CINEMATICA DEL PUNTO

MOTO ARMONICO

È UN TIPO DI MOTO OSCILLATORIO CARATTERIZZATO DA UN MOVIMENTO PERIODICO NEL TEMPO, SOGGETTO ALLA FORZA DI HOOKE $F=-Kx$.

EQ: $\frac{d^2x}{dt^2}+w^2x=0$ $\quad w=\sqrt{\frac{K}{m}}$ CON SOLUZIONE $x(t)=A\cos(wt+\phi)$

$$T=\frac{2\pi}{w} \qquad v(t)=\frac{dx(t)}{dt}=-Aw\sin(wt+\phi)$$

$$f=\frac{1}{T}=\frac{w}{2\pi} \qquad a(t)=\frac{dv(t)}{dt}=-Aw^2\cos(wt+\phi)$$

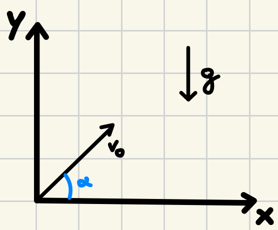
TUTTO CIÒ VALE ANCHE PER LA MOLLA

OSCILLAZIONI ARMONICHE SMORZATE

UNO SMORZAMENTO PROVOCA UNA DIMINUZIONE GRADUALE DELL'AMPIEZZA NEL t.
VIENE CAUSATO DA UNA FORZA DISSIPATIVA.
HA EQ DEL TIPO $m\ddot{x}+\xi\dot{x}+Kx=0$ CON SOLUZIONE $x(t)=Ae^{-\gamma t}\cos(w't+\phi)$

$$\gamma=\frac{\xi}{2m}, \quad w'=\sqrt{w_0^2-\gamma^2}, \quad w_0=\sqrt{\frac{K}{m}}$$

MOTO PARABOLICO



$$\begin{cases} x(t)=V_0 t\cos\alpha \\ y(t)=V_0 t\sin\alpha-\frac{1}{2}gt^2 \end{cases}$$

LUNGO x ABBIAMO UN MOTO RETTILINEO UNIFORME;
LUNGO y ABBIAMO UN MOTO RETTILINEO UNIFOR. ACCELERATO.

GITTATA: SPAZIO ORIZZONTALE PERCORSO

$$R=V_0\cos\alpha\cdot t_{volo}=\frac{V_0^2\sin 2\alpha}{g}$$

MASSIMA QUANDO $\alpha=45°$ POICHÈ $\sin 2\alpha=1$

TEMPO DI VOLO: $y(t)=0 \rightarrow V_0 t\sin\alpha-\frac{1}{2}gt^2=0 \rightarrow t_{volo}=\frac{2V_0\sin\alpha}{g}$

ALTEZZA MASSIMA: $V_y=0 \rightarrow V_0\sin\alpha-g\,t_{max}=0 \rightarrow t_{max}=\frac{V_0\sin\alpha}{g}$

$$h_{max}=V_0 t_{max}\sin\alpha-\frac{1}{2}g t_{max}^2=\frac{V_0^2\sin^2\alpha}{2g}$$

ENERGIA: $v(t)=\sqrt{V_x^2+V_y^2}$

$$E_K=\frac{1}{2}mv^2=\frac{1}{2}m(V_x^2+V_y^2) \qquad E_p=mg\,y(t)$$

IN ASSENZA DI ATTRITO $E_m=\frac{1}{2}mV_0^2$ RIMANE COST

MOTO PARABOLICO DI UN CORPO CHE SI DIVIDE

SI CONSERVA LA q DI MOTO: $mv_0 = m_1 v_1 + m_2 v_2$

IL CENTRO DI MASSA DELL'INSIEME DEI FRAMMENTI CONTINUA A SEGUIRE LA TRAIETTORIA ORIGINALE. LE DUE MASSE, INVECE, SEGUIRANNO TRAIETTORIE PARABOLICHE DIVERSE, A SECONDA DELLE LORO NUOVE VELOCITÀ.

MOTO CIRCOLARE

L'OGGETTO SI MUOVE LUNGO UNA CIRCONFERENZA.

