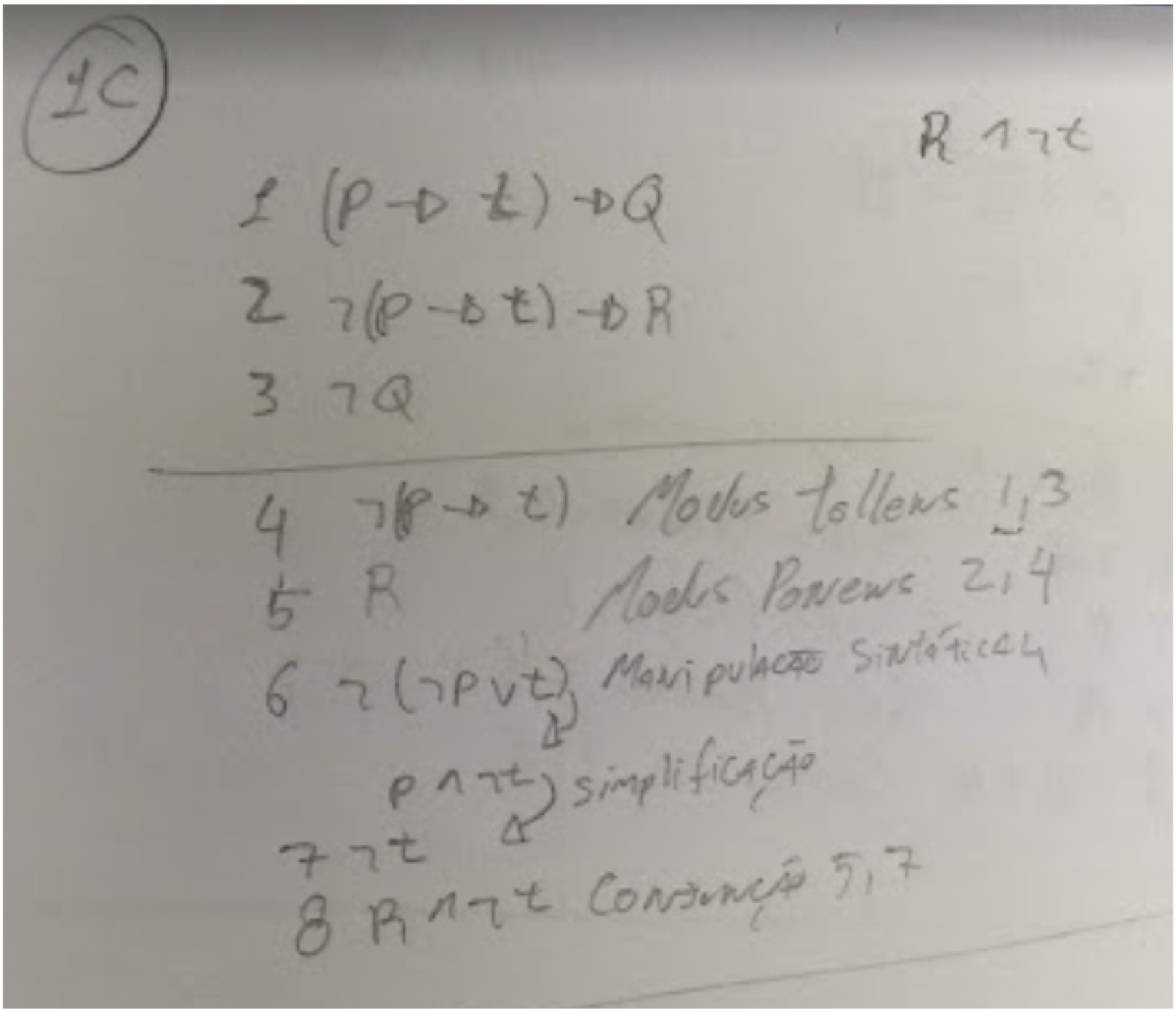
5 $\neg Q$ Modus tollens 4,3

6 P simplificação 1

7 R Modus Ponens 2,6

8 $\neg Q \wedge R$ Conjunção 7,5

c) $\{(p \rightarrow t) \rightarrow q, \neg (p \rightarrow t) \rightarrow r, \neg q\} \vdash r \wedge \neg t$



