08/abril/2019

Universidad Politécnica de la Zona Metropolitana de Guadalajara --- **Ingeniería mecatrónica**

8°B T/M

Asignatura: Cinemática de robots

Profesor: Carlos Enrique Morán Garabito

Alumno: ***Lozano Ochoa Marco Antonio***

Apuntes

Marco Antonio Lozano Ochoa
07 Ene 19

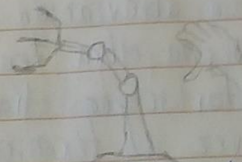
Trabajo de investigación

¿Qué es un robot? Un robot manipulador industrial es una máquina manipuladora con varios grados de libertad controlada automáticamente, reprogramable y de múltiples usos, pudiendo estar en un lugar fijo o móvil para su empleo en aplicaciones industriales.

Los robots son máquinas en las que se integran componentes mecánicos, eléctricos, electrónicos y de comunicaciones, y dotadas de un sistema informático para su control en tiempo real, percepción del entorno y programación.

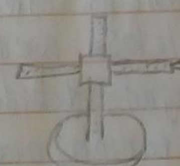
Aplicaciones típicas: Manipulación de objetos, reposicionamiento, pulido, montado, atornillado, soldadura.

Cartesiano



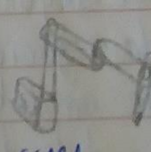
Telemanipulador

¿Cuáles son los tipos de robots?



Cilíndrico

Paralelo



SCARA (mixto)

Polar

¿Cuáles son las diferencias entre un robot industrial y una máquina-herramienta CNC? Una de las diferencias entre estos dos tipos de manipuladores es la función que es capaz de desempeñar cada una, ya que un CNC no es capaz de cambiar la posición de un objeto.

¿Cómo debe decidirse el tipo de robot para un trabajo determinado? Dependiendo de la complejidad de la función a realizar y la precisión con la que se requiere que este actúe, debido a las alternativas de sus respectivas articulaciones principalmente.

¿Qué es R.U.R.? La abreviación corresponde a Rossum's Universal Robots, es una obra teatral de 1921 creada por el novelista y autor checo Karel Capek en donde aparece por primera vez el término robot.

Diferencias entre robots seriales y paralelos: Los robots paralelos pueden cambiar los grados de libertad que manejan debido a su arquitectura, llegan a tener mayor aceleración que un robot serial y pueden poseer diferentes tipos de articulaciones.

¿Cuáles son los problemas de seguridad en el uso de robo[t]
Los principales problemas de seguridad son el de la coli sión que puede ocurrir entre un robot y un hombre, deb[ido] a la falta de sensores que detecten a la persona, ade[más] de un posible aplastamiento debido a lo mismo.

Nombre

¿Cuál es la población de robots en el mundo? Al año de 2017, la IFR calculó en su estudio World Robotics que existen 1.63 millones de robots en el planeta.

¿Qué industria es considerada el usuario más grande de robots industriales de tipo serial? La industria del automovil. La empresa General Motors utiliza aproximadamente 16000 robots para trabajos como soldadora por puntos, pintura, carga de máquinas, transferencia de piezas y montaje.

¿Cuáles son las áreas nuevas de aplicaciones de robots?
La industria nuclear en cuanto a lo que respecta el mantemimiento en zonas contaminadas y la manipulación de residuos.
La medicina en donde destaca el uso de robots en la cirujía.
La construcción de edificios comerciales, industriales o residenciales.

Marco Antonio Lozano Ochoa

Resumen.
Capítulo 3: Herramientas matemáticas para la localización espacial

Representación de la posición

Para localizar un cuerpo rígido en el espacio es necesario contar con una herramienta que permita la localización espacial de sus puntos.
La forma más intuitiva y utilizada de especificar la posición de un punto son coordenadas cartesianas.

Sistema cartesiano de referencia.

Normalmente los sistemas de referencia se definen mediante ejes perpendiculares entre sí con un origen definido

Coordenadas cartesianas.

En un sistema coordenado OXY en el que se tiene un punto asociado por un vector $p(x,y)$, la posición del extremo del vector p está caracterizado por las 2 componentes (x,y), denominadas coordenadas cartesianas del vector.

Coordenadas polares y cilíndricas.

Es posible la localización de un punto o vector p utilizando las denominadas coordenadas polares $p(r,\theta)$, en donde r representa la distancia desde el origen O del sistema hasta el extremo del punto p, mientras que θ es el ángulo que forma el vector p con el eje OX.
En el caso de trabajar en 3 dimensiones, un vector p podrá expresarse mediante las coordenadas cilíndricas $p(r,\theta,z)$. Las componentes r y θ tienen el mismo significado, mientras que la componente z expresa la proyección sobre el eje OZ del vector p.

Coordenadas esféricas.

En este sistema de coordenadas, el vector p tendrá como coordenadas esféricas (r, θ, ϕ), donde la componente ϕ es el ángulo formado por el vector p con el eje OZ.

Matrices de rotación.

Son el método más extendido para la descripción de orientaciones, debido a la comodidad que proporciona el uso del álgebra matricial.

Realizando una sencilla serie de transformaciones se puede llegar a la siguiente equivalencia:

$$\begin{bmatrix} P_x \\ P_y \end{bmatrix} = R \begin{bmatrix} P_u \\ P_v \end{bmatrix}$$

donde:

$$R = \begin{bmatrix} i_x i_u & i_x j_v \\ j_y i_u & j_y j_v \end{bmatrix}$$

es la llamada matriz de rotación.

Ángulos de euler.

Todo sistema OUVW solidario al cuerpo cuya orientación se quiere describir, puede definirse con respecto al sistema OXYZ mediante 3 ángulos: ϕ, θ, ψ, denominados ángulos de euler.

Coordenadas y matrices homogeneas.

La representación mediante coordenadas homogeneas de la localización de sólidos en un espacio n-dimensional se realiza a través de coordenadas de un espacio (n+1)-dimensional

Es decir, un espacio n-dimensional se encuentra representado en coordenadas homogeneas por (n+1) dimensiones, de tal forma que un vector p (x, y, z), vendrá representado por p (wx, wy, wz, w), donde w tiene un valor arbitrario y representa un factor de escala.
Se define como matriz de transformación homogénea T a una matriz de dimensión 4x4 que representa la transformación de un vector de coordenadas homogeneas de un sistema de coordenadas a otro.

$$T = \begin{bmatrix} R_{3x3} & P_{3x1} \\ f_{1x3} & W_{1x1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{Rotación} & \text{Traslación} \\ \text{Perspectiva} & \text{Escalado} \end{bmatrix}$$

La traslación y la rotación son transformaciones que se realizan en relación a un sistema de referencia. Si se quiere expresar la posición y orientación de un sistema O'UVW, originalmente coincidente con el de referencia y que ha sido rotado y trasladado según éste, habrá que tener en cuenta si primero se ha realizado la rotación y después la traslación o viceversa, pues se trata de transformaciones espaciales no conmutativas.

Para las aplicaciones en robótica de las matrices homogéneas, se supone que no existe ninguna transformación de perspectiva y que el escalado es siempre unitario.

Composición de matrices homogéneas

Una transformación compleja podrá descomponerse en la aplicación consecutiva de transformaciones simples (giros básicos y traslaciones).
Debido a que el producto de matrices no es conmutativo, tampoco lo es la composición de transformaciones. Si se invierte el orden de aplicación de las transformaciones, el resultado es, lógicamente, distinto.

Gráficos de transformación

Es frecuente encontrar situaciones en las que la localización espacial de un objeto o de su sistema de referencia asociado, pueda realizarse a través de la composición de diversas transformaciones distintas.

Álgebra de cuaternios.

Un cuaternio está formado por 4 componentes (q_0, q_1, q_2, q_3) que representan las coordenadas del cuaternio en una base (e, i, j, k).
Sobre los elementos de la base se define una ley de composición interna (producto) según esto se forman en los cuaternios un grupo cíclico de orden 4.

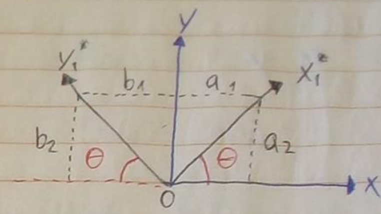
A todo cuaternio Q se le puede asociar un conjugado Q', en el que se mantiene el signo de la parte escalar y se invierte el de la vectorial.

Las propiedades expuestas propician el uso de los cuaternios para la representación y composición de rotaciones. Para ello, primeramente se decide aquel cuaternio que represente un giro de valor θ sobre un eje k como:

$$Q = Rot(k, \theta) = \left(\cos\frac{\theta}{2}, k \operatorname{sen}\frac{\theta}{2}\right)$$

Es importante tener en cuenta el orden de multiplicación, pues como se ha mencionado, el producto de cuaternios no es conmutativo.

15-Ene-19



X_1 con relación a X; $a_1 = |X_1| \operatorname{Cos}\theta \rightarrow (X_1, X)$

X_1 con relacion a Y; $a_2 = |X_1| \operatorname{Sen}\theta \rightarrow (X_1, Y)$

Y_1 con relación a X; $-b_2 = |Y_1| \operatorname{Cos}(\theta+90) = -|Y_1| \operatorname{Sen}\theta \rightarrow (Y_1, X)$

Y_1 con relación a Y; $b_2 = |Y_1| \operatorname{Sen}(\theta+90) = Y_1 \operatorname{Cos}\theta \rightarrow (Y_1, Y)$

$$X_1^0 = \begin{bmatrix} \operatorname{Cos}\theta \\ \operatorname{Sen}\theta \end{bmatrix} \qquad Y_1^0 \begin{bmatrix} \operatorname{Cos}(\theta+90) \\ \operatorname{Sen}(\theta+90) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\operatorname{Sen}\theta \\ \operatorname{Cos}\theta \end{bmatrix}$$

$$R_1^0 = \left[X_1^0 \,,\, Y_1^0\right] = \begin{bmatrix} \operatorname{Cos}\theta & -\operatorname{Sen}\theta \\ \operatorname{Sen}\theta & \operatorname{Cos}\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (X_1, X_0) & (Y_1, X_0) \\ (X_1, Y_0) & (Y_1, Y_0) \end{bmatrix}$$

Para 3 ejes

$$\begin{bmatrix} (X_1, X_0) & (Y_1, X_0) & (Z_1, X_0) \\ (X_1, Y_0) & (Y_1, Y_0) & (Z_1, Y_0) \\ (X_1, Z_0) & (Y_1, Z_0) & (Z_1, Z_0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \operatorname{Cos}\theta & -\operatorname{Sen}\theta \\ 0 & \operatorname{Sen}\theta & \operatorname{Cos}\theta \end{bmatrix} \text{ en } X$$

$$\begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & \sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\theta & 0 & \cos\theta \end{bmatrix} \quad \text{en } y$$

$$\begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{en } z$$

Marco Antonio Lozano Ochoa

21-Ene-19

Matrices homogéneas

$$T = \begin{bmatrix} R_{3x3} & P_{3x1} \\ f_{1x3} & W_{1x1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [\text{Rotación}] & [\text{Punto } x/z] \\ [\text{Perspectiva (ceros)}] & [\text{Escalado}] \end{bmatrix}$$

Tarea: Rotar: $x \to 60°$ $y \to 70°$ $z \to 10°$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \text{Cos}\,60° & -\text{Sen}\,60° \\ 0 & \text{Sen}\,60° & \text{Cos}\,60° \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \text{Cos}\,70° & 0 & \text{Sen}\,70° \\ 0 & 1 & 0 \\ -\text{Sen}\,70° & 0 & \text{Cos}\,70° \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} \text{Cos}\,70° & 0 & \text{Sen}\,70° \\ -\text{Sen}\,60° \cdot (-\text{Sen}\,70°) & \text{Cos}\,60° & -\text{Sen}\,60° \cdot \text{Cos}\,70° \\ \text{Cos}\,60° \cdot (-\text{Sen}\,70°) & \text{Sen}\,60° & \text{Cos}\,60° \cdot \text{Cos}\,70° \end{bmatrix} \to [\;] \begin{bmatrix} \text{Cos}\,10° & -\text{Sen}\,10° & 0 \\ \text{Sen}\,10° & \text{Cos}\,10° & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} \text{Cos}\,70° \cdot \text{Cos}\,10° & \text{Cos}\,70° \cdot (-\text{Sen}\,10°) \\ -\text{Sen}\,60° \cdot (-\text{Sen}\,70°) \cdot \text{Cos}\,10° + \text{Cos}\,60° \cdot \text{Sen}\,10° & -\text{Sen}\,60° \cdot (-\text{Sen}\,70°) \cdot (-\text{Sen}\,10°) + \text{Cos}\,60° \cdot \text{Cos}\,10° \\ \text{Cos}\,60° \cdot (-\text{Sen}\,70°) \cdot \text{Cos}\,10° + \text{Sen}\,60° \cdot \text{Sen}\,10° & \text{Cos}\,60° \cdot (-\text{Sen}\,70°) \cdot (-\text{Sen}\,10°) + \text{Sen}\,60° \cdot \text{Cos}\,10° \end{bmatrix} \to$$

$$\to \begin{bmatrix} \text{Sen}\,70° \\ -\text{Sen}\,60° \cdot \text{Cos}\,70° \\ \text{Cos}\,60° \cdot \text{Cos}\,70° \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.3368 & -0.0593 & 0.9396 \\ 0.8882 & 0.3510 & -0.2961 \\ -0.3123 & 0.9344 & 0.1710 \end{bmatrix}$$

Rotar: $x \to 40°$ $y \to 10°$ $x \to 50°$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & C40 & -S40 \\ 0 & S40 & C40 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} C10 & 0 & S10 \\ 0 & 1 & 0 \\ -S10 & 0 & C10 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & C50 & -S50 \\ 0 & S50 & C50 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 0.9848 & 0.1330 & 0.1116 \\ 0.1116 & 0.0075 & -0.9937 \\ -0.1330 & 0.9911 & -0.0075 \end{bmatrix}$$

Rotar: $x \to 20°$ $z \to 18°$ $x \to 30°$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & C20 & -S20 \\ 0 & S20 & C20 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} C18 & -S18 & 0 \\ S18 & C18 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & C30 & -S30 \\ 0 & S30 & C30 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 0.9511 & -0.2676 & 0.1545 \\ 0.2904 & 0.6030 & -0.7430 \\ 0.1057 & 0.7515 & 0.6512 \end{bmatrix}$$

Scribe

Rotar: $x \rightarrow 30°$ $z \rightarrow 10°$ $y \rightarrow 30°$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & C30 & -S30 \\ 0 & S30 & C30 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C10 & -S10 & 0 \\ S10 & C10 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C30 & 0 & S30 \\ 0 & 1 & \\ -S30 & 0 & C30 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 0.8529 & -0.1736 & 0.4924 \\ 0.3802 & 0.8529 & -0.3578 \\ -0.3578 & 0.4924 & 0.7934 \end{bmatrix}$$

Rotar: $y \rightarrow 30°$ $z \rightarrow 10°$ $x \rightarrow 30°$

$$\begin{bmatrix} C30 & 0 & S30 \\ 0 & 1 & \\ -S30 & 0 & C30 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C10 & -S10 & 0 \\ S10 & C10 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & C30 & -S30 \\ 0 & S30 & C30 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 0.8529 & 0.1198 & 0.5082 \\ 0.1736 & 0.8529 & -0.4924 \\ -0.4924 & 0.5082 & 0.7066 \end{bmatrix}$$

Marco Antonio Lozano Ochoa 23-Ene-19

Algoritmo de Denavit-Hartenberg para la obtención del modelo cinemático directo

D-H 1. Se numeran los eslabones del brazo, comenzando con 0 al de la base fija y con 1 al primer eslabón móvil del brazo.

D-H 2. Se numeran las articulaciones del brazo comenzando por 1, hasta llegar a las n articulaciones del brazo.

D-H 3. Se localizan los ejes de las articulaciones, donde si la articulación es rotativa el eje será el mismo que su sentido de giro, pero si es prismática el eje se tomará por toda la distancia de desplazamiento.

D-H 4. Se colocan los sistemas de coordenadas de referencia de cada articulación, empezando con Z_0 en la primera articulación.

D-H 5. Se coloca el origen en cualquier punto del eje Z_0. Los ejes X_0 y Y_0 tienen que formar un sistema dextrógiro. que es?

D-H 6. Nombrar los sistemas de eslabones $\{S_i\}$ como Z_i desde el primer eslabón.

D-H 7. Colocar X_i entre el eje designado Z_{i-1} y Z_i.

D-H 8. Colocar Y_i en forma que el giro se oriente a la derecha entre los ejes X_i y Z_i.

D-H 9. Colocar el último sistema $\{S_n\}$ en el extremo del robot Z_n haciéndolo coincidir con Z_{n-1} y X_n.

D-H 10. Obtener el ángulo θ de la primer articulación de forma que gire por Z_{i+1} y que esté paralelo X_{i+1} y X_i.

