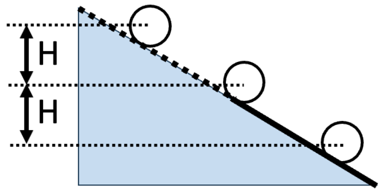
Università degli Studi di Roma “La Sapienza”
Ingegneria Informatica e Automatica
FISICA 11.7.2023
A.A. 2022-2023 (12 CFU) – Proff. M.Petrarca – A.Sciubba

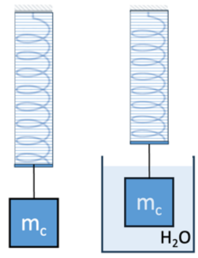
1) Una sfera omogenea di massa m e raggio R scende con moto di puro rotolamento lungo un piano inclinato. La sua velocità iniziale è nulla. Calcolare:
   a) il vettore velocità del centro di massa e la velocità angolare nell’istante in cui il centro di massa è sceso di una quantità pari ad H.
   b) Nel tratto successivo (alla discesa pari ad H) il piano è liscio; calcolare nuovamente il vettore velocità del centro di massa e la velocità angolare per una ulteriore discesa pari ad H.



$[I_{sferaCM} = 2/5\ M\ R^2]$

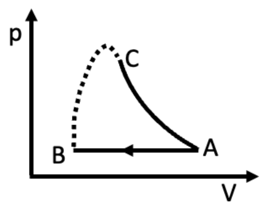
$$\text{a) } mgH = \frac{1}{2}m{v_1}^2 + \frac{1}{2}I{\omega_1}^2$$
$$\text{b) } mgH + \frac{1}{2}m{v_1}^2 + \frac{1}{2}I{\omega_1}^2 = \frac{1}{2}m{v_2}^2 + \frac{1}{2}I{\omega_1}^2$$
$$\omega_i = v_i\, R$$

2) Un corpo di massa m_c = 0,6 kg e volume V = $2{,}22\cdot10^{-4}$ m^3 viene sospeso ad un dinamometro che misura T_1 = 5,88 N. Lo stesso corpo, sospeso allo stesso dinamometro, viene immerso completamente (ma solo il corpo) in acqua. Quanto mi aspetto che misuri il dinamometro in questo caso?



$$T_2 = T_1 - \rho\, V\, g$$

3) Un gas ideale biatomico nello stato A è caratterizzato da $V_A = 5{,}1\cdot10^{-2}$ m^3, p_A = 0,6 bar e T_A = 476 K. Tramite una compressione isobara reversibile passa allo stato B con $V_B = 3\cdot10^{-2}$ m^3. Quindi il gas viene posto a contatto termico con una sorgente a temperatura T_C e si espande fino a $V_C = 3{,}4\cdot10^{-2}$ m^3 compiendo un lavoro $W_{B,C}$ = 2 kJ. Dallo stato C il gas torna allo stato A con una espansione adiabatica reversibile.



Calcolare il rendimento del ciclo. Si ricorda: $T\, V^{(\gamma-1)} = \text{cost}$

$$\eta = \frac{L}{Q_{ass}} = \frac{Q_{ass} - |Q_{ced}|}{Q_{ass}} = 32{,}1\%$$
$$n = \frac{p_A V_A}{R\, T_A} \qquad T_B = T_A\,\frac{V_B}{V_A} \qquad T_C = T_A\left(\frac{V_A}{V_C}\right)^{(\gamma-1)}$$

$$Q_{ass} = Q_{B,C} = n\, c_V\,(T_C - T_B) + W_{B,C} = \frac{5}{2}\, p_A V_A\left[\left(\frac{V_A}{V_C}\right)^{(\gamma-1)} - \frac{V_B}{V_A}\right] + W_{B,C} = 6497\ J$$
$$Q_{ced} = Q_{A,B} = n\, c_p\,(T_B - T_A) = \frac{7}{2}\, p_A V_A\left[\frac{V_B}{V_A} - 1\right] = -4410\ J$$

4) Un anello di raggio R è uniformemente carico con densità λ. Determinare:

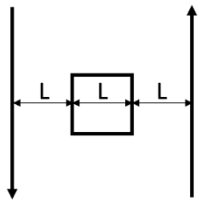
a) l'andamento del potenziale elettrostatico nei punti dell'asse dell'anello in funzione della distanza x dal piano che contiene l'anello.

b) la velocità minima che dovrebbe avere inizialmente una particella di massa m e carica positiva θ, posta all'infinito, per arrivare al centro della spira.

$$V(x) = \int_0^{2\pi} \frac{\lambda R d\theta}{4\pi\epsilon_0\sqrt{x^2+R^2}} \qquad \frac{1}{2}mv^2 = \frac{\lambda}{2\varepsilon_0}$$

5) Due lunghi fili conduttori paralleli distanti 3L sono percorsi, in versi opposti, dalla corrente $I(t) = I_0\, t/\tau$. Nel piano dei due fili è posta una spira quadrata di lato L (vedi figura) e resistenza R. Ricavare l'espressione dell'intensità di corrente che scorre nella spira.

