Università degli Studi di Roma "La Sapienza"

FISICA

Ingegneria Informatica e Automatica1

13.01.2022-A.A. 2020-2021 (12 CFU) C.Sibilia/G.D'Alessandro

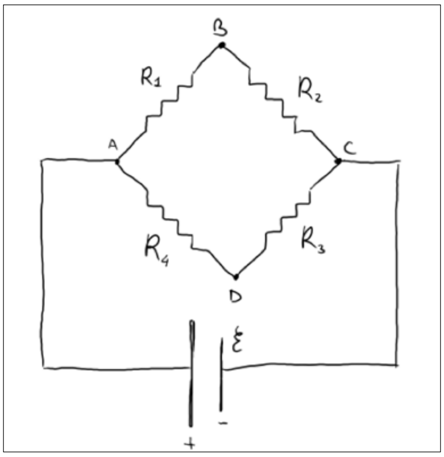
N.1. Un palloncino riempito di elio è trattenuto dalla mano di un bambino tramite una corda esercitando su di essa una forza **F** diretta verso il basso. Ad un certo istante la corda sfugge di mano dal bambino e il palloncino sale verso l'alto raggiungendo una velocità costante v=3.5 m/s. Determinare il modulo della forza sapendo che il coefficiente di attrito dell'aria è b=1.4x 10^-2 N s /m.

N.2. Un corpo cubico C di massa m scivola, partendo da fermo, lungo un piano inclinato di massa M, il cui angolo di inclinazione è α rispetto all'orizzontale. Il centro di massa di C si trova inizialmente ad una altezza h dall'orizzontale. Il piano inclinato è inizialmente fermo ed è libero di muoversi su di una superficie orizzontale priva di attrito. Si calcoli l'angolo di inclinazione sapendo che il centro di massa di C possiede la velocità v_c quando di trova alla quota di h/2 rispetto alla superficie orizzontale (v_c= 1.98 m/s, h=0.5 m, M/m=3).

N.3. Un numero n=2 di moli di un gas perfetto monoatomico è contenuto in un recipiente cilindrico alla temperatura TA= 300 K, la cui superficie superiore è chiusa da un pistone inizialmente bloccato. Al gas viene somministrata una quantità di calore Q. Successivamente il pistone viene lasciato libero di muoversi, isolato diabaticamente dall'esterno, e attraverso una trasformazione reversibile viene riportato alla medesima pressione iniziale. Si determini il valore di Q se il volume finale del gas è doppio di quello iniziale.

N.4. Il circuito in figura è formato da un generatore di forza elettromotrice E, e 4 resistenze, R1, R2, R3 e R4. Calcolare:

- la resistenza totale R_{tot};
- la corrente totale che scorre nel circuito;
- la corrente che scorre nel tratto ABC e ADC;
- la differenza di potenziale ai capi di R2.



N.5 Un solenoide, lungo L è formato da N spire circolari di raggio 'r', è immerso in una zona dove è presente del campo magnetico parallelo all'asse del solenoide. Il campo è variabile nel tempo: $B(t) = B_0 + \alpha t$ con $\alpha>0$. Calcolare:

- la corrente indotta che scorre nel solenoide assumendo che abbia una resistenza totale R;
- l'intensità di campo magnetico autoindotto;
- la densità di energia magnetica in una regione di spazio interna al solenoide.

N.1. Un palloncino riempito di elio è trattenuto dalla mano di un bambino tramite una corda esercitando su di essa una forza **F** diretta verso il basso. Ad un certo istante la corda sfugge di mano dal bambino e il palloncino sale verso l'alto raggiungendo una velocità costante v=3.5 m/s. Determinare il modulo della forza sapendo che il coefficiente di attrito dell'aria è b=1.4x 10^-2 N s /m.