D-H 11. Obtener la primer distancia entre la primer articulación y el segundo eslabon a lo largo de Z_{i-1}.

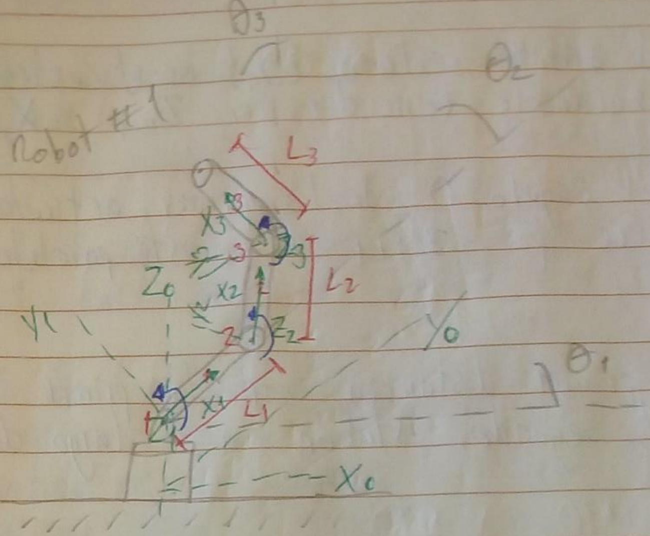
D-H 12. Se obtiene a_i como la distancia a lo largo de X_i de modo que haga coincidir los sistema $\{S_{i-1}\}$ y $\{S_i\}$.

D-H 13. Obtener el ángulo α que se gira en torno a X_i en donde ahora coincidirían totalmente los sistemas $\{S_{i-1}\}$ y $\{S_i\}$.

D-H 14. Calcular las matrices de transformación desde ${}^{i-1}A_i$.

D-H 15. Calcular las matrices de transformación hasta el extremo del brazo.

D-H 16. Definir la orientación y posición de las matrices de transformación.



a_{i-1} → distancia de Z_{i-1} a Z_i → a lo largo del eje X_{i-1}

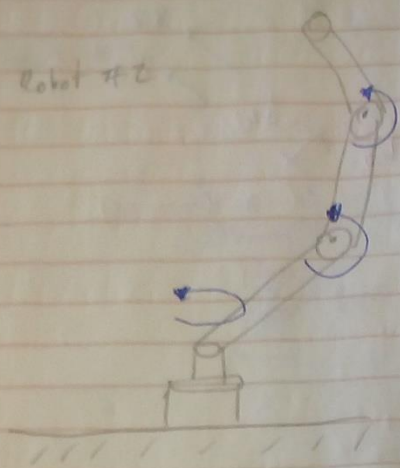
α_{i-1} → ángulo entre Z_{i-1} y Z_i → con respecto al eje X_{i-1}

d_i → distancia de X_{i-1} a X_i → a lo largo del eje Z_i

θ_i → ángulo entre X_{i-1} y X_i → con respecto a Z_i

i	a_{i-1}	α_{i-1}	d_i	θ_i
1	0	-90	0	θ_1
2	L_1	0	0	θ_2
3	L_2	0	0	θ_3

Robot #2

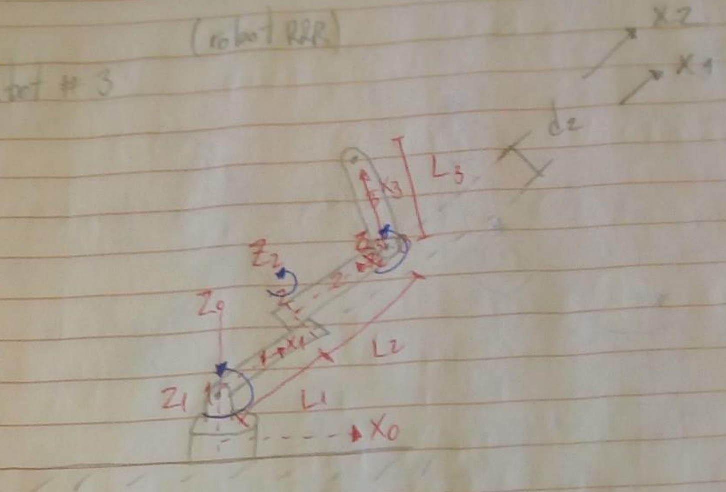


i	a_{i-1}	α_{i-1}	d_i	Θ_1
1	0	0	0	Θ_1
2	L_1	-90	0	Θ_2
3	L_2	0	0	Θ_3

Ma

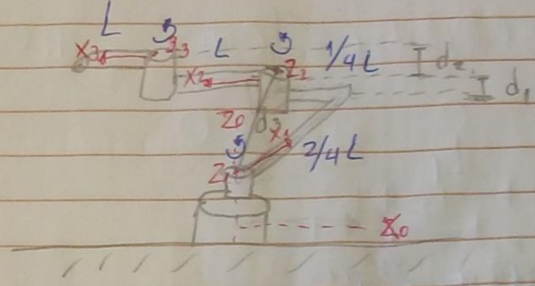
(robot RRR)

Robot # 3



i	a_{i-1}	α_{i-1}	d_i	θ_i
1	0	-90	0	θ_1
2	L_1	90	d_2	θ_2
3	L_2	-90	0	θ_3

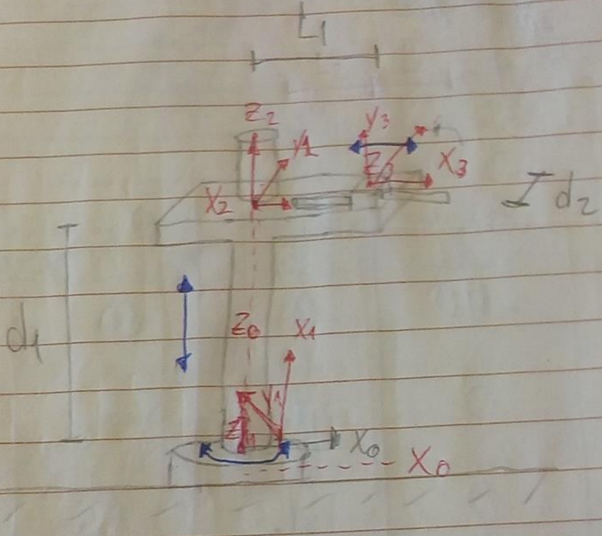
Robot #4



i	a_{i-1}	α_{i-1}	d_i	θ_i
1	0	-90	0	θ_1
2	3/4 L	0	d_3	θ_2
3	L	0	d_2	θ_3

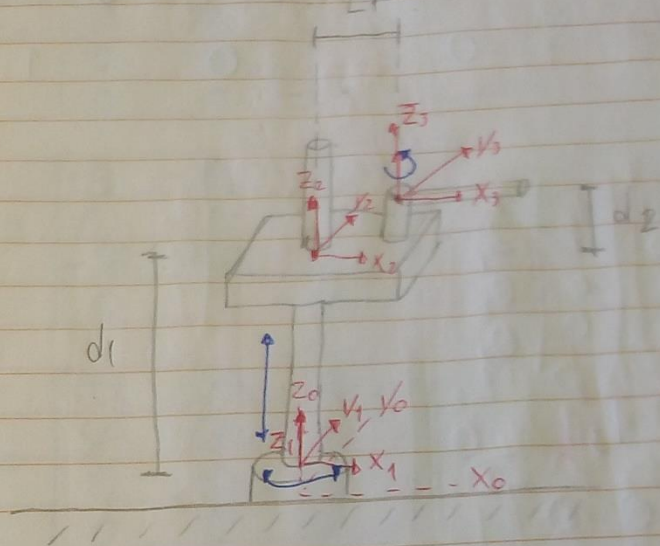
Marco Antonio Lozano Ochoa
Tarea

Robot # 5 (RPP)



i	a_{i-1}	α_{i-1}	d_i	θ_i
1	0	0	0	θ_1
2	0	0	d_1	0
3	L_1	-90	d_2	0

Robot # 6 (RPA).



