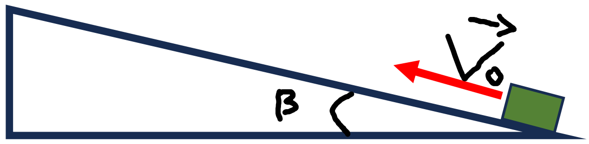
Sapienza Università di Roma
Ingegneria Informatica e Automatica
FISICA 14.02.2024
A.A. 2022-2023 (12 CFU) – Proff. M. Petrarca – M. Toppi.

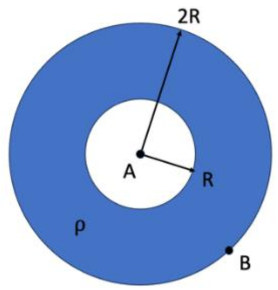
Esplicitare tutti i passaggi matematici, spiegare il ragionamento e solo nelle formule finali inserire i numeri per ricavare il valore numerico quando richiesto dal problema. Esplicitare la verifica dimensionale.

Esercizio 1
Un corpo (punto materiale) sale lungo un piano inclinato con velocità iniziale in modulo pari a v_0=10 m/s e parallela al piano inclinato. Il piano è inclinato di un angolo di ß=36 gradi ed è scabro con coefficienti di attrito (μ_s = 0.35, μ_d = 0.25). Calcolare dove e quando si ferma il corpo. Torna indietro il corpo? Se sì, calcolare quanto tempo impiega per tornare alla posizione inziale.

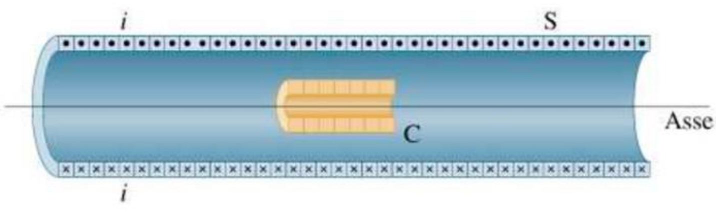


Esercizio 2
Una mole di gas ideale monoatomico compie una espansione reversibile descritta dall'equazione: p(V-V0)= -K, con V_0= 5*10^{-2} m^3 e K= 4.56 kJ, passando dallo stato inziale V_1=1*10^{-2} m^3 e p_1=1.14 bar allo stato finale V_2=4*10^{-2} m^3 e p_2. Calcolare il lavoro e il calore scambiati.

Esercizio 3
Si consideri una distribuzione di carica statica nel vuoto, con densità costante ρ all'interno di un guscio sferico di raggi R e 2R.
1) Si calcoli l'espressione della differenza di potenziale tra il punto A ed un punto B sul bordo estremo della distribuzione.
2) Darne poi il valore numerico per R = 50 cm e ρ = 5 μC/m^3.

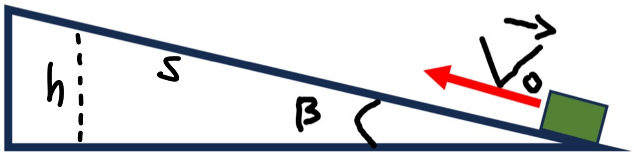


Esercizio 4
Si consideri il solenoide S in figura, composto da n=200 spire/cm e percorso dalla corrente i=2 A. Al centro di S vi sia una bobina C composta da N=300 spire strettamente impacchettate di diametro d_C=2 cm. La corrente del solenoide cresca linearmente da 0 a 2 A in Δt=0.31 s. Calcolare il valore assoluto della f.e.m. indotta nell'avvolgimento interno mentre la corrente del solenoide sta aumentando.



Esercizio 1

Un corpo (punto materiale) sale lungo un piano inclinato con velocità iniziale in modulo pari a v_0=10 m/s e parallela al piano inclinato. Il piano è inclinato di un angolo di ß=36 gradi ed è scabro con coefficienti di attrito (μ_s = 0.35, μ_d = 0.25). Calcolare dove e quando si ferma il corpo. Torna indietro il corpo? Se sì, calcolare quanto tempo impiega per tornare alla posizione inziale.



