Università degli Studi di Roma "La Sapienza"

FISICA

Ingegneria Informatica e Automatica1

03.09.2021-A.A. 2020-2021 (12 CFU) C.Sibilia/G.D'Alessandro

N.1. Ad un blocco appoggiato su di un piano inclinato liscio, posizionato in un punto P, viene impressa una velocità iniziale v_0 =3m/s, parallela al piano inclinato e diretta verso la sommità del piano inclinato stesso. Indicando con α = 25° l'angolo formato dal piano inclinato con l'orizzontale, calcolare : 1) la massima distanza d, dal punto di partenza P, raggiunta dal blocco che sale lungo il piano inclinato; 2) il tempo T complessivo impiegato per tornare in P.

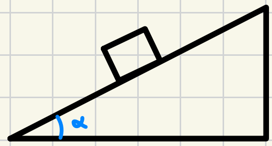
N.2. Una carrucola cilindrica di massa m_1= 12Kg e raggio R = 5 cm (momento di inerzia :Ic= ½ m_1 R^2) può ruotare senza attrito attorno al proprio asse, supposto fisso ed orizzontale. Attorno alla carrucola è avvolto un filo che non slitta su di essa e sostiene un corpo di massa m_2= 2 Kg. Inizialmente il sistema è in quiete. Calcolare: 1) l'accelerazione '**a',** con la quale scende il corpo di massa m_2, 2) il valore della tensione del filo T, 3) quale elemento del sistema acquista maggiore energia.

N.3. Un gas ideale biatomico costituito da n= 5 moli, alla pressione iniziale p_{in}= 1 atm e temperatura iniziale T_{in} =300 K, esegue una espansione adiabatica irreversibile che raddoppia il volume dal gas e dimezza la temperatura. Calcolare: 1) la pressione finale a cui arriva il gas alla fine della trasformazione, 2) la variazione di entropia.

N.4. Un solenoide è formato da N spire circolari di raggio r[m]. La resistività per unità di lunghezza del cavo utilizzato per il solenoide e g[Ω/m]. Ai capi del solenoide viene collegata una batteria capace di erogare fem_b, e un interruttore inizialmente aperto. Calcolare il tempo caratteristico del circuito e disegnare l'andamento dell'intensità di corrente una volta che l'interruttore viene chiuso. Utilizzare come condizione iniziale i(0) = 0.

N.5 Una regione di spazio è caratterizzata da un campo magnetico B = (0, B, 0). Una particella di massa 'm' e carica 'q' si trova sul piano y = $y_0$velocità v = (v, 0, $\sqrt{(3)}$ v) della particella. Descrivere il moto della particella.

N.1. Ad un blocco appoggiato su di un piano inclinato liscio, posizionato in un punto P, viene impressa una velocità iniziale v_0 =3m/s, parallela al piano inclinato e diretta verso la sommità del piano inclinato stesso. Indicando con α = 25° l'angolo formato dal piano inclinato con l'orizzontale, calcolare : 1) la massima distanza d, dal punto di partenza P, raggiunta dal blocco che sale lungo il piano inclinato; 2) il tempo T complessivo impiegato per tornare in P.



a) $\frac{1}{2} m v_0^2 = mgh \rightarrow h = \frac{v_0^2}{2g}$

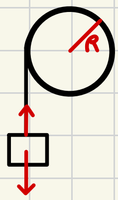
$h = s \sin\alpha \rightarrow \boxed{s = \frac{h}{\sin\alpha} = 1\,m}$

b) $mg\sin\alpha = ma \rightarrow a = g\sin\alpha$

$v(\tau) = v_0 - a\tau = 0 \rightarrow \boxed{\tau = \frac{v_0}{a} = \frac{v_0}{g\sin\alpha} = 0{,}72\,s}$

N.2. Una carrucola cilindrica di massa m_1= 12Kg e raggio R = 5 cm (momento di inerzia :I_c= ½ m_1 R^2) può ruotare senza attrito attorno al proprio asse, supposto fisso ed orizzontale. Attorno alla carrucola è avvolto un filo che non slitta su di essa e sostiene un corpo di massa m_2= 2 Kg. Inizialmente il sistema è in quiete. Calcolare: 1) l'accelerazione '**a**', con la quale scende il corpo di massa m_2, 2) il valore della tensione del filo T, 3) quale elemento del sistema acquista maggiore energia.

