Università degli Studi di Roma “La Sapienza”

FISICA

Ingegneria Informatica e Automatica1

20.10.2021-A.A. 2020-2021 (12 CFU) C.Sibilia/G.D’Alessandro

N.1. Un punto materiale percorre una traiettoria circolare di raggio R= 250 m, su di un piano orizzontale. Ad un certo istante il punto materiale possiede un’accelerazione il cui vettore forma un angolo di 30° rispetto alla tangente alla traiettoria; il modulo della accelerazione è di $150 m/s^2$. A questo istante determinare: l’accelerazione centripeta, la velocità del punto materiale a la sua accelerazione tangenziale.

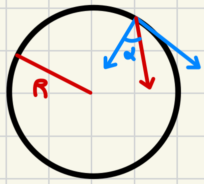
N.2. Un blocco di 5 Kg viene fatto salire lungo un piano inclinato, con una velocità iniziale di 8 m/s. Il piano inclinato forma un angolo di 30° rispetto al suolo e la sua superficie è scabra. Il blocco si ferma dopo aver percorso una distanza di 3 m lungo il piano inclinato stesso. Determinare la variazione di energia cinetica e la variazione di energia potenziale, la forza di attrito sul blocco (considerata costante) ed il valore del coefficiente di attrito dinamico.

N.3. Un gas ideale biatomico è costituito da n=6 moli alla temperatura iniziale Tin= 290 K e pressione iniziale di 1atm. Il gas si trova all’interno di un recipiente, la cui parete superiore è dotata di un pistone mobile, che può scorrere senza attrito. Il recipiente è posto in contatto con un serbatoio di calore alla temperatura Ts= 350K. La parete inferiore del contenitore è diatermica, mentre le altre pareti non consento scambi di calore. Supponendo che il pistone operi contro una pressione esterna di 1 atm, calcolare la variazione di energia interna del gas e la variazione di entropia di entropia dell’universo durante la trasformazione.

N.4. Una carica ‘+q’ e una carica ‘–q' sono poste a distanza ‘d’ l'una dall'altra. Descrivere, in coordinate polari, il campo elettrico in una regione di spazio a distanza ‘r’, con r>>d. Disegnare il campo elettrico in un piano cartesiano ponendo le cariche su uno dei due assi.

N.5 Un solenoide toroidale è formato da N spire. Calcolare il campo magnetico assumendo che le spire siano percorse da una corrente continua di intensità "i". Disegnare l'andamento del campo magnetico in funzione della distanza dall'asse del toroide.

N.1. Un punto materiale percorre una traiettoria circolare di raggio R= 250 m, su di un piano orizzontale. Ad un certo istante il punto materiale possiede un'accelerazione il cui vettore forma un angolo di 30° rispetto alla tangente alla traiettoria; il modulo della accelerazione è di 150m/s^2. A questo istante determinare: l'accelerazione centripeta, la velocità del punto materiale a la sua accelerazione tangenziale.

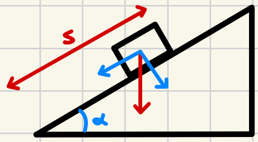


a) $a = a_T + a_c \rightarrow a_T = a \sin\alpha$, $a_c = a\cos\alpha = 130\ m/s^2$

b) $a_c = \frac{v^2}{R} \rightarrow v = \sqrt{a_c R} = 180{,}2\ m/s$

c) $a_T = a\sin\alpha = 75\ m/s^2$

N.2. Un blocco di 5 Kg viene fatto salire lungo un piano inclinato, con una velocità iniziale di 8 m/s. Il piano inclinato forma un angolo di 30° rispetto al suolo e la sua superficie è scabra. Il blocco si ferma dopo aver percorso una distanza di 3 m lungo il piano inclinato stesso. Determinare la variazione di energia cinetica e la variazione di energia potenziale, la forza di attrito sul blocco (considerata costante) ed il valore del coefficiente di attrito dinamico.



$W_{ATT} = F_A \cdot s = \mu\, mg\cos\alpha \cdot s$ $\qquad h = s\sin\alpha$

a) $\Delta E_K = E_{K_f} - E_{K_i} = -\frac{1}{2} m v_0^2 = -160\ J$

b) $\Delta U = U_f - U_i = mgh = mg\, s\sin\alpha = 73{,}5\ J$

c) $F_A = \mu\, mg\cos\alpha = 28{,}8\ N$

d) $\frac{1}{2} m v_0^2 - W_{ATT} = mgh \rightarrow \frac{1}{2} m v_0^2 - \mu\, mg\cos\alpha\, s = mgh \rightarrow$

$\rightarrow \mu = \frac{v_0^2}{2g\cos\alpha\, s} - \frac{h}{\cos\alpha\, s} = 0{,}67$