$h = s \sin\beta \qquad F_a = \mu_d\, mg\cos\beta \qquad W_A = F_a \cdot s$

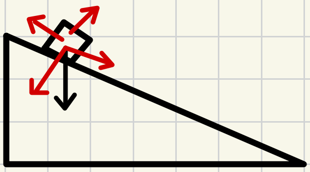
$E_{m_i} - E_{m_f} = W_A \rightarrow \frac{1}{2} m V_0^2 - mgh = \mu_d\, mg\cos\beta \cdot s$

$\frac{1}{2} V_0^2 - g s \sin\beta = \mu_d\, g\cos\beta \cdot s \rightarrow s(\mu_d g\cos\beta + g\sin\beta) = \frac{1}{2} V_0^2 \rightarrow$

$$s = \frac{\frac{1}{2}V_0^2}{\mu_d g\cos\beta + g\sin\beta} = 6{,}45 \text{ m} \rightarrow h = 3{,}8 \text{ m}$$

$$F_{TOT} = ma \rightarrow a = \frac{F_{TOT}}{m} = \frac{mg\sin\beta + \mu_d\, mg\cos\beta}{m} = g(\sin\beta + \mu_d\cos\beta) \approx 7{,}7\, m/s^2$$

$$\begin{cases} V_f = V_i - a t \\ s = V_0 t - \frac{1}{2} a t^2 \end{cases} \qquad \begin{cases} t = \frac{V_i}{a} = 1{,}29 s \\ // \end{cases}$$



SE $F_{P_{//}} = F_a$ SCIVOLA CON V COST

SE $F_{P_{//}} > F_a$ SCIVOLA CON a

$mg\sin\beta = 5{,}76$ N

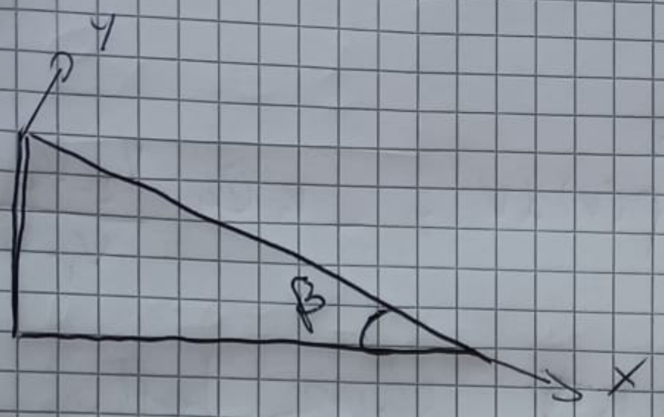
$F_a = \mu_s\, mg\cos\beta = 2{,}77$ N

$F_A << F_{P_{//}}$ QUINDI SCIVOLA

$$a = \frac{F_{TOT}}{m} = \frac{mg\sin\beta - \mu_d\, mg\cos\beta}{m} = g(\sin\beta - \mu_d\cos\beta) = 3{,}8\ m/s^2$$

$$s = \frac{1}{2} a t^2 \rightarrow t = \sqrt{2s/a} = 1{,}84 s$$

1 Ex



$F = -mg\,\text{sen}\,\theta - \mu_d\, mg\cos\theta$ lungo x

$F = ma$

$a = -g(\text{sen}\,\theta + \mu_d\cos\theta) = -7.74\ m/s^2$

$v(t) = v_0 + at \Rightarrow t = \frac{v_0}{a} = 1{,}29\ s$

$x(t) = v_0^2 + 2ax \qquad x = 6.46\ m$

Una volta che si ferma dobbiamo vedere se:

$mg\,\text{sen}\,\theta \geq \mu_s\, mg\cos\theta$ ovvero $tg\,\theta \geq \mu_s$??

$tg\, 36° = 0.73 > \mu_s = 0.35 \Rightarrow$ si torna indietro.

Durante la discesa:

$a' = g(\text{sen}\,\theta - \mu_d\cos\theta) = 3.78\ m/s^2$

velocità iniziale nulla e velocità alla base

$v_a^2 = 2a'x = 7\ m/s$

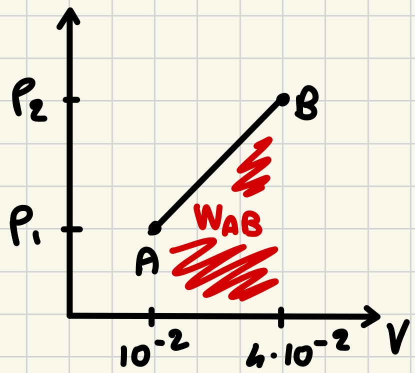
$t' = v_a / a' = 1.85\ s$

per effetto attrito $v_a < v_0$ e $t' > t$

Esercizio 2

Una mole di gas ideale monoatomico compie una espansione reversibile descritta dall'equazione: p(V-V0)= -K, con V_0= 5*10^{-2} m^3 e K= 4.56 kJ, passando dallo stato inziale V_1=1*10^{-2} m^3 e p_1=1.14 bar allo stato finale V_2=4*10^{-2} m^3 e p_2. Calcolare il lavoro e il calore scambiati.

$n = 1\ mol \quad c_v = \frac{3}{2}R \quad c_p = \frac{5}{2}R \quad \gamma = \frac{5}{3}$



$p(V-V_0) = -K$

$p_2(V_2-V_0) = -K \Rightarrow p_2 = -\frac{K}{V_2-V_0} = 4.5\cdot 10^5\ Pa$

$$W_{AB} = \int_{V_1}^{V_2} p(V)dV = \int_{10^{-2}}^{4\cdot 10^{-2}} -\frac{K}{V-V_0}dV = -K\int_{V_1}^{V_2}\frac{1}{V-V_0}dV = -K\left[\ln|V-V_0|\right]_{V_1}^{V_2} =$$

$$= -K\left(\ln|V_2-V_0| - \ln|V_1-V_0|\right) = -4.56\cdot 10^3\left(\ln 10^{-2} - \ln(4\cdot 10^{-2})\right) =$$

$$= 4.56\cdot 10^3 \cdot \ln 4 = 6.32\cdot 10^3\ J$$

$T_1 = \frac{p_1V_1}{nR} = 137{,}18\ K \qquad T_2 = \frac{p_2V_2}{nR} = 2166\ K$

$\Delta U = nc_v\Delta T = 22.3\ kJ$

$\Delta U = Q - W \Rightarrow Q = \Delta U + W \approx 32\ kJ$

2° Ex

Lavoro $W = \int_{V_1}^{V_2} p(V)\,dV = -k \ln \frac{V_2 - V_0}{V_1 - V_0}$

$= 6.32\ kJ$ Lavoro fatto dal gas

$p_2 = 4.56$ bar

$\Delta U = c_v (T_2 - T_1) = 26.19\ kJ$

$Q = \Delta U + W = 32.51\ kJ$ calore assorbito dal gas.

$p_2 \to$ si trova da

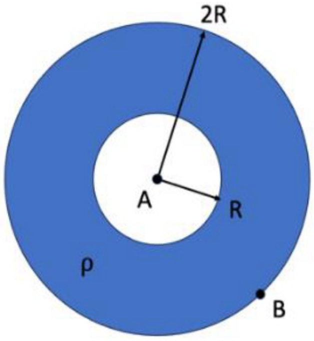
$p(V - V_0) = -k$

Esercizio 3

Si consideri una distribuzione di carica statica nel vuoto, con densità costante ρ all'interno di un guscio sferico di raggi R e 2R.

1) Si calcoli l'espressione della differenza di potenziale tra il punto A ed un punto B sul bordo estremo della distribuzione.

2) Darne poi il valore numerico per R = 50 cm e ρ = 5 μC/m^3.



Esercizio 4

$$V_A - V_B = -\int_B^A E \cdot ds = \int_A^B E(r)\,dr$$

- PER $r < R$: $E(r) = 0$ NON CI SONO CARICHE
- PER $R \leq r \leq 2R$:

$$\Phi_E = \oint E \cdot dA = \frac{q}{\varepsilon_0} \qquad \Phi_E = E(r) \cdot 4\pi r^2 \qquad q = \rho \cdot \text{VOLUME} = \rho \cdot \left(\tfrac{4}{3}\pi (r^3 - R^3)\right)$$

$$E(r) \cdot 4\pi r^2 = \frac{\rho \cdot \left(\frac{4}{3}\pi (r^3 - R^3)\right)}{\varepsilon_0} \rightarrow E(r) = \frac{\rho (r^3 - R^3)}{3 \varepsilon_0 r^2}$$

$$\boxed{\text{- PER } r > 2R: \quad q = \rho \cdot \tfrac{4}{3}\pi \left((2R)^3 - R^3\right) \qquad E_r = \frac{\rho \left((2R)^3 - R^3\right)}{3 \varepsilon_0 r^2}}$$

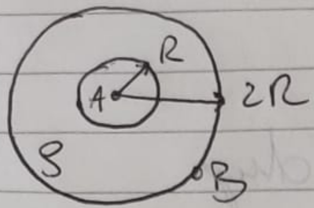
NON SERVE

$$V_A - V_B = \int_A^B E(r) \cdot dr = \int_0^{2R} E(r)\,dr = \int_0^R \cancel{E(r)}\,dr + \int_R^{2R} E(r)\,dr =$$

$$= \frac{\rho}{3\varepsilon_0} \int_R^{2R} \frac{r^3}{r^2} dr - \int_R^{2R} \frac{R^3}{r^2} dr = \frac{\rho}{3\varepsilon_0} \left(\left[\frac{r^2}{2}\right]_R^{2R} - R^3 \left[-\frac{1}{r}\right]_R^{2R} \right) =$$

$$= \frac{\rho}{3\varepsilon_0} \left(\frac{3}{2} R^2 - \frac{1}{2} R^2 \right) = \frac{\rho}{3\varepsilon_0} R^2 \approx 47\,\text{kV}$$

