Università degli Studi di Roma "La Sapienza"

FISICA

Ingegneria Informatica e Automatica1

04.02.2022-A.A. 2020-2021 (12 CFU) C.Sibilia/G.D'Alessandro

N.1. Due punti materiali di uguale massa m=2Kg, ma costituiti da sostanze diverse, collegati da un file inestensibile primo di massa, scivolano lungo un piano inclinato di un angolo α=30° rispetto all'orizzontale. Il coefficiente di attrito dinamico tra il piano e la massa più in basso è μ_1= 0.2 e mentre quello della massa più in alto è μ_2= 0.3. Si calcoli la tensione del filo che unisce le due masse.

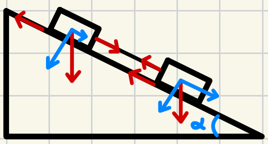
N.2. Un cannoncino a molla di molla M=10 kg, si muove orizzontale con velocità v=1m/s su una superficie priva di attrito, con una palla da 1 kg caricata nel punto di massima compressione della molla. La palla viene sparata in direzione orizzontale e a causa di ciò, il cannoncino si arresta istantaneamente. Si calcoli l'energia immagazzinata inizialmente nella molla.

N.3. Una macchina termica reversibile lavora tra un serbatoio caldo a 300 K e uno freddo a 250 K. Se per ogni ciclo la macchina assorbe dal serbatoio caldo 600J, quanto lavoro produce in ogni ciclo.

N.4. Una regione sferica **S** di raggio **R** è dotata di carica **Q** uniformemente distribuita sul suo volume. Calcolare il campo elettrostatico per **r>R** e **r<R**.

N.5 Una spira quadrata è tenuta in rotazione, a velocità angolare ω, rispetto ad un asse parallelo ad uno dei suoi lati e passante per il centro di massa della spira. La spira è immersa in un campo magnetico **B** perpendicolare all'asse di rotazione. Calcolare la potenza necessaria per tenere in rotazione la spira assumendo che abbia una resistenza pari a **R**.

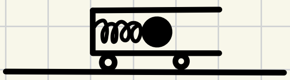
N.1. Due punti materiali di uguale massa m=2Kg, ma costituiti da sostanze diverse, collegati da un file inestensibile primo di massa, scivolano lungo un piano inclinato di un angolo α=30° rispetto all'orizzontale. Il coefficiente di attrito dinamico tra il piano e la massa più in basso è μ_1= 0.2 e mentre quello della massa più in alto è μ_2= 0.3. Si calcoli la tensione del filo che unisce le due masse.



$$\begin{cases} 1 & mg\sin\alpha + T - \mu_1 mg\cos\alpha = ma \\ 2 & mg\sin\alpha - T - \mu_2 mg\cos\alpha = ma \end{cases}$$

$$1-2: \quad 2T + mg\cos\alpha(\mu_2-\mu_1) = 0 \rightarrow \boxed{T = \frac{-mg\cos\alpha(\mu_2-\mu_1)}{2} = 0.85\,N}$$

N.2. Un cannoncino a molla di molla M=10 kg, si muove orizzontale con velocità v=1m/s su una superficie priva di attrito, con una palla da 1 kg caricata nel punto di massima compressione della molla. La palla viene sparata in direzione orizzontale e a causa di ciò, il cannoncino si arresta istantaneamente. Si calcoli l'energia immagazzinata inizialmente nella molla.



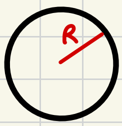
$$(M+m)V_0 = mv_p \rightarrow v_p = \frac{m+M}{m}V_0 = 11\ m/s$$

$$\frac{1}{2}m_{TOT}V_0^2 + \underbrace{\frac{1}{2}K\Delta x^2}_{U_{el}} = \frac{1}{2}mv_p^2 \longrightarrow \boxed{U_{el} = \frac{1}{2}\left(mv_p^2 - m_{TOT}V_0^2\right) = 55\,J}$$

N.3. Una macchina termica reversibile lavora tra un serbatoio caldo a 300 K e uno freddo a 250 K. Se per ogni ciclo la macchina assorbe dal serbatoio caldo 600J, quanto lavoro produce in ogni ciclo.

$$\eta = 1 - \frac{T_F}{T_C} = 1 - \frac{250}{300} = 0{,}16 \rightarrow \eta = \frac{W}{Q_{ASS}} \rightarrow \boxed{W = \eta\, Q_{ASS} = 100\,J}$$

N.4. Una regione sferica **S** di raggio **R** è dotata di carica **Q** uniformemente distribuita sul suo volume. Calcolare il campo elettrostatico per **r>R** e **r<R**.



$$\rho = \frac{Q}{4/3\,\pi R^3}$$

$r<R$:

$$q(r) = \rho\cdot\frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{Qr^3}{R^3} \rightarrow 4\pi r^2 \cdot E(r) = \frac{q(r)}{\varepsilon_0} \rightarrow \boxed{E(r) = \frac{Qr}{4\pi R^3\varepsilon_0}}$$

$r>R$:

$$q(r) = \rho\cdot\frac{4}{3}\pi R^3 = Q \rightarrow 4\pi r^2 E(r) = \frac{q(r)}{\varepsilon_0} \rightarrow \boxed{E(r) = \frac{Q}{4\pi r^2\varepsilon_0}}$$

N.5 Una spira quadrata è tenuta in rotazione, a velocità angolare ω, rispetto ad un asse parallelo ad uno dei suoi lati e passante per il centro di massa della spira. La spira è immersa in un campo magnetico **B** perpendicolare all'asse di rotazione. Calcolare la potenza necessaria per tenere in rotazione la spira assumendo che abbia una resistenza pari a **R**.

$$P = \frac{dW}{dt} = VI = RI^2 = \frac{V^2}{R}$$

$$\Phi B = B \cdot d\Sigma = Bl^2 \cos\alpha = Bl^2 \cos(wt)$$

$$FEM = -\frac{d\Phi B}{dt} = -\frac{d\,Bl^2\cos(wt)}{dt} = -wBl^2\sin(wt)$$

$FEM_{MAX} = wBl^2$ QUANDO $\sin(wt) = 1$

$$I = FEM/R = \frac{wBl^2\sin(wt)}{R}$$

$$P = I^2 R = \frac{[wBl^2\sin(wt)]^2}{R}$$

SOLUZIONI

1.

In base al secondo principio della dinamica abbiamo per la massa 1 e la massa 2 rispettivamente (con ovvio significato dei simboli):

$$\begin{cases} ma = mg\ \sin\alpha\ -\ \mu_1 mg\ \cos\alpha\ - T \\ ma =\ mg\ \sin\alpha\ -\ \mu_2 mg\ \cos\alpha + T \end{cases}$$

Sottraendo la prima equazione dalla seconda otteniamo:

$$2T = (\mu_2\ -\ \mu_1)mg\ \cos\alpha$$

e quindi:

$$T = \frac{(\mu_2 - \mu_1)mg\ \cos\alpha}{2} = 0.85\ N$$

Ovviamente lo stesso risultato si poteva anche ottenere ricavando a dall'equazione del moto dell'insieme delle due masse:

$$2ma = 2mg\ \sin a - \mu_1 mg\ \cos\alpha - \mu_2 mg\ \cos a$$

e sostituendola in una qualsiasi delle prime due equazioni.

2.

Il cannoncino ed il proiettile si muovono inizialmente insieme a velocità V, mentre, dopo lo sparo, il proiettile parte con velocità v ed il cannoncino si arresta istantaneamente. Applicando quindi la legge di conservazione della quantità di moto, si ha:

$$(M + m)V = mv$$

Siccome inoltre lo sparo è provocato dalla sola forza elastica, che è una forza conservativa, possiamo ricavare l'energia potenziale U_{el} inizialmente immagazzinata nella molla dalla legge di conservazione dell'energia meccanica:

$$\frac{1}{2}(M + m)V^2 + U_{el} = \frac{1}{2}mv^2$$

Risolvendo il sistema di due equazioni nelle due incognite v ed U_{el}, possiamo ricavare l'energia potenziale richiesta:

$$U_{el} = \frac{1}{2}\frac{M}{m}(M+m)V^2 = 55J$$

3.

Una macchina termica reversibile che scambia calore unicamente con due sorgenti a temperatura costante è una macchina di Carnot. Il rendimento è:

$$n = \frac{L}{Q_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1} = 16.7\%$$

Il lavoro prodotto in ogni ciclo è quindi:

$$L = nQ_1 = 100J$$

SOLUZIONE N.4

La densità di carica totale è: $\rho = \frac{Q}{(4/3)\pi R^3}$ Applichiamo il teorema di Gauss ad una sfera s di raggio r concentrica alla sfera carica per $r > R$:

$$\Phi(E)_s = \frac{1}{\epsilon_0} \int_s \rho(r) d\tau$$

dove $d\tau$ e' l'elementino infinitesimo di volume. Sfruttando la definizione di flusso e la simmetria sferica del campo possiamo scrivere:

$$E(r) 4\pi r^2 = \frac{1}{\epsilon_0} \int_0^R \frac{Q}{(4/3)\pi r^3} dr$$

$$E(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2}$$

Mentre per $r < R$ abbiamo

$$q(r) = \rho(4/3)\pi r^3 = \frac{Q r^3}{R^3},$$

quindi:

$$E(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{R^3} r$$

SOLUZIONE N.5

Il flusso del campo magnetico B che attraversa la spira e':

$$\Phi(B) = \int_\Sigma B \cdot u_n d\Sigma = Bl^2 cos(\theta) = Bl^2 cos(\omega t)$$

dove u_n e' il verrsore uscente alla spira, l e' il lato della spira e $\theta = \omega t$ e' l'angolo tra il campo magnetico e il versore uscente. La forza elettromotrice indotta sulla spira e'

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi(B)}{dt} = \omega B l^2 sen(\omega t)$$

la forza elettromotrice indotta e' quella di un generatore di corrente alternata. Al massimo vale:

$$\mathcal{E}_{max} = \omega B l^2$$

La corrente che scorre nella spira e':

$$i = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{\omega B l^2}{R} sin(\omega t)$$

quindi la potenza per tenerla in rotazione vale:

$$P = \mathcal{E} i = \frac{[\omega B l^2 sen(\omega t)]^2}{R}$$