Università degli Studi di Roma "La Sapienza"

FISICA

Ingegneria Informatica e Automatica-Testo 1

23.07.2020-A.A. 2019-2020 (12 CFU) C.Sibilia/G.D'Alessandro

N.1. Un proiettile di massa m di dimensioni trascuralibi, viene lanciato contro una sfera omogenea di massa M e di raggio R; immediatamente prima dell'urto, la sua velocità v_0 è diretta parallelamente al piano di appoggio della sfera e verso il centro della sfera stessa. Questa ultima è inizialmente ferma su tale piano, sul quale può muoversi rotolando senza strisciare. Il proiettile non penetra all'interno della sfera, ma resta solidale con questa, conficcato sulla sua superficie; si determini la velocità v con cui si muove il centro C della sfera subito dopo l'urto. (v_0= 50m/s, m=10g, M=1Kg, $I=2/5\ MR^2$)

N.2. Su di una carrucola, costituita da un disco omogeneo di massa M, girevole senza attrito attorno ad un asse orizzontale, passa un filo di massa trsacurabile, il quale è fissato ad un estremo mediante una molla di costante elastica k, all'altro estremo è legata una massa m. Il filo aderisce alla carrucola che quindi ruota al muoversi del filo stesso (l'attrito è trascurabile). Suppondendo di mettere in oscillazione il sistema, in modo che la massa m oscilli lingo la verticale, trovare l'espressione del periodo T delle oscillazioni.

N.3. Una macchina frigorifera reversibile lavora ciclicamente tra le temperature T_1=-10 °C e T_2=40°C, calcolare:

a) il lavoro necessario perché la sorgente a temperatura T2 assorba una quantità di calore pari a 50 cal, b) le variazioni di entropia $\Delta S1$ e $\Delta S2$ delle due sorgenti.

N.4. Un cavo coassiale, lungo "L", è formato da un'anima cilindrica di raggio "R1" e densità volumetrica di carica "Σ" e da uno schermo di forma cilindrica (assunto privo di spessore) di raggio "R2" concentrico con l'anima. L'intercapedine fra anima e schermo è vuota. Calcolare:

1) il campo elettrico E(r) e il potenziale V(r) dentro l'anima e nell'intercapedine;

2) la capacità del condensatore formato da anima e schermo

Ad un certo istante viene fatta scorrere corrente "i" nell'anima. Calcolare:

3) il campo magnetico nell'intercapedine

Assumere L>>R1 e L>>R2 in modo da trascurare gli effetti di bordo.

N.1. Un proiettile di massa m di dimensioni trascuralibi, viene lanciato contro una sfera omogenea di massa M e di raggio R; immediatamente prima dell'urto, la sua velocità v_0 è diretta parallelamente al piano di appoggio della sfera e verso il centro della sfera stessa. Questa ultima è inizialmente ferma su tale piano, sul quale può muoversi rotolando senza strisciare. Il proiettile non penetra all'interno della sfera, ma resta solidale con questa, conficcato sulla sua superficie; si determini la velocità v con cui si muove il centro C della sfera subito dopo l'urto. (v_0= 50m/s, m=10g, M=1Kg, I=2/5 MR^2)

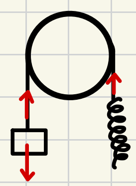
TRASLATORIO	ROTATORIO
m	I
F	M
v	w
$P = mv$	$L = Iw$
$F = ma$	$M = I\alpha$
$K = \frac{1}{2} m v^2$	$K = \frac{1}{2} I w^2$

URTO COMPLETAMENTE ANELASTICO, SI CONSERVA q DI MOTO.
POICHÈ LA SFERA ROTOLA SENZA STRISCIARE CONSIDERO IL MOMENTO ANGOLARE:

$I = \frac{2}{5} MR^2 + MR^2 + mR^2$ (SFERA PIENA + PROIETTILE) $v = wR$

$$m v_0 R = I w \rightarrow m v_0 R = \left(\frac{2}{5} MR^2 + MR^2 + mR^2\right)\frac{v}{R} \rightarrow \boxed{v = \frac{m v_0}{\frac{7}{5}M + m} = 0{,}35\ m/s}$$

N.2. Su di una carrucola, costituita da un disco omogeneo di massa M, girevole senza attrito attorno ad un asse orizzontale, passa un filo di massa trsacurabile, il quale è fissato ad un estremo mediante una molla di costante elastica k, all'altro estremo è legata una massa m. Il filo aderisce alla carrucola che quindi ruota al muoversi del filo stesso (l'attrito è trascurabile). Suppondendo di mettere in oscillazione il sistema, in modo che la massa m oscilli lingo la verticale, trovare l'espressione del periodo T delle oscillazioni.



$$\begin{cases} mg - T_1 = ma \rightarrow T_1 = m(g-a) \\ T_2 = -K\Delta x \\ (T_1 + T_2)R = I\alpha = \frac{1}{2}MR^2 \cdot \frac{a}{R} = \frac{1}{2}MRa \end{cases}$$

$$\hookrightarrow (mg - ma - K\Delta x)R = \frac{1}{2}MRa$$

$$\left(m + \frac{M}{2}\right)a + K\Delta x = mg$$

$$w^2 = \frac{K}{m_{EFF}} \rightarrow w = \sqrt{\frac{K}{m + \frac{M}{2}}}$$

$$\boxed{T = \frac{2\pi}{w} = 2\pi\sqrt{\frac{m + \frac{M}{2}}{K}}}$$

N.3. Una macchina frigorifera reversibile lavora ciclicamente tra le temperature T_1=-10 °C e T_2=40°C, calcolare:

a) il lavoro necessario perché la sorgente a temperatura T2 assorba una quantità di calore pari a 50 cal, b) le variazioni di entropia ΔS1 e ΔS2 delle due sorgenti.

a) $\eta = 1 - \frac{T_F}{T_C} = 1 - \frac{263{,}15}{313{,}15} = 0{,}15$ $\quad \eta = \frac{W}{Q_{ASS}} \rightarrow \boxed{W = \eta \cdot Q_{ASS} = 7{,}5 \text{ cal}}$

b) $\frac{Q_1}{T_1} = \frac{Q_2}{T_2} \rightarrow Q_1 = \left(\frac{T_1}{T_2}\right) Q_2 = 42 \text{ cal}$ (CLAUSIUS)

$\boxed{\Delta S_1 = -\frac{Q_1}{T_1} = -0{,}16 \text{ cal/K}}$ $\quad \boxed{\Delta S_2 = \frac{Q_2}{T_2} = 0{,}16 \text{ cal/K}}$

N.4. Un cavo coassiale, lungo "L", è formato da un'anima cilindrica di raggio "R1" e densità volumetrica di carica "Σ" e da uno schermo di forma cilindrica (assunto privo di spessore) di raggio "R2" concentrico con l'anima. L'intercapedine fra anima e schermo è vuota. Calcolare:

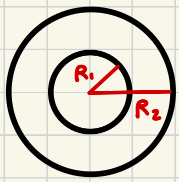
1) il campo elettrico E(r) e il potenziale V(r) dentro l'anima e nell'intercapedine;

2) la capacità del condensatore formato da anima e schermo

Ad un certo istante viene fatta scorrere corrente "i" nell'anima. Calcolare:

3) il campo magnetico nell'intercapedine

Assumere L>>R1 e L>>R2 in modo da trascurare gli effetti di bordo.



a) $r < R_1$:

$q(r) = \Sigma \pi r^2 L \qquad 2\pi r L \cdot E(r) = \frac{q(r)}{\varepsilon_0} \rightarrow \boxed{E(r) = \frac{\Sigma r}{2\varepsilon_0}}$

$V(r < R_1) = \int_0^r E(r)\, dr = \frac{\Sigma}{2\varepsilon_0} \int_0^r r\, dr = \boxed{\frac{\Sigma r^2}{4\varepsilon_0}}$

$R_1 < r < R_2$:

$q(r) = \Sigma \pi R_1^2 L \qquad 2\pi r L \cdot E(r) = \frac{q(r)}{\varepsilon_0} \rightarrow \boxed{E(r) = \frac{\Sigma R_1^2}{2 r \varepsilon_0}}$

$V(R_1 < r < R_2) = \int_{R_1}^r E(r)\, dr = \boxed{\frac{\Sigma R_1^2}{2\varepsilon_0} \ln\left(\frac{r}{R_1}\right)}$

b) $\Delta V = \frac{\Sigma R_1^2}{2\varepsilon_0} \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right) \qquad C = \frac{q}{\Delta V} = \frac{\Sigma \pi R_1^2 L}{\frac{\Sigma R_1^2}{2\varepsilon_0} \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)} = \boxed{\frac{2\pi \varepsilon_0 L}{\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)}}$

c) BIOT-SAVART: $\boxed{B = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}}$

