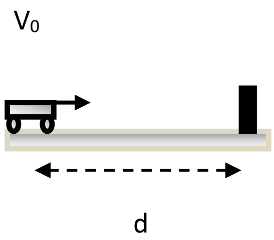
Università degli Studi di Roma "La Sapienza"

FISICA

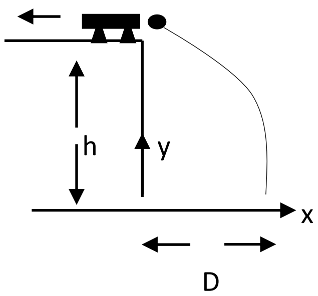
Ingegneria Informatica e Automatica-Testo

10.02.2023-A.A. 2021-2022 (12 CFU) C.Sibilia/L.Sciscione

N.1. Un'automobile lanciata a velocità $v_0 = 108\ km/h$ è costretta improvvisamente a fermarsi, perché si presenta un ostacolo a distanza d. Supponendo che l'autista inizi subito la frenata e che durante la frenata il moto sia uniformemente ritardato con decelerazione costante e uguale in modulo ad $\alpha = 5\ m/s^2$, determinare il valore minimo della distanza d affinché l'automobile non investa l'ostacolo.



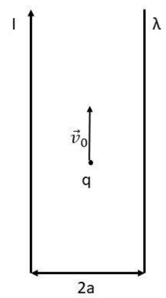
N.2 Un cannone di massa $M = 100\ kg$ spara orizzontalmente dalla sommità di una torre di altezza $h = 5\ m$ un proiettile di massa $m = 1\ kg$. Il proiettile raggiunge il suolo ad una distanza $D = 15\ m$. Quale sarà la velocità V con cui il cannone inizierà ad indietreggiare per effetto del rinculo?



N.3.

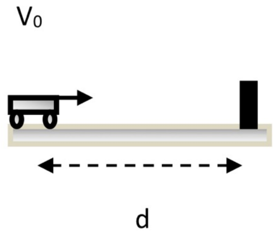
Una mole di gas perfetto biatomico compie un ciclo termodinamico costituito da una trasformazione isobara reversibile da uno stato $A\ (T_A = 300\ K)$ ad uno stato $B\ (T_B = 500\ K)$, una trasformazione adiabatica reversibile dallo stato B allo stato C (non noto) ed una trasformazione reversibile dallo stato C allo stato A. Determinare la variazione di entropia del gas durante la trasformazione dallo stato C allo stato A.

N.4. Nella configurazione di figura, noti I, q, a e $\vec{v}_0$ si ricavi l'espressione della densità di carica λ (modulo e segno) affinché la velocità della carica q rimanga costante in modulo e verso (la carica q è equidistante sia dal filo dove scorre la corrente I che dal filo uniformemente carico λ). Si disegnino le forze che agiscono sulla carica q.



N.5. Sia dato il vettore di componenti $B_x = a(x^2 - y^2)$; $B_y = -2axy$; $B_z = 0$ con a = costante, verificare che tale vettore soddisfa la seconda equazione di Maxwell e quindi si tratti di un vettore di induzione magnetica e indicare l'unita di misura di a nel sistema internazionale.

N.1. Un'automobile lanciata a velocità $v_0 = 108\,km/h$ è costretta improvvisamente a fermarsi, perché si presenta un ostacolo a distanza d. Supponendo che l'autista inizi subito la frenata e che durante la frenata il moto sia uniformemente ritardato con decelerazione costante e uguale in modulo ad $\alpha = 5\,m/s^2$, determinare il valore minimo della distanza d affinché l'automobile non investa l'ostacolo.