UNIFORME:

LA v_T RIMANE COST IN MODULO, MENTRE LA DIREZIONE CAMBIA CONTINUAMENTE. LA DIREZIONE CAMBIA A CAUSA DELL'ACCELERAZIONE CENTRIPETA (DIRETTA VERSO IL CENTRO).

$$w = \frac{d\alpha}{dt} = \frac{1}{R}\frac{ds}{dt} = \frac{v}{R} \qquad v = wR \qquad a_c = \frac{v^2}{R} = w^2 R \qquad F_c = m\frac{v^2}{R}$$

NON UNIFORME:

v_T VARIA NEL TEMPO, QUINDI OLTRE AD a_c (CAMBIA LA DIREZIONE DI v) SI HA a_T (CAMBIA IL MODULO DI v).

$$a_{TOT} = \sqrt{a_c^2 + a_t^2}$$

ABBIAMO ANCHE UN'ACCELERAZIONE ANGOLARE $\alpha = \frac{dw}{dt} = \frac{d^2\alpha}{dt^2} = \frac{1}{R}\frac{dv}{dt} = \frac{a_T}{R}$

DINAMICA DEL PUNTO

QUANTITÀ DI MOTO

È UNA GRANDEZZA FISICA CHE DESCRIVE IL MOTO DI UN OGGETTO.

PARI A $p = mv$ $\frac{Kg \cdot m}{s}$ $\left(\frac{N}{s}\right)$.

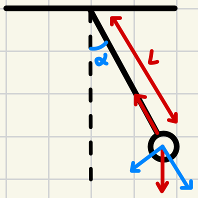
LA SECONDA LEGGE DI NEWTON PUÒ ESSERE ESPRESSA COME: $F = \frac{dp}{dt}$.
L'AZIONE DI UNA FORZA DETERMINA LA VARIAZIONE NEL TEMPO DI p, OVVERO DI QUALCUNA (O TUTTE) QUESTE QUANTITÀ: MASSA, VELOCITÀ, DIREZIONE, VERSO E MODULO

IMPULSO DI UNA FORZA

$J = \int_{t_1}^{t_2} F\,dt = \Delta p$ SE F COST $\rightarrow J = F\Delta t$ SE m COST $\rightarrow J = m\Delta v$

UNA F CHE AGISCE SU UN CORPO PER UN CERTO TEMPO MODIFICA LA SUA p.

PENDOLO SEMPLICE



$F_{p\parallel} = -mg\sin\alpha$ $F_{p\perp} = T - mg\cos\alpha$

$$F = ma \rightarrow M = I\alpha \rightarrow -mgL\sin\alpha = mL^2\alpha = mL^2\frac{d^2\alpha}{dt^2} \rightarrow \frac{d^2\alpha}{dt^2} + \frac{g}{L}\sin\alpha = 0$$

$$w_0 = \sqrt{\frac{g}{L}} \qquad T = \frac{2\pi}{w} = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \qquad f = \frac{1}{T}$$

FORZE CENTRALI

LE FORZE CENTRALI SONO UN TIPO DI FORZA CHE AGISCE LUNGO LA LINEA CHE CONGIUNGE DUE CORPI E DIPENDE SOLO DALLA DISTANZA FRA ESSI. SONO CHIAMATE CENTRALI PERCHÈ LA DIREZIONE PUNTA SEMPRE VERSO UN PUNTO CENTRALE, DETTO CENTRO DI FORZA.
QUESTE FORZE POSSONO ESSERE ATTRATTIVE O REPULSIVE E HANNO LE SEGUENTI CARATTERISTICHE:

- DIREZIONE RADIALE: LA F AGISCE LUNGO LA LINEA CHE CONGIUNGE IL CORPO SU CUI LA F AGISCE CON IL CENTRO DI FORZA;
- DIPENDENZA DALLA DISTANZA. IL MODULO DI F DIPENDE SOLO DA r;
- CONSERV MOMENTO ANGOLARE: POICHÈ LE F CENTRALI AGISCONO SEMPRE RADIALMENTE, NON PRODUCONO M TORCENTE.

FORZA GRAVITAZIONALE, FORZA ELETTROSTATICA E FORZA ELASTICA SONO ESEMPI DI FORZE CENTRALI.

FORZA CENTRIFUGA

È UNA F APPARENTE CHE SI MANIFESTA IN UN SISTEMA IN ROTAZIONE, E SPINGE L'OGGETTO VERSO L'ESTERNO (SOLO IN SISTEMI NON INERZIALI).