1C

$R \wedge \neg t$

1 $(P \to t) \to Q$

2 $\neg(P \to t) \to R$

3 $\neg Q$

4 $\neg(P \to t)$ Modus tollens 1,3

5 R Modus Ponens 2,4

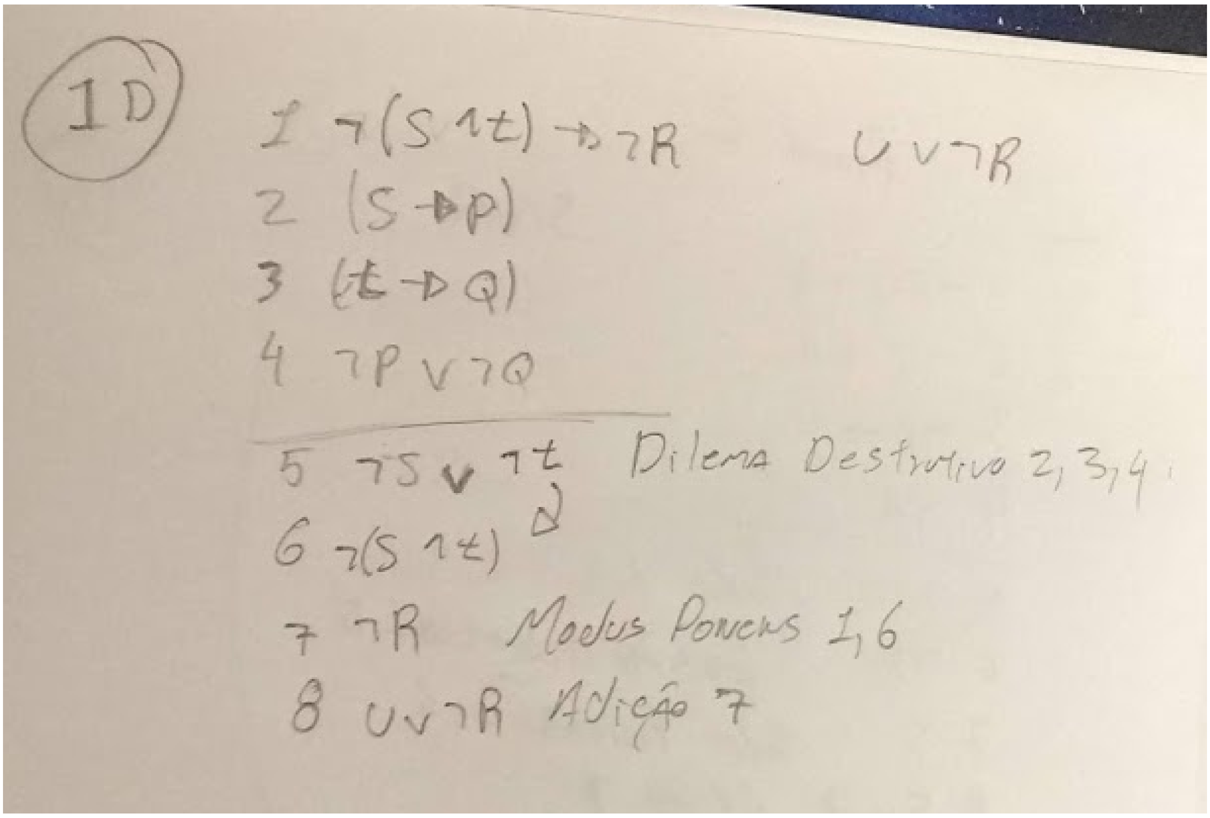
6 $\neg(\neg P \vee t)$ Manipulação sintática 4

$p \wedge \neg t$ simplificação

7 $\neg t$

8 $R \wedge \neg t$ Conjunção 5,7

d) $\{\neg(s \wedge t) \to \neg r,\ (s \to p), (t \to q), \neg p \vee \neg q\} \vdash u \vee \neg r$