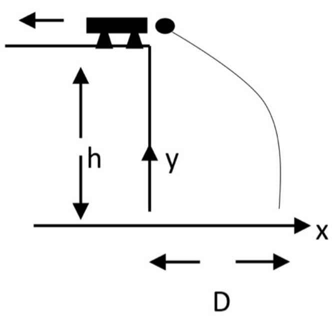


$$\begin{cases} V(t) = V_0 - a t \\ x(t) = x_0 + V_0 t - \frac{1}{2} a t^2 \end{cases} \rightarrow \quad V(t) = 0 \rightarrow t = V_0/a \qquad x(t) = V_0 t - \frac{1}{2} a t^2 = 90\,m$$

108 K/h = 30 m/s

$$\frac{K/h}{3,6} = m/s$$

N.2 Un cannone di massa $M = 100\,kg$ spara orizzontalmente dalla sommità di una torre di altezza $h = 5\,m$ un proiettile di massa $m = 1\,kg$. Il proiettile raggiunge il suolo ad una distanza $D = 15\,m$. Quale sarà la velocità V con cui il cannone inizierà ad indietreggiare per effetto del rinculo?



$$y(t) = h - \frac{1}{2} a t^2 = 0 \qquad t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = 1\,s$$

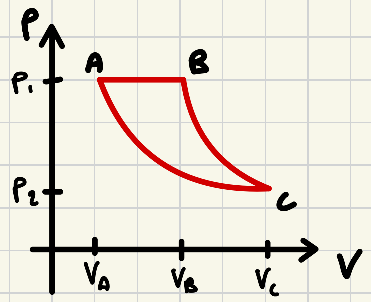
$$x(t) = v_0 t = D \rightarrow v_0 = \frac{D}{t} = 15\,m/s$$

$$MV + mv = 0 \rightarrow V = -\frac{mv}{M} = -0,15\,m/s$$

N.3.

Una mole di gas perfetto biatomico compie un ciclo termodinamico costituito da una trasformazione isobara reversibile da uno stato $A\ (T_A = 300\ K)$ ad uno stato $B\ (T_B = 500\ K)$, una trasformazione adiabatica reversibile dallo stato B allo stato C (non noto) ed una trasformazione reversibile dallo stato C allo stato A. Determinare la variazione di entropia del gas durante la trasformazione dallo stato C allo stato A.

$n = 1$ mol $\quad c_V = \frac{5}{2}R \quad c_p = \frac{7}{2}R \quad \gamma = \frac{7}{5}$

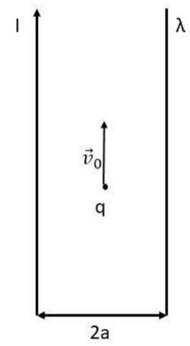


IN UN CICLO $\Delta S = 0$, $\Delta S_{BC} = 0$ (ADIABATICA)

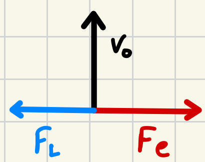
$$\Delta S_{SIST} = \Delta S_{AB} + \Delta S_{CA} = 0 \rightarrow \Delta S_{CA} = -\Delta S_{AB} = -14{,}85\ J/K$$

$$\Delta S_{AB} = \int_A^B \frac{\delta Q}{T} = n c_p \ln\left(\frac{T_B}{T_A}\right) = 14{,}85\ J/K$$

N.4. Nella configurazione di figura, noti I, q, a e $\vec{v}_0$ si ricavi l'espressione della densità di carica λ (modulo e segno) affinché la velocità della carica q rimanga costante in modulo e verso (la carica q è equidistante sia dal filo dove scorre la corrente I che dal filo uniformente carico λ). Si disegnino le forze che agiscono sulla carica q.



SU q AGISCONO.



$$F_L = qv \times B(a) = q v_0 \frac{\mu_0 I}{2\pi a}, \quad F_e = qE = q\frac{\lambda}{2\pi \varepsilon_0 a}$$

$$F_L = F_e \rightarrow \lambda = \mu_0 v_0 \varepsilon_0 I$$

N.5. Sia dato il vettore di componenti $B_x = a(x^2 - y^2)$; $B_y = -2axy$; $B_z = 0$ con a = costante, verificare che tale vettore soddisfa la seconda equazione di Maxwell e quindi si tratti di un vettore di induzione magnetica e indicare l'unita di misura di a nel sistema internazionale.

