Università degli Studi di Roma "La Sapienza"

FISICA

Ingegneria Informatica e Automatica1

10.07.2023-A.A. 2022-2023 (12 CFU) C.Sibilia/L.Sciscione

N.1. Un blocco di massa $m = 5\ kg$ è a riposo su un piano orizzontale ed è tirato orizzontalmente da una forza la cui intensità F aumenta linearmente nel tempo. Si trova che il blocco comincia a muoversi quando l'intensità della forza è pari a $F^* = 20\ N$ e che, se a questo punto si mantiene la forza costante, esso acquista un'accelerazione di $3\ m/s^2$.

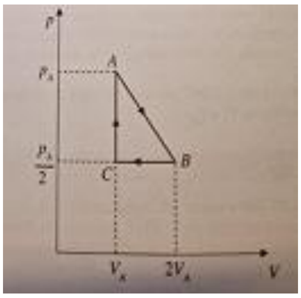
a) Determinare i coefficienti di attrito statico e dinamico tra il blocco e il piano.
b) Determinare l'angolo tra la verticale e la forza totale applicata dal piano al blocco, sia quando il corpo è fermo, sia quando si muove

N.2. Uno dei satelliti medicei di Giove, Io, descrive un'orbita praticamente circolare, il cui raggio è pari a sei volte il raggio di Giove. Sapendo che la velocità orbitale di Io è di $v = 17334\ m/s$ e che la densità media di Giove è di $p = 1.326\ 10^3\ kg/m^3$, si calcoli:

a) il periodo orbitale di Io;
b) il raggio della sua orbita e il raggio di Giove.

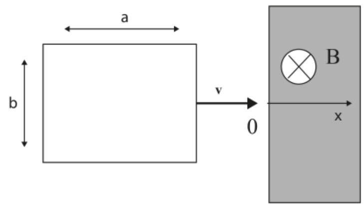
N.3 Una mole di gas perfetto monoatomico effettua il ciclo reversibile descritto in Figura. Nello stato A la pressione del gas è p_A e il suo volume è V_A; nello stato B la pressione è $p_B = p_A/2$ e il volume è $V_B = 2V_A$.

a) Calcolare il rendimento del ciclo.
b) Calcolare la variazione di entropia nella trasformazione AB.



N.4. Una barra isolante di lunghezza L e sezione trascurabile è posta lungo l'asse x di un sistema di riferimento cartesiano. Su una metà della barra è distribuita uniformemente della carica con densità lineare -λ, mentre sull'altra metà è distribuita, sempre uniformemente, della carica con densità lineare λ. Calcolare il potenziale nel punto P dell'asse x che dista L dall'estremo della barra con carica positiva.

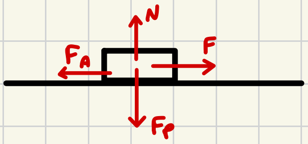
N.5. Una spira rettangolare di lati a=20cm, b=5cm e resistenza R=50Ω, attraversa una regione (x>0) con velocità costante v=2 m/s parallela all'asse delle x. Nella stessa regione di spazio è presente un vettore induzione magnetica di intensità costante B=2T e avente verso entrante rispetto al piano di figura. Supponendo che la spira inizi ad entrare nella regione x>0 all'istante t=0, calcolare l'intensità della forza esterna Fe che occorre applicare alla spira affinché il suo moto rimanga rettilineo uniforme. Calcolare inoltre l'intervallo di tempo impiegato dalla spira per entrare completamente della regione x>0, e l'energia complessivamente dissipata per effetto Joule nella spira.



N.1. Un blocco di massa $m = 5\ kg$ è a riposo su un piano orizzontale ed è tirato orizzontalmente da una forza la cui intensità F aumenta linearmente nel tempo. Si trova che il blocco comincia a muoversi quando l'intensità della forza è pari a $F^* = 20\ N$ e che, se a questo punto si mantiene la forza costante, esso acquista un'accelerazione di $3\ m/s^2$.

a) Determinare i coefficienti di attrito statico e dinamico tra il blocco e il piano.
b) Determinare l'angolo tra la verticale e la forza totale applicata dal piano al blocco, sia quando il corpo è fermo, sia quando si muove

a)



$$\begin{cases} N - F_P = 0 \\ F - F_{A_s} = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} N = F_P = mg \\ F = F_{A_s} \end{cases}$$

$$F_{A_s} \leq \mu_s N \rightarrow F \leq \mu_s N = F^* \rightarrow \mu_s = \frac{F^*}{mg} = 0{,}40$$

