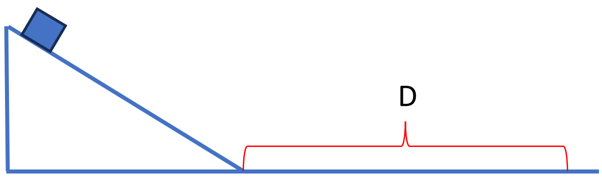
Università degli Studi di Roma "La Sapienza"
Ingegneria Informatica e Automatica
FISICA 4.9.2023
A.A. 2022-2023 (12 CFU) – Proff. M.Petrarca – A.Sciubba

Esplicitare tutti i passaggi matematici, spiegare il ragionamento e solo nelle formule finali inserire i numeri per ricavare il valore numerico quando richiesto dal problema. Esplicitare la verifica dimensionale.

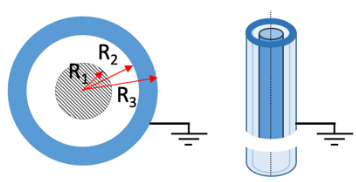
1) Un cubo di massa m e lato L scende su di un piano liscio e inclinato. Il cilindro, arrivato alla base, prosegue su un piano orizzontale in cui è presente un attrito μ_d dinamico. Il corpo inizialmente si trova ad una altezza H dal piano orizzontale e ha velocità nulla. Calcolare tramite il principio di conservazione della energia meccanica l'espressione analitica del coefficiente di attrito affinché il corpo percorra un tratto pari a D arrivando alla sua fine con velocità nulla.



2) Un arco lancia una freccia con velocità iniziale v_0=100 m/s da un'altezza H=2 m dal suolo e con una inclinazione pari a ß=30 gradi. Determinare l'espressione e il valore del punto di impatto al suolo (gittata).

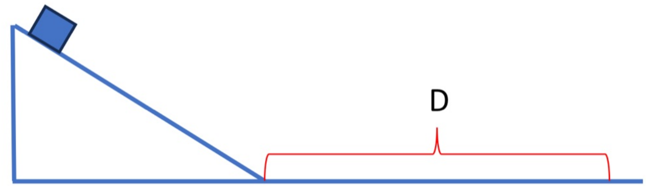
3) Una vecchia locomotiva ha una fornace che opera alla temperatura T=500K. L'energia ricavata dalla combustione del carbone trasforma l'acqua in vapore che serve a mettere in moto la locomotiva. La locomotiva funziona in ambiente atmosferico (aria) quindi alla temperatura T=300 K. Calcolare il rendimento massimo (caso ideale) della locomotiva e il lavoro massimo che la macchina può fornire per ogni ciclo se assorbe Q_{ass} = 400 J dalla fornace. Qual è la massa di acqua evaporata ad ogni ciclo supponendo che non ci siano altri fenomeni dissipativi o che consumano l'energia assorbita per ogni ciclo? (calore latente di vaporizzazione dell'acqua Q_L=2257 kJ/kg)

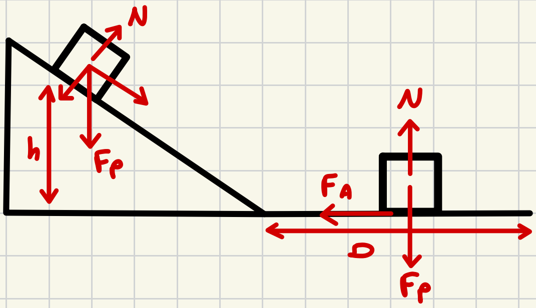
4) Un conduttore cilindrico di lunghezza L e raggio R_1 = 2 cm con densità di carica σ = + 4 mC/m^2 è posto coassialmente a un guscio cilindrico conduttore di raggi R_2 = 4 cm e R_3 = 5 cm. Graficare qualitativamente l'andamento di E(r) e V(r) e ricavare l'espressione del potenziale lungo l'asse del sistema. Trascurare gli effetti di bordo.



5) Un solenoide lungo L, costituito da N spire circolari di raggio r = 4 cm, è percorso da una corrente di intensità $I(t) = I_0 e^{-t/\tau}$. Al centro del solenoide è posta una spira quadrata di lato d = 2 cm e resistenza R la cui normale forma un angolo θ rispetto all'asse del solenoide.
Ricavare l'espressione della potenza dissipata nella spira.