$\nabla \cdot \vec{B} = 0$ CIOÈ $\quad \frac{\partial B_x}{\partial x} + \frac{\partial B_y}{\partial y} + \frac{\partial B_z}{\partial z} = 0 \rightarrow 2ax - 2ax = 0 \quad [a] = \frac{T}{m^2}$

Università degli Studi di Roma "La Sapienza"

FISICA

Ingegneria Informatica e Automatica-

10.02.2023-A.A. 2021-2022 (12 CFU) C.Sibilia/L.Sciscione

Soluzioni

N.1. Consideriamo un sistema di riferimento fisso avente l'origine nel punto occupato dall'automobile nell'istante di inizio della frenata ($t = 0$) ed un asse orientato positivamente lungo la direzione del moto. Possiamo scrivere per la velocità e per la posizione le seguenti relazioni:

$$\begin{cases} v_x(t) = v_0 - \alpha t \\ x(t) = v_0 t - \frac{1}{2}\alpha t^2 \end{cases}$$

Il tempo necessario a frenare la macchina si ottiene imponendo l'azzeramento della velocità:

$$0 = v(t_F) = v_0 - \alpha t_F \quad \Rightarrow \quad t_F = v_0/\alpha$$

e il valore minimo della distanza d è quello per cui la macchina si ferma, nel tempo t_F, appena davanti all'ostacolo:

$$d_{min} = x(t_F) = v_0 t_F - \frac{1}{2}\alpha t_F^2 = \frac{1}{2}\frac{v_0^2}{\alpha} = 90\ m$$

N.2. Ricaviamo il tempo di volo t^* del proiettile dallo studio del moto uniformemente accelerato in direzione y:

$$y(t) = h - \frac{1}{2} g t^2 \quad \Rightarrow \quad y(t^*) = 0 = h - \frac{1}{2} g t^{*2} \quad \Rightarrow \quad t^* = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

Simultaneamente, in direzione x, il proiettile compie un moto rettilineo uniforme, per cui:

$$x(t) = vt \quad \Rightarrow \quad x(t^*) = D = vt^* \quad \Rightarrow \quad v = \frac{D}{t^*} = D\sqrt{\frac{g}{2h}} = 15\ m/s$$

Utilizzando la conservazione della quantità di moto nello sparo, possiamo infine ricavare che:

$$MV + mv = 0 \quad \Rightarrow \quad V = -\frac{m}{M} v = -0.15\ m/s$$

N.3

Poiché in un ciclo $\Delta S = 0$ e poiché $\Delta S_{BC} = 0 (\delta Q = 0 \text{ in un'adiabatica})$, si ha:

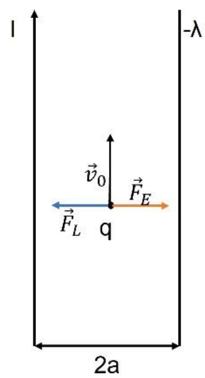
$$\Delta S_{AB} + \Delta S_{CA} = 0 \quad \Rightarrow \quad \Delta S_{CA} = -\Delta S_{AB} = -\int_A^B \frac{nc_p dT}{T} = -\frac{7}{2}\, nRln\, \frac{T_B}{T_A} = -14.86\, J/K$$

dove si è tenuto conto del fatto che nell'isobara: $\delta Q = nc_p dT$, con $c_p = \frac{7}{2}\, R$.

N.4. Sulla carica q agiscono:

- la forza di Lorentz di modulo $F_L = qv_0 B_{filo}(a) = qv_0\mu_0 \frac{I}{2\pi a}$

- la forza elettrostatica di modulo: $F_E = q\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 a}$



Affinché la velocità della carica q rimanga costante la somma delle due forze deve essere nulla, di conseguenza la densità di carica deve avere segno negativo. Per ricavare l'espressione della densità di carica basta uguagliare i moduli delle due forze precedenti, quindi:

$$qv_0\mu_0 \frac{I}{2\pi a} = q\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 a} \text{ da cui } \lambda = \mu_0\varepsilon_0 vI$$

N.5. La seconda equazione di Maxwell afferma che la divergenza del vettore induzione magnetica deve essere nulla ovvero $\nabla \cdot \vec{B} = 0$ da cui:

$\frac{\partial B_x}{\partial x} + \frac{\partial B_y}{\partial y} + \frac{\partial B_z}{\partial z} = 0$ nel nostro caso $2ax - 2ax$=0 $[a] = \left[\frac{T}{m^2}\right]$