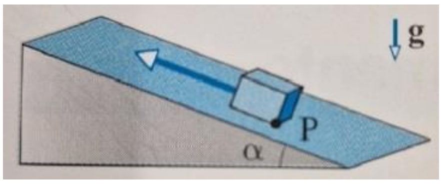
Università degli Studi di Roma "La Sapienza"

FISICA

Ingegneria Informatica e Automatica

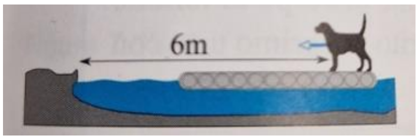
13.03.2023-A.A. 2021-2022 (12 CFU) C.Sibilia/L.SciscioneA.Sciubba

ESERCIZIO 1



Al blocco appoggiato sul piano inclinato liscio (come indicato nella figura), viene impartita una velocità iniziale di modulo $\mathrm{v}_0 = 3\ \mathrm{m/s}$ parallela al piano e diretta verso la sua sommità.
Indicato con $\alpha = 25^\circ$ l'angolo formato dal piano con l'orizzontale, calcolare:
1) la massima distanza d, dal punto di partenza P, raggiunta dal blocco che sale sul piano inclinato
2) il tempo T *co*mplessivamente impiegato per tornare in P.

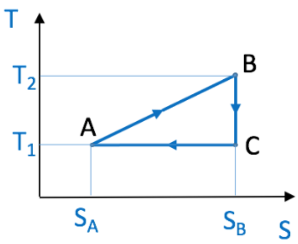
ESERCIZIO 2



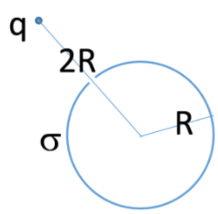
Un cane di massa m = 5 kg è inizialmente fermo su una zattera galleggiante, di massa M = 20 kg e si trova a 6 m dalla riva. Successivamente il cane cammina per 3 m sulla zattera verso la riva e poi si ferma.
Trascurando l'attrito fra acqua e zattera, calcolare quanto dista il cane dalla riva alla fine dello spostamento.

ESERCIZIO 3

Si calcoli il rendimento di una macchina termica reversibile il cui fluido ideale compie il ciclo rappresentato in figura, nel piano TS.
(*Ciclo nel piano TS*)



ESERCIZIO 4

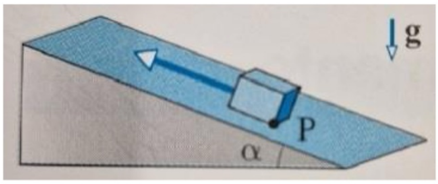


Una carica puntiforme q < 0 di massa m si trova ferma a distanza 2R dal centro di una sfera cava di raggio R caricata con densità di carica $\sigma > 0$.
Sulla sfera è praticato un piccolo foro, di dimensioni trascurabili, attraverso il quale passa la carica puntiforme q.
Determinare la velocità della carica q quando si trova ad una distanza R/2 dal centro della sfera.

ESERCIZIO 5

Su un piano sono disposti concentricamente due anelli conduttori, di raggi a = 1 m e b = 3 cm, costituiti da un filo di resistività $\rho = 12 \times 10^{-8}\ \Omega$ m e di sezione S = 2 mm^2.
Determinare la corrente indotta nella spira interna se nella spira esterna scorre una corrente variabile nel tempo con legge i(t) = 200 t (con i espressa in ampere e t in secondi).
Considerare uniforme il campo magnetico all'interno della spira piccola.

ESERCIZIO 1



Al blocco appoggiato sul piano inclinato liscio (come indicato nella figura), viene impartita una velocità iniziale di modulo $v_0 = 3\ m/s$ parallela al piano e diretta verso la sua sommità.

