Università degli Studi di Roma "La Sapienza"

FISICA

Ingegneria Informatica e Automatica-Testo 1

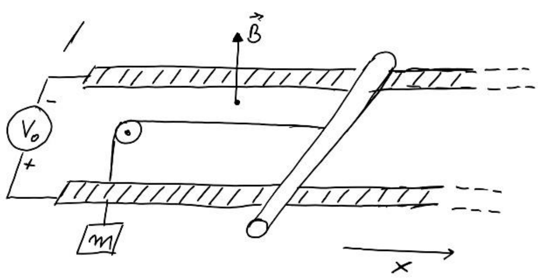
25.06.2020-A.A. 2019-2020 (12 CFU) C.Sibilia/G.D'Alessandro

N.1. Un carrello di massa M=100 Kg viaggia, su di un piano orizzontale privo di attrivo, con una velocità costante V= 10 m/s rispetto ad una parete fissa P. All'interno del carrello c'è un corpo di massa m=5Kg inizialmente fermo, libero di muoversi senza attrito all'interno del carrello stesso. Se ad un certo istante il carrello urta elasticamente la parete P, si chiede: a) quali saranno le velocità (nel sistema di riferimento della parete) del carrello e del corpo m dopo l'urto con la parete, ma prima che il corpo m urti la sponda del carrello ? b) Quali saranno le velocità del carrello e del corpo m dopo che il corpo stesso ha urtato la sponda del carrello, supponendo che questo urto sia perfettamente anelastico (cioè il corpo m resti attaccato alla sponda del carrello)? C) Quale sarà la variazione di energia meccanica totale prima e dopo i due urti nel sistema di riferimento della parete?

N.2. Dato un piano orizzontale oxy, un punto materiale di massa m=10gr è inizialmente in moto rettilineo e uniforme con una velocità v= 20 m/s, lungo la retta x=R/2. Il moto nel piano si svolge senza attrito. La massa puntiforme va ad urtare un disco omogeneo di raggio R=10 cm e massa M=m, inizialmente fermo sul piano, con il suo centro nell'origine o degli assi x e y. Nel'ipotesi in cui l'urto sia completamente anelastico, si determini: a) il moto (traiettoria e velocià) del centro di massa del sistema disco+punto materiale;b) la velocità angolare, dopo l'urto, del sistema disco+punto materiale, rispetto al centro di massa del sistema stesso (Momento di inerzia del disco I_d= 1/2 M R^2).

N.3. Una mole di gas perfetto biatomico descrive un ciclo cosi' composto: lo stato iniziale A si trova ad un volume V_A e temperatura T_1, dallo stato A il gas perfetto arriva, attraverso una trasformazione isoterma, allo stato B, di volume $V_B > V_A$; attraverso una trasformazione isocora, il gas perfetto raggiune lo stato C; segue una trasformazione isoterma alla temperatura T_2, che porta il gas allo stato D il cui volume è uguale a quello dello stato A; infine attraverso una nuova trasformazione isocora il sistema ritorna allo stato A. Determinare: a) il rendimento del ciclo, b)la variazione di entropia del gas nel ciclo,) la variazione di entropia delle sorgenti alle temperature T_1 e T_2 rispettivamente. ($T_1=2T_2$, $V_B=2$ V_A).

N.4. Una barretta metallica cilindrica, di lunghezza l=20cme raggio di base r=1cm è appoggiata su due rotaie conduttrici connesse ad un generatore di forza elettromotrice (V_0= 6V). La resistività della sbarretta è σ=0.0126Ωcm, tutte le altre resistenze sono trascurabili. La sbarretta è collegata, attraverso una corda che scorre su una carrucola, ad una massa m=1.2Kg. Tutto il sistema è immerso in un campo magnetico uniforme e costante, normale al piano delle rotaie, di modulo B=1T. Calcolare :a)la velocità e la corrente quando la Forza risultante sulla sbarretta è nulla, b) per quale valore della resistenza, R, la sbarretta rimane ferma.