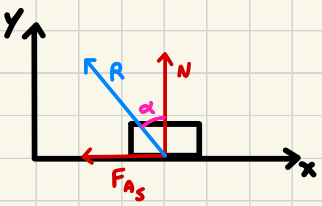
ORA SI MUOVE

$$\begin{cases} N - F_P = 0 \\ F^* - F_{A_d} = ma \end{cases} \rightarrow \begin{cases} N = F_P = mg \\ F^* - \mu_d N = ma \end{cases} \rightarrow \mu_d mg = F^* - ma$$

$$\mu_d = \frac{F^* - ma}{mg} = 0{,}1$$

$\mu_d < \mu_s$ SEMPRE

b) CORPO FERMO:



$$\begin{cases} N = R\cos\alpha \\ F_{A_s} = R\sin\alpha \end{cases} \rightarrow tg\,\alpha = \frac{F_{A_s}}{N} = \frac{F}{mg}$$

MA QUANDO SI DISTACCA ABBIAMO $tg\,\alpha_{MAX} = \dfrac{F_{S\,MAX}}{N} = \mu_s$

IN MOVIMENTO SARÀ $tg\,\alpha = \dfrac{F_d}{N} = \mu_d$

N.2. Uno dei satelliti medicei di Giove, Io, descrive un'orbita praticamente circolare, il cui raggio è pari a sei volte il raggio di Giove. Sapendo che la velocità orbitale di Io è di $v = 17334\ m/s$ e che la densità media di Giove è di $p = 1.326\ 10^3\ kg/m^3$, si calcoli:

a) il periodo orbitale di Io;
b) il raggio della sua orbita e il raggio di Giove.

a) TERZA LEGGE DI KEPLERO:

$$M_G = \rho \frac{4}{3}\pi R_G^3 \qquad \frac{r_{Io}^3}{T^2} = G\frac{M_G}{4\pi^2} \rightarrow \boxed{T = \sqrt{\frac{3\pi r_{Io}^3}{G\rho R_G^3}}}$$

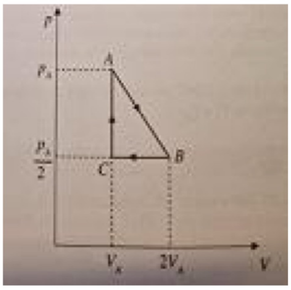
b) POICHÉ IL MOTO È CIRCOLARE UNIFORME

$$v = \frac{2\pi r_{Io}}{T} \rightarrow \boxed{r_{Io} = \frac{vT}{2\pi}}$$

SAPPIAMO CHE $r_{Io} = 6R_G \rightarrow \boxed{R_G = \frac{r_{Io}}{6}}$

N.3 Una mole di gas perfetto monoatomico effettua il ciclo reversibile descritto in Figura. Nello stato A la pressione del gas è p_A e il suo volume è V_A; nello stato B la pressione è $p_B = p_A/2$ e il volume è $V_B = 2V_A$.

a) Calcolare il rendimento del ciclo.
b) Calcolare la variazione di entropia nella trasformazione AB.



$$T_A = \frac{p_A V_A}{nR} \qquad T_B = \frac{p_A/2 \cdot 2V_A}{nR} = T_A \qquad T_C = \frac{p_A/2 \cdot V_A}{nR} = T_A/2$$

$$c_v = \frac{3}{2}R \qquad c_p = \frac{5}{2}R \qquad \gamma = \frac{5}{3}$$

a) CA: ISOCORA

$$W_{CA} = 0 \qquad Q_{CA} = nc_v(T_A - T_C) = \frac{3}{4}nRT_A$$

AB: ISOTERMA

$$Q_{AB} = W_{AB} = nRT_A \ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right) = nRT_A \ln 2$$

BC: ISOBARA

$$Q_{BC} = nc_p(T_C - T_B) = -\frac{5}{4}nRT_A \qquad W_{BC} = p\Delta V = \frac{p_A}{2}(V_C - V_B) = -\frac{p_A V_A}{2}$$

$$\boxed{\eta = 1 - \frac{Q_{CED}}{Q_{ASS}} = 0,13 = 13\%}$$

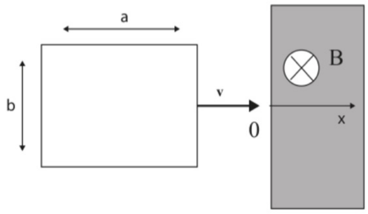
b) $\Delta S_{AB} = \frac{Q}{T} = n c_v T_A \ln\left(\frac{T_B}{T_A}\right) / T_A = n c_v T_A \ln 2 / T_A = n R \ln 2$

N.4. Una barra isolante di lunghezza L e sezione trascurabile è posta lungo l'asse x di un sistema di riferimento cartesiano. Su una metà della barra è distribuita uniformemente della carica con densità lineare -λ, mentre sull'altra metà è distribuita, sempre uniformemente, della carica con densità lineare λ. Calcolare il potenziale nel punto P dell'asse x che dista L dall'estremo della barra con carica positiva.

$$dV = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda\, dx}{(2L-x)}$$

$$V(P) = \int_0^{L/2} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{-\lambda\, dx}{2L-x} + \int_{L/2}^{L} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda\, dx}{2L-x} = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\left[\ln\left(\frac{3}{4}\right) - \ln\left(\frac{2}{3}\right)\right] = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\ln\frac{9}{8}\ V$$

N.5. Una spira rettangolare di lati a=20cm, b=5cm e resistenza R=50Ω, attraversa una regione (x>0) con velocità costante v=2 m/s parallela all'asse delle x. Nella stessa regione di spazio è presente un vettore induzione magnetica di intensità costante B=2T e avente verso entrante rispetto al piano di figura. Supponendo che la spira inizi ad entrare nella regione x>0 all'istante t=0, calcolare l'intensità della forza esterna Fe che occorre applicare alla spira affinché il suo moto rimanga rettilineo uniforme. Calcolare inoltre l'intervallo di tempo impiegato dalla spira per entrare completamente della regione x>0, e l'energia complessivamente dissipata per effetto Joule nella spira.



QUANDO LA SPIRA ENTRA IN B, SI GENERA UNA FEM INDOTTA CHE CREA UNA CORRENTE NELLA SPIRA. QUESTA CORRENTE, A SUA VOLTA, GENERA UNA FORZA MAGNETICA F_m CHE SI OPPONE AL MOTO. PER MANTENERE IL MOTO RETTILINEO UNIF, LA $F_{EXT} = F_m$.

$\Phi = BA = Bbx$ $\quad$ $A = bx$ AREA CHE ENTRA IN B

$$FEM = -\frac{d\Phi B}{d\tau} = -Bb\frac{dx}{d\tau} = -Bbv \longrightarrow I = \frac{FEM}{R} = \frac{Bbv}{R}$$

$$F_{EXT} = F_m = I bB = \frac{v b^2 B^2}{R} = 4 \cdot 10^{-4} N \qquad \tau = \frac{a}{v} = 0.1 s$$

$$W = \int_0^{\tau} P\, d\tau = \int_0^{\tau} I^2 R\, d\tau = \int_0^{\tau}\left(\frac{Bbv}{R}\right)^2 R\, d\tau = \frac{B^2 b^2 v^2}{R}\int_0^{\tau} d\tau = \frac{B^2 b^2 v^2}{R}\tau = 8 \cdot 10^{-5} J$$

Università degli Studi di Roma "La Sapienza"

FISICA

Ingegneria Informatica e Automatica1

10.07.2023-A.A. 2022-2023 (12 CFU) C.Sibilia/L.Sciscione

SOLUZIONI

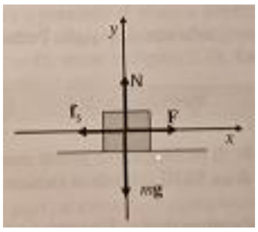
1. **ESERCIZIO**

   Per risolvere il problema, è necessario applicare la II legge di Newton, facendo attenzione a quali forze sono presenti nelle diverse situazioni descritte nel testo.