IN MANO:

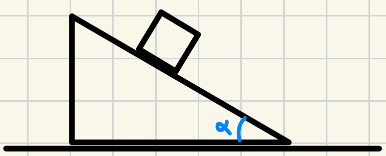
$F_v = -bv$ FORZA DI RESISTENZA DELL'ARIA

$$F_P + F_{ARCHIMEDE} + F = 0$$

IN ARIA:

$$F_P + F_{ARC} + F_V = 0 \rightarrow F = |F_V| = bv = 5 \cdot 10^{-2}\, N$$

N.2. Un corpo cubico C di massa m scivola, partendo da fermo, lungo un piano inclinato di massa M, il cui angolo di inclinazione è α rispetto all'orizzontale. Il centro di massa di C si trova inizialmente ad una altezza h dall'orizzontale. Il piano inclinato è inizialmente fermo ed è libero di muoversi su di una superficie orizzontale priva di attrito. Si calcoli l'angolo di inclinazione sapendo che il centro di massa di C possiede la velocità v_c quando di trova alla quota di h/2 rispetto alla superficie orizzontale (v_c= 1.98 m/s, h=0.5 m, M/m=3).



$$Mv_p + mv_c\cos\alpha = 0 \rightarrow v_p = -\frac{mv_c\cos\alpha}{M}$$

$$mgh = mg\frac{h}{2} + \frac{1}{2}mv_c^2 + \frac{1}{2}Mv_p^2$$

$$mgh - mg\frac{h}{2} - \frac{1}{2}mv_c^2 = \frac{1}{2}\frac{m^2v_c^2\cos^2\alpha}{M}$$

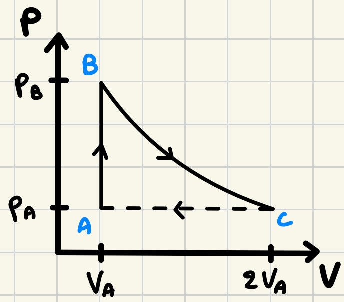
$$\frac{1}{2}m\left(gh - v_c^2\right) = \frac{1}{2}\frac{m^2}{M}v_c^2\cos^2\alpha$$

$$gh - v_c^2 = \frac{m}{M}v_c^2\cos^2\alpha$$

$$\cos\alpha = \sqrt{\frac{M(gh - v_c^2)}{mv_c^2}} \rightarrow \alpha = 60°$$

N.3. Un numero n=2 di moli di un gas perfetto monoatomico è contenuto in un recipiente cilindrico alla temperatura TA= 300 K, la cui superficie superiore è chiusa da un pistone inizialmente bloccato. Al gas viene somministrata una quantità di calore Q. Successivamente il pistone viene lasciato libero di muoversi, isolato diabaticamente dall'esterno, e attraverso una trasformazione reversibile viene riportato alla medesima pressione iniziale. Si determini il valore di Q se il volume finale del gas è doppio di quello iniziale.

$n = 2\ \text{mol} \quad c_V = \frac{3}{2}R \quad c_p = \frac{5}{2}R \quad \gamma = 5/3$



AB: ISOCORA

$$V_A = V_B \qquad Q_{AB} = nc_V(T_B - T_A)^{*} \rightarrow T_B = T_A + \frac{Q}{nc_V}$$

BC: ADIABATICA

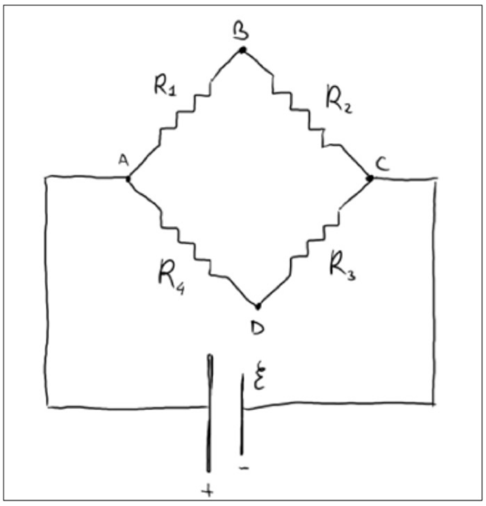
$$Q = 0$$

$$P_B V_B^{\gamma} = P_C V_C^{\gamma} \rightarrow \frac{P_B}{P_C} = \left(\frac{V_C}{V_B}\right)^{\gamma} \rightarrow \frac{P_B}{P_A} = \left(\frac{V_C}{V_A}\right)^{\gamma} \rightarrow \frac{T_B}{T_A} = \left(\frac{V_C}{V_A}\right)^{\gamma} \rightarrow T_B = \left(\frac{V_C}{V_A}\right)^{\gamma} T_A$$

$$^{*}Q_{AB} = nc_V(T_B - T_A) = nc_V T_A\left(\left(\frac{V_C}{V_A}\right)^{\gamma} - 1\right) = nc_V T_A\left(2^{5/3} - 1\right) = \boxed{1{,}6 \cdot 10^4\ \text{J}}$$