i	a_{i-1}	α_{i-1}	d_i	θ_i
1	0	0	0	θ_1
2	0	0	d_1	0
3	L_1	0	d_2	θ_2

Marco Antonio Lozano Ochoa

12 Feb 19

Cálculo de matrices homogéneas

$$T_i^{i-1} = \begin{bmatrix} C\theta_i & -S\theta_i & 0 & a_{i-1} \\ S\theta_i C\alpha_{i-1} & C\theta_i C\alpha_{i-1} & -S\alpha_{i-1} & -d_i S\alpha_{i-1} \\ S\theta_i S\alpha_{i-1} & C\theta_i S\alpha_{i-1} & C\alpha_{i-1} & d_i C\alpha_{i-1} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Robot 4.1

i	a_{i-1}	α_{i-1}	d_i	θ_i
1	0	-90	0	θ_1
2	L_1	0	0	θ_2
3	L_2	0	0	θ_3

$$T_3^0 = T_1^0 \, T_2^1 \, T_3^2$$

$$T_1^0 = \begin{bmatrix} C\theta_1 & -S\theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -S\theta_1 & -C\theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_2^1 = \begin{bmatrix} C\theta_2 & -S\theta_2 & 0 & L_1 \\ S\theta_2 & C\theta_2 & 0 & 0 \\ 0 & C\theta_2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad T_3^2 = \begin{bmatrix} C\theta_3 & -S\theta_3 & 0 & L_2 \\ S\theta_3 & C\theta_3 & 0 & 0 \\ 0 & C\theta_3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Robot #2

i	a_{i-1}	α_{i-1}	d_i	θ_i
1	0	0	0	θ_1
2	L_1	-90	0	θ_2
3	L_2	0	0	θ_3

$$T_1^0 = \begin{bmatrix} C\theta_1 & -S\theta_1 & 0 & 0 \\ S\theta_1 & C\theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_2^1 = \begin{bmatrix} C\theta_2 & -S\theta_2 & 0 & L_1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -S\theta_2 & -C\theta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_3^2 = \begin{bmatrix} C\theta_3 & -S\theta_3 & 0 & L_2 \\ S\theta_3 & C\theta_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_3^0 = \begin{bmatrix} C\theta_1 C\theta_2 C\theta_3 - C\theta_1 S\theta_2 S\theta_3, & -C\theta_1 C\theta_2 S\theta_3 - C\theta_1 C\theta_3 S\theta_2, & -S\theta_1, & L_1 C\theta_1 + L_2 C\theta_1 C\theta_2 \\ C\theta_2 C\theta_3 S\theta_1 - S\theta_1 S\theta_2 S\theta_3, & -C\theta_2 S\theta_1 S\theta_3 - C\theta_3 S\theta_1 S\theta_2, & C\theta_1, & L_1 S\theta_1 + L_2 C\theta_2 S\theta_1 \\ -C\theta_2 S\theta_3 - C\theta_3 S\theta_2, & S\theta_2 S\theta_3 - C\theta_2 C\theta_3 & 0, & -L_2 S\theta_2 \\ 0, & 0, & 0, & 1 \end{bmatrix}$$

Robot #3

i	a_{i-1}	α_{i-1}	d_i	θ_i
1	0	-90	0	θ_1
2	L_1	90	d_2	θ_2
3	L_2	-90	0	θ_3

$$T_1^0 = \begin{bmatrix} C\theta_1 & -S\theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -S\theta_1 & -C\theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_2^1 = \begin{bmatrix} C\theta_2 & -S\theta_2 & 0 & L_1 \\ 0 & 0 & -1 & -d_2 \\ S\theta_2 & C\theta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_3^2 = \begin{bmatrix} C\theta_3 & -S\theta_3 & 0 & L_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -S\theta_3 & -C\theta_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Robot #4

i	a_{i-1}	α_{i-1}	d_i	θ_i
1	0	-90	0	θ_1
2	3/4 L	0	d_3	θ_2
3	L	0	d_2	θ_3

$$T_1^0 = \begin{bmatrix} C\theta_1 & -S\theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -S\theta_1 & -C\theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_2^1 = \begin{bmatrix} C\theta_2 & -S\theta_2 & 0 & 3/4L \\ S\theta_2 & C\theta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_3^2 = \begin{bmatrix} C\theta_3 & -S\theta_3 & 0 & L \\ S\theta_3 & C\theta_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Robot #5

i	a_{i-1}	α_{i-1}	d_i	θ_i
1	0	0	0	θ_1
2	0	0	d_1	0
3	L_1	-90	d_2	0

$$T_1^0 = \begin{bmatrix} C\theta_1 & -S\theta_1 & 0 & 0 \\ S\theta_1 & C\theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_2^1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_3^2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & L_1 \\ 0 & 0 & -1 & d_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Robot #6

i	a_{i-1}	α_{i-1}	d_i	θ_i
1	0	0	0	θ_1
2	0	0	d_1	0
3	L_1	0	d_2	θ_2

$$T_1^0 = \begin{bmatrix} C\theta_1 & -S\theta_1 & 0 & 0 \\ S\theta_1 & C\theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_2^1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_3^2 = \begin{bmatrix} C\theta_2 & -S\theta_2 & 0 & L_1 \\ S\theta_2 & C\theta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Marco Antonio Lozano Ochoa 19-Feb-19

Cinemática inversa

El objetivo del problema cinemático inverso consiste en encontrar los valores que deben adoptar las coordenadas articulares del robot $q = [q_1, q_2, ..., q_n]^T$ para que su extremo se posicione y oriente según una determinada localización espacial.
A la hora de resolver el problema cinemático inverso es mucho más adecuado encontrar una solución cerrada. Esto es, encontrar una relación matemática explícita de la forma:

$$q_k = f_k(x, y, z, \alpha, \beta, \gamma)$$

$$k = 1 \ldots n \quad (GDL)$$

Resolución del problema cinemático inverso por métodos geométricos.

Este procedimiento es adecuado para robots de pocos grados de libertad.
El procedimiento se basa en encontrar suficiente número de relaciones geométricas en las que intervendrán las coordenadas del extremo del robot, sus coordenadas articulares y las dimensiones físicas de sus elementos.
El ángulo de la primera variable articular q_1 se obtiene:

$$q_1 = \arctg\left(\frac{P_y}{P_x}\right)$$

el de q_3:

$$q_3 = \arctg\left(\frac{\pm\sqrt{1-\cos^2 q_3}}{\cos q_3}\right)$$

en donde según el signo de la raíz de la ecuación determinará

Scribe

la configuración de codo arriba o abajo del brazo.
q_2 se obtiene:

$$q_2 = \beta - \alpha$$

siendo:

$$\beta = \arctg\left(\frac{P_z}{r}\right) = \arctg\left(\frac{P_z}{\pm\sqrt{P_x^2 + P_y^2}}\right)$$

$$\alpha = \arctg\left(\frac{l_3 \operatorname{sen} q_3}{l_2 + l_3 \cos q_3}\right)$$

quedando:

$$q_2 = \arctg\left(\frac{P_z}{\pm\sqrt{P_x^2 - P_y^2}}\right) - \arctg\left(\frac{l_3 \operatorname{sen} q_3}{l_2 + l_3 \cos q_3}\right)$$

Resolución del problema cinemático inverso a partir de la matriz de transformación homogénea.

El primer paso es obtener la matriz T que relaciona el sistema de referencia $\{S_0\}$ asociado a la base con el sistema de referencia $\{S_3\}$ asociado a su extremo.
Luego se necesita obtener las inversas de las matrices, ${}^{i-1}A_i$:

$$\begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & p_x \\ n_y & o_y & a_y & p_y \\ n_z & o_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} n_x & n_y & n_z & -n^T p \\ o_x & o_y & o_z & -o^T p \\ a_x & a_y & a_z & -a^T p \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$q_1 = \arctan\left(\frac{p_x}{p_y}\right)$$

$$q_2 = \arctan \frac{\sqrt{p_x^2+p_y^2}}{l_1 - p_z}$$

$$q_3 = C_2(p_z - l_1) - S_2\sqrt{p_x^2+p_y^2}$$

Matriz jacobiana

La matriz jacobiana directa permite conocer las velocidades del extremo del robot a partir de los valores de las velocidad de cada articulación. Por su parte, la matriz jacobiana inversa permitirá conocer las velocidades articulares necesarias para obtener unas velocidades determinadas en el extremo del robot.

La matriz J se denomina matriz Jacobiana.

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \\ \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \\ \dot{\gamma} \end{bmatrix} = J \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \vdots \\ \vdots \\ \dot{q}_n \end{bmatrix} \quad \text{con} \quad J = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_x}{\partial q_1} & \cdots & \frac{\partial f_x}{\partial q_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_\gamma}{\partial q_1} & \cdots & \frac{\partial f_\gamma}{\partial q_1} \end{bmatrix}$$

Jacobiana inversa

Del mismo modo que se ha obtenido la relación directa que permite obtener las velocidades del extremo a partir de las velocidades articulares, puede obtenerse la relación inversa que permite calcular las velocidades articulares partiendo de las del extremo.