Università degli Studi di Roma “La Sapienza”

FISICA

Ingegneria Informatica e Automatica-testo 2-soluzioni

23.07.2020-A.A. 2019-2020 (12 CFU) C.Sibilia/G.D’Alessandro

N.1. SI conserva la quantità di moto rispetto all’asse passante per il punto di appoggio della sfera e perpendicolare al piano individuato da questo e dalla direzione di v0, per cui si ha:

m v_0 R =I ω, (1)

dove I è il momento di inetrzia del sistema sfera + proiettile subito dopo l’urto e ω è la velocità angolare dello stesso intorno all’asse istantaneo di rotazione. Per il teorema di HS si ha $I = \frac{2}{5}MR^2 + MR^2 + 2mR\hat{}2$. Inoltre essendo $\omega = v/R$, sostituendo nella eq. (1) si ha $v = \frac{mv0}{\frac{7}{5M}+2m}$

N.2. Dal secondo principio dell meccanica si ha:

$$ma = mg - T1$$

T2=-kx

(T1+T2)R=I $\frac{d\omega}{dt}$,

dove T1 è la tesnione del filo, x è l’allungamento della molla e I è il momento di inerzia del disco, sapendo che

a= R $\frac{d\omega}{dt}$ e che I=1/2MR^2

si arriva all’equazione del moto che sarà

m(g-a)-kx=1/2Ma, ossia

(M/2+ m)a +kx= mg, da cui

$$\frac{d^2x}{dt^2} + x(\frac{k}{M/2+m}) = \frac{mg}{M/2+m}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{M/2+m}{k}}$$

N.3. La macchina reversibile compie un ciclo di Carnot all’inverso, pertanto il rendimento saà dato da

$$\eta = W/Q_2 = \frac{T_2 - T_1}{T_2} = 50/313$$

$$Q_2 = -50cal, quindi\ W = -8cal$$

$$\Delta S_2 = -Q_2/T_2 = 0.16cal/K$$
$$\Delta S_1 = -Q_1/T_1 = -0.16cal/k$$

SOLUZIONE N. 4

Troviamo campo e potenziale elettrico nell'anima applicando il teorema di Gauss su una superficie cilindirca, Σ di raggio $r < R_1$. Il flusso del campo elettrico su tale superficie è:

$$\Omega(\Sigma) = 2\pi r L E(r) = \frac{Q(r)}{\epsilon_0}$$

la carica interna per un generico r è:

$$Q(r) = \pi r^2 L\sigma$$

quindi:

$$2\pi r L E(r) = \frac{\pi r^2 L\sigma}{\epsilon_0}$$

si ottiene:

$$E(r < R_1) = \frac{\sigma r}{2\epsilon_0}$$

per il potenziale:

$$V(r < R_1) = \int_0^r E(r)dr = \frac{\sigma}{4\epsilon_0} r^2$$

Troviamo campo e potenziale elettrico nell'intercapedine applicando il teorema di Gauss su una superficie cilindirca, Σ di raggio $R_1 < r < R_2$. Il flusso del campo elettrico su tale superficie è:

$$\Omega(\Sigma) = 2\pi r L E(r) = \frac{Q(r)}{\epsilon_0}$$

mentre la carica interna per un generico r è:

$$Q(r) = \pi R_1^2 L\sigma$$

quindi:

$$2\pi r L E(r) = \frac{\pi R_1^2 L\sigma}{\epsilon_0}$$

si ottiene:

$$E(R_1 < r < R_2) = \frac{\sigma R_1^2}{2\epsilon_0 r}$$

per il potenziale:

$$V(R_1 < r < R_2) = \int_{R_1}^r E(r)dr = \frac{\sigma R_1^2}{2\epsilon_0} ln \frac{r}{R_1}$$

Per calcolare la capacità del condensatore cilindrico calcoliamo ΔV fra le due faccie cilindriche di raggio R_1 e R_2:

$$\Delta V = \frac{\sigma R_1^2}{2\epsilon_0} ln \frac{R_2}{R_1}$$

la capacità è: $C = Q/\Delta V$, dove $Q = \pi R_1^2 L\sigma$, quindi:

$$C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{2\pi L\epsilon_0}{ln(R_2/R_1)}$$

Il campo magnetico nell'intercapedine generato dalla corrente che scorre nell'anima è (legge di Biot-Savart):

$$B(r) = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}$$