1D

1 $\neg(S \land t) \to \neg R$ — $U \lor \neg R$

2 $(S \to P)$

3 $(t \to Q)$

4 $\neg P \lor \neg Q$

5 $\neg S \lor \neg t$ Dilema Destrutivo 2, 3, 4

6 $\neg(S \land t)$

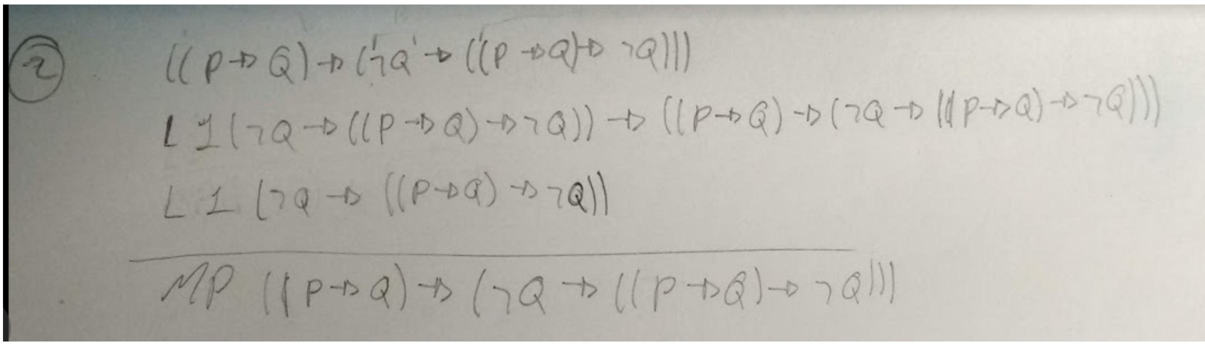
7 $\neg R$ Modus Ponens 1, 6

8 $U \lor \neg R$ Adição 7

Questão 2

Escreva uma prova para o teorema a seguir, usando AXIOMAS na sequência: L1, L1, MP.

$$((p \to q) \to (\neg q \to ((p \to q) \to \neg q)))$$


2

$((P \to Q) \to (\neg Q \to ((P \to Q) \to \neg Q)))$

L1 $(\neg Q \to ((P \to Q) \to \neg Q)) \to ((P \to Q) \to (\neg Q \to ((P \to Q) \to \neg Q)))$

L1 $(\neg Q \to ((P \to Q) \to \neg Q))$

MP $((P \to Q) \to (\neg Q \to ((P \to Q) \to \neg Q)))$

Questão 3

Prove que a fórmula a seguir é um teorema.

$$(a \rightarrow ((\neg b \vee c) \rightarrow \neg d)) \rightarrow ((a \rightarrow (\neg b \vee c)) \rightarrow (a \rightarrow \neg d))$$

3 $(A \rightarrow ((\neg b \vee C) \rightarrow \neg D)) \rightarrow ((A \rightarrow (\neg b \vee C)) \rightarrow (A \rightarrow \neg D))$

$(A \rightarrow (B \rightarrow C)) \rightarrow ((A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C))$

$(A \rightarrow (B \rightarrow C)) \rightarrow ((A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C)) \equiv L2$

