Università degli Studi di Roma "La Sapienza"

FISICA

Ingegneria Informatica e Automatica1

04.09.2023-A.A. 2022-2023 (12 CFU) C.Sibilia/L.Sciscione

1. **ESERCIZIO -**Un camion sta salendo, con accelerazione costante α, lungo una strada rettilinea inclinata di un angolo θ rispetto all'orizzontale.
   Al suo interno è appeso un pendolo semplice formato da una massa m attaccata a un filo inestensibile di massa trascurabile e lunghezza L. Si osserva che il pendolo è in equilibrio quando il filo forma un angolo θ' con la direzione della normale alla strada (linea tratteggiata in Figura). Si trovi l'angolo θ' in funzione delle grandezze note.

2. ESERCIZIO

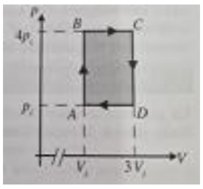
Un ragazzo sta girando in tondo in bicicletta su un terreno pianeggiante. Egli descrive una circonferenza di raggio r con velocità $v = 4.0\,m/s$. Per fare ciò deve stare inclinato di un angolo θ rispetto alla verticale.

a) Se il coefficiente di attrito statico tra gli pneumatici e il terreno è $\mu_s = 0.408$, qual è il minimo valore possibile per il raggio della circonferenza descritta dalla bici?
b) Usando il centro di massa come polo per calcolare i momenti, dimostrare che l'angolo massimo θ^* di cui il ragazzo si può inclinare senza cadere è tale che $\mu_s = tan\ \theta^*$.

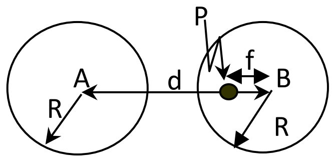
3. ESERCIZIO

Una mole di gas perfetto monoatomico descrive il ciclo reversibile in Figura. Nel punto A la pressione, il volume e la temperatura sono noti e valgono p_i, v_i e T_i. Calcolare:

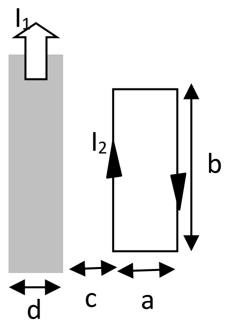
a) il calore assorbito e il lavoro compiuto durante il ciclo, esprimendoli solo in funzione di T_i;
b) il rendimento della macchina termica che lavora secondo il ciclo indicato;
c) le variazioni di entropia del gas per tutte le trasformazioni del ciclo. Verificare che la loro somma è zero.



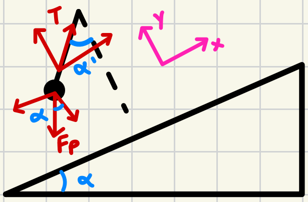
4.ESERCIZIO Due cilindri paralleli, infinitamente lunghi, di stesso raggio R=10cm sono disposti alla distanza d=30cm. Sapendo che sul primo è disposta una carica positiva distribuita uniformemente con densità volumetrica $\rho_1=10^{-6}$C/m^3 e sapendo che non si registra alcun campo elettrico nel punto P posto a distanza f=5cm dall'asse del secondo cilindro, determinare la densità di carica ρ_2, supposta uniforme, che deve essere disposta nel secondo cilindro. Calcolare, inoltre, la differenza di potenziale fra il punto A sull'asse del primo cilindro ed il punto B sull'asse del secondo cilindro.



5.ESERCZIZIO Un nastro infinitamente lungo di spessore d=5cm è percorso dalla intensità di corrente I_1=15mA. Una spira rettangolare di lati a=10cm, b=30cm giace nel piano del nastro a distanza c=15cm da esso. Sapendo che la spira viene percorsa dalla corrente I_2=50mA come in figura determinare la forza di attrazione cui è soggetta la spira.



