20/agosto/2019

Universidad Politécnica de la Zona Metropolitana de Guadalajara ---
Ingeniería mecatrónica

9°B T/M

Asignatura: Dinámica y control de robots

Profesor: Enrique Morán Garabito

Marco Antonio Lozano Ochoa

Apuntes

Modelo dinámico de la estructura mecánica de un robot rígido

10-05-19

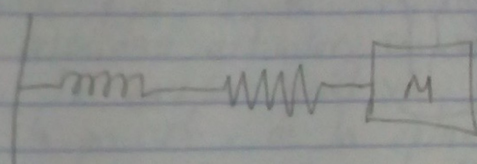
- Equilibrio de fuerzas, se basa en la 2da ley de Newton

$$\sum F = m\dot{v}$$

y del movimiento de rotación de la ley de Euler

$$\sum T = \underbrace{I}_{\text{Tensor de movimientos de inercia}}\dot{\omega} + \omega \times (I\omega)$$

Sistema masa-resorte-amortiguador



- El modelo dinámico está dado por

$$\underbrace{F}_{\text{Fuerza externa}} = \underbrace{m\ddot{x}}_{\text{Fuerza inercial}} + \underbrace{b\dot{x}}_{\text{Fuerza viscosa}} + \underbrace{kx}_{\text{Ley de Hooke}}$$

La Función de tranferencia está dada por

$$\frac{X}{F} = \frac{1}{ms^2 + bs + k}$$

siendo la ecuación característica de los polos

$$s = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4mk}}{2k}$$

el sistema oscilará cuando cumpla $(b^2 - 4mk) < \emptyset$ y será amortiguado si $(b^2 - m4k) > \emptyset$

· El sistema en ecuación diferencial de primer orden está dado por

$$\underbrace{\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \end{bmatrix}}_{\dot{x}} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 \\ m^{-1}[F - b\dot{x} - kx] \end{bmatrix}}_{f(x)}$$

+ Realizar un programa en Matlab/octave/scilab para graficar el desplazamiento lineal x y la velocidad de la masa cuando se aplique $f = 50N$ durante 5 seg y después de ese tiempo desaparece la fuerza aplicada

masa $= 5 \, kg$

fricción viscosa $: b = 0.16 \, kg/s$

Rigidez $: k = 0.6 \, kg/seg^2$

Ecuaciones Euler-Lagrange

Un método es para obtener el modelo dinámico de un robot, está basado en las ecuaciones de movimiento de Euler-Lagrange.

La energía total $\mathcal{E}$ (Hamiltoniano) del robot manipulador está dada por la suma de la energía cinética $K(q, bFb)$ más la energía potencial $U(q)$

$$\mathcal{E}(q, \dot{q}) = K(q, \dot{q}) + U(q)$$

Donde $q, \dot{q}, \in R^n$ representan los vectores de posición y velocidad articular, respectivamente. Se puede observar que la energía cinética $K(q, \dot{q})$ tiene una dependencia de la posición y de la velocidad articular mientras que la energía potencial $U(q)$ está relacionada con el campo conservativo de la gravedad y por lo tanto, depende únicamente de la posición.

El Lagrangiano $\mathcal{L}(q, \dot{q})$ de un robot manipulador de n grados de libertad se define como la diferencia entre la energía K y la energía U.

$$\mathcal{L}(q, \dot{q}) = K(q, \dot{q}) - U(q)$$

Las ecuaciones de movimiento de Euler-Lagrange están dadas por:

$$\frac{d}{dt}\left[\frac{\partial \mathcal{L}(q, \dot{q})}{\partial \dot{q}}\right] - \frac{\partial \mathcal{L}(q, \dot{q})}{\partial q} = \tau - \upsilon(\dot{q}, T)$$

donde:

$q = [q_1, q_2, \ldots, q_n]^T \in \mathbb{R}^n$ → Vector de posiciones articulares o coordenadas generalizadas

