

Pontifícia Universidade Católica do Paraná

Disciplina: Resolução de Problemas com Lógica Matemática (RPLM)

Lista de Exercícios 6

Nome: _____

Sistema L: Axiomas:

L1: $(A \rightarrow (B \rightarrow A))$

L2: $((A \rightarrow (B \rightarrow C)) \rightarrow ((A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C)))$

L3: $((\neg A \rightarrow \neg B) \rightarrow (B \rightarrow A))$

Regra de inferência: Modus Ponens

$$\begin{array}{c} X \\ (X \rightarrow Y) \\ \hline Y \end{array}$$

Os teoremas gerados pelo sistema L contêm apenas os conectivos $\{ \neg, \rightarrow \}$. Para provar outras fbf's, são utilizadas as equivalências.

Exercícios:

1) Verifique se as fórmulas são ou não axiomas de L:

a) $((p \rightarrow q) \rightarrow q)$

b) $(q \rightarrow (p \rightarrow (q \rightarrow p)))$

c) $((q \rightarrow (p \rightarrow (q \rightarrow p))) \rightarrow ((q \rightarrow p) \rightarrow (q \rightarrow (q \rightarrow p))))$

d) $(p \rightarrow p)$

e) $((\neg p \rightarrow \neg(\neg q \rightarrow \neg p)) \rightarrow ((\neg q \rightarrow \neg p) \rightarrow p))$

f) $((((s \rightarrow p) \rightarrow (r \rightarrow p)) \rightarrow (((s \rightarrow p) \rightarrow r) \rightarrow ((s \rightarrow p) \rightarrow p)))$

2) Escreva uma prova para os seguintes teoremas de L:

a) $(p \rightarrow (q \rightarrow (p \rightarrow q)))$

Dica: L1,L1,MP

b) $((p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow (p \rightarrow q)))$

c) $((p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow (q \rightarrow p)))$

Dica: L1,L1,MP

d) $(q \rightarrow ((\neg p \rightarrow \neg q) \rightarrow (q \rightarrow p)))$

Dica: L1,L3,MP

e) $((\neg p \rightarrow \neg q) \rightarrow q) \rightarrow ((\neg p \rightarrow \neg q) \rightarrow p)$

Dica: L2,L3,MP

f) $((p \rightarrow \neg p) \rightarrow (p \rightarrow p))$

Dica: L2,L1,MP

g) $((p \rightarrow (p \rightarrow q)) \rightarrow (p \rightarrow p))$

Dica: igual ao anterior

h) $((p \rightarrow (q \rightarrow r)) \rightarrow (p \rightarrow q)) \rightarrow ((p \rightarrow (q \rightarrow r)) \rightarrow (p \rightarrow r))$

Dica: L2,L2,MP

i) $(\neg q \rightarrow \neg q)$

Dica: resolvida no material didático.