N.3. Un gas ideale biatomico è costituito da n=6 moli alla temperatura iniziale Tin= 290 K e pressione iniziale di 1atm. Il gas si trova all'interno di un recipiente, la cui parete superiore è dotata di un pistone mobile, che può scorrere senza attrito. Il recipiente è posto in contatto con un serbatoio di calore alla temperatura Ts= 350K. La parete inferiore del contenitore è diatermica, mentre le altre pareti non consento scambi di calore. Supponendo che il pistone operi contro una pressione esterna di 1 atm, calcolare la variazione di energia interna del gas e la variazione di entropia di entropia dell'universo durante la trasformazione.

a) $Q = nc_p(T_f - T_i) = 6 \cdot \frac{7}{2} R \cdot 60 = 10470\ J$

$W = p_{EXT}\Delta V = p_{EXT}\, nR\left(\frac{T_f}{p_f} - \frac{T_i}{p_i}\right) = 2991\ J$

$\Delta U = Q - W = 7478\ J$

b) $\Delta S_1 = \int_A^B \frac{\delta Q}{T} = \int_A^B \frac{dQ}{T} = nc_p \ln\left(\frac{T_f}{T_i}\right) = 32{,}8\ J/K$

$\Delta S_2 = -\frac{Q}{T_s} = -\frac{nc_p(T_f - T_i)}{T_s} = -29{,}9\ J/K$

$\Delta S_U = \Delta S_1 + \Delta S_2 = 2{,}88\ J/K$

N.4. Una carica ‘+q’ e una carica ‘–q' sono poste a distanza ‘d’ l'una dall'altra. Descrivere, in coordinate polari, il campo elettrico in una regione di spazio a distanza ‘r’, con r>>d. Disegnare il campo elettrico in un piano cartesiano ponendo le cariche su uno dei due assi.

SI PARLA DI UN DIPOLO ELETTRICO CON MOMENTO $p = qd$

$$E_r = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2p\cos\alpha}{r^3} \qquad E_\alpha = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{p\sin\alpha}{r^3}$$

N.5 Un solenoide toroidale è formato da N spire. Calcolare il campo magnetico assumendo che le spire siano percorse da una corrente continua di intensità "i". Disegnare l'andamento del campo magnetico in funzione della distanza dall'asse del toroide.

$$\int B \cdot ds = 2\pi r \cdot B = \mu_0 N i \rightarrow B = \frac{\mu_0 N i}{2\pi r}$$

SOLUZIONE N.4

Le due cariche possono essere assimilate ad un dipolo elettrico di momento

$$p = qd$$

In una regione a distanza $r >> d$ possiamo scrivere il potenziale (si omette la dimostrazione) come:

$$V(r) = \frac{pcos\theta}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

E' possibile calcolare il campo elettrico come gradiente (in coordinate polari) del potenziale:

$$E_r = -\frac{\partial V}{\partial r} = \frac{2pcos\theta}{4\pi\epsilon_0 r^3}$$

e

$$E_\theta = -\frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial \theta} = \frac{psin\theta}{4\pi\epsilon_0 r^3}$$

SOLUZIONE N.5

Le linee di campo all'interno del campo magnetico sono delle circonferenze concentriche con centro l'asse del toroide. Applichiamo la legge di Ampere ad una di queste circonferenze di raggio r (all'interno del toroide):

$$\oint B \cdot ds = 2\pi r B = \mu_0 N i$$

dove si e' moltiplicato per N per tener conto delle N correnti concatenate con la circonferenza. Quindi B all'interno del toroide e':

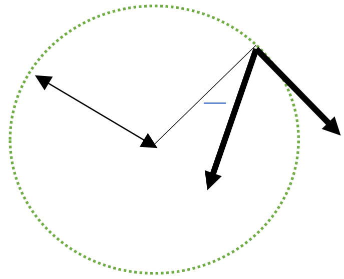
$$B = \frac{\mu_0 N i}{2\pi r}$$

All'esterno il campo e' ovviamente nullo.

Fisica – Ing. Informatica e Automatica

Soluzioni -Appello del 20.10.2021

N.1



(a) L'accelerazione ha una componente radiale:

$$a_{r=}\ a \cos 30.0°$$

$= (15.0\ m/s^2) \cos 30.0°$

$= 13.0\ m/s^2$ ◊

(b) Nell'istante mostrato, la velocità si può calcolare usando

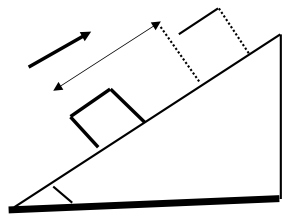
$$a_{r=}\ \frac{v^2}{r} \quad \text{ossia} \quad v = \sqrt{a_r r}$$

$$v = \sqrt{(13.0\ m/s^2)(2.50\mathrm{m})} = 5.70\ \mathrm{m/s} \quad ◊$$

(c) L'accelerazione ha pure una componente tangenziale:

$$a_{t=}\ a\ sen\ 30.0° = (15.0\ m/s^2)\ \text{sen}\ 30.0° = 7.50\ m/s^2 \quad ◊$$

