Università degli Studi di Roma “La Sapienza”

FISICA

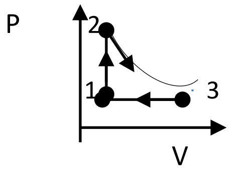
Ingegneria Informatica e Automatica-Testo

19.01.2023-A.A. 2021-2022 (12 CFU) C.Sibilia/L.Sciscione

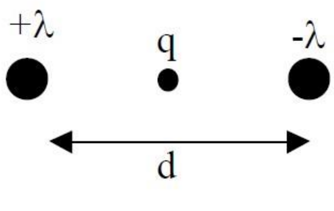
N.1.Un’automobile si muove con accelerazione pari a $0.2\,m/s^2$ lungo una strada rettilinea in salita con pendenza costante verso l’alto pari a $10°$ trascinando un carrello di massa $100\,kg$. Si calcoli la tensione del cavo di rimorchio. A tale scopo si trascuri qualsiasi attrito e la resistenza viscosa dell’aria

N.2.Su un piano orizzontale privo di attrito sono poste due masse $M_1 = 1\,kg$ ed $M_2 = 3\,kg$ collegate tramite una molla di massa trascurabile e tenuta in compressione da un filo. Ad un certo istante il filo si rompe, le due masse abbandonano la molla e la massa M_1 acquista una velocità pari a $1\,m/s$. Si calcoli l’energia potenziale elastica inizialmente immagazzinata nella molla

N.3.Una mole di gas perfetto monoatomico esegue il ciclo illustrato in figura, costituito da una trasformazione isocora, un’isoterma ed un’isobara, tutte reversibili. Ricavare l’espressione analitica del rendimento e calcolarne il valore per $T_1 = 300\,K, T_2 = T_3 = 500\,K$.

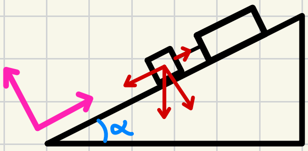


N.4.Due fili rettilinei indefiniti paralleli posti a distanza d nel vuoto sono rispettivamente uniformemente carichi con densità lineare uguale in modulo ma di segno opposto. Su una carica puntiforme q posta sul piano contenente i due fili in posizione equidistante rispetto a questi agisce una forza di modulo F. Note F, q e d calcolare il modulo della densità di carica dei due fili e disegnare il verso della forza F.



N.5.Una spira circolare di raggio r è immersa in aria in una zona dove agisce un campo magnetico $B(t)=B_0 \cos(2\pi f t)$ diretto ortogonalmente al piano della spira. Sia R la resistenza della spira, calcolare la potenza istantanea dissipata all’interno di questa trascurando gli effetti di autoinduzione.

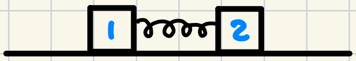
N.1.Un'automobile si muove con accelerazione pari a $0.2\ m/s^2$ lungo una strada rettilinea in salita con pendenza costante verso l'alto pari a $10°$ trascinando un carrello di massa $100\ kg$. Si calcoli la tensione del cavo di rimorchio. A tale scopo si trascuri qualsiasi attrito e la resistenza viscosa dell'aria



$$-mg\sin\alpha + T = ma$$

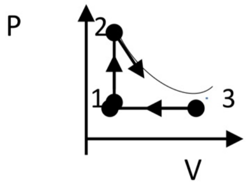
$$T = m(a + g\sin\alpha) = 190\ N$$

N.2.Su un piano orizzontale privo di attrito sono poste due masse $M_1 = 1\ kg$ ed $M_2 = 3\ kg$ collegate tramite una molla di massa trascurabile e tenuta in compressione da un filo. Ad un certo istante il filo si rompe, le due masse abbandonano la molla e la massa M_1 acquista una velocità pari a $1\ m/s$. Si calcoli l'energia potenziale elastica inizialmente immagazzinata nella molla



$$\begin{cases} U_{el} = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 \\ m_1 v_1 + m_2 v_2 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} U_{el} = 0.67\ J \\ v_2 = -\frac{m_1 v_1}{m_2} = -0,\overline{3}\ m/s \end{cases}$$

N.3.Una mole di gas perfetto monoatomico esegue il ciclo illustrato in figura, costituito da una trasformazione isocora, un'isoterma ed un'isobara, tutte reversibili. Ricavare l'espressione analitica del rendimento e calcolarne il valore per $T_1 = 300\ K, T_2 = T_3 = 500\ K$.



$n = 1\ mol \quad c_v = \frac{3}{2}R \quad c_p = \frac{5}{2}R \quad \gamma = \frac{5}{3}$

1-2: ISOCORA

$$Q_{12} = n c_v (T_2 - T_1) = 2493\ J$$

2-3: ISOTERMA

$$Q_{23} = nRT_{23} \ln\left(\frac{V_3}{V_2}\right) = nRT \ln\left(\frac{T_3}{T_1}\right) = 2122,48\ J$$

$$\left.\begin{matrix} V_1 = V_2 \\ P_3 = P_1 \end{matrix}\right\} \frac{V_3}{V_2} = \frac{V_3}{V_1} = \frac{T_3}{T_1}$$

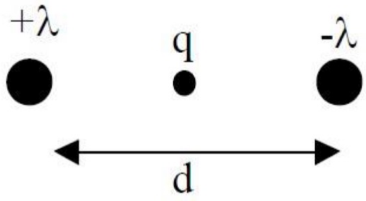
$$\frac{V_3}{V_1} = \frac{\frac{\cancel{nR}T_3}{\cancel{P_3}}}{\frac{\cancel{nR}T_1}{\cancel{P_1}}}$$