ESERCIZIO 3



$V_A - V_B$? $\quad \rho = 5\ \mu C/m^3$

$R = 50$ cm

- $E(r<R) = 0$
- $E(r)$ per $R < r < 2R$

$$4\pi r^2 E(r) = \frac{Q(r)}{\varepsilon_0} = \frac{1}{\varepsilon_0}\int_R^r \rho\, 4\pi r'^2\, dr' =$$

$$= \frac{1}{\varepsilon_0}(\rho\, 4\pi)\, \frac{r'^3}{3}\Big|_R^r = \frac{4\pi\rho}{3\varepsilon_0}\left(r^3 - R^3\right)$$

$$\Rightarrow E(r) = \frac{\rho}{3\varepsilon_0}\left(r - \frac{R^3}{r^2}\right)$$

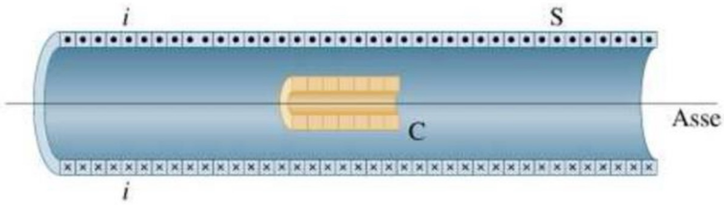
$$V_A - V_B = \int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{s} = \int_0^{2R} E(r)\, dr = \cancel{\int_0^R E(r)\, dr} +$$

$$+ \int_R^{2R} E(r)\, dr = \int_R^{2R} \frac{\rho}{3\varepsilon_0}\left(r - \frac{R^3}{r^2}\right) dr = \frac{\rho R^2}{3\varepsilon_0}$$

$$V_A - V_B \cong 47\ \text{kV}$$

Esercizio 4

Si consideri il solenoide S in figura, composto da n=200 spire/cm e percorso dalla corrente i=2 A. Al centro di S vi sia una bobina C composta da N=300 spire strettamente impacchettate di diametro d_C=2 cm. La corrente del solenoide cresca linearmente da 0 a 2 A in Δt=0.31 s. Calcolare il valore assoluto della f.e.m. indotta nell'avvolgimento interno mentre la corrente del solenoide sta aumentando.

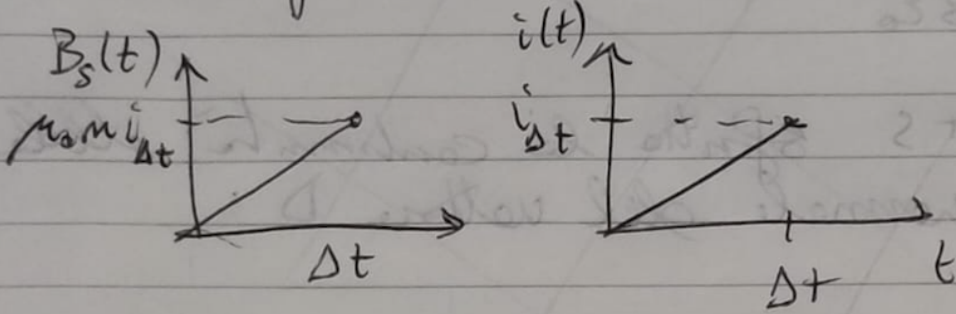


$$FEM = -N\frac{d\Phi_B}{dt} \qquad B = \mu_0 n i \qquad \Phi_B = B \cdot \pi\left(\frac{d_c}{2}\right)^2$$

$$FEM = -N\pi\left(\frac{d_c}{2}\right)^2 \cdot \mu_0 n \frac{\Delta i}{\Delta t} = 15\ mV$$

$B_S(t) = \mu_0 n\, i(t)$ con: $i(0) = 0$, $i(\Delta t) = i_{\Delta t} = 2\,A$

Il campo cresce linearmente come la corrente:



La variazione di flusso concatenato con 1 spira della bobina ~~causerà~~ darà la fem indotta:

$$fem|_{1\,SPIRA} = -\frac{d\phi(t)}{dt} = -\Sigma_c \frac{dB(t)}{dt} =$$

$$= \pi\left(\frac{d_c}{2}\right)^2 \mu_0 n \frac{di(t)}{dt} = \pi \frac{d_c^2}{4} \mu_0 n \frac{i_{\Delta t}}{\Delta t}$$

E quindi la fem indotta su tutta la bobina C è:

$$fem|_c = \pi \frac{d_c^2}{4} \mu_0 n N \frac{i_{\Delta t}}{\Delta t} \simeq 15\ mV$$