1. **ESERCIZIO** -Un camion sta salendo, con accelerazione costante α, lungo una strada rettilinea inclinata di un angolo θ rispetto all'orizzontale.
Al suo interno è appeso un pendolo semplice formato da una massa m attaccata a un filo inestensibile di massa trascurabile e lunghezza L. Si osserva che il pendolo è in equilibrio quando il filo forma un angolo θ' con la direzione della normale alla strada (linea tratteggiata in Figura). Si trovi l'angolo θ' in funzione delle grandezze note.



$$\begin{cases} T\sin\alpha' - mg\sin\alpha = ma \\ T\cos\alpha' - mg\cos\alpha = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} tg\,\alpha' = \dfrac{a}{g\cos\alpha} + tg\,\alpha \\ T = \dfrac{mg\cos\alpha}{\cos\alpha'} \end{cases}$$

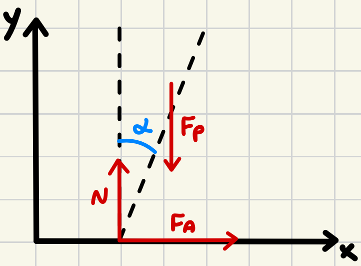
SE $\alpha = 0$ $\quad tg\,\alpha' = \dfrac{a}{g}$

2. **ESERCIZIO**

Un ragazzo sta girando in tondo in bicicletta su un terreno pianeggiante. Egli descrive una circonferenza di raggio r con velocità $v = 4.0\ m/s$. Per fare ciò deve stare inclinato di un angolo θ rispetto alla verticale.

a) Se il coefficiente di attrito statico tra gli pneumatici e il terreno è $\mu_s = 0.408$, qual è il minimo valore possibile per il raggio della circonferenza descritta dalla bici?
b) Usando il centro di massa come polo per calcolare i momenti, dimostrare che l'angolo massimo θ^* di cui il ragazzo si può inclinare senza cadere è tale che $\mu_s = tan\ \theta^*$.

a)



$$\begin{cases} F_A = ma \\ N - mg = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} F_A = m\dfrac{v^2}{r} \\ N = mg \end{cases}$$

$$F_A \le F_{AMAX} = \mu_s N \rightarrow m\frac{v^2}{r} \le \mu_s mg \rightarrow r \ge \frac{v^2}{\mu_s g} \approx 4m$$

b)

$$r F_A \cos\alpha - r N \sin\alpha = 0 \rightarrow tg\,\alpha = \frac{F_A}{N} \le \mu_s \rightarrow tg\,\alpha' = \mu_s$$

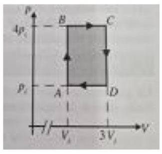
3. ESERCIZIO

Una mole di gas perfetto monoatomico descrive il ciclo reversibile in Figura. Nel punto A la pressione, il volume e la temperatura sono noti e valgono p_i, v_i e T_i. Calcolare:

a) il calore assorbito e il lavoro compiuto durante il ciclo, esprimendoli solo in funzione di T_i;

b) il rendimento della macchina termica che lavora secondo il ciclo indicato;

c) le variazioni di entropia del gas per tutte le trasformazioni del ciclo. Verificare che la loro somma è zero.



$c_v = \frac{3}{2}R \quad c_p = \frac{5}{2}R \quad \gamma = \frac{5}{3}$

$T_A = \frac{p_i V_i}{nR} = T_i \qquad T_B = \frac{4p_i V_i}{nR} = 4T_i \qquad T_C = \frac{4p_i 3V_i}{nR} = 12\,T_i \qquad T_D = \frac{p_i 3V_i}{nR} = 3T_i$

a) AB: ISOCORA

$V_A = V_B = V_i \qquad W_{AB} = 0 \qquad Q_{AB} = n c_v (T_B - T_A) = \frac{9}{2} nRT_i$

BC: ISOBARA

$p_B = p_C = 4p_i \qquad W_{BC} = p\Delta V = 8p_i V_i \qquad Q_{BC} = n c_p (T_C - T_B) = 20\,nRT_i$

CD: ISOCORA

$V_C = V_D = 3V_i \qquad W_{CD} = 0 \qquad Q_{CD} = n c_v (T_D - T_C) = -\frac{27}{2} nRT_i$

DA: ISOBARA

$p_D = p_A = p_i \qquad W_{DA} = p\Delta V = -2p_i V_i \qquad Q_{DA} = n c_p (T_A - T_D) = -5\,nRT_i$