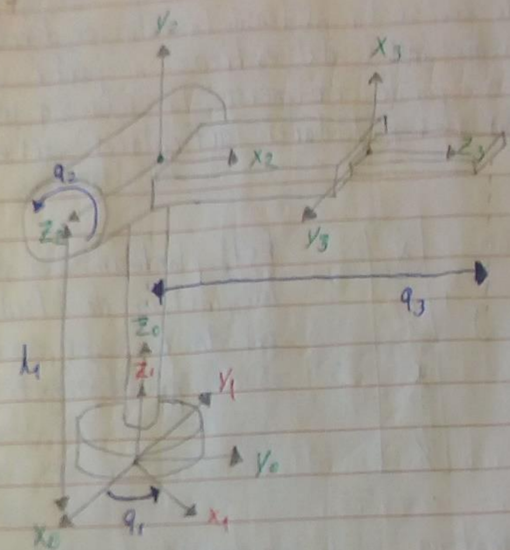
$$\begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \vdots \\ \dot{q}_n \end{bmatrix} = J^{-1} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \\ \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \\ \dot{\gamma} \end{bmatrix}$$

Este planteamiento sencillo, es en la práctica de difícil realización, por lo que por su complejidad es un procedimiento inviable.

Como segunda alternativa puede plantearse la evaluación numérica de la matriz J para una configuración (q_i) concreta del robot.

20 Feb 14

Robot # 7



i	a_{i-1}	α_{i-1}	d_i	θ_i
1	0	0	0	q_1
2	h_1	-90	0	q_2
3	0	90	q_3	90

$$T_3^0 = T_1^0 \, T_2^1 \, T_3^2$$

$$T_1^0 = \begin{bmatrix} C_{q_1} & -S_{q_1} & 0 & 0 \\ S_{q_1} & C_{q_1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_2^1 = \begin{bmatrix} C_{q_2} & -S_{q_2} & 0 & l_1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -S_{q_2} & -C_{q_2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_3^2 = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -90 & -q_3 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -S_{q_1} - C_{q_1} S_{q_2}, & -C_{q_1} C_{q_2}, & 90 C_{q_1} S_{q_2}, & L C_{q_1} + q_3 C_{q_1} S_{q_2} \\ C_{q_1} - S_{q_1} S_{q_2}, & -C_{q_2} S_{q_1}, & 90 S_{q_1} S_{q_2}, & L S_{q_1} + q_3 S_{q_1} S_{q_2} \\ -C_{q_2}, & S_{q_2}, & 90 C_{q_2}, & q_3 C_{q_2} \\ 0, & 0, & 0, & 1 \end{bmatrix}$$

Cinemática inversa

26-02-19

$$T_3^0 = T_1^0 T_2^1 T_3^2$$

$$T_1^0 = \frac{T_3^0}{T_3^2 \, T_2^1} \quad \therefore \quad T_1^0 = T_3^0 (T_3^2)^{-1} (T_2^1)^{-1}$$

$$\begin{array}{c} \qquad\quad R \qquad\quad P_{espacio} \\ T = \begin{bmatrix} [n & o & a] & [p] \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{array}$$

$$T = \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & p_x \\ n_y & o_y & a_y & p_y \\ n_z & o_z & a_z & p_z \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & 1 \end{bmatrix}$$

$$T^{-1} = \begin{bmatrix} n_x & n_y & n_z & -np \\ o_x & o_y & o_z & -op \\ a_x & a_y & a_z & -ap \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Scribe

$$J_{(q)} = \begin{bmatrix} J_v(q) \\ J_w(q) \end{bmatrix}$$

Método de propagación de velocidades

- Articulación rotacional

$$W_{i+1}^{i+1} = R_i^{i+1} w_i^i + \theta_{i+1} + Z_{i+1}^{i+1}$$

$$V_{i+1}^{i+1} = R_i^{i+1} + v_i^i + R_i^{i+1} [w_i^i \times r_{i+1}^i]$$

- Articulación prismática

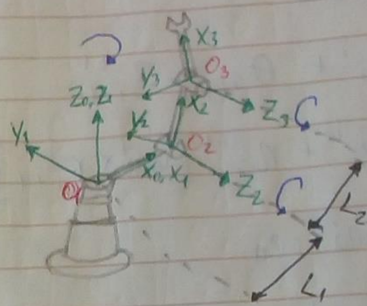
$$W_{i+1}^{i+1} = R_i^{i+1} W_i^i$$

$$V_{i+1}^{i+1} = R_i^{i+1} V_i^{i+1} + R_i^{i+1} [W_i^i \times r_{i+1}^i] + d_{i+1} Z_{i+1}^{i+1}$$

04-03-19

Método de propagación de velocidades

Aplicar el método de propagación de velocidades para determinar la velocidad angular y lineal del manipulador para el sistema de referencia {3}.
Además, expresar los mismos resultados en el sistema de referencia {0}.



Parámetros DH

i	α_{i-1}	a_{i-1}	d_i	θ_i
1	0	0	0	θ_1
2	90°	L_1	0	θ_2
3	0	L_2	0	θ_3

Matrices de transformación homogénea

$$T_1^0 = \begin{bmatrix} C_1 & -S_1 & 0 & 0 \\ S_1 & C_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad T_2^1 = \begin{bmatrix} C_2 & -S_2 & 0 & L_1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ S_2 & C_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad T_3^2 = \begin{bmatrix} C_3 & -S_3 & 0 & L_2 \\ S_3 & C_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_2^0 = \begin{bmatrix} C_1C_2 & -C_1S_2 & S_1 & L_1C_1 \\ S_1C_2 & -S_1S_2 & -C_1 & L_1S_1 \\ S_2 & C_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_3^0 = \begin{bmatrix} C_1C_{23} & -C_1S_{23} & S_1 & L_1C_1 + L_2C_1C_2 \\ S_1C_{23} & -S_1S_{23} & -C_1 & L_1S_1 + L_2S_1C_2 \\ S_{23} & C_{23} & 0 & L_2S_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Para aplicar el método de propagación de velocidades se comienza con $i = 0$.

$$\omega_1^1 = R_0^1 \omega_0^0 + \dot{\theta}_1 z_1^1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta}_1 \end{bmatrix}$$

$$v_1^1 = R_0^1 v_0^0 + R_0^1 [\omega_0^0 \times r_1^0] = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$i = 1$

$$\omega_2^2 = R_1^2 \omega_1^1 + \dot{\theta}_2 z_2^2$$

$$= \begin{bmatrix} C_2 & 0 & S_2 \\ -S_2 & 0 & C_2 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta}_1 \end{bmatrix} + \dot{\theta}_2 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_2\dot{\theta}_1 \\ C_2\dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix}$$

$$v_2^2 = R_1^2 v_1^1 + R_1^2 \left[w_1^1 \times r_2^1 \right]$$

$$= \begin{bmatrix} C_2 & 0 & S_2 \\ -S_2 & 0 & C_2 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \left[\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta}_1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} L_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \right]$$

$$= \begin{bmatrix} C_2 & 0 & S_2 \\ -S_2 & 0 & C_2 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -\dot{\theta}_1 & 0 \\ \dot{\theta}_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} C_2 & 0 & S_2 \\ -S_2 & 0 & C_2 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ L_1 \dot{\theta}_1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -L_1 \dot{\theta}_1 \end{bmatrix}$$

$i = 2$

$$w_3^3 = R_2^3 w_2^2 + \dot{\theta}_3 z_3^3$$

$$= \begin{bmatrix} C_3 & S_3 & 0 \\ -S_3 & C_3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_2 \dot{\theta}_1 \\ C_2 \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta}_3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \left[S_2 C_3 + C_2 S_3 \right] \\ \dot{\theta}_1 \left[C_2 C_3 - S_2 S_3 \right] \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 S_{23} \\ \dot{\theta}_1 C_{23} \\ \dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3 \end{bmatrix}$$

$$v_3^3 = R_2^3\, v_2^2 + R_2^3 \left[w_2^2 \times r_3^2 \right]$$

$$= \begin{bmatrix} C_3 & S_3 & 0 \\ -S_3 & C_3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -L_1\dot{\theta}_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_3 & S_3 & 0 \\ -S_3 & C_3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \left[\begin{bmatrix} S_2\dot{\theta}_1 \\ C_2\dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} L_2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \right]$$

$$= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -L_1\dot{\theta}_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_3 & S_3 & 0 \\ -S_3 & C_3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -\dot{\theta}_2 & C_2\dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 & 0 & -S_2\dot{\theta}_1 \\ -C_2\dot{\theta}_1 & S_2\dot{\theta}_1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -L_1\dot{\theta}_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_3 & S_3 & 0 \\ -S_3 & C_3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ L_2\dot{\theta}_2 \\ -L_2\dot{\theta}_1 C_2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ L_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_2\dot{\theta}_2 S_3 \\ L_2\dot{\theta}_2 C_3 \\ -L_2\dot{\theta}_1 C_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_2\dot{\theta}_2 S_3 \\ L_2\dot{\theta}_2 C_3 \\ -\dot{\theta}_1 [L_1 + L_2 C_2] \end{bmatrix}$$