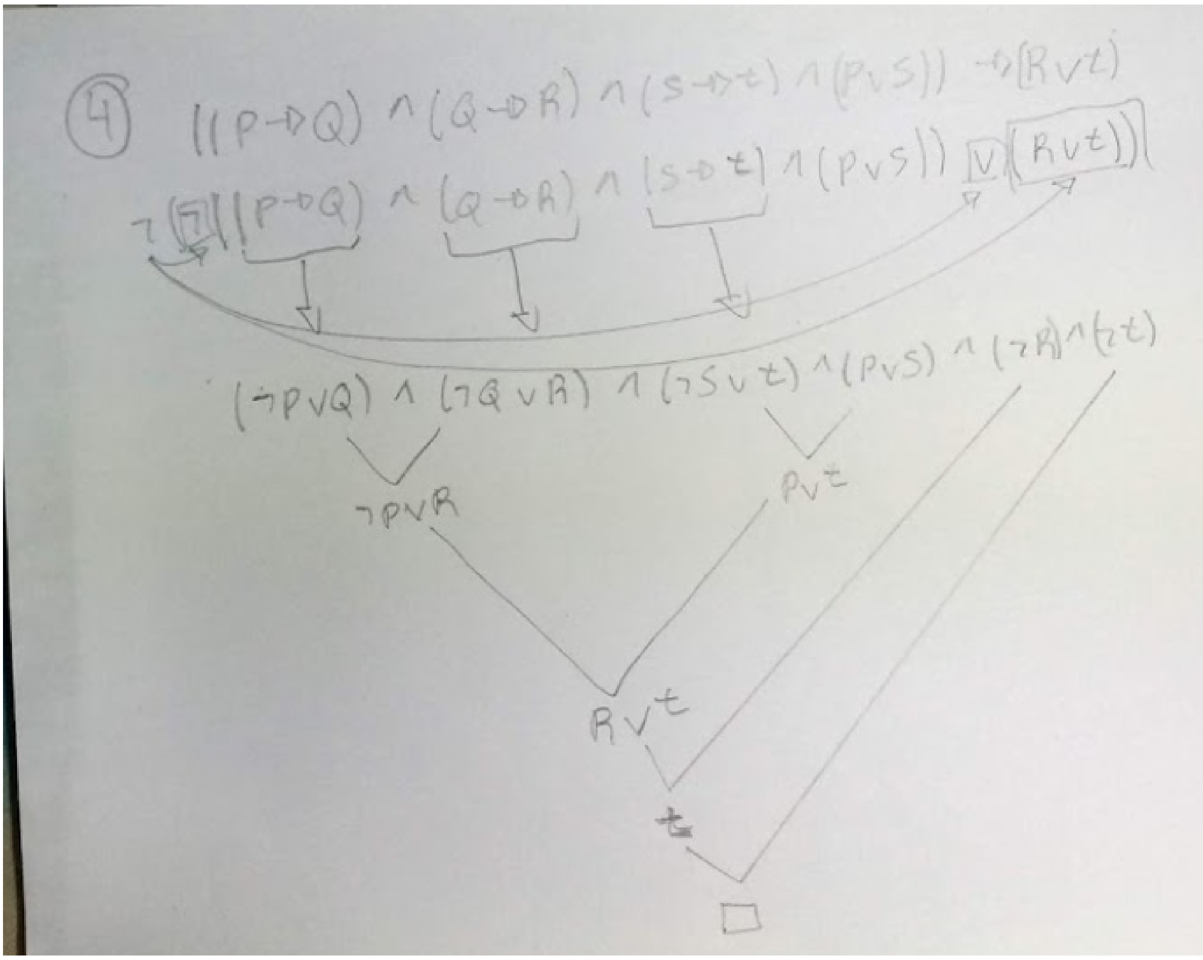
Questão 4

Verificar se é um teorema. Fazer a **prova** através da **NEGAÇÃO DO TEOREMA** e demonstrar utilizando a **Árvore de Resolução** (utilizar manipulação sintática, se preciso).

Dicas:

1. **Negar** o **Teorema** (fórmula)
2. Transformar em **FNC**
3. Separar as cláusulas e **derivar** uma **cláusula vazia** □ utilizando uma **Árvore de Resolução**

$$((p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r) \wedge (s \rightarrow t) \wedge (p \vee s)) \rightarrow (r \vee t)$$


4
((P→Q) ∧ (Q→R) ∧ (S→t) ∧ (P∨S)) → (R∨t)
¬ (¬((P→Q) ∧ (Q→R) ∧ (S→t) ∧ (P∨S)) ∨ (R∨t))
(¬P∨Q) ∧ (¬Q∨R) ∧ (¬S∨t) ∧ (P∨S) ∧ (¬R) ∧ (¬t)
¬P∨R
P∨t
R∨t
t
□