TRASLATORIO	ROTATORIO
m	I
F	M
v	w
$P = mv$	$L = Iw$
$F = ma$	$M = I\alpha$
$K = \frac{1}{2} m v^2$	$K = \frac{1}{2} I w^2$



a) $\begin{cases} m_1: & TR = I_c\alpha = \frac{1}{2} m_1 R^2 \cdot \frac{a}{R} \rightarrow T = \frac{1}{2} m_1 a \\ m_2: & m_2 g - T = m_2 a \rightarrow m_2 g - \frac{1}{2} m_1 a = m_2 a \rightarrow \boxed{a = \frac{m_2 g}{m_2 + \frac{1}{2} m_1} = 2{,}45\,m/s^2} \end{cases}$

b) $\boxed{T = \frac{1}{2} m_1 a = 14{,}7\,N}$

c) $E_{K m_2} = \frac{1}{2} m_2 v^2 = v^2$

$E_{K m_1} = \frac{1}{2} I_c w^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} m_1 R^2 \cdot \frac{v^2}{R} = \frac{1}{4} m_1 v^2 = 3v^2$

LA CARRUCOLA ACQUISTA PIÙ ENERGIA

N.3. Un gas ideale biatomico costituito da n= 5 moli, alla pressione iniziale p_{in}= 1 atm e temperatura iniziale T_{in} =300 K, esegue una espansione adiabatica irreversibile che raddoppia il volume dal gas e dimezza la temperatura. Calcolare: 1) la pressione finale a cui arriva il gas alla fine della trasformazione, 2) la variazione di entropia.

$n = 5$ mol $\quad c_v = \frac{5}{2}R \quad c_p = \frac{7}{2}R \quad \gamma = 5/3 \quad V_B = 2V_A \quad T_B = T_A/2 \quad Q = 0$

a) $V_A = \frac{nRT_A}{p_A} = 0{,}12\ m^3 \qquad V_B = 2V_A = 0{,}24\ m^3 \qquad T_B = 150\ K$

$$p_B = \frac{nRT_B}{V_B} = 25968\ Pa$$

b) $\Delta S = nc_v \ln\left(\frac{p_B}{p_A}\right) + nc_p \ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right) = -40{,}59\ J/K$

N.4. Un solenoide è formato da N spire circolari di raggio r[m]. La resistività per unità di lunghezza del cavo utilizzato per il solenoide e g[Ω/m]. Ai capi del solenoide viene collegata una batteria capace di erogare fem_b, e un interruttore inizialmente aperto. Calcolare il tempo caratteristico del circuito e disegnare l'andamento dell'intensità di corrente una volta che l'interruttore viene chiuso. Utilizzare come condizione iniziale i(0) = 0.

$\tau = \frac{L}{R} \qquad R = g\ell = g2\pi Nr$

$$\Phi B = L \cdot I(t) \rightarrow L = \frac{\Phi B}{I(t)} = \frac{\mu_0 \frac{N}{\ell} I(t) \cdot N\pi r^2}{I(t)} = \frac{\mu_0 N^2 \pi r^2}{2\pi N r} = \frac{1}{2}\mu_0 N r$$

$$\tau = \frac{L}{R} = \frac{\frac{1}{2}\mu_0 N r}{g 2\pi N r} = \frac{\mu_0}{4g\pi}$$

N.5 Una regione di spazio è caratterizzata da un campo magnetico B = (0, B, 0). Una particella di massa 'm' e carica 'q' si trova sul piano y = y_0 velocità v = (v, 0, $\sqrt{(3)}$ v) della particella. Descrivere il moto della particella.