Velocidades en el sistema {0}

$$v_3^0 = R_3^0\, v_3^3 = \begin{bmatrix} C_1C_{23} & -C_1S_{23} & S_1 \\ S_1C_{23} & -S_1S_{23} & -C_1 \\ S_{23} & C_{23} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_2\dot{\theta}_2 S_3 \\ L_2\dot{\theta}_2 C_3 \\ -\dot{\theta}_1 [L_1 + L_2C_2] \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} L_2\dot{\theta}_2 C_1 [S_3C_{23} - C_3S_{23}] - \dot{\theta}_1 [L_1S_1 + L_2S_1C_2] \\ L_2\dot{\theta}_2 S_1 [S_3C_{23} - C_3S_{23}] + \dot{\theta}_1 [L_1C_1 + L_2C_1C_2] \\ L_2\dot{\theta}_2 S_3 S_{23} + L_2\dot{\theta}_2 C_3 C_{23} \end{bmatrix}$$

$$
= \begin{bmatrix} -L_2 \dot{\theta}_2 C_1 S_2 - \dot{\theta}_1 [L_1 S_1 + L_2 S_1 C_2] \\ -L_2 \dot{\theta}_2 S_1 S_2 + \dot{\theta}_1 [L_1 C_1 + L_2 C_1 C_2] \\ L_2 \theta_2 S_3 S_{23} + L_2 \dot{\theta}_2 C_3 C_{23} \end{bmatrix}
$$

$$
= \begin{bmatrix} -L_2 \dot{\theta}_2 C_1 S_2 - \dot{\theta}_1 [L_1 S_1 + L_2 S_1 C_2] \\ -L_2 \dot{\theta}_2 S_1 S_2 + \dot{\theta}_1 [L_1 C_1 + L_2 C_1 C_2] \\ L_2 \dot{\theta}_2 C_2 \end{bmatrix}
$$

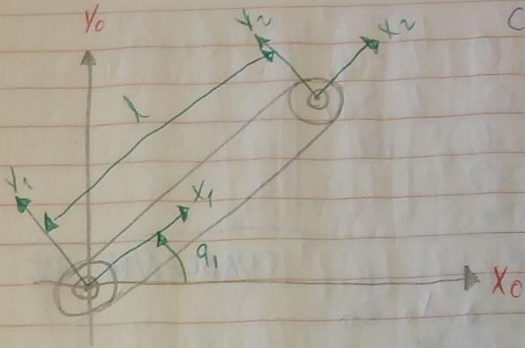
$$
\omega_3^0 = R_3^0 \omega_3^3
$$

$$
= \begin{bmatrix} C_1 C_{23} & -C_1 S_{23} & S_1 \\ S_1 C_{23} & -S_1 S_{23} & -C_1 \\ S_{23} & C_{23} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 S_{23} \\ \dot{\theta}_1 C_{23} \\ \dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3 \end{bmatrix}
$$

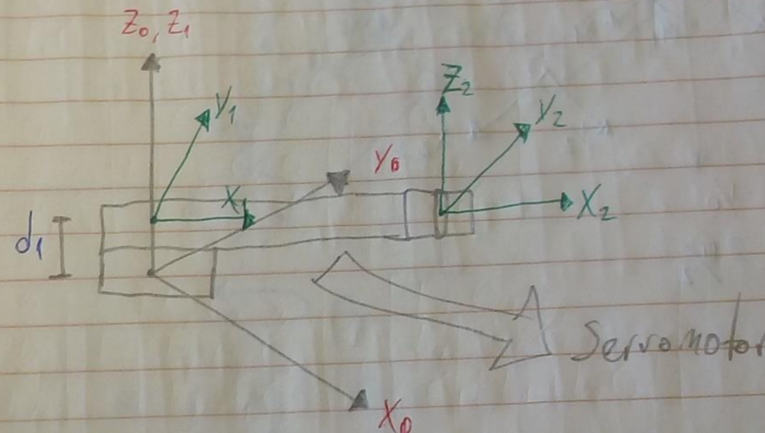
$$
= \begin{bmatrix} \dot{\theta}_2 S_1 + \dot{\theta}_3 S_1 \\ -\dot{\theta}_2 C_1 - \dot{\theta}_3 C_1 \\ \dot{\theta}_1 \end{bmatrix}
$$

Péndulo 04-03-19

CUADRANTE I



$q_1 = 0 = \text{home}$

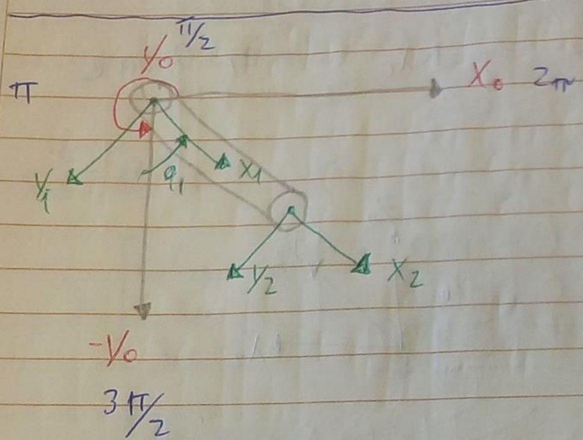


i	a_{i-1}	α_{i-1}	d_i	θ_i
1	0	0	d_1	q_1
2	l	0	0	0

$$T_0^{\,1} = \begin{bmatrix} C_{q_1} & -S_{q_1} & 0 & 0 \\ S_{q_1} & C_{q_1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad T_1^{\,2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & l \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_0^2 = \begin{bmatrix} C_{q_1} & -S_{q_1} & 0 & L\,C_{q_1} \\ S_{q_1} & C_{q_1} & 0 & L\,S_{q_1} \\ 0 & 0 & 1 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

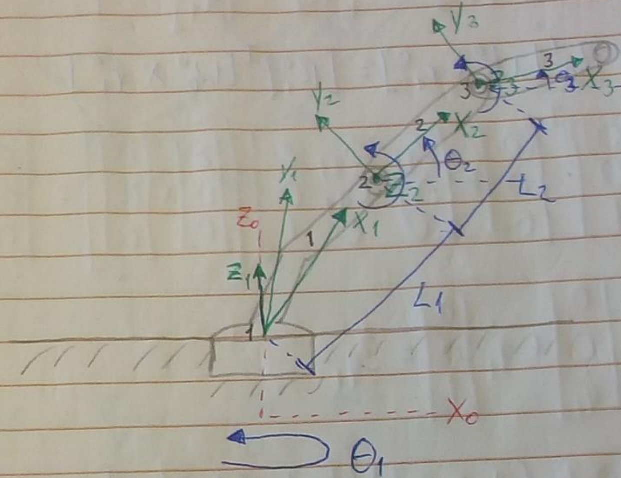
CUADRANTE IV



Marco Antonio Lozano Ochoa

Práctica 1

18-02-19



i	a_{i-1}	α_{i-1}	d_i	θ_i
1	0	0	0	θ_1
2	L_1	-90	0	θ_2
3	L_2	0	0	θ_3

$$T_1^0 = \begin{bmatrix} C\theta_1 & -S\theta_1 & 0 & 0 \\ S\theta_1 & C\theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad T_2^1 = \begin{bmatrix} C\theta_2 & -S\theta_2 & 0 & L_1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -S\theta_2 & -C\theta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad T_3^2 = \begin{bmatrix} C\theta_3 & -S\theta_3 & 0 & L_2 \\ S\theta_3 & C\theta_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