$Q_{ASS} = Q_{AB} + Q_{BC} = 24.5\,nRT_i \qquad W = W_{BC} + W_{DA} = 6\,p_i V_i$

b) $\eta = \frac{W}{Q_{ASS}} = 1 - \frac{Q_{CED}}{Q_{ASS}} = 0,2449$

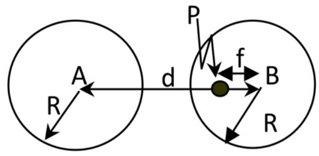
c) $\Delta S_{AB} = \int_A^B \frac{\delta Q}{T} = n c_v \int_A^B \frac{dT}{T} = n c_v \ln\left(\frac{T_B}{T_A}\right) = \frac{3}{2} nR \ln 4$

$\Delta S_{BC} = \int_B^C \frac{\delta Q}{T} = n c_p \int_B^C \frac{dT}{T} = n c_p \ln\left(\frac{T_C}{T_B}\right) = \frac{5}{2} nR \ln 3 \qquad \Delta S_{TOT} = 0$

$\Delta S_{CD} = \int_C^D \frac{\delta Q}{T} = n c_v \int_C^D \frac{dT}{T} = n c_v \ln\left(\frac{T_D}{T_C}\right) = -\frac{3}{2} nR \ln 4$

$\Delta S_{DA} = \int_D^A \frac{\delta Q}{T} = n c_p \int_D^A \frac{dT}{T} = n c_p \ln\left(\frac{T_A}{T_D}\right) = -\frac{5}{2} nR \ln 3$

4.ESERCIZIO Due cilindri paralleli, infinitamente lunghi, di stesso raggio R=10cm sono disposti alla distanza d=30cm. Sapendo che sul primo è disposta una carica positiva distribuita uniformemente con densità volumetrica $\rho_1=10^{-6}$C/m^3 e sapendo che non si registra alcun campo elettrico nel punto P posto a distanza f=5cm dall'asse del secondo cilindro, determinare la densità di carica ρ_2, supposta uniforme, che deve essere disposta nel secondo cilindro. Calcolare, inoltre, la differenza di potenziale fra il punto A sull'asse del primo cilindro ed il punto B sull'asse del secondo cilindro.



a) $r<R$: $\quad q=\rho\cdot ds=\rho\cdot\pi r^2 \qquad 2\pi r\,E(r)=\frac{q}{\varepsilon_0} \rightarrow E(r)=\frac{\rho r}{2\varepsilon_0}$

$r>R$: $\quad q=\rho\cdot ds=\rho\cdot\pi R^2 \qquad 2\pi r\,E(r)=\frac{q}{\varepsilon_0} \rightarrow E(r)=\frac{\rho R^2}{2\varepsilon_0 r}$

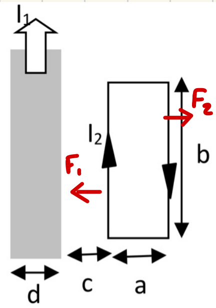
DEVE RISULTARE $E_{1,EXT}(d-f)=E_{2,INT}(f)$:

$$\frac{\rho_1 R^2}{2\varepsilon_0(d-f)}=\frac{\rho_2 f}{2\varepsilon_0} \rightarrow \boxed{\rho_2=\frac{\rho_1 R^2}{f(d-f)}=8\cdot 10^{-7}\ C/m^3}$$

b) $$V_A-V_B=\int_0^R\frac{\rho r}{2\varepsilon_0}dr+\int_R^d\frac{\rho R^2}{2\varepsilon_0 r}dr=\frac{\rho R^2}{4\varepsilon_0}+\frac{\rho R^2}{2\varepsilon_0}\ln\left(\frac{d}{R}\right)=\frac{\rho R^2}{2\varepsilon_0}\left(\frac{1}{2}+\ln\left(\frac{d}{R}\right)\right)$$

$$V_A-V_B=(V_A-V_B)_1+(V_A-V_B)_2=\frac{(\rho_1-\rho_2)R^2}{2\varepsilon_0}\left(\frac{1}{2}+\ln\left(\frac{d}{R}\right)\right)=\boxed{130.8\ V}$$

5.ESERCZIZIO Un nastro infinitamente lungo di spessore d=5cm è percorso dalla intensità di corrente I_1=15mA. Una spira rettangolare di lati a=10cm, b=30cm giace nel piano del nastro a distanza c=15cm da esso. Sapendo che la spira viene percorsa dalla corrente I_2=50mA come in figura determinare la forza di attrazione cui è soggetta la spira.