N.1. Un carrello di massa M=100 Kg viaggia, su di un piano orizzontale privo di attrivo, con una velocità costante V= 10 m/s rispetto ad una parete fissa P. All'interno del carrello c'è un corpo di massa m=5Kg inizialmente fermo, libero di muoversi senza attrito all'interno del carrello stesso. Se ad un certo istante il carrello urta elasticamente la parete P, si chiede: a) quali saranno le velocità (nel sistema di riferimento della parete) del carrello e del corpo m dopo l'urto con la parete, ma prima che il corpo m urti la sponda del carrello ? b) Quali saranno le velocità del carrello e del corpo m dopo che il corpo stesso ha urtato la sponda del carrello, supponendo che questo urto sia perfettamente anelastico (cioè il corpo m resti attaccato alla sponda del carrello)? C) Quale sarà la variazione di energia meccanica totale prima e dopo i due urti nel sistema di riferimento della parete?

a) POICHÈ L'URTO È ELASTICO:

$V_{URTO} = -V_0 = -10\ m/s$ (CARRELLO) $\quad V_{m\,URTO} = 10\ m/s$ (MASSA)

b) SI CONSERVA q DI MOTO:

$$M(-V_0) + mV_0 = (m+M)V_f \rightarrow V_f = \frac{m-M}{m+M} V_0 = -9{,}05\ m/s$$

c) $$\Delta E_m = \left(\frac{1}{2}(m+M)V_f^2\right) - \left(\frac{1}{2}MV_0^2 + \frac{1}{2}mV_0^2\right) = -950\ J$$

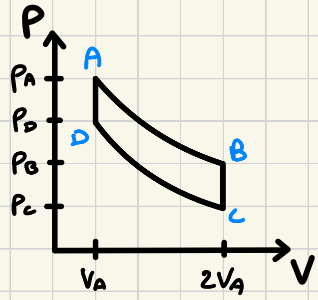
N.2. Dato un piano orizzontale oxy, un punto materiale di massa m=10gr è inizialmente in moto rettilineo e uniforme con una velocità v= 20 m/s, lungo la retta x=R/2. Il moto nel piano si svolge senza attrito. La massa puntiforme va ad urtare un disco omogeneo di raggio R=10 cm e massa M=m, inizialmente fermo sul piano, con il suo centro nell'origine o degli assi x e y. Nel'ipotesi in cui l'urto sia completamente anelastico, si determini: a) il moto (traiettoria e velocià) del centro di massa del sistema disco+punto materiale;b) la velocità angolare, dopo l'urto, del sistema disco+punto materiale, rispetto al centro di massa del sistema stesso (Momento di inerzia del disco I_d= 1/2 M R^2).

a) SI CONSERVA LA q DI MOTO:

$$mV_0 = (m+M)V_f \rightarrow V_f = \frac{m}{m+M} V_0 = 10\ m/s$$

N.3. Una mole di gas perfetto biatomico descrive un ciclo cosi' composto: lo stato iniziale A si trova ad un volume V_A e temperatura T_1, dallo stato A il gas perfetto arriva, attraverso una trasformazione isoterma, allo stato B, di volume $V_B > V_A$; attraverso una trasformazione isocora, il gas perfetto raggiune lo stato C; segue una trasformazione isoterma alla temperatura T_2, che porta il gas allo stato D il cui volume è uguale a quello dello stato A; infine attraverso una nuova trasformazione isocora il sistema ritorna allo stato A. Determinare: a) il rendimento del ciclo, b)la variazione di entropia del gas nel ciclo,) la variazione di entropia delle sorgenti alle temperature T_1 e T_2 rispettivamente. ($T_1=2T_2$, $V_B=2\,V_A$).

$n = 1$ mol $\quad c_v = \frac{5}{2}R \quad c_p = \frac{7}{2}R \quad \gamma = \frac{7}{5}$



$T_A = T_B = 2T_C = 2T_D \qquad T_C = T_D$

$V_B = V_C = 2V_A \qquad V_A = V_D$

a) AB:

$$Q_{AB} = nRT \ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right) = nRT_A \ln 2 = 2nRT_C \ln 2$$

BC:

$$Q_{BC} = nc_v(T_C - T_B) = -\frac{5}{2}nRT_C$$

CD:

$$Q_{CD} = nRT_C \ln\left(\frac{V_D}{V_C}\right) = -nRT_C \ln 2$$

DA:

$$Q_{DA} = nc_v(T_A - T_D) = \frac{5}{2}nRT_C$$

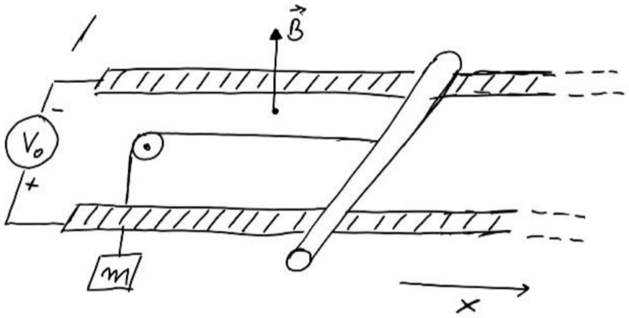
$$\eta = 1 - \frac{Q_{CED}}{Q_{ASS}} = 1 - \frac{nRT_C\left(\ln 2 + \frac{5}{2}\right)}{nRT_C\left(2\ln 2 + \frac{5}{2}\right)} = 0{,}17$$

b) POICHÈ È UN CICLO $\Delta S_{GAS} = 0$

c) $$\Delta S_{T_1} = -\frac{Q_{AB}}{T_A} = -\frac{nRT_A \ln(V_B/V_A)}{T_A} = -R\ln 2$$

$$\Delta S_{T_2} = -\frac{Q_{CD}}{T_C} = -\frac{nRT_C \ln(V_D/V_C)}{T_C} = R\ln 2$$

N.4. Una barretta metallica cilindrica, di lunghezza l=20cme raggio di base r=1cm è appoggiata su due rotaie conduttrici connesse ad un generatore di forza elettromotrice (V_0= 6V). La resistività della sbarretta è σ=0.0126Ωcm, tutte le altre resistenze sono trascurabili. La sbarretta è collegata, attraverso una corda che scorre su una carrucola, ad una massa m=1.2Kg. Tutto il sistema è immerso in un campo magnetico uniforme e costante, normale al piano delle rotaie, di modulo B=1T. Calcolare :a)la velocità e la corrente quando la Forza risultante sulla sbarretta è nulla, b) per quale valore della resistenza, R, la sbarretta rimane ferma.



$$R = \rho \cdot \frac{h}{\Sigma} = \sigma \cdot \frac{\ell}{\pi r^2} = 0{,}08\,\Omega$$

a) $$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{d\,B\ell v t}{dt} = B\ell v \qquad I = \frac{V_0 - B\ell v}{R}$$

$$F = I\ell B - mg \Rightarrow \frac{B\ell}{R}(V_0 - B\ell v) - mg = 0 \rightarrow \frac{B\ell}{R}(V_0 - B\ell v) = mg$$

$$\rightarrow v = \frac{V_0}{B\ell} - \frac{mgR}{B^2\ell^2} = 6{,}4\ m/s$$

$$I = \frac{V_0 - B\ell v}{R} = 59\ A$$

b) $$v=0 \rightarrow I = \frac{V_0}{R} \rightarrow F = I\ell B - mg = 0 \rightarrow \frac{B\ell V_0}{R} = mg \rightarrow R = \frac{B\ell V_0}{mg} = 0{,}10\,\Omega$$