05-03-19

$$W_1^1 = R_0^1 W_0^0 + \dot{\theta}_1 Z_1^1 = [R_1^0]^T W_0^0 + \dot{\theta}_1 Z_1^1$$

$$= \begin{bmatrix} C_{q_1} & -S_{q_1} & 0 \\ S_{q_1} & C_{q_1} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \dot{q}_1 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{q}_1 \end{bmatrix}$$

$$V_1^1 = R_0^1 V_0^0 + R_0^1 [W_0^0 \times r_1^0] = [R_1^0]^T [W_0^0 \times r_1^0]$$

$$= \begin{bmatrix} C_{q_1} & -S_{q_1} & 0 \\ S_{q_1} & C_{q_1} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{q_1} & -S_{q_1} & 0 \\ S_{q_1} & C_{q_1} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \left[\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \right] = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$W_2^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{q}_1 \end{bmatrix} + q_1 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = Z q_1$$

$$V_2^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T \left[\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{q}_1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \right] = \begin{bmatrix} \lambda_1 S_{q_1} \\ \lambda_1 C_{q_1} \\ 0 \end{bmatrix}$$

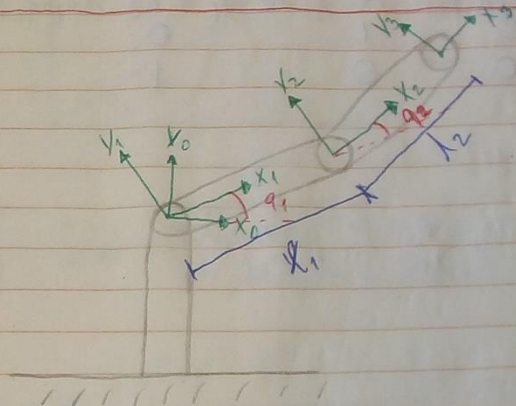
$$V_0^2 = V_2^2 = V = \begin{array}{c} \begin{bmatrix} \lambda_1 S_{q_1} \\ \lambda_1 C_{q_1} \\ 0 \end{bmatrix} \end{array} \begin{array}{l} x \\ y \\ z \end{array} \qquad \frac{\partial f_2}{\partial q_1} q_1 \begin{bmatrix} \lambda_1 S_{q_1} \\ \lambda_1 C_{q_1} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\dot{q}_1 = \underbrace{\begin{bmatrix} \lambda_1 S_{q_1} & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_1 C_{q_1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{J(q)} \underbrace{\begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_1 \\ q_1 \end{bmatrix}}_{\dot{q}} \begin{array}{l} x \\ y \\ z \end{array} = J(q)\, \dot{q}$$

IK

$q_1 = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)$

06-03-19



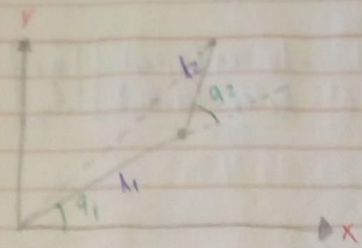
i	a_{i-1}	α_{i-1}	d_i	θ_i
1	0	0	0	q_1
2	l_1	0	0	q_2
3	l_2	0	0	0

$$T_0^1 = \begin{bmatrix} C_{q_1} & -S_{q_1} & 0 & C_{q_1} \\ S_{q_1} & C_{q_1} & 0 & S_{q_1} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad T_1^2 = \begin{bmatrix} C_{q_2} & -S_{q_2} & 0 & l_1 C_{q_2} \\ S_{q_2} & C_{q_2} & 0 & l_1 S_{q_2} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_3^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & l_2 \\ 0 & 1 & 0 & l_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_0^3 = \begin{bmatrix} C(q_1+q_2) & -S(q_1+q_2) & 0 & l_1 C q_1 + l_2 C(q_1+q_2) \\ S(q_1+q_2) & C(q_1+q_2) & 0 & l_2 S q_1 + l_2 S(q_1+q_2) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

19.03.19



$$\begin{bmatrix} y \\ x \end{bmatrix} = f_e(q) = \begin{bmatrix} \lambda_1 \cos(q_1) + \lambda_2 \cos(q_1+q_2) \\ \lambda_1 \operatorname{sen}(q_1) + \lambda_2 \operatorname{sen}(q_1+q_2) \end{bmatrix}$$

$$q_2 = a\tan\left(\frac{x^2+y^2-\lambda_1^2-\lambda_2^2}{2\lambda_1\lambda_2}\right)$$

$$q_1 = a\tan\left(\frac{y}{x}\right) - a\tan\left(\frac{\lambda_2 \operatorname{sen}(q_2)}{\lambda_1+\lambda_2\cos(q_2)}\right)$$

ecn diferencial

$$\frac{d}{dx}\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{\partial f_e(q)}{\partial(q)}(q)$$

$$J(q) = \frac{\partial f_e(q)}{\partial(q)} = \begin{bmatrix} -\lambda_1 \operatorname{sen}(q_1) - \lambda_2 \operatorname{sen}(q_1+q_2) & -\lambda_2 \operatorname{sen}(q_1+q_2) \\ \lambda_1 \cos(q_1) + \lambda_2 \cos(q_1+q_2) & \lambda_2 \cos(q_1+q_2) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\lambda_1 \operatorname{sen}(q_1) - \lambda_2 \operatorname{sen}(q_1+q_2) & -\lambda_2 \operatorname{sen}(q_1+q_2) \\ \lambda_1 \cos(q_1) + \lambda_2 \cos(q_1+q_2) & \lambda_2 \cos(q_1+q_2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix}$$

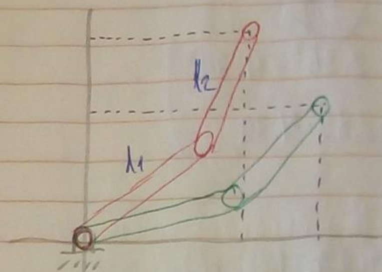
y la determinante es

$$\det[J(q)] = \lambda_1 \lambda_2 \operatorname{sen}(q_2)$$

donde

$$\det[J(q)] = \emptyset \quad \text{para} \quad q_2 = \emptyset, \ \pm n\pi$$

Práctica 2



encontrar los ángulos de posición en posición original (4,6)

$l_1 = 30$

$l_2 = 20$

	x	y	x	y	x	y
10)	(5,	-2)	(-1,	7)	(-6,	-3)

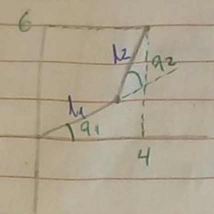
Práctica 3

- Cómo programar y diseñar nuestro robot en Ros
- Cinemática inversa y directa en Ros

Marco Antonio Lozano Ochoa

Práctica 2

19-03-19



$\lambda_1 = 2.85$

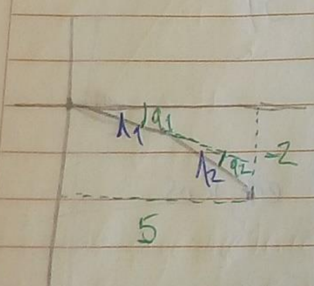
$\lambda_2 = 4.74$

$$q_2 = \text{atan}\left(\frac{4^2+6^2-2.85^2-4.74^2}{2\cdot 2.85\cdot 4.74}\right)$$

$$= 38.39^\circ$$

$$q_1 = \text{atan}\left(\frac{6}{4}\right) - \text{atan}\left(\frac{4.74\ \text{Sen}(38.39^\circ)}{2.85+4.74\ \text{Cos}(38.39^\circ)}\right)$$

$$= 32.15^\circ$$

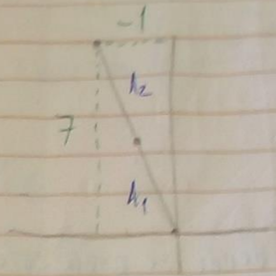


$$q_2 = \text{atan}\left(\frac{5^2+(-2)^2-2.85^2-4.74^2}{2\cdot 2.85\cdot 4.74}\right)$$

$$= -3.37^\circ$$

$$q_1 = \text{atan}\left(\frac{-2}{5}\right) - \text{atan}\left(\frac{4.74\ \text{Sen}(-3.37^\circ)}{2.85+4.74\ \text{Cos}(-3.37^\circ)}\right)$$

$$= -19.69^\circ$$

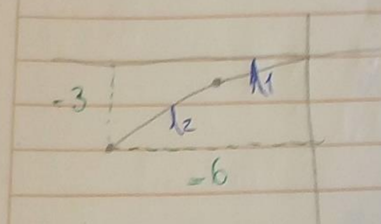


$$q_2 = \text{atan}\left(\frac{(-1)^2+7^2-2.85^2-4.74^2}{2\cdot 2.85\cdot 4.74}\right)$$

$$= 35.69^\circ$$

$$q_1 = \text{atan}\left(\frac{7}{-1}\right) - \text{atan}\left(\frac{4.74\,\text{Sen}(35.69^\circ)}{2.85+4.74\,\text{Cos}(35.69^\circ)}\right)$$

