Università degli Studi di Roma "La Sapienza"

FISICA

Ingegneria Informatica e Automatica-Testo 2

25.06.2020-A.A. 2019-2020 (12 CFU) C.Sibilia/G.D'Alessandro

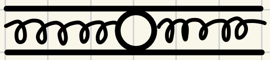
N.1. Una pallina di massa m=0.1Kg è posta in un tubo orizzontale, lungo il quale può muoversi senza attrito. La pallina è posizionata al centro del tubo tra due molle, attaccate alle estremità del tubo stesso. Sotto l'azione delle due molle la pallina è in equilibrio. Se la pallina viene leggermente spostata dalla posizione di equilibrio, oscilla con un periodo T=3s. Sapendo che una delle due molle ha costante elastica k_1=0.3N/m, calcolare la costante elastica k_2 dell'altra molla.

N.2. Una sfera omogenea di raggio R=10 cm e massa M, che rotola senza strisciare su un piano orizzontale π_1, con velocità di traslazione v_1, incontra un piano inclinato di altezza h=5 cm, che lo porta dal piano orizzontale π_1 al piano orizzontale π_2. Si supponga che la sfera continui a rotolare, senza strisciare, durante tutto il suomovimento; si calcoli la velocità minima necessaria affinchè la sfera si porti dal piano π_1 ald piano π_2 . (momento di inerzia della sfera = (2/5) MR^2).

N.3. Un recipiente termicamente isolato dall'esterno è costituito da due comparti stagni, separati da una parete fissa perfettamente conduttrice. Il volume del comparto A può essere variato mediante un pistone che scorre senza attrito, il comparto B ha volume fisso. Ciascun comparto contiene n=1 moli di gas perfetto monoatomico. La pressione e la temperatura del comparto B sono p_0= 1 atm e T_0= 200 K. Si fa compiere al sistema una trasformazione reversibile, comprimendo il gas nel comparto A, e il lavoro compiuto è W= 12 cal. Calcolare: a) la pressione del comparto B alla fine della trasformazione; b) la variazione di entropia ΔS_A e ΔS_B del gas contenuto in A e in B, nella trasformazione.

N.4. Un filo disposto lungo l'asse x, in un piano xy, è percorso da una corrente i, che scorre nello stesso verso crescente delle x. Nello stesso piano vive una spira conduttrice quadrata di lato a. Uno dei lati della spira si trova a distanza a dall'asse x. Calcolare l flusso del campo magnetico prodotto dalla carica sulla spira. Se la corrente viene fatta aumentare linearmente con il tempo i(t)=kt $+i_0$, calcolare la corrente che globalmente scorre nella spira assumendo che abbia una resistenza R e indicare con un disegno il verso di tale corrente.

N.1. Una pallina di massa m=0.1Kg è posta in un tubo orizzontale, lungo il quale può muoversi senza attrito. La pallina è posizionata al centro del tubo tra due molle, attaccate alle estremità del tubo stesso. Sotto l'azione delle due molle la pallina è in equilibrio. Se la pallina viene leggermente spostata dalla posizione di equilibrio, oscilla con un periodo T=3s. Sapendo che una delle due molle ha costante elastica k_1=0.3N/m, calcolare la costante elastica k_2 dell'altra molla.



$$T = \frac{2\pi}{w} \rightarrow w = \frac{2\pi}{T}$$

$$w = \sqrt{\frac{K_1 + K_2}{m}} = \frac{2\pi}{T} \rightarrow \frac{K_1 + K_2}{m} = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \rightarrow K_2 = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 m - K_1 = 0{,}13 \ N/m$$

N.2. Una sfera omogenea di raggio R=10 cm e massa M, che rotola senza strisciare su un piano orizzontale π_1, con velocità di traslazione v_1, incontra un piano inclinato di altezza h=5 cm, che lo porta dal piano orizzontale π_1 al piano orizzontale π_2. Si supponga che la sfera continui a rotolare, senza strisciare, durante tutto il suomovimento; si calcoli la velocità minima necessaria affinchè la sfera si porti dal piano π_1 ald piano π_2. (momento di inerzia della sfera = (2/5) MR^2).

$$\frac{1}{2}Mv^2 + \frac{1}{2}I w^2 = Mgh \rightarrow \frac{1}{2}Mv^2 + \frac{1}{2}\cdot\frac{2}{5}MR^2\cdot\left(\frac{v}{R}\right)^2 = Mgh$$

$$\frac{1}{2}Mv^2 + \frac{1}{5}Mv^2 = Mgh \rightarrow \frac{7}{10}Mv^2 = Mgh \rightarrow v = \sqrt{\frac{10}{7}gh} = 0{,}83 \ m/s$$

N.3. Un recipiente termicamente isolato dall'esterno è costituito da due comparti stagni, separati da una parete fissa perfettamente conduttrice. Il volume del comparto A può essere variato mediante un pistone che scorre senza attrito, il comparto B ha volume fisso. Ciascun comparto contiene n=1 moli di gas perfetto monoatomico. La pressione e la temperatura del comparto B sono p_0= 1 atm e T_0= 200 K. Si fa compiere al sistema una trasformazione reversibile, comprimendo il gas nel comparto A, e il lavoro compiuto è W= 12 cal. Calcolare: a) la pressione del comparto B alla fine della trasformazione; b) la variazione di entropia ΔS_A e ΔS_B del gas contenuto in A e in B, nella trasformazione.