- FORZA NON REALE CHE SI PERCEPISCE SOLO ALL'INTERNO DI UN SISTEMA DI RIFERIMENTO ROTANTE;
- AGISCE SEMPRE RADIALMENTE VERSO L'ESTERNO;
- LA SUA INTENSITÀ È PROPORZIONALE ALLA m, ALLA w E ALLA r:

$$F_c = m w^2 r$$

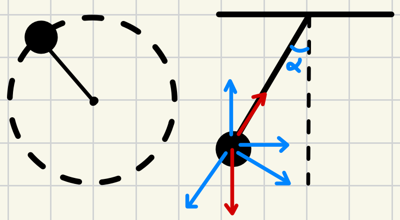
UN CORPO È IN EQUILIBRIO QUANDO LA $F_{CENTRIFUGA}$ È BILANCIATA DA $F_{CENTRIPETA}$.

CONDIZIONI DI EQUILIBRIO DI UN CORPO

EQUILIBRIO STATICO: $\sum F_i = 0 \quad \sum M = 0$ CON $M = F\,b$

EQUILIBRIO DINAMICO: QUANDO $F_{CENTRIPETA}$ È COST SI HA UN MOTO CIRCOLARE UNIFORME

PENDOLO CONICO



$$\begin{cases} T\cos\alpha = mg \\ T\sin\alpha = m\frac{v^2}{r} \end{cases} \rightarrow T = \frac{mg}{\cos\alpha}$$

$$\frac{mg\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{mv^2}{L\sin\alpha} \rightarrow v = \sqrt{gL\,tg\alpha\sin\alpha} \qquad T = \frac{2\pi L\sin\alpha}{v}$$

LAVORO ED ENERGIA

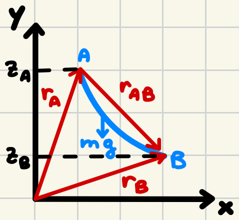
ENERGIA POTENZIALE (ANCHE MOLLA)

L'ENERGIA POTENZIALE È UNA MISURA DEL LAVORO CHE UNA FORZA CONSERVATIVA PUÒ COMPIERE SU UN OGGETTO IN UN DETERMINATO SISTEMA.
DEFINITA PARTENDO DAL CONCETTO DI LAVORO:

ES F_P

SUPPONIAMO DI AVERE UNO SPOSTAMENTO DA UNA QUOTA z_A AD UNA z_B. SI HA:

$$W = \int_A^B \vec{F}\cdot d\vec{s} = mg\int_A^B d\vec{s} = mg(r_B - r_A) = mg\, r_{AB} = mg(z_B - z_A) = -(E_{P_B} - E_{P_A}) = -\Delta E_P$$



W NON DIPENDE DALLA TRAIETTORIA CHE COLLEGA A E B.

ES F_e

PER UNO SPOSTAMENTO LUNGO L'ASSE x SI HA:

$$W = \int_A^B \vec{F}\cdot d\vec{s} = \int_A^B -kx\,dx = -K\int_A^B x\,dx = \frac{1}{2}Kx_A^2 - \frac{1}{2}Kx_B^2 = \frac{1}{2}K\Delta x^2 = -\Delta E_P$$

ENERGIA CINETICA (TEOREMA DEL LAVORO)

$F = ma \qquad dv = \frac{ds}{d\tau} \qquad a = \frac{dv}{d\tau}$

$$W = \int_A^B \vec{F}\cdot d\vec{s} = \int_A^B m\frac{dv}{d\tau}\, dv\, d\tau = m\int_A^B dv^2 = \frac{1}{2}m(V_B^2 - V_A^2) = \Delta E_K$$

SE SI COMPIE LAVORO SU UN CORPO, LA SUA E_K AUMENTERÀ O DIMINUIRÀ

ENERGIA MECCANICA

IN PRESENZA DI FORZE CONSERVATIVE ABBIAMO $W = \Delta E_K$ E $W = -\Delta E_P$, E LA SOMMA DI QUESTE ENERGIE (ENERGIA MECCANICA) SI CONSERVA, OVVERO RIMANE COSTANTE DURANTE TUTTO IL MOTO:

$$E_m = E_K + E_P = \text{cost} \rightarrow E_{K_A} + E_{P_A} = E_{K_B} + E_{P_B}$$

DURANTE IL MOTO AVVIENE LA TRASFORMAZIONE DA UN'ENERGIA ALL'ALTRA, MA L'ENERGIA TOTALE E_m NON CAMBIA.