Indicato con $\alpha = 25^\circ$ l'angolo formato dal piano con l'orizzontale, calcolare:

1) la massima distanza d, dal punto di partenza P, raggiunta dal blocco che sale sul piano inclinato
2) il tempo T complessivamente impiegato per tornare in P.

a) $h = d \sin\alpha$

$$\frac{1}{2} m v_0^2 = mgh \rightarrow \frac{1}{2} m v_0^2 = mg\, d \sin\alpha \rightarrow d = \frac{v_0^2}{2g\sin\alpha} = 1{,}09\ m$$

b) IL TEMPO PER ARRIVARE IN CIMA È:

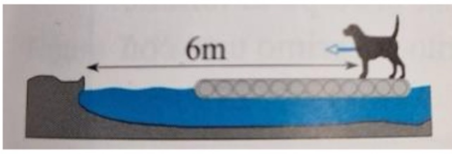
$$F = ma \rightarrow a = \frac{F}{m} = \frac{mg\sin\alpha}{m} = g\sin\alpha \qquad v(t) = v_0 - a t_1 \rightarrow t_1 = \frac{v_0}{a} = 0{,}72\ s$$

IL TEMPO PER TORNARE INDIETRO:

$$d = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \xrightarrow{v_0 = 0} d = \frac{1}{2} a t_2^2 \rightarrow t_2 = \sqrt{\frac{2d}{a}} = 0{,}72\ s$$

$$T_{TOT} = t_1 + t_2 = 1{,}44\ s$$

ESERCIZIO 2



Un cane di massa m = 5 kg è inizialmente fermo su una zattera galleggiante, di massa M = 20 kg e si trova a 6 m dalla riva. Successivamente il cane cammina per 3 m sulla zattera verso la riva e poi si ferma.

Trascurando l'attrito fra acqua e zattera, calcolare quanto dista il cane dalla riva alla fine dello spostamento.

Δx_c SPOSTAMENTO CANE $\qquad \Delta x_z$ SPOSTAMENTO ZATTERA

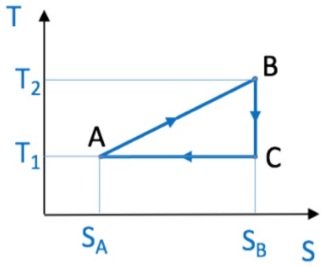
$$m\Delta x_c + M\Delta x_z = 0 \rightarrow \Delta x_z = -\frac{m}{M}\Delta x_c$$

$$S = \Delta x_c - \Delta x_z = \Delta x_c\left(1 + \frac{m}{M}\right)$$ MA S È VERSO SX QUINDI

$$\Delta x_c = \frac{-S}{\left(1 + \frac{m}{M}\right)} = -2{,}4$$ IL CANE SI TROVA A $6 - \Delta x_c = 3{,}6\ m$

ESERCIZIO 3

Si calcoli il rendimento di una macchina termica reversibile il cui fluido ideale compie il ciclo rappresentato in figura, nel piano TS.
(*Ciclo nel piano TS*)



$$Q = \int_x^y T\,dS$$

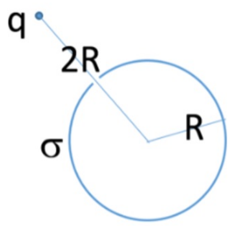
$x \to y$ VERSO DX = Q ASSORBITO
$x \to y$ VERSO SX = Q CEDUTO

Q_{ASS} È L'AREA SOTTO AB, Q_{CED} È L'AREA SOTTO AC:

$$Q_{ASS} = \int_A^B T\,dS = \frac{1}{2}(S_B - S_A)(T_2 + T_1) \qquad Q_{CED} = \int_C^A T\,dS = (S_B - S_A)T_1$$

$$\eta = 1 - \frac{Q_{CED}}{Q_{ASS}} = 1 - \frac{T_1}{\frac{1}{2}(T_2+T_1)} = \frac{T_2 - T_1}{T_2 + T_1}$$

ESERCIZIO 4



Una carica puntiforme q < 0 di massa m si trova ferma a distanza 2R dal centro di una sfera cava di raggio R caricata con densità di carica $\sigma > 0$.
Sulla sfera è praticato un piccolo foro, di dimensioni trascurabili, attraverso il quale passa la carica puntiforme q.
Determinare la velocità della carica q quando si trova ad una distanza R/2 dal centro della sfera.