a) Finché il blocco sia fermo, su di esso debbono agire agiscono le seguenti forze: la forza $\mathbf{F}$, la reazione vincolare normale $\mathbf{N}$, la forza di attrito radente statico $\mathbf{f}_s$ e la forza peso $m\mathbf{g}$. La II legge di Newton si scrive quindi:

$$\mathbf{F} + \mathbf{N} + \mathbf{f}_s + m\mathbf{g} = 0.$$

Scegliendo un sistema di assi cartesiani con l'asse x orizzontale e l'asse y verticale, come in Figura, e scomponendo le forze lungo tali assi, si ottiene il seguente sistema di due equazioni:



$$+F - f_s = 0 \ \ (componenti\ x)$$

$$+N - mg = 0 \ \ (componenti\ y),$$

risulta in particolare $f_s = F$. Quando F cresce nel tempo, anche f_s cresce fino a che non diventa uguale alla massima intensità possibile per la forza di attrito statico, $f_s \leq f_s^{max} = \mu_s N$. Quando il corpo inizia a muoversi si ha $F^* = f_s^{max} = \mu_s N$ da cui, siccome $N = mg$, si trova:

$$\mu_s = \frac{F^*}{mg} = \frac{20\ N}{5\ kg\ 9.81\ ms^{-2}} = 0.408.$$

Dal momento in cui il blocco comincia a muoversi, su di esso agisce la forza di attrito dinamico: la II legge diventa quindi

$$\boldsymbol{F} + \boldsymbol{N} + \boldsymbol{f}_d + m\boldsymbol{g} = m\mathbf{a}$$

che, scomposta lungo gli assi, dà

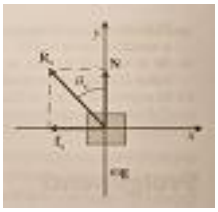
$$+F - f_d = m\alpha_x \ \ (componenti\ x)$$

$$+N - mg = 0 \ \ (componenti\ y).$$

Si sa inoltre che $f_d = \mu_d N$ (attenzione, è una relazione tra moduli!) per cui $f_d = \mu_d mg$ che, sostituita porta a $+F - \mu_d mg = m\alpha_x$ da cui, infine (ricordando che dopo il distacco è sempre $F = F^*$)

$$\mu_d = \frac{F^* - m\alpha_x}{mg} = \frac{20\ N - 5\ kg \times 3ms^{-2}}{5\ kg \times 9.81\ ms^{-2}} = 0.102.$$

b) Quando il corpo è fermo, la risultante delle forze applicate su di esso dal piano è $\mathbf{R}_s = \mathbf{N} + \mathbf{f}_s$ (si veda la Figura); essa forma un angolo θ_s con la verticale. E' chiaro che $R_s \sin\theta_s = f_s$ e che $R_s \cos\theta_s = N$. Pertanto, dividendo membro a membro, si ha



$$tan(\theta_s) = \frac{f_s}{N} = \frac{F}{mg}.$$

Poiché F cresce linearmente nel tempo, anche l'angolo cresce (finché non avviene il distacco). Tuttavia, non sapendo il valore di F in ogni istante, non è possibile calcolare la dipendenza di θ_s dal tempo. Nel momento del distacco, però, $F = F^*$ e $f_s = f_s^{max} = \mu_s N$. In tale istante, quindi, θ_s assume il suo valore massimo:

$$tan(\theta_s^{max}) = \frac{f_s^{max}}{N} = \mu_s$$

da cui $\theta_s^{max} \cong 22° \, 12'$.
Quando il corpo è in moto la situazione è simile a quella mostrata in Figura ma al posto di $\mathbf{f}_s$, $\mathbf{R}_s$ e θ_s occorre considerare $\mathbf{f}_d$, $\mathbf{R}_d$ e θ_d. L'angolo θ_d sarà dato da

$$tan(\theta_d) = \frac{f_d}{N} = \mu_d$$

visto che $f_d = \mu_d N$. Pertanto in questo caso $\theta_d \cong 5° \, 50'$.

2. ESERCIZIO

Si indichino con α ed R, rispettivamente, i raggi (incogniti) di Io e Giove, e con M la massa di quest'ultimo.

a) Indichiamo con α il raggio dell'orbita di Io, con T il periodo orbitale, con M, R e p la massa, il raggio e la densità media di Giove. Possiamo quindi scrivere la terza legge di Keplero nella forma