$$dB_0=\frac{\mu_0\,di}{2\pi(x+y)}=\frac{\mu_0 I_1\,dy}{2\pi d(x+y)} \rightarrow B_0(x)=\int dB_0=\frac{\mu_0 I_1}{2\pi d}\int_0^d\frac{dy}{x+y}=\frac{\mu_0 I_1}{2\pi d}\ln\left(\frac{x+d}{x}\right)$$

$$F_1=I_2\,b\,B_0(c),\quad F_2=I_2\,b\,B_0(a+c)$$

$$F_{TOT}=F_1-F_2=I_2\,b\left[B_0(c)-B_0(a+c)\right]=\frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi}\,\frac{b}{d}\ln\left(\frac{(c+d)(a+c)}{c(a+c+d)}\right)$$

Università degli Studi di Roma "La Sapienza"

FISICA

Ingegneria Informatica e Automatica1

04.09.2023-A.A. 2022-2023 (12 CFU) C.Sibilia/L.Sciscione

- **ESERCIZIO –**

  Il problema può essere risolto dal punto di vista di un SRI solidale al suolo o dal punto di vista di un SRNI solidale al camion.

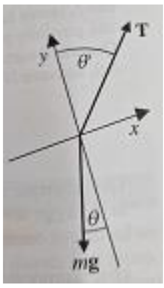
  Primo metodo. Rispetto a un SRI solidale al suolo, le forze applicate alla massa puntiforme m sono solo la tensione del filo $\mathbf{T}$ e la forza peso $m\mathbf{g}$. Si scelga per convenienza un sistema di assi cartesiani come in Figura. La II legge di Newton dice quindi che $\mathbf{T} + m\mathbf{g} = m\mathbf{a}$. Scomponendo le forze lungo gli assi scelti si trova

$$+T\sin\theta' - mg\sin\theta = m\alpha \;\; (componenti\ x)$$

$$+T\cos\theta' - mg\cos\theta = 0 \;\;\; (componenti\ y)$$

  dove ovviamente α è l'accelerazione del camion, che coincide con l'accelerazione della massa m poiché quest'ultima è in quiete rispetto al camion. Dalla seconda equazione si può ricavare $T = mg\cos\theta \,/\, \cos\theta'$ che, inserita nella prima, dà

- $\tan\theta' = \frac{\alpha}{g\cos\theta} + \tan\theta.$



  Si noti che nel caso $\theta = 0$ (ossia strada orizzontale) si ottiene il risultato facilmente verificabile che $\tan\theta' = \alpha/g$.

  Secondo metodo. Rispetto a un SRNI solidale con il camion, la massa m è in equilibrio sotto l'effetto delle forze *vere* $\mathbf{T}$ e $m\mathbf{g}$ e della forza apparente $-m\mathbf{a}_T$ essendo $\mathbf{a}_T$ l'accelerazione di trascinamento che nel caso in esame è l'accelerazione del camion. Pertanto, usando gli stessi assi della Figura, un osservatore del SRNI direbbe che $\mathbf{T} = \; m\mathbf{g} - m\mathbf{a} = 0$. È chiaro che questa equazione porta agli stessi risultati ottenuti dal SRI.

2 .**ESERCIZIO**

La prima equazione cardinale applicata al sistema formato da ragazzo + bicicletta si scrive $\mathbf{R}^{ext} = \mathbf{N} + m\mathbf{g} + \mathbf{f}_s = m\mathbf{a}$ e, proiettandola lungo le direzioni definite da $\mathbf{u}_r$ e $\mathbf{u}_z$ da essa si ottiene il seguente sistema di due equazioni

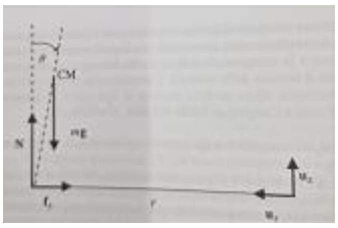
$$-f_s = -m\frac{v^2}{r} \qquad\qquad + N - mg = 0$$