3-1: ISOBARA

$$Q_{31} = n c_p (T_1 - T_3) = -4155$$

$$\eta = 1 - \frac{Q_{CED}}{Q_{ASS}} = 1 - \frac{4155}{4615,48} = 0,1 = 10\%$$

N.4.Due fili rettilinei indefiniti paralleli posti a distanza d nel vuoto sono rispettivamente uniformemente carichi con densità lineare uguale in modulo ma di segno opposto. Su una carica puntiforme q posta sul piano contenente i due fili in posizione equidistante rispetto a questi agisce una forza di modulo F. Note F, q e d calcolare il modulo della densità di carica dei due fili e disegnare il verso della forza F.



$$E_+(r) = E_-(r) = \frac{1}{2\pi(d/2)}\frac{\lambda}{\varepsilon_0} \qquad F = 2qE = 2q\frac{\lambda}{\pi\varepsilon_0 d} \qquad \lambda = \frac{F\pi\varepsilon_0 d}{2q}$$

N.5.Una spira circolare di raggio r è immersa in aria in una zona dove agisce un campo magnetico $B(t)=B_0\cos(2\pi ft)$ diretto ortogonalmente al piano della spira. Sia R la resistenza della spira, calcolare la potenza istantanea dissipata all'interno di questa trascurando gli effetti di autoinduzione.

$$P = RI^2 \qquad I = \frac{FEM}{R} \qquad FEM = -\frac{d\Phi_B}{dt} \qquad \Phi_B = B(t)\cdot dA = B(t)\cdot\pi r^2$$

$$FEM = -B_0\pi r^2\frac{d\cos(2\pi f t)}{dt} = -B_0\pi r^2(2\pi f)\sin(2\pi f t)$$

$$I = \frac{B_0\pi r^2(2\pi f)\sin(2\pi f t)}{R} \qquad P = RI^2 = \frac{[B_0\pi r^2(2\pi f)]^2\sin^2(2\pi f t)}{R}$$

Università degli Studi di Roma "La Sapienza"

FISICA

Ingegneria Informatica e Automatica-Testo

19.01.2023-A.A. 2021-2022 (12 CFU) C.Sibilia/L.Sciscione

Soluzioni

N.1. Sul carrello agiscono, nella direzione del moto, la componente della forza peso e la tensione del cavo di traino. Per il secondo principio della dinamica abbiamo:

$$ma = T - mg\ \sin\theta$$

da cui:

$$T = m\,(a + g\ \sin\theta) = 190N$$

N.2. Nella direzione del moto delle due masse agisce sul sistema la sola forza elastica conservativa. Possiamo quindi imporre la conservazione dell'energia meccanica e della quantità di moto:

$$\begin{cases} \frac{1}{2}\ M_1 v_1^2 + \frac{1}{2} M_2 v_2^2 = U_{el} \\ M_1 v_1 + M_2 v_2 = 0 \end{cases}$$

dove U_{el} è proprio l'energia potenziale cercata. Risolvendo quindi il sistema di due equazioni rispetto alle due incognite v_2 e U_{el} si ottiene:

$$v_2 = -\frac{M_1}{M_2} v_1 \quad \Rightarrow \quad U_{el} = \frac{1}{2}\ M_1 v_1^2\ \left(1 + \frac{M_1}{M_2}\right) = 0.67\ J$$

N.3. I calori scambiati nelle tre trasformazioni sono rispettivamente:

$$\begin{cases} Q_{12} = nc_v\ (T_2 - T_1) \quad > 0 \\ Q_{23} = nRT_2\ ln\ (V_3/V_2) \quad > 0 \\ Q_{31} = nc_p\ (T_1 - T_3) \quad < 0 \end{cases}$$

e il rendimento è dato da:

$$\eta = 1 - \frac{|Q_{ced}|}{Q_{ass}} = 1 - \frac{|Q_{31}|}{Q_{12} + Q_{23}}$$

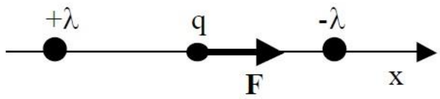
in cui è tutto noto ad eccezione del rapporto V_3/V_2 contenuto nell'espressione di Q_{23}. Essendo $V_2 = V_1$ e $p_1 = p_3$, tenendo conto dell'equazione di stato dei gas perfetti, si ha:

$$\frac{V_3}{V_2} = \frac{V_3}{V_1} = \frac{T_3}{T_1}$$

Pertanto:

$$\eta = 1 - \frac{c_p\,(T_3 - T_1)}{c_v\,(T_2 - T_1) + RT_2\,ln\,(T_3/T_1)} = 0.10$$

N.4. In x=d/2 il modulo del campo elettrico generato dalla distribuzione positiva è uguale al modulo del campo elettrico generato dalla distribuzione negativa:



$$E_+\left(\frac{d}{2}\right) = E_-\left(\frac{d}{2}\right) = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0(d/2)} \rightarrow F = 2qE_+\left(\frac{d}{2}\right) = 2q\frac{\lambda}{\pi\varepsilon_0 d}$$

Invertendo:

$$\lambda = \frac{F\pi\varepsilon_0 d}{2q}$$

N.5. Il flusso del vettore induzione magnetica attraverso la superficie della spira è: $\Phi(\vec{B}) = B_0\pi r^2\cos(2\pi f t)$. L'espressione della corrente indotta nella spira risulta essere: $i(t) = -\frac{1}{R}\frac{d\Phi}{dt} = \frac{B_0\pi r^2(2\pi f)\sin(2\pi f t)}{R}$. Infine, la potenza istantanea dissipata all'interno della spira ha espressione:

$$P = Ri(t)^2 = \frac{[B_0\pi r^2(2\pi f)]^2 sin^2(2\pi f t)}{R}$$