$r < R$: $\quad E(r) = 0 \qquad V(r<R) = V(R)$

$r > R$: $\quad E(r)\,dA = \frac{q}{\varepsilon_0} \rightarrow E(r) \cdot 4\pi r^2 = \frac{\sigma \cdot 4\pi R^2}{\varepsilon_0} \rightarrow E(r) = \frac{\sigma R^2}{\varepsilon_0 r^2}$

$$qV(2R) + \frac{1}{2}m\overset{0}{v_{2R}^2} = qV(R/2) + \frac{1}{2}mv_{R/2}^2$$

$$\frac{1}{2}mv_{R/2}^2 = q\left[V(2R) - V(R/2)\right]$$

$$V(2R) = V(R/2) + \int_R^{2R} E(r>R)\,dr = V(R/2) + \frac{\sigma R^2}{\varepsilon_0}\int_R^{2R}\frac{1}{r^2}\,dr = V(R/2) + \frac{\sigma R}{2\varepsilon_0}$$

$$\frac{1}{2}mv_{R/2}^2 = q\,\frac{\sigma R}{2\varepsilon_0} \rightarrow v_{R/2} = \sqrt{\frac{q\sigma R}{m\varepsilon_0}}$$

ESERCIZIO 5

Su un piano sono disposti concentricamente due anelli conduttori, di raggi a = 1 m e b = 3 cm, costituiti da un filo di resistività $\rho = 12 \times 10^{-8}\ \Omega$ m e di sezione S = 2 mm^2.

Determinare la corrente indotta nella spira interna se nella spira esterna scorre una corrente variabile nel tempo con legge i(t) = 200 t (con i espressa in ampere e t in secondi).

Considerare uniforme il campo magnetico all'interno della spira piccola.

$$I_{IND} = \frac{FEM}{R} \qquad FEM = -\frac{d\Phi_B}{dt} \qquad R = \rho\frac{L}{S} = \rho\frac{2\pi b}{S}$$

$$B(t) = \frac{\mu_0 I(t)}{2a} = 4\pi \cdot 10^{-5} t \ \ T$$

$$\Phi B(t) = B(t) \cdot A_{SP\,INT} = B(t) \cdot \pi b^2$$

$$FEM = -\pi b^2 \frac{dB(t)}{dt} = -\pi b^2 \cdot 4\pi \cdot 10^{-5}$$

$$I_{IND} = \frac{FEM}{R} = \frac{-4\pi^2 b^2 \cdot 10^{-5}}{1,13 \cdot 10^{-3}} = -0,1\,\mu A$$

Università degli Studi di Roma "La Sapienza"

FISICA

Ingegneria Informatica e Automatica-Soluzioni

13.03.2023-A.A. 2021-2022 (12 CFU) C.Sibilia/L.Sciscione

ESERCIZIO 1

L'impulso elementare impartito al blocco nell'intervallo di tempo dt a partire dall'istante iniziale ha quindi la stessa direzione, ma verso opposto, della velocità iniziale. Poiché continua così anche negli intervalli di tempo successivi, il moto precede lungo tale direzione fino al momento dell'arresto. Si tratta quindi di un moto rettilineo uniformemente accelerato, che è conveniente descrivere assumendo l'origine di S in P e uno degli assi (quello y per esempio) lungo la direzione della velocità iniziale, che coincide con quella dell'accelerazione.

Essendo $\alpha_y = -\mathrm{g}\sin\alpha$ e $v_{0y} = v_0$, si ha l'equazione oraria $y(t) = -\frac{g}{2}t^2\sin\alpha + v_0 t$. Si ottiene la massima distanza raggiunta dal blocco quando questo raggiunge il punto dove inverte la sua velocità. In tale punto la velocità $\dot{y}(t) = -g\sin\alpha t + v_0$ diventa nulla. Questa condizione si verifica al tempo $\bar{t} = v_0/(g\sin\alpha)$. Sostituendo tale tempo nell'equazione del moto, si trova la coordinata raggiunta: $y(\bar{t}) = \frac{v_0^2}{2g\sin\alpha}$. Questa corrisponde alla distanza massima dalla posizione iniziale: $d = \frac{v_0^2}{2g\sin\alpha} = 1{,}09\,m$. Il tempo impiegato a tornare al punto di partenza è ottenibile imponendo la condizione $y(T) = 0$, che fornisce le soluzioni $T = 0$ e $T = 2v_0/(g\sin\alpha)$. La prima soluzione corrisponde alla condizione di partenza ed è quindi da scartare. La seconda soluzione, pari al doppio di $\bar{t}$ è la soluzione cercata: $T = 2v_0/(g\sin\alpha) = 1{,}45\,s$.