Da queste relazioni appare chiaro che tanto minore è il raggio della traiettoria, tanto maggiore è la forza di attrito statico necessaria per evitare che la bicicletta scivoli. Però $f_s \leq f_s^{max} = \mu_s N$ e quindi nel caso in esame

$$f_s = m\frac{v^2}{r} \leq \mu_s mg \rightarrow r \geq \frac{v^2}{\mu_s g} \cong 4.00\, m.$$

b) Se si considera il CM come polo, la condizione che il ragazzo non cada equivale a dire che il punto di contatto tra la bici e il suolo non ruoti rispetto al CM stesso, cioè sia in equilibrio rotazionale (Figura). Detto $\mathbf{r}$ il vettore che va dal centro di massa al punto Ω di contatto tra la ruota e il suolo, si può quindi scrivere: $\mathbf{r} \wedge \mathbf{N} + \mathbf{r} \wedge \mathbf{f}_s = 0$. Prendendo come positivo il verso uscente dal foglio si ottiene:

$$r\, f_s \cos\theta - rN \sin\theta = 0 \quad \rightarrow \quad \tan\theta = \frac{f_s}{N} \leq \mu_s.$$



Pertanto il massimo angolo di inclinazione θ^* è dato dalla relazione $\tan\theta^* = \mu_s$

3 .ESERCIZIO

Usando sistematicamente l'equazione di stato dei gas perfetti per gli stati A, B, C e D si trovano le corrispondenti temperature:

$$T_A = \frac{p_i V_i}{nR} = T_i; \quad T_B = \frac{4p_i V_i}{nR} = 4T_i; \quad T_C = 12T_i; \quad T_D = 3T_i.$$

a) A questo punto, il calore scambiato lungo le quattro trasformazioni può essere calcolato agevolmente:

$$Q_{AB} = nc_V\,(T_B - T_A) = n\frac{3}{2}R\,(4T_i - T_i) = \frac{9}{2}nRT_i$$
$$Q_{BC} = nc_p\,(T_C - T_B) = n\frac{5}{2}R\,(12T_i - 4T_i) = 20nRT_i$$
$$Q_{CD} = nc_V\,(T_D - T_C) = n\frac{3}{2}R\,(3T_i - 12T_i) = -27nRT_i$$
$$Q_{DA} = nc_P\,(T_A - T_D) = n\frac{5}{2}R\,(T_i - 3T_i) = -5nRT_i.$$

Il calore assorbito è la somma dei due calori positivi, cioè $Q_{ass} = Q_{AB} + Q_{BC} = 24.5\,nRT_i$.
Il lavoro compiuto dal gas durante il ciclo è uguale alla somma dei lavori compiuti lungo le quattro trasformazioni. Poiché $L_{AB} = L_{CD} = 0$, si ottiene

$$L = L_{BC} + L_{DA} = +(4p_i)(2V_i) - (p_i)(2V_i) = 6nRT_i.$$

Si noti che L è anche uguale alla somma di tutti i calori scambiati.
b) Il rendimento della macchina termica è quindi dato da

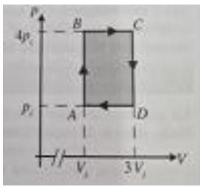
$$\eta = \frac{L}{Q_{ass}} = \frac{6nRT_i}{24.5nRT_i} = 0.2449.$$

c) Le quattro trasformazioni sono reversibili; pertanto la variazione di entropia lungo ognuna di esse può essere calcolata lungo la trasformazione effettivamente compiuta dal gas;

$$\Delta S_{AB} = \int_A^B \frac{\delta Q}{T} = nc_V \int_A^B \frac{dT}{T} = nc_V ln\,(\frac{T_B}{T_A}) = \frac{3}{2}nRln4$$
$$\Delta S_{BC} = \int_B^C \frac{\delta Q}{T} = nc_p \int_B^C \frac{dT}{T} = nc_p ln\,(\frac{T_C}{T_B}) = \frac{5}{2}nRln3$$
$$\Delta S_{CD} = \int_C^D \frac{\delta Q}{T} = nc_V \int_C^D \frac{dT}{T} = nc_V ln\,(\frac{T_D}{T_C}) = \frac{3}{2}nRln\,(\frac{1}{4})$$
$$\Delta S_{DA} = \int_D^A \frac{\delta Q}{T} = nc_p \int_D^A \frac{dT}{T} = nc_p ln\,(\frac{T_A}{T_D}) = \frac{5}{2}nRln\,(\frac{1}{3}).$$

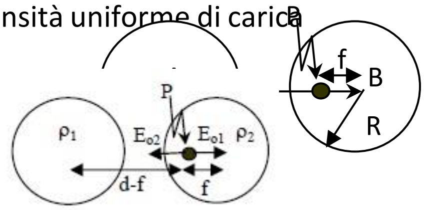
la variazioni di entropia totale è zero come ci si aspetta per un ciclo.