Dati: τ = 3 ms, I_0 = 5 A, L = 10 cm, R = 20 Ω.



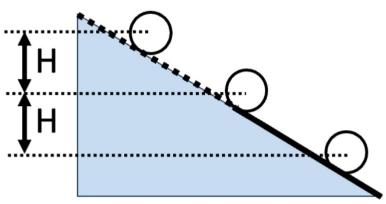
$$\Phi(B) = \int_L^{2L} L\,\frac{\mu_0 I}{2\pi x}dx + \int_L^{2L} L\,\frac{\mu_0 I}{2\pi(3L-x)}dx = \frac{L\mu_0 I}{\pi}\ln 2$$

$$I_{spira} = \frac{L\mu_0 I_0}{\pi\,\tau\,R}\ln 2 \quad \text{(in senso orario)}$$

1) Una sfera omogenea di massa m e raggio R scende con moto di puro rotolamento lungo un piano inclinato. La sua velocità iniziale è nulla. Calcolare:

a) il vettore velocità del centro di massa e la velocità angolare nell'istante in cui il centro di massa è sceso di una quantità pari ad H.

b) Nel tratto successivo (alla discesa pari ad H) il piano è liscio; calcolare nuovamente il vettore velocità del centro di massa e la velocità angolare per una ulteriore discesa pari ad H.



$[I_{sferaCM} = 2/5\ M\ R^2]$

$$I_{SFERA} = \frac{2}{5} mR^2$$

a)

$$mgH = \frac{1}{2} m v_{CM}^2 + \frac{1}{2} I w^2$$

$$mgH = \frac{1}{2} m v_{CM}^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{2}{5} mR^2\right)\left(\frac{V_{CM}}{R}\right)^2$$

$$mgH = \frac{1}{2} m v_{CM}^2 + \frac{1}{5} m v_{CM}^2 \rightarrow V_{CM_1} = \sqrt{\frac{10 gH}{7}} \rightarrow w_1 = \sqrt{\frac{\frac{10}{7} gH}{R}}$$

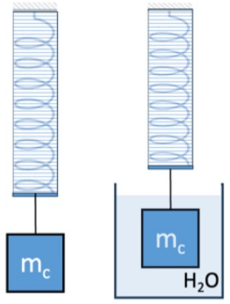
b) $w_2 = w_1$ PERCHÈ NEL TRATTO SUCCESIVO NON SI HA ATTRITO

$$mgH + \frac{1}{2} m v_{CM_1}^2 + \frac{1}{2} I w^2 = \frac{1}{2} m v_{CM_2}^2 + \frac{1}{2} I w^2$$

$$v_{CM_2}^2 = 2gH + v_{CM_1}^2 \rightarrow V_{CM_2} = \sqrt{\frac{24}{7} gH}$$

2) Un corpo di massa m_c = 0,6 kg e volume V = $2{,}22 \cdot 10^{-4}$ m^3 viene sospeso ad un dinamometro che misura T_1 = 5,88 N. Lo stesso corpo, sospeso allo stesso dinamometro, viene immerso completamente (ma solo il corpo) in acqua. Quanto mi aspetto che misuri il dinamometro in questo caso?

$$T_2 = T_1 - \rho V g$$



- FUORI DALL' ACQUA:

$$T_1 = m_c g = 5{,}88\ N$$

- IMMERSO:

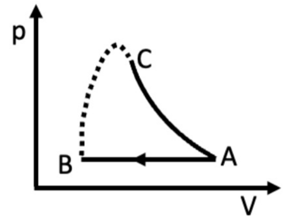
PRINCIPIO DI ARCHIMEDE

$$\mathbf{F}_A = -\rho V_0 \mathbf{g},$$

$$F_A = \rho V g = 2{,}177\ N \rightarrow T_2 = T_1 - F_A = 5{,}88 - 2{,}177 = 3{,}703\ N$$

$$\rho_{ACQUA} = 1 \cdot 10^3\ kg/m^3$$

3) Un gas ideale biatomico nello stato A è caratterizzato da $V_A = 5{,}1 \cdot 10^{-2}$ m^3, $p_A = 0{,}6$ bar e $T_A = 476$ K. Tramite una compressione isobara reversibile passa allo stato B con $V_B = 3 \cdot 10^{-2}$ m^3. Quindi il gas viene posto a contatto termico con una sorgente a temperatura T_C e si espande fino a $V_C = 3{,}4 \cdot 10^{-2}$ m^3 compiendo un lavoro $W_{B,C} = 2$ kJ. Dallo stato C il gas torna allo stato A con una espansione adiabatica reversibile.