SE CI SONO FORZE NON CONSERVATIVE E_m NON È COST E $W = W_C + W_{NC}$:

$$W_{NC} = \Delta E_m = E_{m_B} - E_{m_A} = (E_{K_B} + E_{P_B}) - (E_{K_A} + E_{P_A})$$

ENERGIA MECCANICA OSCILLATORE ARMONICO

LA FORZA È DESCRITTA DALLA LEGGE DI HOOKE $F=-Kx$

$$F=ma=m\frac{d^2x}{dt^2} \rightarrow \frac{d^2x}{dt^2}+\frac{K}{m}x=0$$ ← EQ DEL MOTO PER UN OSCILLATORE ARMONICO SEMPLICE.

CON SOLUZIONE: $x(t)=A\cos(wt+\phi)$ $\quad w=\sqrt{\frac{K}{m}}$

$$\begin{cases} E_K=\frac{1}{2}mv^2 \text{ con } v(t)=\frac{dx(t)}{dt}=-Aw\sin(wt+\phi) \rightarrow E_K=\frac{1}{2}mA^2w^2\sin^2(wt+\phi) \\ E_P=\frac{1}{2}Kx^2 \text{ con } K=mw^2 \rightarrow E_P=\frac{1}{2}mA^2w^2\cos^2(wt+\phi) \end{cases}$$

$$E_m=E_K+E_P=\frac{1}{2}mA^2w^2\underbrace{\left[\sin^2(wt+\phi)+\cos^2(wt+\phi)\right]}_{\text{TENDE A 1}}=\frac{1}{2}mA^2w^2$$

E_{Pel} È MASSIMA QUANDO LA MOLLA È AL MASSIMO ALLUNGAMENTO/COMPRESSIONE

E_{Kel} È MASSIMA QUANDO LA MOLLA PASSA PER LA POSIZIONE DI EQ (v MASSIMA)

LAVORO QUANTITÀ DI MOTO

IL LAVORO FATTO DA UNA FORZA PROVOCA UNA VARIAZIONE DI v E QUINDI DI p.

$$W=\int_{t_1}^{t_2}F\cdot v\,dt=\Delta\left(\frac{p^2}{2m}\right)$$

MOTI RELATIVI

MOTI RELATIVI

SI RIFERISCONO ALL'OSSERVAZIONE DI UN MOTO RISPETTO A DIVERSI SISTEMI DI RIFERIMENTO, CHE QUINDI PUÒ VARIARE DI DESCRIZIONE.

SISTEMI INERZIALI

UN SISTEMA DI RIFERIMENTO IN CUI VALGONO LE LEGGI DELLA MECCANICA CLASSICA. SI MUOVE CON VELOCITÀ COST O RIMANE FERMO.

SISTEMI NON INERZIALI

UN SISTEMA CHE SI MUOVE CON ACCELERAZIONE. PER FAR SI CHE LE LEGGI DELLA MECCANICA RIMANGONO, BISOGNA INTRODURRE LE FORZE APPARENTI, COME LA F CENTRIFUGA E LA F DI CORIOLIS

ACCELERAZIONE DI CORIOLIS

È UNA FORZA APPARENTE CHE SI MANIFESTA QUANDO IL MOTO È ROTATORIO. ESISTE PERCHÈ LE v RELATIVE DI PUNTI DIVERSI ALL'INTERNO DEL SISTEMA VARIANO A SECONDA DELLA LORO DISTANZA DALL'ASSE DI ROTAZIONE

$$a_c = -2w \times v$$

DINAMICA DEI SISTEMI DI PUNTI MATERIALI

CENTRO DI MASSA

È IL PUNTO IN UN SISTEMA DI CORPI (O SINGOLO) IN CUI SI PUÒ IMMAGINARE CHE L'INTERA MASSA DEL SISTEMA SIA CONCENTRATA, E INTORNO AL QUALE IL CORPO PUÒ RUOTARE IN MODO EQUILIBRATO SOTTO L'EFFETTO DI FORZE ESTERNE