$\dot{q} = [\dot{q}_1, \dot{q}_2, \ldots, \dot{q}_n]^T \in \mathbb{R}^n$ → Vector de velocidades articulares

$\tau = [\tau_1, \tau_2, \ldots, \tau_n]^T \in \mathbb{R}^n$ → Vector de pares aplicados

$f(\dot{q}, f_e) \in \mathbb{R}^n$ → Vector de fuerzas o pares de fricción que depende de la velocidad articular $\dot{q}$ y de la fricción estática

$t \in \mathbb{R}_+$ → tiempo

$n \in \mathbb{N}$ → Número de GDL

La energía cinética definida en función

$$K(q, \dot{q}) = \frac{1}{2} \dot{q}^T M(q) \dot{q}$$

Estimador de velocidad y filtrado

27-05-19

En la ecuación

$$\underbrace{\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \end{bmatrix}}_{\dot{x}} = \underbrace{\begin{bmatrix} \dot{x} \\ m^{-1}[f - b\dot{x} - kx] \end{bmatrix}}_{f(x)}$$

Se encuentra como estimador de velocidad y filtrado para robots manipuladores y sistemas mecatrónicos.

Por ejemplo, si q_i representa la i-ésima articulación de un robot, la manera de estimar la i-ésima velocidad de $\dot{q}_i$ es por medio de la siguiente fórmula:

$$\dot{q}_i \approx \dot{f}_i = -\lambda f_i + \lambda q_i$$

donde: λ es la frecuencia de corte del filtro de ganancia unitaria

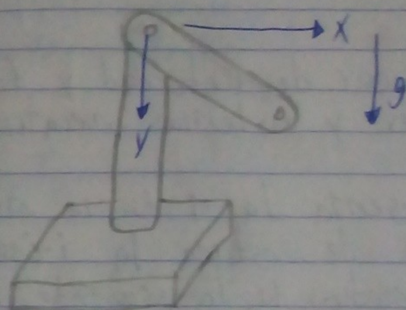
f_i es el i-ésimo estado del filtro, representa la señal filtrada de la entrada (q_i)

$\dot{f}_i$ es la estimación de la velocidad $\dot{q}_i$

Péndulo

La ecuación dinámica de un péndulo-robot es:

$$\tau = [m l_c^2 + I]\ddot{q} + m g l_c \,\mathrm{sen}(q) + b\dot{q} + f_c\,\mathrm{signo}(\dot{q}) + f_e[1 - |\mathrm{signo}(\dot{q})|]$$



Fricción de Coulomb

$f_{c_1} = 0.19\ Nm$

Fricción estática

$f_{e_1} = 0.20\ Nm$

Mom. de inercia del motor

$I_{r_1} = 0.16\ Nm \cdot seg^2/rad$

Cap. del servomotor

$\pm\ 15\ Nm$

Fricción viscosa

$b_1 = 0.16\ Nm \cdot seg/rad$

Masa

$m_1 = 3.88\ Kg$

Centro de masa

$l_{c_1} = 0.081\ m$

Longitud

$l_1 = 0.45\ m$

24-05-19

Paso 1. Modelo de cinemática directa con respecto al centro de masa del péndulo-robot.

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_c & sen(q) \\ -l_c & sen(q) \end{bmatrix}$$

Paso 2. Modelo de cinemática diferencial

$$v = \frac{d}{dt}\begin{bmatrix} \cancel{x} \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_c & sen(q) \\ l_c & sen(q) \end{bmatrix}$$

La rapidéz de traslación está dada por $V = [\dot{x}, \dot{y}]^T$

Observe que $v^T v = \|v^2\| = l_c^2 \dot{q}^2$

Paso 3 Modelo de energía: La energía del robot esta compuesta de la energía cinética $K(q, \dot{q})$ y la energía potencial $U(q)$

La energía cinética toma la siguiente forma.

$$K(q, \dot{q}) = \frac{1}{2} m v^T v + \frac{1}{2} I \dot{q}^2$$

$$= \frac{1}{2}[m l_c^2 + I]\dot{q}^2$$