1) Un cubo di massa m e lato L scende su di un piano liscio e inclinato. Il cilindro, arrivato alla base, prosegue su un piano orizzontale in cui è presente un attrito μ_d dinamico. Il corpo inizialmente si trova ad una altezza H dal piano orizzontale e ha velocità nulla. Calcolare tramite il principio di conservazione della energia meccanica l'espressione analitica del coefficiente di attrito affinché il corpo percorra un tratto pari a D arrivando alla sua fine con velocità nulla.





$$mgh = \frac{1}{2}mv^2$$

$$F_A = \mu_d mg \qquad W = F_A D = \mu_d mgD$$

$$W = E_{K,i} = E_{P,i}$$

$$\mu_d mgD = \frac{1}{2}mv^2 = mgh \rightarrow \mu_d = \frac{h}{D}$$

2) Un arco lancia una freccia con velocità iniziale v_0=100 m/s da un'altezza H=2 m dal suolo e con una inclinazione pari a ß=30 gradi. Determinare l'espressione e il valore del punto di impatto al suolo (gittata).

$$\begin{cases} y = H + V_0\tau\sin\beta - \frac{1}{2}g\tau^2 \\ x = V_0\tau\cos\beta \end{cases}$$

RETTILINEO UNIFORME $\quad x = V_{0x}\tau$

DA Y ABBIAMO $\frac{1}{2}g\tau^2 \cdot V_0\tau\sin\beta \cdot H$

$$\tau = \frac{V_0\sin\beta + \sqrt{V_0^2\sin^2\beta + 2gH}}{g} \approx 10.2\,s$$

DA X $\rightarrow$ $x = V_0\tau\cos\beta = 886\ m$

3) Una vecchia locomotiva ha una fornace che opera alla temperatura T=500K. L'energia ricavata dalla combustione del carbone trasforma l'acqua in vapore che serve a mettere in moto la locomotiva. La locomotiva funziona in ambiente atmosferico (aria) quindi alla temperatura T=300 K. Calcolare il rendimento massimo (caso ideale) della locomotiva e il lavoro massimo che la macchina può fornire per ogni ciclo se assorbe Q_{ass} = 400 J dalla fornace. Qual è la massa di acqua evaporata ad ogni ciclo supponendo che non ci siano altri fenomeni dissipativi o che consumano l'energia assorbita per ogni ciclo? (calore latente di vaporizzazione dell'acqua Q_L=2257 kJ/kg)

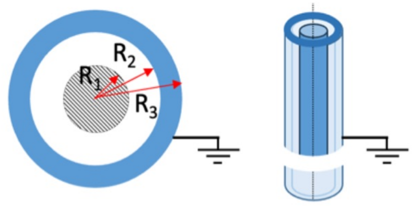
FACCIAMO RIFERIMENTO AD UNA MACCHINA DI CARNOT:

$$\eta_{MAX} = 1 - \frac{T_{FREDDA}}{T_{CALDA}} = 1 - \frac{300}{500} = 0.4 = 40\%$$

POICHÈ $\eta = \frac{W}{Q_{ASS}} \rightarrow W = \eta\, Q_{ASS} = 160\,J$

$$Q_{ASS} = \lambda m \rightarrow m = \frac{Q_{ASS}}{\lambda} = 177\,g = 0.177\,Kg$$

4) Un conduttore cilindrico di lunghezza L e raggio R_1 = 2 cm con densità di carica σ = + 4 mC/m^2 è posto coassialmente a un guscio cilindrico conduttore di raggi R_2 = 4 cm e R_3 = 5 cm. Graficare qualitativamente l'andamento di E(r) e V(r) e ricavare l'espressione del potenziale lungo l'asse del sistema. Trascurare gli effetti di bordo.



$$\int E(r)\cdot ds = \frac{q}{\varepsilon_0} \qquad V(r) = -\int E(r)\,dr$$

- $r < R_1$: $E(r) = 0$, $V(r) = V(R_1)$
- $R_1 < r < R_2$:

$$q = \sigma\, 2\pi R_1 L \rightarrow E(r)\cdot 2\pi r L = \frac{q}{\varepsilon_0} \rightarrow E(r) = \frac{\sigma R_1}{\varepsilon_0 r}$$

$$V(r) = -\int_{R_2}^{r} E(r)\,dr = -\frac{\sigma R_1}{\varepsilon_0}\ln\left(\frac{r}{R_2}\right) = \frac{\sigma R_1}{\varepsilon_0}\ln\frac{R_2}{r}$$

- $R_2 < r < R_3$: $E(r) = 0$, $V(r) = V(R_2)$
- $r > R_3$: $E(r) = 0$, $V(r) = V(R_3)$