$\frac{\alpha^3}{T^2} = \frac{GM}{4\pi^2}$

D'altra parte, tenendo conto che $M = \frac{4}{3}\pi p R^3$, si ottiene

$T = \sqrt{\frac{3\pi\varepsilon^3}{G_p}}$,

dove abbiamo posto $\varepsilon = \alpha/R$. Usando i dati numerici si ottiene $T = 151714 \, s$ ossia circa 1.75 giorni terrestri.
b) Il moto orbitale è circolare uniforme, pertanto il modulo della velocità è dato da
$v = \frac{2\pi\alpha}{T}$

da cui si ottiene

$\alpha = \frac{vT}{2\pi} = 418547 \, km.$

Conseguentemente $R = \alpha/6 = 69758 \, km.$

3. ESERCIZIO

Ricaviamo innanzitutto le variabili termodinamiche incognite negli stati A, B e C.
Nello stato A la temperatura si ottiene mediante l'equazione di stato: $T_A = p_A V_A/(nR)$.
Nello stato B, si ha $p_B = p_A/2$ e $V_B = 2V_A$, da cui $T_B = T_A$. Pertanto, A e B hanno la stessa temperatura e giacciono sulla stessa isoterma reversibile.
Nello stato C, si ha $p_C = p_A/2$ e $V_C = V_A$, da cui $T_C = T_A/2$.

a) Per calcolare il rendimento, troviamo innanzitutto il lavoro compiuto nel ciclo, che corrisponde all'area del triangolo ABC:

$L = \frac{(p_A - p_C)(V_B - V_C)}{2} = \frac{p_A V_A}{4} = \frac{nRT_A}{4}$.

Per determinare il calore assorbito, si noti che il gas assorbe calore nelle trasformazioni AB e CA. Per calcolare il calore Q_{AB}, osserviamo che $Q_{AB} = \Delta\mu_{AB} + L_{AB} = L_{AB}$, visto che non c'è variazione di temperatura tra A e B. D'altra parte L_{AB} è l'area sottesa dalla retta AB. Quindi

$$Q_{AB} = L_{AB} = L + p_C(V_B - V_C) = \frac{p_A V_A}{4} + \frac{p_A V_A}{2} = \frac{3}{4}\, p_A V_A = \frac{3}{4} nRT_A.$$

Il calore scambiato lungo la trasformazione isocora CA coincide con la variazione di energia interna del gas tra C e A perché $L_{CA} = 0$. Quindi

$$Q_{CA} = nc_V(T_A - T_C) = nc_V \frac{T_A}{2} = \frac{3}{4} nRT_A.$$

Il rendimento risulta pertanto

$$\eta = \frac{L}{Q_{AB}+Q_{CA}} \frac{\frac{1}{4}nRT_A}{\frac{3}{4}nRT_A + \frac{3}{4}nRT_A} = \frac{1}{6}.$$

Per il calcolo della variazione di entropia, dalla relazione generale otteniamo

$$\Delta S_{AB} = nc_v\, ln\, \frac{T_B}{T_A} + nR\, ln \frac{V_B}{V_A} = nR\, ln\, 2.$$

4. ESERCIZIO

Con riferimento alla figura il potenziale infinitesimo in P di una carica dq che occupa un pezzo di linea infinitesimo dx della sbarretta è: $dV = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{2L-x} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda dx}{2L-x}$, da cui il potenziale totale in P sarà:

$$V(P) = \int_0^{L/2} -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda dx}{(2L-x)} + \int_{L/2}^{L} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda dx}{(2L-x)} = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\left[ln\left(\frac{3}{4}\right) - ln\left(\frac{2}{3}\right)\right] = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0} ln \frac{9}{8} V$$

5 .ESERCIZIO

Per $0 < x < a$ $\quad f_i = -\frac{d\Phi(\vec{B})}{dt} = -Bb\frac{dx}{dt} = -Bbv$, tale forza elettromotrice indotta genera nella spira una corrente indotta che circola in senso antiorario avente intensità: $i_i = \frac{Bbv}{R}$. Affinché la spira continui a muoversi di moto rettilineo uniforme la forza esterna deve essere pari alla forza di origine magnetica che agisce sul lato lungo b, ovvero:

$$F_e = F_m = ibB = \frac{vb^2B^2}{R} = 4 \cdot 10^{-4}N$$

Il tempo che la spira impiega per entrare completamente nella regione ove è presente il vettore induzione magnetica è:

$$\tau = \frac{a}{v} = 0{,}1s$$

L'energia dissipata per effetto Joule è:

$$U_D = \int_0^{\tau} \frac{f_i^2}{R} dt = \int_0^{\tau} Ri_i^2 dt = \frac{B^2b^2v^2}{R}\tau = \frac{B^2b^2va}{R} = 8 \cdot 10^{-5}J$$