



Métodos problema cinemática inversa

Tarea 6 - Resumen

8°B T/M

ASIGNATURA: CINEMÁTICA DE ROBOTS

PROFESOR: ENRIQUE MORÁN GARABITO

ALUMNO: MARCO ANTONIO LOZANO OCHOA

UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE LA ZONA METROPOLITANA
DE GUADALAJARA | **Ingeniería mecatrónica**

1. Cinemática inversa

El objetivo del problema cinemático inverso consiste en encontrar los valores que deben adoptar las coordenadas articulares del robot $q=[q_1, q_2, \dots, q_n]^T$ para que su extremo se posiciones y riente según una determinada localización espacial.

A la hora de resolver el problema cinemático inverso es mucho mas adecuado encontrar una solución cerrada. Esto es, encontrar una relación matemática explícita de la forma:

$$q_k = F_k(x, y, z, \alpha, \beta, \gamma)$$

$$K = 1 \dots n \text{ (GDL)}$$

2. Resolución del problema cinemático inverso por métodos geométricos.

Este procedimiento es adecuado para robots de pocos grados de libertad.

El procedimiento se basa en encontrar suficiente número de relaciones geométricas en las que intervendrán las coordenadas del extremo del robot, sus coordenadas articulares y las dimensiones físicas de sus elementos.

El ángulo de la primera variable articular q_1 se obtiene:

$$q_1 = \arctg\left(\frac{P_y}{P_x}\right)$$

el de q_3 :

$$q_3 = \arctg\left(\frac{\pm\sqrt{1 - \cos^2 q_3}}{\cos q_3}\right)$$

en donde según el signo de la raíz de la ecuación es lo que determinará la configuración de codo arriba o abajo del brazo.

q_2 se obtiene:

$$q_2 = \beta - \alpha$$

siendo:

$$\beta = \arctg\left(\frac{P_2}{r}\right) = \arctg\left(\frac{P_2}{\pm\sqrt{P_x^2 + P_y^2}}\right)$$

$$\alpha = \arctg\left(\frac{l_3 \sin q_3}{l_2 + l_3 \cos q_3}\right)$$

quedando:

$$q_2 = \arctg\left(\frac{P_2}{\pm\sqrt{P_x^2 + P_y^2}}\right) - \arctg\left(\frac{l_3 \sin q_3}{l_2 + l_3 \cos q_3}\right)$$

3. Resolución del problema cinemático inverso a partir de la matriz de transformación homogénea.

El primer paso es obtener la matriz T que relaciona el sistema de referencia {S0} asociado a la base con el sistema de referencia {S3} asociado a su extremo.

Luego se necesita obtener las inversas de las matrices ${}^{i-1}A_i$:

$$\begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & P_x \\ n_y & o_y & a_y & P_y \\ n_z & o_z & a_z & P_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} n_x & n_y & n_z & -n^T p \\ o_x & o_y & o & -o^T p \\ a_x & a_y & a_z & -a^T p \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$q_1 = \arctg\left(\frac{P_x}{P_y}\right)$$

$$q_1 = \arctg\left(\frac{\sqrt{P_x^2 + P_y^2}}{l_1 - P_z}\right)$$

$$q_3 = C_2(P_z - l_1) - S_2\sqrt{P_x^2 + P_y^2}$$

4. Matriz jacobiana

La matriz jacobiana directa permite conocer las velocidades del extremo del robot a partir de los valores de las velocidades de cada articulación. Por su parte, la matriz jacobiana inversa permitirá conocer las velocidades articulares necesarias para obtener unas velocidades determinadas en el extremo del robot.

La matriz J se denomina matriz jacobiana:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \\ \dot{\beta} \\ \dot{\gamma} \end{bmatrix} = J \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \vdots \\ \dot{q}_n \end{bmatrix} \text{ con } J = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_x}{\partial q_1} & \dots & \frac{\partial f_x}{\partial q_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_y}{\partial q_1} & \dots & \frac{\partial f_y}{\partial q_n} \end{bmatrix}$$

5. Jacobiana inversa

Del mismo modo que se ha obtenido la relación directa que permite obtener las velocidades del extremo a partir de las velocidades articulares, puede obtenerse la relación inversa que permite calcular las velocidades articulares partiendo de las del extremo.

$$\begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \vdots \\ \dot{q}_n \end{bmatrix} = J^{-1} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \\ \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \\ \dot{\gamma} \end{bmatrix}$$

Este planteamiento sencillo, es en la práctica de difícil realización, por lo que por su complejidad es un procedimiento inviable.

Como segunda alternativa puede plantearse la evaluación numérica de la matriz J para una configuración (q_i) concreta del robot.

Evidencia (firma)