5) Un solenoide lungo L, costituito da N spire circolari di raggio r = 4 cm, è percorso da una corrente di intensità $I(t) = I_0 e^{-t/\tau}$. Al centro del solenoide è posta una spira quadrata di lato d = 2 cm e resistenza R la cui normale forma un angolo θ rispetto all'asse del solenoide.
Ricavare l'espressione della potenza dissipata nella spira.

$$B(t) = \mu_0 \frac{N}{L} I(t) \qquad \Phi(t) = B(t) \cdot \Sigma \cos\theta = \mu_0 \frac{N}{L} I(t) d^2 \cos\theta$$

$$F.E.M. = -\frac{d\Phi_B(t)}{dt} = -\frac{\mu_0 \frac{N}{L} I(t) d^2 \cos\theta}{dt} = \mu_0 \frac{N}{L} d^2 \cos\theta \frac{I_0}{\tau} e^{-t/\tau}$$

$$I_{IND} = \frac{F.E.M.}{R} = \mu_0 \frac{N}{L} d^2 \cos\theta \frac{I_0}{\tau} e^{-t/\tau} \cdot \frac{1}{R}$$

$$P(t) = I_{IND}^2 \cdot R = \left(\mu_0 \frac{N}{L} d^2 \cos\theta \frac{I_0}{\tau} e^{-t/\tau}\right)^2 \cdot \frac{1}{R}$$

1) Considerando il cubo come punto materiale (ovviamente non è stato considerato errore aver tentato di considerarlo un corpo esteso) è sufficiente considerare che l'energia meccanica iniziale (mg H) viene integralmente dissipata dal lavoro della forza d'attrito $-\mu_d$ mg D:
$\Delta E_{mecc} = E_{fin} - E_{in} = - mg H = -\mu_d mg D \rightarrow \mu_d = H/D$

2) $H + v_0 \sin\beta\, t^* - \frac{1}{2} g t^{*2} = 0 \rightarrow$ si ricava il tempo di volo $t^* = \frac{v_{0} \sin\beta + \sqrt{v_0^2 \sin^2\beta + 2\, gH}}{g}$
La gittata è quindi $v_0 \cos\beta\, t^* = 886$ m

3) Il ciclo di una macchina termica richiede almeno due sorgenti $\rightarrow$ il massimo rendimento è quello di una macchina basata sul ciclo reversibile di Carnot: $\eta = L/Q_{ASS} = 1\text{-}300K/500K = 40\%$.
$L = \eta\, Q_{ASS} = 160$ J. Supponendo che non ci siano fenomeni che consumano l'energia assorbita $m = Q_{ASS}/Q_L = 177$ g

4) Il conduttore centrale, in quanto conduttore, ha cariche solo sulla superficie. Il guscio esterno, essendo collegato a terra è esternamente scarico. Il campo elettrico è quindi presente solo nello spazio compreso fra R_1 e R_2.
Trascurando gli effetti di bordo il campo è solo radiale. Considerando un cilindro alto h si ha per Gauss $2\pi rh\, E(r) = \frac{\sigma\, 2\pi R_1 h}{\varepsilon_0}$ da cui $E(r) = \frac{\sigma\, R_1}{\varepsilon_0\, r}$.
Fra R_1 e R_2 il potenziale è $V(r) = -\int_{R_2}^{r} \frac{\sigma\, R_1}{\varepsilon_0 r} = \frac{\sigma\, R_1}{\varepsilon_0} \ln \frac{R_2}{r}$ dove si è tenuto conto di $V(R_2) = 0$ V.
Sull'asse è $V(0) = \frac{\sigma\, R_1}{\varepsilon_0} \ln \frac{R_2}{R_1}$ dove si è tenuto conto di $V(0) = V(R_1)$

5) La spira è tutta interna al solenoide (r >d) $\rightarrow \Phi(\vec{B}) = \mu_0 \frac{L}{N} I(t)\, d^2 \cos\vartheta$.
La corrente indotta vale $I_{ind} = \mu_0 \frac{L}{N} \frac{I_0}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} d^2 \cos\vartheta\, \frac{1}{R}$.
La potenza dissipata nella spira è quindi $P(t) = \frac{\left(\mu_0 \frac{L}{N} \frac{I_0}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} d^2 \cos\vartheta\right)^2}{R}$

NOTA: si è tenuto conto dell'eventuale totale mancanza delle verifiche dimensionali esplicitamente richieste nel testo