N 4

La resistenza della sbarretta è:

$$R = \frac{\sigma l}{\pi r^2} = 0.08\Omega$$

Per la legge di Faraday la forza elettromotrice indotta nel circuito sarà:

$$f.e.m. = -\frac{d\Phi(B)}{dt} = -\frac{Blvt}{dt} = Blv$$

dove v è la velocità della sbarretta (si fa notare che il segno meno sparisce perchè la variazione di flusso nel tempo è minore di zero, ovvero il flusso diminuisce). La f.e.m indotta è tale da generare una corrente indotta i cui effetti magnetici si oppongono alle variazioni di flusso. Quindi la corrente totale che scorre nel circuito è:

$$i = \frac{V_0 - Blv}{R}$$

La forza totale che agisce sulla sbarretta è la somma della forza peso e della forza meccanica dovuta all'interazione corrente - campo magnetico:

$$F = ilB - mg = \frac{Bl}{R}(V_0 - Blv) - mg$$

Per $F = 0$ si ha:

$$\frac{Bl}{R}(V_0 - Blv) = mg$$

Per cui si può esplicitare la velocità:

$$v = \frac{1}{Bl}(V_0 - \frac{mgR}{Bl}) = \mathbf{6.5m/s}$$

Mentre per la corrente:

$$i = \frac{mg}{Bl} = 58.8A$$

La sbarretta rimane ferma quando $v = 0$, quindi:

$$R_0 = \frac{BlV_0}{mg} = \mathbf{0.20\Omega}$$

Università degli Studi di Roma "La Sapienza"

FISICA

Ingegneria Informatica e Automatica-Testo 1-SOLUZIONI

25.06.2020 -A.A. 2019-2020 (12 CFU) C.Sibilia/G.D'Alessandro

N.1. Nell'urto tra il carrello e la parete P, si conserva la sua quantità di moto totale del sistema carrello+parete+massa m, sia l'energia meccanica. Nell'urto del carrello con la parete, sulla massa m non è presente nessuna forza, per cui il suo moto sarà quello iniziale , con velocità v_i= 10 m/s. Dopo l'urto la velocità del carrello, relativa alla parete cambierà di segno, poiché l'urto è elastico e la sua velocità sarà $v_1=-v_i=-10$ m/s. Tra l'istante considerato in a) e quello in b), la quantità di moto del sistema corpo+carrello si conserva per cui $mv_i-Mv_i=(m+M)v_f$, da cui $vf=\frac{(m-M)vi}{M+m}$ = -9.05 m/s.

L'energia meccanica totale iniziale è $E_i=1/2Mv_1^2+ ½ mv_1^2$= 5250 J , quella dopo l'urto è E_f= ½ $(M+m)v_f^2$ =4300J, per cui la differenza è -950 J.

N.2. Si conserva la quantità di moto del sistema disco+punto materiale : $m\mathbf{v}_1=(m+M)\,\mathbf{v}_2$. Il vettore v2 è parallelo alla retta x=R/2 e orientato nel verso delle y crescenti. Il centro di massa si muove nel verso delle y crescenti su di una retta parallela a x=R/2, per trovare tale retta occorre calcolare la posizione del centro di massa all'istante dell'urto :

$x_{cm}=(Mx_0+mx_1)/(M+m)$ = R/4 , $y_{cm}=(My_0+my_1)/(M+m)=-(\sqrt{3}R/4)$, per cui la traiettoria del centro di massa segue l'equazione x=R/4.

Essendo nulla la risultante dei momenti delle forze esterne applicate al sistema, vale la conservazione del momento della quantità di moto : $I_p\vec{\omega}=R/4mv\vec{k}$, dove I_p è la somma del momento di inerzia del disco M e di m, inoltre

$I_p=1/2MR^2+M(R/2)^2=3/4MR^2$ e quello di m vale $m(R/2)^2$, $\vec{k}$ è il versore dell'asse perpendicolare al piano; ne segue che $\omega=Rmv/4mR^2=v/4R$.

N.3. Nel ciclo il lavoro totale è $W=W_{AB}+W_{CD}=R\ln 2\,(T_1+T_2)$, la quantità di calore assorbita dal gas $Q_{Ass}=Q_{AB}+Q_{DA}=RT_1\ln 2+c_v(T_1-T_2)$ ed il rendimento è $W/Q_{Ass=}$ 0.179. La variazione di entropia del gas nel ciclo è nulla