Calcolare il rendimento del ciclo. Si ricorda: $T V^{(\gamma-1)} = \text{cost}$

$p_A = p_B = 0.6$ bar $\qquad \eta = 1 - \dfrac{Q_{CED}}{Q_{ASS}}$? $\qquad c_v = \frac{5}{2}R \quad c_p = \frac{7}{2}R \quad \gamma = \frac{7}{5}$

AB:

$$\frac{V_B}{T_B} = \frac{V_A}{T_A} \rightarrow T_B = T_A \frac{V_B}{V_A} \qquad pV = nRT \rightarrow n = \frac{pV}{RT}$$

$$Q_{AB} = Q_{CED} = n c_p \Delta T = \frac{7}{2} nR (T_B - T_A) = \frac{7}{2} p_A V_A \left(\frac{V_B}{V_A} - 1\right) = -4410\,J$$

AC:

$$TV^{\gamma-1} = \text{cost} \rightarrow T_A V_A^{\gamma-1} = T_C V_C^{\gamma-1} \rightarrow T_C = \left(\frac{V_A}{V_C}\right)^{\gamma-1} T_A$$

BC:

$$Q_{BC} = Q_{ASS} = n c_v \Delta T = \frac{5}{2} nR (T_C - T_B) = \frac{5}{2} nRT_A \left(\left(\frac{V_A}{V_C}\right)^{\gamma-1} - \frac{V_B}{V_A}\right) =$$

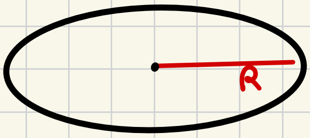
$$= \frac{5}{2} p_A V_A \left(\left(\frac{V_A}{V_C}\right)^{\gamma-1} - \frac{V_B}{V_A}\right) + W_{BC} = 4497 + 2000 = 6497\,J$$

$$\eta = 1 - \frac{|Q_{CED}|}{Q_{ASS}} = 1 - \frac{4410}{6497} = 0{,}32$$

4) Un anello di raggio R è uniformemente carico con densità λ. Determinare:

a) l'andamento del potenziale elettrostatico nei punti dell'asse dell'anello in funzione della distanza x dal piano che contiene l'anello.

b) la velocità minima che dovrebbe avere inizialmente una particella di massa m e carica positiva θ, posta all'infinito, per arrivare al centro della spira.



a) $$dV = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda R\, d\theta}{\sqrt{x^2+R^2}}$$

$$V(x) = \frac{\lambda R}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{x^2+R^2}}\int_0^{2\pi} d\theta = \frac{\lambda R}{2\varepsilon_0\sqrt{x^2+R^2}}$$

b) $$E_{K,i} = \frac{1}{2} m V_0^2$$

LA PARTICELLA DEVE SUPERARE IL POTENZIALE NEL CENTRO:

$$V(0) = \frac{\lambda}{2\varepsilon_0}\ V$$

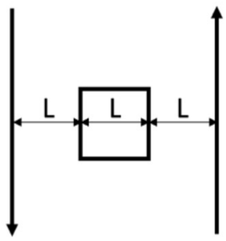
L'ENERGIA POTENZIALE DELLA PARTICELLA DOVRÀ ESSERE

$$U = q\,V(0) = q\frac{\lambda}{2\varepsilon_0}$$

$$\frac{1}{2} m V_0^2 = q\frac{\lambda}{2\varepsilon_0} \rightarrow V_0 = \sqrt{\frac{q\lambda}{m\varepsilon_0}}$$

5) Due lunghi fili conduttori paralleli distanti 3L sono percorsi, in versi opposti, dalla corrente $I(t) = I_0\, t/\tau$. Nel piano dei due fili è posta una spira quadrata di lato L (vedi figura) e resistenza R. Ricavare l'espressione dell'intensità di corrente che scorre nella spira.

Dati: τ = 3 ms, I_0 = 5 A, L = 10 cm, R = 20 Ω.



$$B_1(x) = \frac{\mu_0 I}{2\pi x}\ \mathrm{T} \qquad B_2(x) = \frac{\mu_0 I}{2\pi(3L - x)}\ \mathrm{T}$$

$$\Phi(B_1) = L\int_L^{2L} B_1(x)\,dx = L\frac{\mu_0 I}{2\pi}\ln\left(\frac{2L}{L}\right) = L\frac{\mu_0 I}{2\pi}\ln 2\ \mathrm{Wb}$$

$$\Phi(B_2) = L\int_{2L}^{L} B_2(x)\,dx = L\frac{\mu_0 I}{2\pi}\ln\left(\frac{2L}{L}\right) = L\frac{\mu_0 I}{2\pi}\ln 2\ \mathrm{Wb}$$

$$\Phi(B) = \Phi(B_1) + \Phi(B_2) = L\frac{\mu_0 I}{\pi}\ln 2\ \mathrm{Wb}$$

$$F.E.M. = -\frac{d\Phi(B)}{dt} = -L\frac{\mu_0 I_0}{\pi\tau}\ln 2\ \mathrm{V}$$

$$I_{SPIRA} = \frac{F.E.M.}{R} = \frac{\mu_0 L I_0}{\pi\tau R}\ln 2\ \mathrm{A}\quad \text{(SENSO ORARIO)}$$