N.4. Il circuito in figura è formato da un generatore di forza elettromotrice E, e 4 resistenze, R1, R2, R3 e R4. Calcolare:

- la resistenza totale Rtot;
- la corrente totale che scorre nel circuito;
- la corrente che scorre nel tratto ABC e ADC;
- la differenza di potenziale ai capi di R2.



a) $R_{12} = R_1 + R_2$, $R_{34} = R_3 + R_4$ $\rightarrow$ $\boxed{R_{TOT} = \frac{R_{12}R_{34}}{R_{12}+R_{34}} = \frac{R_1R_3 + R_1R_4 + R_2R_3 + R_2R_4}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4}}$

b) $\boxed{I = \mathcal{E}/R_{TOT} = \mathcal{E}\frac{R_1 + R_2 + R_3 + R_4}{R_1R_3 + R_1R_4 + R_2R_3 + R_2R_4}}$

c) $\boxed{I_1 = \frac{\mathcal{E}}{R_{12}} = \frac{\mathcal{E}}{R_1 + R_2}}$ $\qquad$ $\boxed{I_2 = \frac{\mathcal{E}}{R_{34}} = \frac{\mathcal{E}}{R_3 + R_4}}$

d) $\boxed{V_{R_2} = I_1 R_2 = \frac{\mathcal{E}}{R_1 + R_2} R_2}$

N.5 Un solenoide, lungo L è formato da N spire circolari di raggio 'r', è immerso in una zona dove è presente del campo magnetico parallelo all'asse del solenoide. Il campo è variabile nel tempo: $B(t) = B_0 + \alpha t$ con $\alpha>0$. Calcolare:

- la corrente indotta che scorre nel solenoide assumendo che abbia una resistenza totale R;
- l'intensità di campo magnetico autoindotto;
- la densità di energia magnetica in una regione di spazio interna al solenoide.

a) $I = \frac{\mathcal{E}}{R}$ $\qquad \mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$

$$\Phi_B = B(t)\cdot A = (B_0 + \alpha t)\cdot N\pi r^2$$

$$\mathcal{E} = -\frac{d\, B_0 + \alpha t}{dt}\cdot N\pi r^2 = -\alpha N\pi r^2 \longrightarrow I = \frac{\alpha N \pi r^2}{R}$$

b) $$B_{AUTO} = \mu_0 \frac{N}{L} I = \mu_0 \frac{N^2}{L}\frac{\alpha\pi r^2}{R}$$

c) $$u_m = \frac{B_{TOT}^2}{2\mu_0} = \frac{(B(t)+B_{AUTO})^2}{2\mu_0}$$

SOLUZIONI FISICA

COMPITO DEL 13.01.2022

N. 1 $\vec{P}$ = forza peso

$\vec{S}$ = spinta di Archimede

$\vec{F}_v = -b\vec{v}$ forza di ~~attrito~~ resistenza dell'aria

a) palloncino trattenuto dalla corda:

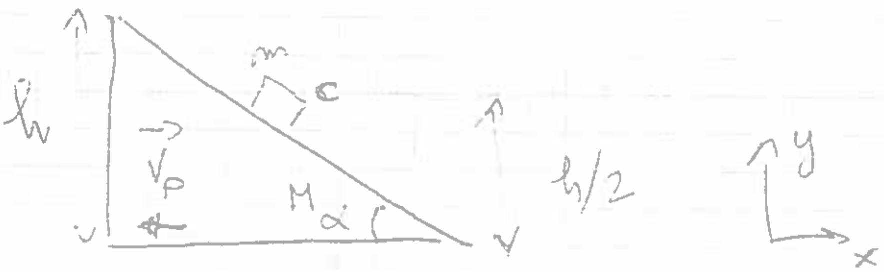
$$\vec{P} + \vec{S} + \vec{F} = 0$$

b) palloncino in moto con velocità costante

$$\vec{P} + \vec{S} + \vec{F}_v = 0 \quad \Rightarrow \quad \vec{F} = \vec{F}_v$$

$$|\vec{F}| = bv = 5 \times 10^{-2}\,N$$

N. 2



\- Conservazione energia meccanica

$$mgh = mg\frac{h}{2} + \frac{1}{2}mv_c^2 + \frac{1}{2}MV_p^2 \qquad (1)$$

\- Conservazione della quantità di moto lungo x

$\Longrightarrow$

$$m v_c \cos\alpha + M v_p = 0$$

$$v_p = -\frac{m}{M} v_c \cos\alpha$$

Per cui l'eq. (1) diventa

$$mgh - mg\frac{h}{2} - \frac{1}{2} m v_c^2 = \frac{1}{2} M \frac{m^2}{M^2} v_c^2 \cos^2\alpha$$