$$= -104.30^\circ$$

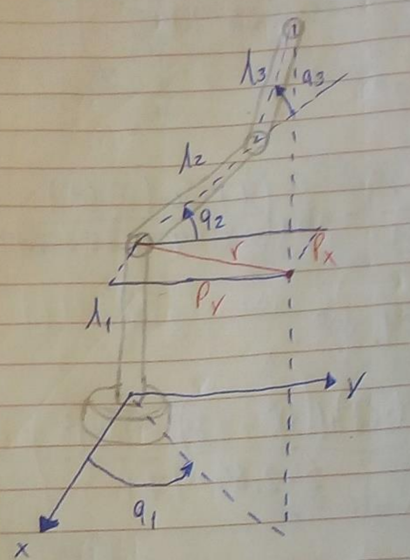


$$q_2 = \text{atan}\left(\frac{(-6)^2+(-3)^2-2.85^2-4.74^2}{2\cdot 2.85\cdot 4.74}\right)$$

$$= 28.07^\circ$$

$$q_1 = \text{atan}\left(\frac{-3}{-6}\right) - \text{atan}\left(\frac{4.74\,\text{Sen}(28.07^\circ)}{2.85+4.74\,\text{Cos}(28.07^\circ)}\right)$$

$$= 8.96^\circ$$



P_x, P_y, P_z : donde se quiere situar el extremo del robot

Método geométrico

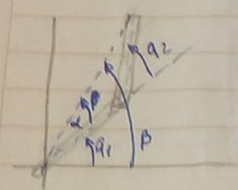
$$q_1 = \arctan\left(\frac{P_y}{P_x}\right)$$

$$\cos(q_3) = \frac{P_x^2 + P_y^2 + P_z^2 - \lambda_2^2 + \lambda_3^2}{2\lambda_2\lambda_3}$$

$$\operatorname{sen}(q_3) = \pm\sqrt{1 - \cos^3 q_3}$$

$$q_3 = \arctan\left(\frac{\pm\sqrt{1-\cos^2 q_1}}{\cos q_1}\right)$$

Para q_2



$$q_2 = \beta - \alpha$$

$$\beta = \arctan\left(\frac{P_z}{r}\right)$$

$$= \frac{P_z}{\pm\sqrt{P_x^2 - P_y^2}}$$

$$\alpha = \arctan\left(\frac{l_3 \operatorname{Sen} q_1}{l_2 + l_3 \cos q_1}\right)$$

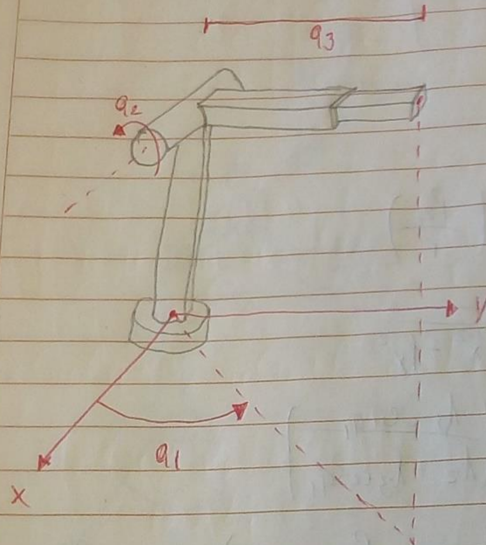
$$q_2 = \arctan\left(\frac{P_z}{\pm\sqrt{P_x^2 + P_y^2}}\right)$$

$$= \arctan\left(\frac{l_3 \operatorname{sen} q_1}{l_2 + l_3 \cos q_1}\right)$$

Cinemática inversa por matrices homogéneas

27-Abr-19

Robot esférico de 3GDL



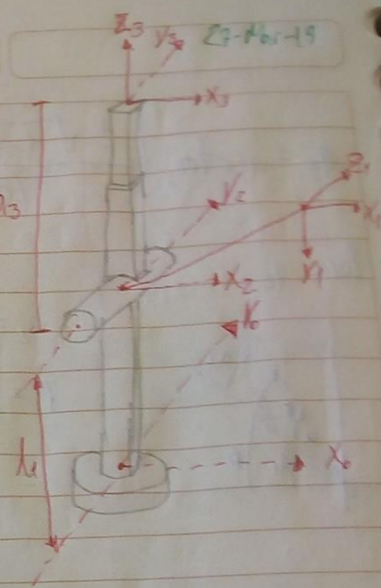


Tabla D-H

i	θ_i	d_i	a_i	α_i
1	q_1	l_1	0	$-90°$
2	q_2	0	0	$90°$
3	0	q_3	0	0

Obtener: T_3^0 ; - A_1^0 , A_2^1 , A_3^2

01-09-19

Cinemática inversa por MH

$$A_1^0 = \begin{bmatrix} C_{q_1} & 0 & -S_{q_1} & 0 \\ S_{q_1} & 0 & C_{q_1} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & L_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad A_2^1 = \begin{bmatrix} C_{q_2} & 0 & -S_{q_2} & 0 \\ S_{q_2} & 0 & C_{q_2} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_3^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & q_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_3^0 = A_1^0 A_2^1 A_3^2$$

$$(A_1^0)^{-1} T_n^0 = A_2^1 A_3^2 \quad \rightarrow \text{despejamos } q_1$$

$$= \begin{bmatrix} C_{q_1} & 0 & -S_{q_1} & 0 \\ S_{q_1} & 0 & C_{q_1} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & L_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & p_x \\ n_y & o_y & a_y & p_y \\ n_z & o_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{q_2} & 0 & -S_{q_2} & 0 \\ S_{q_2} & 0 & C_{q_2} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & q_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} C_{q_1} & S_{q_1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & L_1 \\ -S_{q_1} & C_{q_1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & p_x \\ n_y & o_y & a_y & p_y \\ n_z & o_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{q_2} & 0 & -S_{q_2} & -S_{q_2} q_3 \\ S_{q_2} & 0 & C_{q_2} & C_{q_2} q_3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$-p_x S_{q_1} + p_y C_{q_1} = 0 \rightarrow \frac{S_{q_1}}{C_{q_1}} = \frac{p_x}{p_y} \rightarrow q_1 = \arctan\left(\frac{p_x}{p_y}\right.$$

$$(A_2^1)^{-1} (A_1^0)^{-1} T_n^0 = A_3^2$$

$$= \begin{bmatrix} C_{q_2} & 0 & -S_{q_2} & 0 \\ S_{q_2} & 0 & C_{q_2} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} C_{q_1} & 0 & -S_{q_1} & 0 \\ S_{q_1} & 0 & C_{q_1} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & L_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & p_x \\ n_y & o_y & a_y & p_y \\ n_z & o_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & q_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix} C_{q_2} & S_{q_2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -S_{q_2} & C_{q_2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} C_{q_1} & S_{q_1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & L_1 \\ -S_{q_1} & C_{q_1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & p_x \\ n_y & o_y & a_y & p_y \\ n_z & o_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & q_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix} C_{q_2}C_{q_1} & C_{q_2}S_{q_1} & S_{q_2} & -L_1 S_{q_2} \\ -S_{q_1} & C_{q_1} & 1 & 0 \\ -S_{q_2}C_{q_1} & -S_{q_2}S_{q_1} & C_{q_2} & -L_1 C_{q_2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \parallel \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \parallel \end{bmatrix}$$

$$P_x C_{q_2} C_{q_1} + P_y S_{q_1} C_{q_2} + P_z S_{q_2} - L_1 S_{q_2} = 0 \rightarrow -\frac{S_{q_2}}{C_{q_2}}$$

$$= \frac{P_x C_{q_1} + P_y S_{q_1}}{P_z - L_1}$$

$$-S_{q_2} C_{q_1} P_z - S_{q_2} S_{q_1} P_y + P_z C_{q_2} - L_1 C_{q_2} = q_3$$

$$q_3 = C_{q_2}(P_z - L_1) - S_{q_2}(C_{q_1} P_z + S_{q_1} P_y)$$

Marco Antonio Lozano Ochoa 08-04-19

Practica 3

· Paquetes de ROS para brazo antropomórfico

Metapaquete 1 - open_manipulator (Kinetic)

- open_manipulator_control_gui
- open_manipulator_controller
- open_manipulator_description
- open_manipulator_libs
- open_manipulator_moves
- open_manipulator_teleop

Metapaquete 2 - ros_serial (kinetic)

- rosserial_client
- rosserial_msgs
- rosserial_python
- rosserial_mbed

Metapaquete 3 - universal_robot (kinetic)

- ros2 (kinetic)
- ckbst (kinetic)