ESERCIZIO 2

Poiché, ignorando ogni attrito esterno, nel sistema agiscono solo forze verticali di risultante nullo, questo sistema è isolato. Nel movimento del cane agiscono solo forze interne, quindi il centro di massa del sistema non si può muovere. Sulla zattera ad uno spostamento del cane di Δx_c verso sinistra (< 0) deve quindi corrispondere uno spostamento della zattera di Δx_z verso destra (> 0), in modo che il centro di massa sia fermo. Questo si realizza quando gli spostamenti verificano l'equazione

$$m\Delta x_c + M\Delta x_z = 0,$$

dove si indica con m la massa del cane e con M la massa della zattera. Si trova quindi che: $\Delta x_z = -(m/M)\Delta x_c$. Lo spostamento $s = 3\,m$ dato nel testo è però riferito a un sistema S' solidale con la zattera. Quando il cane si muove di Δx_c in S, si muove di $\Delta x'_c = \Delta x_c - \Delta x_z = \Delta x_c(1 + m/M)$ in S'. Poiché nel testo si fornisce lo spostamento verso sinistra del cane, si ha $\Delta x'_c = -s$. Si può quindi risolvere per Δx_c: $\Delta x_c = -s/(1 + m/M) = -2{,}4\,m$. Il cane si trova ora a $6 - \Delta x_c = 3{,}6\,m$ dalla riva.

ESERCIZIO 3

Il calore Q scambiato da un sistema in una trasformazione reversibile rappresentata da una linea Γ nel piano TS può essere calcolato tramite l'integrale

$$Q = \int_{\Gamma} TdS. \tag{1}$$

L'indicazione esplicita della linea Γ serve a ricordare che l'integrale deve essere calcolato lungo tale linea, analogamente a quanto avviene per il calcolo del lavoro di una forza o per il calcolo del lavoro termodinamico nel piano di Clapeyron. Se la linea rappresentativa della trasformazione viene percorsa verso destra il calore è assorbito dal sistema, viceversa se la linea è percorsa verso sinistra.

Poiché nel ciclo rappresentato in figura, le trasformazioni sono tratti rettilinei, invece di calcolare l'integrale possiamo ricavare il calore scambiato con elementari considerazioni geometriche. Il calore assorbito è l'area sottesa del segmento AB. Quindi il calore assorbito è

$$Q_A = \int_{A\to B} TdS = \frac{1}{2}(S_B - S_A)(T_2 + T_1). \tag{2}$$

Il calore ceduto è l'area sottesa dal segmento AC; quindi, in modulo, è

$$Q_C = \left|\int_{C\to A} TdS\right| = (S_B - S_A)T_1. \tag{3}$$

Dalla definizione di rendimento di un ciclo e dalle (2) e (3) si ottiene:

$$\eta = 1 - \frac{Q_C}{Q_A} = 1 - \frac{T_1}{(T_1+T_2)/2} = \frac{T_2-T_1}{T_2+T_1}. \tag{4}$$

ESERCIZIO 4

Applicando la legge di nGauss: per $r > R$ si ha $4\pi r^2 E(r) = 4\pi R^2 \sigma/\varepsilon_0 \rightarrow E(r) = \sigma R^2/(\varepsilon_0 r^2)$

Per $r < R$ $E(r) = 0$ e quindi $V(r<R) = V(R)$

$$q\,V(2R) + \frac{1}{2}\,m\,v_{2R}^2 = q\,V(R/2) + \frac{1}{2}\,m\,v_{R/2}^2 \rightarrow \frac{1}{2}\,m\,v_{R/2}^2 = q\,[V(2R) - V(R/2)]$$

$$V(2R) = V(R/2) + \int_R^{2R} \frac{\sigma R^2}{\varepsilon_0 r^2} dr = V(R/2) + \frac{\sigma R^2}{\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{2R}\right) = V(R/2) + \frac{\sigma R}{2\,\varepsilon_0}$$

$$\frac{1}{2}\,m\,v_{R/2}^2 = q\,\frac{\sigma R}{2\,\varepsilon_0} \rightarrow v_{R/2} = \sqrt{\frac{q\,\sigma\,R}{m\,\varepsilon_0}}$$

ESERCIZIO 5

$B(t) = \mu_0\ i(t)/2a = 4\ \pi \times 10^{-5} t$ T

f.e.m. $= -\ \pi\ b^2\ dB(t)/dt$

i_{ind} = f.e.m.$/(2\pi b\ \rho/S) = -\ \pi\ b^2\ 4\ \pi \times 10^{-5}\ /(2\pi b\ \rho/S) = -\ 0{,}314\ \mu A$