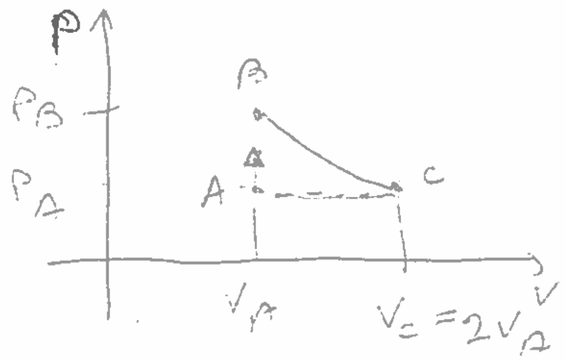
ossia

$$gh - v_c^2 = \frac{m}{M} v_c^2 \cos^2\alpha$$

$$\Rightarrow \quad \alpha \simeq 33^\circ$$

N. 3 La trasformazione è rappresentata

come



1) Trasformazione isocora: $Q = n c_v (T_B - T_A)$

$$T_B = T_A + \frac{Q}{n c_v}$$

2) Nella trasformazione adiabatica

$$\left(\frac{V_C}{V_B}\right)^{\gamma} = \frac{P_B}{P_C}$$

~~da cui~~ inoltre, $V_B = V_A$ e $P_C = P_A$

$$\Rightarrow \quad V_C = V_A \left(\frac{P_B}{P_A} \right)^{1/\gamma} = V_A \left(\frac{T_B}{T_A} \right)^{1/\gamma} =$$

$$= V_A \left(1 + \frac{Q}{n c_v T_A} \right)^{1/\gamma}$$

$\Rightarrow$

$$Q = n c_v T_A \left[\left(\frac{V_C}{V_A} \right)^{\gamma} - 1 \right] \sim 1.6 \times 10^4 \ \mathrm{J}$$

SOLUZIONE N.4

La resistenza totale e' ottenibile come il parallelo delle due serie: R1-R2 e R4-R3. Quindi

$$R_{tot} = \frac{1}{\frac{1}{R1+R2} + \frac{1}{R3+R4}} = \frac{(R1+R2)(R3+R4)}{R1+R2+R3+R4}$$

Per la legge di Ohm la corrente totale che scorre nel circuito e':

$$i_{tot} = \frac{\mathcal{E}}{R_{tot}} = \mathcal{E}\frac{R1+R2+R3+R4}{(R1+R2)(R3+R4)}$$

La differenza di potenziale ai capi AC e' $\mathcal{E}$ quindi:

$$i_{ABC} = \frac{\mathcal{E}}{R1+R2}$$

$$i_{ADC} = \frac{\mathcal{E}}{R4+R3}$$

La differenza di potenziale ai capi di R2 e':

$$V_{R2} = i_{ABC}R2 = \frac{\mathcal{E}}{R1+R2}R2$$

SOLUZIONE N.5

La forza elettromotrice indotta nel solenoide e':

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi(B)_\Sigma}{dt} = -\frac{d}{dt}(B_0+\alpha t)N\pi r^2 = -\alpha N\pi r^2$$

quindi la corrente che scorre nel solenoide e':

$$i = \frac{-\alpha N\pi r^2}{R}$$

questa corrente indotta, costante nel tempo genera un campo autoindotto nel solenoide di intensita':

$$B_{auto} = \mu_0\frac{N}{L}i = \mu_0\frac{-\alpha N^2\pi r^2}{LR}$$

La densita' di energia magnetica all'interno del solenoide e':

$$u = \frac{B_{tot}^2}{2\mu_0} = \frac{(B(t)+B_{auto})^2}{2\mu_0}$$