Università degli Studi di Roma “La Sapienza”

FISICA

Ingegneria Informatica e Automatica-Testo 1

3.09.2020-A.A. 2019-2020 (12 CFU) C.Sibilia/G.D’Alessandro

N.1. Un alpinista di massa m= 80 Kg vuole assicurarsi ad una parete verticale di roccia, utilizzando due funi ideali, inestensibili di pari lunghezza. Per farlo, lega un capo di ciascuna fune alla sua imbracatura e fissa gli altri due capi a due sostegni allineati orizzontalmente. In questa maniera lui rimane sospeso al vertice di un triangolo isoscele rovesciato e le due funi forano un angolo θ tra di loro. A) Esprimere la tensione di ciascuna fune in funzione dell’angolo θ. B) Determinare l’angolo θ in modo che tale tensione sia minore di una certa tensione di sivurezza Tmax, tale che Tmax/g= 80 Kg.

N.2. Nel reparto di confezionamento di una fabbrica, un carrello piatto di massa M = 80 Kg viaggia su rotaie (con attrito trascurabile) con velocità costante pari a 1m/s. Ad un certo istante un braccio meccanico(fermo rispetto al suolo) lascia cadere nel carrello un pacco di massa m = 20 Kg, che rimane sul piatto del carrello, mentre quest’ultimo prosegue la sua corsa sulla rotaia. A) Spiegare cosa cambia nel moto del carrello dopo che il pacco è posto su di esso. B) Sapendo che il coefficiente di attrito dinamico tra pacco e carrello è μ_d=0.1, determinare dopo quanto tempo, a partire dall’istante in cui il pacco tocca la superficie del carrello, i due corpi acquistano una velocità comune. C) Calcolare la variazione di energia cinetica del sistema pacco più carrello ed indicare quale è la forza che compie il lavoro responsabile di tale variazione.

N.3. Una mole di gas perfetto monoatomico effettua un ciclo reversibile che nel piano PV è rappresentato da un triangolo i cui vertici sono ABC; lo stato iniziale A si trova ad una pressione P_A ed un volume V_A, lo stato B si trova ad una pressione $P_A/2$ e volume $2V_A$, lo stato C si trova alla tessa pressione di B e uguale volume di A. 1) Calcolare il rendimento del ciclo. 2) Calcolare la variazione di entropia nella trasformazione AB.

N.4. Una particella di massa m e carica q, si muove con velocità v = (vx,0,vz), in una regione di spazio dove è presente un campo magnetico B = (0, 0, Bz). All’istante t = 0 la particella di trova nel punto P = (0, 0, 0).

• Descrivere il moto della particella scrivendo le equazioni del moto lungo gli assi.

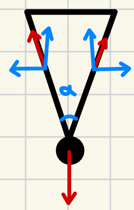
• Calcolare il periodo di rivoluzione.

• Calcolare lo spazio totale percorso dopo un periodo di rivoluzione.

Assumendo che vz >> vx descrivere e calcolare il campo magnetico prodotto dal moto della carica.

N.1. Un alpinista di massa m= 80 Kg vuole assicurarsi ad una parete verticale di roccia, utilizzando due funi ideali, inestensibili di pari lunghezza. Per farlo, lega un capo di ciascuna fune alla sua imbracatura e fissa gli altri due capi a due sostegni allineati orizzontalmente. In questa maniera lui rimane sospeso al vertice di un triangolo isoscele rovesciato e le due funi forano un angolo θ tra di loro. A) Esprimere la tensione di ciascuna fune in funzione dell'angolo θ. B) Determinare l'angolo θ in modo che tale tensione sia minore di una certa tensione di sivurezza Tmax, tale che Tmax/g= 80 Kg.

a) OGNI FUNE HA UN COMPONENTE Y PARI A $T\cos(\alpha/2)$



$$2T\cos(\alpha/2) = mg \rightarrow T = \frac{mg}{2\cos(\alpha/2)}$$

b) $T < T_{max}$

$$\frac{mg}{2\cos(\alpha/2)} < T_{max} \rightarrow \cos\alpha/2 > \frac{mg}{2T_{max}} \rightarrow \alpha > 2\arccos\left(\frac{mg}{2T_{max}}\right) \rightarrow \alpha = 120°$$

N.2. Nel reparto di confezionamento di una fabbrica, un carrello piatto di massa M = 80 Kg viaggia su rotaie (con attrito trascurabile) con velocità costante pari a 1m/s. Ad un certo istante un braccio meccanico(fermo rispetto al suolo) lascia cadere nel carrello un pacco di massa m = 20 Kg, che rimane sul piatto del carrello, mentre quest'ultimo prosegue la sua corsa sulla rotaia. A) Spiegare cosa cambia nel moto del carrello dopo che il pacco è posto su di esso. B) Sapendo che il coefficiente di attrito dinamico tra pacco e carrello è μ_d=0.1, determinare dopo quanto tempo, a partire dall'istante in cui il pacco tocca la superficie del carrello, i due corpi acquistano una velocità comune. C) Calcolare la variazione di energia cinetica del sistema pacco più carrello ed indicare quale è la forza che compie il lavoro responsabile di tale variazione.

a) ABBIAMO UN URTO COMPLETAMENTE ANELASTICO (I CORPI RIMANGO "ATTACCATI"), E SI CONSERVA LA q DI MOTO:

$$M v_0 = (M+m) v_f \rightarrow v_f = \frac{M}{M+m} v_0 = 0,8 \text{ m/s}$$

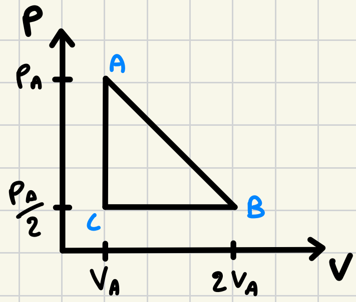
b) $F_A = \mu_d mg$

$$F_A(t_1 - t_0) = \Delta p \rightarrow t_1 - t_0 = \frac{\Delta p}{F_A} = \frac{m v_f}{\mu_d mg} = \frac{v_f}{\mu_d g} = 0,8 \text{ s}$$

c) $\Delta E_K = E_{Kf} - E_{Ki} = \frac{1}{2}(M+m)v_f^2 - \frac{1}{2}Mv_0^2 = 32 - 40 = -8 \text{ J}$

N.3. Una mole di gas perfetto monoatomico effettua un ciclo reversibile che nel piano PV è rappresentato da un triangolo i cui vertici sono ABC; lo stato iniziale A si trova ad una pressione P_A ed un volume V_A, lo stato B si trova ad una pressione $P_A/2$ e volume $2V_A$, lo stato C si trova alla tessa pressione di B e uguale volume di A. 1) Calcolare il rendimento del ciclo. 2) Calcolare la variazione di entropia nella trasformazione AB.

$n = 1\,mol \quad c_v = \frac{3}{2}R \quad c_p = \frac{5}{2}R \quad \gamma = \frac{5}{3}$



a) CA: ISOCORA

$$T_A = \frac{P_A V_A}{nR} \qquad T_C = \frac{P_A/2\, V_A}{nR} = T_A/2$$

$$W = 0 \qquad Q_{CA} = n c_v (T_A - T_C) = \frac{3}{4} R T_A$$

BC: ISOBARA

$$T_B = \frac{\frac{P_A}{2} \cdot 2V_A}{nR} = T_A \qquad Q_{BC} = n c_p (T_C - T_B) = -\frac{5}{4} R T_A$$

AB: ISOTERMA

$$Q_{AB} = nRT \ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right) = nRT_A \ln\left(\frac{2V_A}{V_A}\right) \approx \frac{3}{4} R T_A$$

$$\eta = 1 - \frac{Q_{CED}}{Q_{ASS}} = 1 - \frac{5/4}{6/4} = 1 - \frac{5}{6} = 0{,}16 = 16\%$$

b) $$\Delta S_{AB} = \frac{Q}{T} = \frac{nRT_A \ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right)}{T_A} = nR \ln 2 = 5{,}76\ J/K$$

N.4. Una particella di massa m e carica q, si muove con velocità v = (vx,0,vz), in una regione di spazio dove è presente un campo magnetico B = (0, 0, Bz). All'istante t = 0 la particella di trova nel punto P = (0, 0, 0).

- Descrivere il moto della particella scrivendo le equazioni del moto lungo gli assi.
- Calcolare il periodo di rivoluzione.
- Calcolare lo spazio totale percorso dopo un periodo di rivoluzione.

Assumendo che vz >> vx descrivere e calcolare il campo magnetico prodotto dal moto della carica.

a) UNICA FORZA AGENTE:

$$F_L = q v \times B \rightarrow \begin{vmatrix} i & j & k \\ v_x & 0 & v_z \\ 0 & 0 & B_z \end{vmatrix} = i(0) - j(v_x B_z) + k(0) \rightarrow F_L = (0, -q v_x B_z, 0)$$

LUNGO x: V_x COST
LUNGO y: MOTO CIRCOLARE
LUNGO z: V_z COST

MOTO A SPIRALE

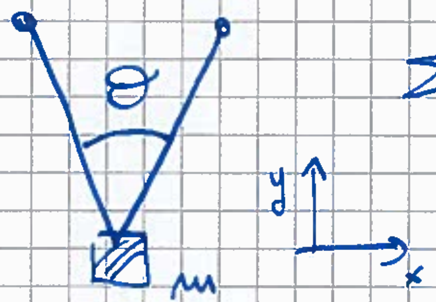
b) $$F_L = F_c \rightarrow q v_x B_z = m \frac{v_x^2}{r} \rightarrow r = \frac{m v_x}{q B_z} \rightarrow \boxed{T = \frac{2\pi r}{v_x} = \frac{2\pi m}{q B_z}}$$

c) $$S_{TOT} = S_{xy} + S_z = T v_x + T v_z = \frac{2\pi m}{q B_z} v_x + \frac{2\pi m}{q B_z} v_z = \boxed{\frac{2\pi m}{q B_z}(v_x + v_z)}$$

d) $V_z >> V_x$ MOTO RETTILINE UNIFORME LUNGO z $\rightarrow$ $\boxed{B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q v_z r}{r^3}}$

Soluzioni fisica 3/8/2020

1)



$$\sum_j \vec{F}_j = 0$$

$$\vec{T}_1 + \vec{T}_2 + m\vec{g} = 0$$

a) Il problema è simmetrico

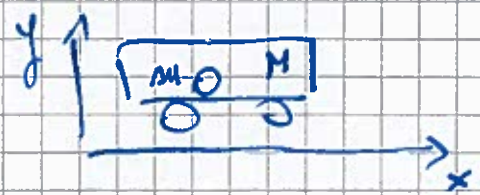
$$\begin{array}{ll} x \rightarrow & \left\{ \begin{array}{l} T_1 \sin\frac{\vartheta}{2} - T_2 \sin\frac{\vartheta}{2} = 0 \\ -mg + T_1 \cos\frac{\vartheta}{2} + T_2 \cos\frac{\vartheta}{2} = 0 \end{array} \right. \\ y \rightarrow & \end{array}$$

$$\Rightarrow \quad T_1 = T_2 = T \quad \Rightarrow \quad T = \frac{mg}{2\cos\frac{\vartheta}{2}}$$

b) $$T = \frac{mg}{2\cos\frac{\vartheta}{2}} < T_{MAX} \quad \Rightarrow \quad \cos\frac{\vartheta}{2} > \frac{mg}{2T_{MAX}}$$

$$\Rightarrow \quad \vartheta < 2\arccos\left(\frac{mg}{2T_{MA}}\right) = 120^\circ$$

2) L'urto tra carrello e pacco può essere considerato completamente anelastico, oppure il problema può risolversi considerando una variazione di massa del carrello

a) 

componente orizzontale della q.d. moto è conservata;

$$\left(\sum F_x^{ext} = 0\right) \Rightarrow p_{x\,i} = p_{x\,f}$$

$$M v_{x\,i} = (m+M) v_{x\,f} \Rightarrow v_{x\,f} = \frac{M}{m+M} v_{x\,i} = 0.8\ m/s$$

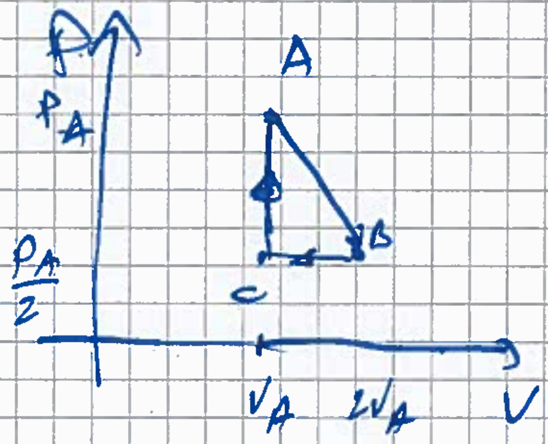
b) A partire da t_0, sul pacco agisce una forza di attrito f_d che lo accelera e sul carrello una forza $-f_d$ che lo rallenta