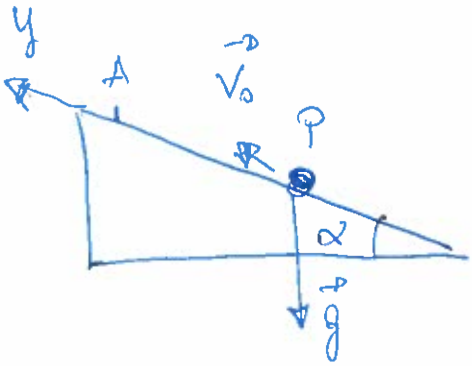
$$\begin{vmatrix} i & j & k \\ v & 0 & \sqrt{3}v \\ 0 & B & 0 \end{vmatrix} = i(-\sqrt{3}vB) - j(0) + k(vB) \qquad F_L = q(-\sqrt{3}vB, 0, vB)$$

$$|F_L| = \sqrt{F_{Lx}^2 + F_{Lz}^2} = \sqrt{(\sqrt{3}qvB)^2 + (qvB)^2} = 2qvB$$

$$a_c = \frac{2qvB}{m} \qquad r = \frac{mv}{qvB}$$

Soluzioni - Fisica
Scritto del 3/9/2021

N1.



$\overline{AP} = d$

$$a_y = -g \sin\alpha_0 \quad\Rightarrow\quad \frac{dv_y}{dt} = -g\sin\alpha_0 \quad\Rightarrow$$

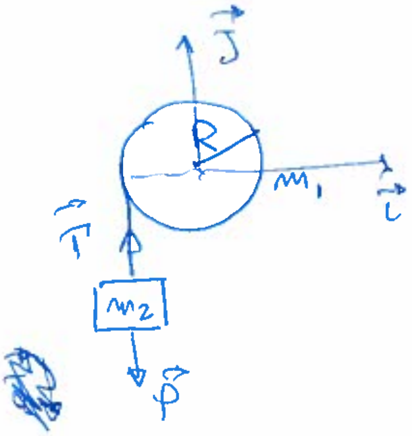
$$v_y = -(g\sin\alpha)t + v_0 \quad\Rightarrow\quad y = d = -\frac{g}{2}t^2\sin\alpha + v_0 t)$$

Nel punto A il moto si inverte e la velocità è nulla $\Rightarrow$ $v_y(\bar{t}) = -g(\sin\alpha)\,\bar{t} + v_0 = 0$ $\Rightarrow$

$\bar{t} = v_0/g\sin\alpha$, sostituendo il tempo $\bar{t}$ nell'equazione del moto si trova

$$d = -\frac{g}{2}\sin\alpha\left(\frac{v_0}{g\sin\alpha}\right)^2 + \frac{v_0^2}{g\sin\alpha} = \frac{v_0^2}{2g\sin\alpha} = 1{,}0[illegible]\ m$$

N.2



$\vec{\omega} = \omega \vec{k}$

$\vec{v}_2 = -v \vec{j}$

$I_c = \frac{1}{2} m_1 R_1^2$ $\qquad \vec{r}_2 = R \vec{i}$

a) Momento Angolare : $I_c \vec{\omega} + \vec{r}_2 \times m \vec{v}_2 = (I_c \omega + m_2 R v) \vec{k}$

Per una rotazione θ della carrucola il corpo è sceso di $\Delta y = R\theta \Rightarrow$

Momento angolare $\vec{L} = (\frac{1}{2} m_1 R^2 \omega + m_2 R^2 \omega) \vec{k}$

Momento forze esterne $\vec{M} = \vec{r}_2 \times \vec{P} = m_2 g R \vec{k}$

$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M} \Rightarrow$ in modulo

$(\frac{m_1}{2} + m_2) R^2 \dot{\omega} = m_2 g R \Rightarrow \dot{\omega} = \frac{m_2}{\frac{m_1}{2} + m_2} \cdot \frac{g}{R}$

$a = \dot{\omega} R = \frac{m_2}{\frac{m_1}{2} + m_2} g \simeq 2.45 \, m/s^2$

b) Tensione del filo : $\vec{T} + \vec{P} = m_2 \vec{a}$

$|\vec{T}| = \frac{m_1/2}{\frac{m_1}{2} + m_2} m_2 g$

c) Energie : Energia cinetica carrucola:

$E_{c_1} = \frac{1}{2} I_c \omega^2 = \frac{1}{2} m_1 R^2 \omega^2$

Energia cinetica del corpo

$E_{c2} = \frac{1}{2} m_2 v = \frac{1}{2} m_2 R^2 \omega^2$

N 3)
$$V_{in} = \frac{nRT_{in}}{P_{in}} = 0,12 \ m^3$$

$$V_{fin} = 2V_{in} \Rightarrow T_{fin} = \frac{T_{in}}{2} \Rightarrow V_{fin} = 0,24 \ m^3$$

$$T_{fin} = 150 \ K$$

$$\Rightarrow P_{fin} = \frac{nRT_{fin}}{V_{fin}} = 2\,596 \ Pa$$

Variazione di entropia:

$$\Delta S = nc_v \ln\left(\frac{P_{fin}}{P_{in}}\right) + nc_p \ln\left(\frac{V_{fin}}{V_{in}}\right)$$

$$c_v = \frac{5}{2}R \qquad c_p = \frac{7}{2}R$$

$$\Delta S = -40,6 \ J/K$$

SOLUZIONE N.4

Il tempo caratteristico di un circuito RL e':

$$\tau = \frac{L}{R}$$

la resistenza totale del circuito e':

$$R = gl = 2g\pi N r$$

dove l e' la lunghezza totale del solenoide. Il coefficiente di autoinduzione e':

$$L = \frac{\Phi(B)}{i(t)} = \frac{B\Sigma}{i(t)} = \frac{\mu_0 \frac{N}{l} i(t) \cdot N\pi r^2}{i(t)} = \mu_0 N^2 \frac{\pi r^2}{2\pi r N} = \frac{1}{2}\mu_0 N r$$

Si noti che non viene fornita la sezione del cavo che compone il solenoide quindi è stata assunta l come lunghezza una volta compresso. quindi:

$$\tau = \frac{L}{R} = \frac{\frac{1}{2}\mu_0 N r}{2g\pi N r} = \frac{\mu_0}{4\pi g}$$

L'andamento della corrente in fuzione del tempo si ottiene risolvendo l'equazione:

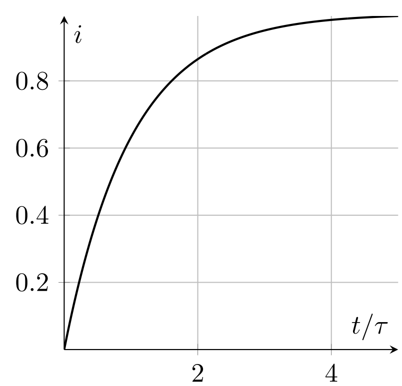
$$Ri(t) + L\frac{di}{dt} = fem_b \longrightarrow I + \tau\frac{di}{dt} = \frac{fem_b}{R}$$

separando le variabili si ottiene:

$$ln(i(t) - \frac{fem_b}{R}) = -\frac{t}{\tau} + cost$$

imponendo la condizione iniziale $i(0) = 0$:

$$i(t) = \frac{fem_b}{R}(1 - e^{t/\tau})$$



SOLUZIONE N.5

Le componenti x,y,z della Forza di Lorentz, F_L, possono essere calcolate come il determinante della matrice:

$$\begin{vmatrix} i & j & k \\ v & 0 & \sqrt{3}v \\ 0 & B & 0 \end{vmatrix} = i(-\sqrt{3}vB) - j(0) + k(vB)$$

quindi $F_L = q(-\sqrt{3}vB, 0, vB)$. Non essendoci forze agenti sull'asse y e $v_y = 0$ allora il moto avverra' tutto sul piano $y = y_0$. La forza di Lorentz e' sempre perpendicolare alla velocita' quindi la particella compira' delle traiettorie circolari nel piano iniziale. La Forza di Lorentz non compie lavoro quindi il moto sara' circolare e uniforme. Il modulo di F_L e':

$$|F_L| = \sqrt{F_x^2 + F_z^2} = \sqrt{(qBv)^2 + (\sqrt{3}qvB)^2} = 2qBv$$

quindi l'accelerazione centripeta associata al moto circolare e':

$$a_c = \frac{2qvB}{m}$$

e il raggio della traiettoria e':

$$r = \frac{mv}{2qB}$$