HA COORDINATE: $R_{cm} = \frac{\sum_i m_i r_i}{\sum_i m_i}$ $\quad x_{cm} = \frac{\sum_i m_i x_i}{\sum_i m_i}$ $\quad y_{cm} = \frac{\sum_i m_i y_i}{\sum_i m_i}$ $\quad z_{cm} = \frac{\sum_i m_i z_i}{\sum_i m_i}$

CON VELOCITÀ: $V_{cm} = \frac{dR_{cm}}{dt} = \frac{\sum_i m_i \frac{dr_i}{dt}}{\sum_i m_i} = \frac{\sum_i m_i v_i}{\sum_i m_i} = \frac{P}{m}$

SECONDA EQUAZIONE CARDINALE DELLA DINAMICA

AFFERMA CHE SE SU UN SISTEMA AGISCE UNA FORZA ESTERNA CHE GENERA UN MOMENTO ANGOLARE RISPETTO A UN PUNTO, IL MOMENTO ANGOLARE DEL SISTEMA VARIERÀ NEL TEMPO. SE NON CI SONO MOMENTI ESTERNI (O SONO NULLI), ALLORA IL MOMENTO ANGOLARE TOTALE DEL SISTEMA SI CONSERVA.

$$M^E = \frac{dL}{dt} \quad \text{CON} \quad L = r \times (mv), \; M = F \cdot b$$

TEOREMI DI KÖNIG

PRIMO TEOREMA:

IL MOMENTO ANGOLARE DEL SISTEMA SI PUÒ SCRIVERE COME SOMMA DEL MOMENTO ANGOLARE DOVUTO AL MOTO DEL CM, E DI QUELLO DEL SISTEMA RISPETTO AL CM $\rightarrow L = L_{cm} + L'$

SECONDO TEOREMA:

L'ENERGIA CINETICA DEL SISTEMA SI PUÒ SCRIVERE COME SOMMA DELL' ENERGIA CINETICA DOVUTA AL MOTO DEL CM, E DI QUELLA DEL SISTEMA RISPETTO AL CM $\rightarrow E_k = E_{k_{cm}} + E_k'$

CORPO RIGIDO

CORPO RIGIDO

DESCRIVE UN OGGETTO LA CUI FORMA E DIMENSIONI RIMANGONO INALTERATE DURANTE IL MOTO, INDIPENDENTEMENTE DALLE FORZE CHE AGISCONO SU DI ESSO. LA DISTANZA TRA TUTTE LE COPPIE DI PUNTI DI UN CORPO RIGIDO RESTANO COST.

IL MOTO DI UN CORPO RIGIDO È ROTOTRASLATORIO, PUÒ SIA RUOTARE CHE TRASLARE.

EQ MOTO TRASLATORIO: $F = ma$ EQ MOTO ROTATORIO: $M = I_z \alpha$

CENTRO DI MASSA

MOTO DEL CENTRO DI MASSA: $R_{cm} = \frac{\int r \, dm}{\int dm} = \frac{\int r \rho \, dV}{\int \rho \, dV} = \frac{1}{m} \int r \rho \, dV$

CON $\rho = \frac{dm}{dV}$ O SE ρ COST $\rho = \frac{m}{V}$

MOMENTO ANGOLARE

RISPETTO A UN PUNTO FISSO: $L = I w$

MOMENTO D'INERZIA

È UNA GRANDEZZA FISICA CHE MISURA LA RESISTENZA DI UN CORPO RIGIDO ALLA VARIAZIONE DELLA SUA VELOCITÀ ANGOLARE INTORNO A UN ASSE DI ROTAZIONE. UN CORPO CON UN MOMENTO DI INERZIA GRANDE RICHIEDE UN MAGGIOR MOMENTO TORCENTE PER CAMBIARE LA SUA VELOCITÀ ANGOLARE