.



4.ESERCIZIO

1) Il campo elettrico prodotto da un cilindro infinitamente lungo con densità uniforme di carica di volume ρ in un generico punto P a distanza r dall'asse del cilindro è:



$$\begin{cases} E_{0int}(r) = \frac{\rho r}{2\varepsilon_0} & r < R \\ E_{0ext}(r) = \frac{\rho R^2}{2\varepsilon_0 r} & r > R \end{cases}$$

Con riferimento alla figura, per trovare il valore della distribuzione sul secondo cilindro si deve avere: $E_{01ext}(d-f) = E_{02int}(f)$, da cui:

$$\frac{\rho_1 R^2}{(d-f)} = \rho_2 f \;\; \Rightarrow \;\; \rho_2 = \frac{\rho_1 R^2}{f(d-f)} = 0.8\rho_1 = 8 \cdot 10^{-7}\, C/m^3$$

La differenza di potenziale tra i punti A e B per una generica distribuzione di carica ρ è:

$$V_A - V_B = \int_0^R \frac{\rho r}{2\varepsilon_0} dr + \int_R^d \frac{\rho R^2}{2\varepsilon_0 r} dr = \frac{\rho R^2}{2\varepsilon_0}\left(\frac{1}{2} + ln\left(\frac{d}{R}\right)\right)$$

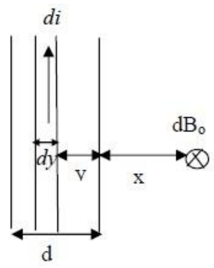
Dalla legge di sovrapposizione degli effetti:

$$V_A - V_B = (V_A - V_B)_1 + (V_A - V_B)_2 = \frac{(\rho_1 - \rho_2)R^2}{2\varepsilon_0}\left(\frac{1}{2} + ln\left(\frac{d}{R}\right)\right) = 180.8V$$

5.ESERCZIZIO.

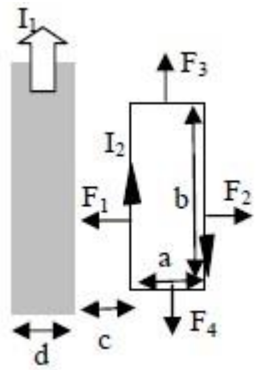
2) Per trovare l'espressione del vettore induzione magnetica generato da un nastro infinito di fili rettilinei di spessore infinitesimo dy sui quali scorre la corrente $di = \left(\frac{I_1}{d}\right) dy$ posizionati ad una distanza y dal bordo destro del nastro. Il contributo dB_0 generato dalla corrente di alla distanza generica x dal bordo destro del nastro vale per Biot-Savart:

$dB_0 = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{di}{x+y} = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d}\frac{dy}{x+y}$



Da cui si ricava l'intensità dell'induzione magnetica generata dall'intero del nastro:

$B_0(x) = \int dB_0 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d}\int_0^d \frac{dy}{x+y} = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d} ln\left(\frac{x+d}{x}\right)$



La spira rettangolare è sottoposta a forze magnetiche dirette verso l'esterno della spira. Le forze F_3 ed F_4 hanno risultante nulla essendo uguali ed opposte.

Le altre due forze orizzontali non si compensano e valgono: $F_1 = I_2 b B_0(c)$ (attrattiva), $F_2 = I_2 b B_0(a+c)$ (repulsiva)

La risultante delle forze sarà attrattiva

$$F_{tot} = F_1 - F_2 = I_2 b[B_0(c) - B_0(a+c)] = \frac{\mu_0 I_2 I_1}{2\pi}\left(\frac{b}{d}\right) ln\left[\frac{(c+d)(a+c)}{c(a+c+d)}\right] = 9{,}48 \cdot 10^{-11} N$$