N.2



(a) $\Delta K = K_f - K_i = \frac{1}{2} m v_f{}^2 - \frac{1}{2} m v_i{}^2 = 0 - \frac{1}{2}(5.00 \text{ kg})(8.00 \text{ m/s})^2 = -160\ J$ ◊

(b) $\Delta U = U_{gf} - U_{gi}$ = mgy – 0 = (5.00 kg) (9.80 m/s²) (3.00 m) sin 30.0°

$\Delta U = 73.5\ J$ ◊

(c) $(K + U_g)_i + W_{app} - f_d{}^{s} = (K + U_g)_f$

$\frac{1}{2}(5.00 \text{ kg})(8.00 \text{ m/s})^2 + 0 + f(3.00 \text{ m}) \cos 180° = 0 + (5.00 \text{ kg})(9.80 \text{ m/s}^2)(1.50 \text{ m})$

160 J – f (3.00 m) = 73.5 J

$f = \frac{86.5\ J}{3.00\ m} = 28.8$ N ◊

(d) Le forze perpendicolari al piano inclinato si devono annullare:

$\sum F_y = 0$

+n – mg cos 30.0° = 0

n = (5.00 kg) (9.80 m/s²) cos 30.0° = 42.4 N

Quindi, $f_d = \mu_d n$ conduce a $\mu_d = \frac{f_d}{n} = \frac{28.8\ N}{42.4\ N} = 0.679$ ◊

N.3

a) Il gas effettua una trasformazione irreversibile e si espande contro una pressione esterna costante, per calcolare la quantità di calore assorbita dal gas possiamo sfruttare l'espressione $Q = nc_p\Delta T$, che in questo caso risulta una funzione di stato e dipende solo dal punto iniziale e finale della trasformazione, in cui la pressione del gas è ben definita e pari alla pressione esterna.

Ricordando che per un gas biatomico $c_p = \frac{7}{2}$ R, otteniamo:

$$Q = \frac{7n}{2} \mathrm{R}\,(T_{fin} - T_{in}) = 10.5 \text{ Kj}$$

Il lavoro effettuato dal gas contro p_{ext} si può invece scrivere come

$$W = p_{ext}\Delta V = nRp_{ext}\left(\frac{T_{fin}}{p_{fin}} - \frac{T_{in}}{p_{in}}\right) = 2.9\ kJ$$

sfruttando la legge di stato dei gas ideali nel punto iniziale e finale della trasformazione e ricordando che $p_{fin} = p_{in} = p_{ext}$. Possiamo a questo punto calcolare la variazione di energia interna del gas utilizzando il primo principio della termodinamica:

$$\Delta U = Q - £ = 7.6\ kJ$$

Si noti che la variazione positiva dell'energia interna è in accordo con il fatto che il gas assorbe calore durante la trasformazione.

b) La variazione di entropia dell'universo ΔS_u è pari alla variazione di entropia del sistema (gas) ΔS_s e dell'ambiente ΔS_{amb}, rappresentato in questo caso dal serbatoio. La variazione di entropia del gas si può calcolare sfruttando l'espressione del calore assorbito dal gas durante la trasformazione:

$$\Delta S_s = \int \left(\frac{\delta Q}{T}\right)_{rev} = \int_{T_{in}}^{T_{fin}} \left(\frac{\delta Q}{T}\right)_{rev} = \int_{T_{in}}^{T_{fin}} \frac{nc_p\ dT}{T} = 32.8\,\frac{J}{K}$$

La variazione di entropia del serbatoio di calore si ottiene ricordando che il serbatoio può eseguire solamente una trasformazione a parità di temperatura, per cui

$$\Delta S_{amb} = \int \left(\frac{\delta Q}{T}\right)_{rev} = -\frac{Q}{T_s} = -30\,\frac{J}{K}$$

dove il segno negativo sta ad indicare che il calore è ceduto dal serbatoio al gas.

Infine

$$\Delta S_u = \Delta S_s + \Delta S_{amb} = \mathrm{n}c_p ln\left(\frac{T_{fin}}{T_{in}}\right) - \frac{Q}{T_s} = 2.8\,\frac{J}{K}$$

In questo caso, dato che il calore è ceduto dal serbatoio e assorbito dal gas, la variazione di entropia è positiva per il sistema e negativa per l'ambiente, ma la loro somma è comunque in accordo con il secondo principio della termodinamica.