Dal teorema dell'impulso $\Rightarrow$ $f_d(t_1 - t_0) = m v_{x\,f} - 0$, $f_d = \mu_d m g$

$$\Rightarrow t_1 - t_0 = \frac{v_{x\,f}}{\mu_d g} \sim 0.8\ s$$

c) $$E_{c\,f} - E_{c\,i} = \frac{1}{2}(M+m) v_{x\,f}^2 - \frac{1}{2} M v_{x\,i}^2 = -8\ J$$

3)



Stato A $\Rightarrow$ $T_A = P_A V_A/(nR)$

B $\rightarrow$ $P_B = \frac{P_A}{2}$. $V_B = 2V_A \Rightarrow T_A = T_B$

C $\rightarrow$ $P_c = \frac{P_A}{2}$ $V_c = V_A \Rightarrow T_c = T_A/2$

a)

$$W = \frac{(P_A - P_c)(V_B - V_c)}{2} = \frac{P_A V_A}{4} = \frac{nRT_A}{4}$$

(area del triangolo)

$Q_{ass} \Rightarrow$ il gas assorbe nelle trasformazioni AB e CA

$$Q_{AB} = W_{AB} = W + P_c(V_B - V_c) = \frac{3}{4} nRT_A$$

$$Q_{CA} = \Delta U_{CA} = n c_V (T_A - T_c) = \frac{3}{4} nRT_A$$

$$\eta = \frac{W}{Q_{AB} + Q_{CA}} = \frac{1}{6}$$

b) $\Delta S \rightarrow$ $\Delta S_{AB} = n c_V \ln \frac{T_B}{T_A} = nR \ln 2$

TESTO 4

Una particella di massa m e carica q, si muove con velocità $v = (v_x, 0, v_z)$, in una regione di spazio dove è presente un campo magnetico $B = (0, 0, B_z)$. All'istante $t = 0$ la particella di trova nel punto $P(0, 0, 0)$.

- Descrivere il moto della particella scrivendo le equazioni del moto lungo gli assi.
- Calcolare il periodo di rivoluzione.
- Calcolare lo spazio totale percorso dopo un periodo di rivoluzione.

Assumendo che $v_z >> v_x$ descrivere e calcolare il campo magnetico prodotto dal moto della carica.

SOLUZIONE N. 4

L'unica forza agente sulla particella è la Forza di Lorentz:

$$F_L = q\overrightarrow{v} \times \overrightarrow{B}$$

Le componenti x,y,z di F_L possono essere calcolate come il determinante della matrice:

$$\begin{vmatrix} i & j & k \\ v_x & 0 & v_z \\ 0 & 0 & B_z \end{vmatrix} = i(0) - j(v_x B_z) + k(0)$$

quindi $F_L = (0, -qv_x B_z, 0)$. Non agendo forze su z il moto rimarrà rettilineo è uniforme di velocità v_z. Nel piano ortogonale a z la F_L sarà sempre una forza di tipo centripeto perpendicolare alla proiezione della velocità su tale piano. Quindi il moto sarà circolare è uniforme. La scomposizione del moto sugli assi corrisponde a due moti armonici. Le equazioni del moto sono:

$$x(t) = Rcos(\omega t) \quad y(t) = Rsin(\omega t) \quad z(t) = v_z t$$

Il moto è quello di una spirale intorno alle linee di campo. R può essere calcolato come segue:

$$ma_c = \frac{v_x^2}{R} = qv_x B_z$$

dove abbiamo utilizzato la relazione fra accelerazione centripeta e raggio, esistente in un moto circolare è uniforme. Quindi:

$$R = \frac{mv_x}{qB_z}$$

è il raggio di curvatura della traiettoria. Il periodo di rivoluzione è:

$$T = \frac{2\pi m}{qB_z}$$

Quindi lo spazio totale percorso dopo una rivoluzione sarà:

$$S_{tot} = S_{xy} + S_z = \frac{2\pi m}{qB_z} v_x + \frac{2\pi m}{qB_z} v_z = \frac{2\pi m}{qB_z}(v_x + v_z)$$

Assumendo che $v_z >> v_x$, il moto è rettilineo è uniforme lungo z. Quindi il campo magnetico è formato da spire circolari concentriche con la particella carica. Il suo modulo è:

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{qv_z}{r^2}$$