$n = 1$ mol $\quad c_v = \frac{3}{2}R \quad c_p = \frac{5}{2}R \quad \gamma = 5/3$

a) IL LAVORO FATTO SU A RISCALDA IL GAS NEL COMPARTO B

$$Q_B = n c_v \Delta T_B = -W \rightarrow \Delta T_B = -\frac{W}{n c_v} = -4{,}03K$$

$$T_B = T_0 - \Delta T_B = 195{,}97K$$

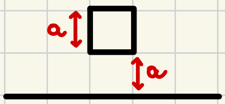
POICHÈ V_B COST:

$$\frac{P_B}{P_A} = \frac{T_B}{T_A} \rightarrow P_B = \frac{T_B}{T_A} P_A = 0{,}98 \ atm = 99283{,}3 \ Pa$$

b) $\Delta S_B = n c_v \ln\left(\frac{T_B}{T_0}\right) = 0{,}253 \ J/K$

POICHÈ $\Delta S_{TOT} = 0$, NECESSARIAMENTE $\Delta S_A = -\Delta S_B = 0{,}253 \ J/K$

N.4. Un filo disposto lungo l'asse x, in un piano xy, è percorso da una corrente i, che scorre nello stesso verso crescente delle x. Nello stesso piano vive una spira conduttrice quadrata di lato a. Uno dei lati della spira si trova a distanza a dall'asse x. Calcolare l flusso del campo magnetico prodotto dalla carica sulla spira. Se la corrente viene fatta aumentare linearmente con il tempo $i(t)=kt+i_0$, calcolare la corrente che globalmente scorre nella spira assumendo che abbia una resistenza R e indicare con un disegno il verso di tale corrente.



a) VETTORE DI INDUZIONE MAGNETICO PRODOTTO DAL FILO: $B=\frac{\mu_0 i}{2\pi r}$

$$\Phi B=\frac{\mu_0 i}{2\pi}\int_a^{2a}\frac{1}{r}a\,dr=\frac{\mu_0 i}{2\pi}a\ln 2$$

b) $$\frac{d\Phi B}{dt}=\frac{\mu_0 a}{2\pi}\ln 2\,\frac{di(t)}{dt}=\frac{\mu_0 K a}{2\pi}\ln 2$$

$$I=\frac{\varepsilon}{R}=\frac{1}{R}\frac{\mu_0 K a}{2\pi}\ln 2$$

c) DALLA LEGGE DI LENZ, LA CORRENTE INDOTTA DEVE OPPORSI ALLA VARIAZIONE DEL FLUSSO MAGNETICO. QUINDI LA I_{IND} GENERA UN CAMPO MAGNETICO CHE SI OPPONE ALL'AUMENTO DI B, DOVUTO A $i(t)$.

Università degli Studi di Roma “La Sapienza”

FISICA

Ingegneria Informatica e Automatica-testo 2-soluzioni

25.06.2020-A.A. 2019-2020 (12 CFU) C.Sibilia/G.D’Alessandro

N.1. Indicando con Δl1 e Δl2 gli allungamenti delle delle due molle nella posizione di equilibrio e on x lo spostamento della pallina dalla posizione di equilibrio, si ha:

$m\frac{d^2x}{dt^2} = -k_1(\Delta l_1 + x) + k_2(\Delta l_2 - x)$ con $k_1\Delta l_1 = k_2\Delta l_2$, per cui si ha $m\frac{d^2x}{dt^2} = -(k_1 + k_2)x$, quindi $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{(k_1+k_2)}}$.

Si ottiene così : $(k_1 + k_2) = 4\pi^2 m / T^2 \quad e \quad k_2 = 4\pi^2 m / T^2 - k_1$ =0.14 N/m.

N.2. La minima velocità necessaria a superare il dislivello è quella per cui la velocità finale risulti nulla, in questo caso la conservazione dell’energia è:

$\frac{1}{2}Mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 = Mgh$, ossia $\frac{1}{2}Mv^2 + \frac{1}{2}\frac{2}{5}MR^2\frac{v^2}{R^2} = Mgh$, da cui $v = \sqrt{(10/7)gh} = 0.84 m/s$

N.3. Per il sistema totale (A+B) , poiche’ Q=0 si ha $W = \Delta U_A + \Delta U_B$. Per la sola parte B : $Q = \Delta U_B$,

Poiché le temperature di A e B sono uguali in quanto $\Delta U_A = \Delta U_B$, la temperatura finale di B è data da: $2c_v(T_1 - T_0) = -W$, da cui $T_1 = \frac{-W}{2c_v} + T_0$. Il volume di B è costante e applicando l’equazione di stato del gas perfetto si ricava $p_1 = p_0\frac{T_1}{T_0}$.

Per il sistema totale la variazione di entropia è nulla . Per il sistema B: $\Delta S_B = c_v \ln(T_1 / T_0)$

N. 4

Il modulo del campo magnetico prodotto dal filo, è:

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi y}$$

Le linee di campo formano delle circonferenze intorno all'asse x. Il campo B è la superficie della spira sono sempre perpendicolari, quindi il flusso del campo sulla spira è:

$$\Phi = \frac{\mu_0 i}{2\pi} \int_a^{2a} \frac{a}{y} dy = \frac{\mu_0 i}{2\pi} a \ln(2)$$

La variazione temporale di flusso concatenato è :

$$\frac{d\Phi}{dt} = \frac{d}{dt}\Big[\frac{\mu_0 i(t)}{2\pi} a \ln(2)\Big] = \frac{\mu_0 k}{2\pi} a \ln(2)$$

quindi la corrente che scorre nella spira è:

$$i = \frac{1}{R}\frac{\mu_0 k}{2\pi} a \ln(2)$$

Per la legge di Lenz, la corrente nella spira scorre in modo da compensare le variazioni di flusso concatenato, quindi: