09/
enero/
2019

# Herramientas matemáticas para la localización espacial

Resumen capitulo 3 – Tarea 2


**8°B** T/M

**ASIGNATURA:** CINEMÁTICA DE ROBOTS

**PROFESOR:** ENRIQUE MORÁN GARABITO

**ALUMNO:** MARCO ANTONIO LOZANO OCHOA

UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE LA ZONA METROPOLITANA DE GUADALAJARA | **Ingeniería mecatrónica**

**Representación de la posición.**

Para localizar un cuerpo rígido en el espacio es necesario contar con una herramienta que permita la localización espacial de sus puntos.

La forma más intuitiva y utilizada de especificar la posición de un punto son coordenadas cartesianas.

**Sistema cartesiano de referencia.**
Normalmente los sistemas de referencia se definen mediante ejes perpendiculares entre si con un origen definido.

**Coordenadas cartesianas.**

En un sistema coordenado 0XY en el que se tiene un punto asociado por un vector p(x,y), la posición del extremo del vector p esta caracterizado por las 2 componentes (x,y), denominadas coordenadas cartesianas del vector.

**Coordenadas polares y cilíndricas.**

Es posible la localización de un punto o vector p utilizando las denominadas coordenadas polares p(r,$\theta$), en donde r representa la distancia desde el origen 0 del sistema hasta el extremo del punto p, mientras que $\theta$ es el ángulo que forma el vector eje el eje 0X.

En el caso de trabajar en 3 dimensiones, un vector p podrá expresarse mediante las coordenadas cilíndricas p(r, $\theta$,z). Las componentes r y $\theta$ tienen el mismo significado, mientras que la componente z expresa la proyección sobre el 0Z del vector p.

**Coordenadas esféricas.**

En este sistema de coordenada, el vector p tendrá como coordenadas esféricas (r, $\theta, \phi$), donde la componente $\phi$ es el ángulo formado por el vector p con el eje 0Z.

**Matrices de rotación.**

Son el método mas extendido para la descripción de orientaciones, debido a la comodidad que proporciona el uso del algebra matricial.

Realizando una sencilla serie de transformaciones se puede llegar a la siguiente equivalencia:

$$\begin{bmatrix} P_x \\ P_y \end{bmatrix} = R \begin{bmatrix} P_u \\ P_v \end{bmatrix}$$

Donde:

$$R = \begin{bmatrix} i_x i_u & i_x j_v \\ j_y i_u & j_y j_v \end{bmatrix}$$

Es la llamada de rotación.

**Ángulos de Euler.**

Todo sistema 0UVW solidario al cuerpo cuya orientación se quiere describir, puede definirse con respecto al sistema 0XYZ mediante 3 ángulos: $\phi, \theta, \psi$, denominados ángulos de Euler.

**Coordenadas y matrices homogéneas.**

La representación mediante coordenadas homogéneas de la localización de sólidos en un espacio n-dimensional se realiza a través de coordenadas de un espacio (n+1)-dimensional.

Es decir, un espacio n-dimensional se encuentra representado en coordenadas homogéneas por (n+1) dimensiones, de tal forma que un vector p(x,y,z), vendrá representado por (wx,wy,wz,w), donde w tiene un valor arbitrario y representa un factor de escala.

Se define como matriz de transformación homogénea T a una matriz de dimensión 4*4 que representa la transformación de un vector de coordenadas homogéneas de un sistema de coordenadas a otro.

$$T = \begin{bmatrix} R_{3*3} & P_{3*1} \\ F_{1*3} & W_{1*1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Rotación & Traslación \\ Perspectiva & Escalado \end{bmatrix}$$

La traslación y la rotación son transformaciones que se realizan en relación a un sistema de referencia. Si se quiere expresar la posición y orientación de un sistema 0´UVW, originalmente coincidente con el de referencia y que ha sido rotado y trasladado según éste, habrá que tener en cuenta si primero se ha realizado la rotación y después la traslación o viceversa, pues se trata de transformaciones espaciales no conmutativas.

Para las aplicaciones en robótica de las matrices homogéneas, se supone que no existe ninguna transformación de perspectiva y que el escalado es siempre unitario.

**Composición de matrices homogéneas.**

Una transformación compleja podrá descomponerse en la aplicación consecutiva de transformaciones simples (giros básicos y traslaciones).

Debido a que el producto de matrices no es conmutativo, tampoco lo es la composición de transformaciones. Si se invierte el orden de aplicaciones de las transformaciones, el resultado es, lógicamente, distinto.

**Gráficos de transformación.**

Es frecuente encontrar situaciones en la que la localización espacial de un objeto o de su sistema de referencia asociado pueda realizarse a través de la composición de diversas transformaciones distintas.

**Algebra de cuaternios.**

Un cuaternio esta formado por 4 componentes (q0,q1,q2,q3) que representan las coordenadas del cuaternio en una base (e,i,j,k).

Sobre los elementos de la base se definen una ley de la composición interna (producto), según esto se forman en los cuaternios un grupo cíclico de orden 4.

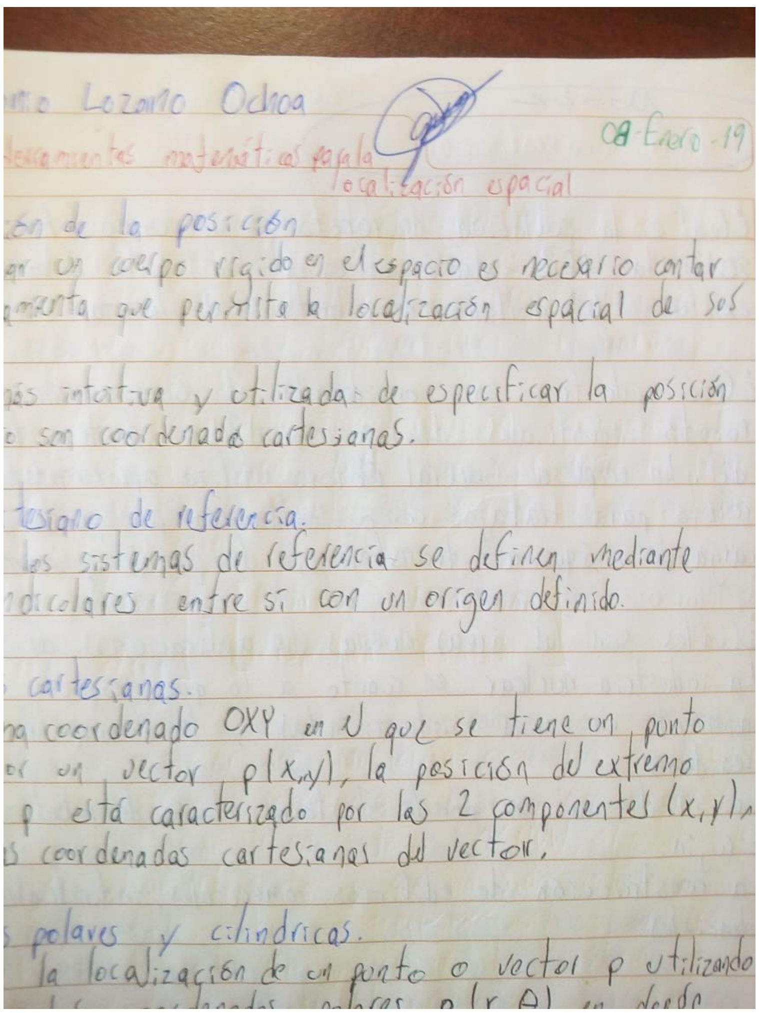
A todo cuaternio Q se le puede asociar un conjugado Q', en el que se mantiene el signo de la parte escalar y se invierte el de la vectorial.

Las propiedades expuestas propician el uso de los cuaternios para la representación y composición de rotaciones. Para ello, primeramente, se decide aquel cuaternio que represente un giro de valor $\theta$ sobre un eje k como:

$$Q = Rot(k, \theta) = (\cos\frac{\theta}{2}, k\ sen\frac{\theta}{2})$$

Es importante tener en cuenta el orden de multiplicación, pues como se ha mencionado, el producto de cuaternios no es conmutativo.

**Evidencia**


o Lozano Ochoa
erramientas matemáticas para la localización espacial
08-Enero-19
ón de la posición
ar un cuerpo rígido en el espacio es necesario contar
amienta que permita la localización espacial de sus
ás intuitiva y utilizada de especificar la posición
son coordenadas cartesianas.
esiano de referencia.
los sistemas de referencia se definen mediante
diculares entre sí con un origen definido.
cartesianas.
na coordenado OXY en el que se tiene un punto
or un vector p(x,y), la posición del extremo
p está caracterizado por las 2 componentes (x,y),
s coordenadas cartesianas del vector.
s polares y cilíndricas.
la localización de un punto o vector p utilizando