$$I_z = \int R^2 dm = \int \rho R^2 dV = \int \rho (x^2 + y^2) dV$$

PIÙ LA MASSA È LONTANA DALL'ASSE DI ROTAZIONE, PIÙ IL I_z SARÀ GRANDE

ANELLO: $I = mR^2$

DISCO: $I = \frac{1}{2} mR^2$

GUSCIO CILINDRICO SOTTILE: $I = mR^2$

CILINDRO PIENO: $I = \frac{1}{2} mR^2$

GUSCIO SFERICO SOTTILE. $I = \frac{2}{3} mR^2$

SFERA PIENA. $I = \frac{2}{5} mR^2$

ASTA SOTTILE: $I = \frac{1}{12} md^2$

LASTRA: $I = \frac{1}{12} m(a^2 + b^2)$

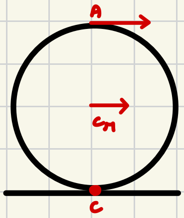
TEOREMA DI HUYGENS-STEINER

IL MOMENTO DI INERZIA DI UN CORPO DI MASSA m RISPETTO A UN ASSE CHE SI TROVA A DISTANZA d DAL CM DEL CORPO È DATO DA:

$$I = I_{cm} + md^2$$

MOTO DI PURO ROTOLAMENTO

IL CORPO ROTOLA SULLA SUPERFICIE SENZA STRISCIARE IN QUESTO CASO IL PUNTO DI CONTATTO TRA IL CORPO E LA SUPERFICIE HA VELOCITÀ NULLA RISPETTO A QUEST'ULTIMA. SI HA UNA COMBINAZIONE DI MOTO ROTOTRASLATORIO.



$V_c = 0 \qquad V_{cm} = w \cdot R \qquad V_A = 2V_{cm}$

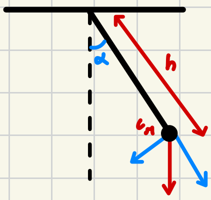
CONDIZIONI DI PURO ROTOLAMENTO SONO: NON SLITTAMENTO, NESSUN MOVIMENTO RELATIVO AL PUNTO DI CONTATTO

$$E_{K\,TOT} = E_{K\,TRAS} + E_{K\,ROT} = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}Iw^2 = \frac{1}{2}mv^2\left(1 + \frac{I}{mR^2}\right) \leftarrow v = wR$$

LA FORZA DI ATTRITO STATICO IMPEDISCE LO SLITTAMENTO E AGISCE COME MOMENTO TORCENTE, PERMETTENDO LA ROTAZIONE DEL CORPO. NEL CASO DI UN CORPO IN ROTOLAMENTO UNIFORME (V COST), L'ATTRITO STATICO È PRESENTE MA NON COMPIE LAVORO PERCHÈ NON C'È MOVIMENTO RELATIVO NEL PUNTO DI CONTATTO.

PENDOLO COMPOSTO

È COME QUELLO SEMPLICE MA È APPESO UN CORPO RIGIDO



$$M_z = -Mgh\sin\alpha$$

$$\frac{dL_z}{dt} = I_z\alpha \rightarrow I_z\frac{d^2\alpha}{dt} = -Mgh\sin\alpha \rightarrow \frac{d^2\alpha}{dt} + \frac{Mgh\sin\alpha}{I_z} = 0$$

PER PICCOLE OSCILLAZIONI ($\sin\alpha \approx \alpha$) SI HA: $\frac{d^2\alpha}{dt} + \frac{Mgh\alpha}{I_z} = 0$

CON SOLUZIONE $\alpha(t) = \alpha_0 \sin(wt + \phi)$

$$w = \sqrt{\frac{Mgh}{I_z}} \qquad T = \frac{2\pi}{w} = 2\pi\sqrt{\frac{I_z}{Mgh}}$$

POSSO TRATTARE IL PENDOLO COMPOSTO COME UNO SEMPLICE TRAMITE LA LUNGHEZZA EQUIVALENTE L_e

$$L_e = \frac{I_z}{Mh} \quad \text{così} \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{L_e}{g}}$$ (T DEL PENDOLO SEMPLICE)

COMPOSTO VS SEMPLICE

NEL SEMPLICE $I_z = mL^2$ NEL COMPOSTO $I_z = \int r^2 dm$

URTI

URTO ELASTICO

SI CONSERVA SIA p CHE E_K

URTO ANELASTICO

SI CONSERVA SOLO p E I PUNTI SI SEPARANO DOPO L'URTO

URTO COMPLETAMENTE ANELASTICO

SI CONSERVA SOLO p E I CORPI RIMANGONO UNITI DOPO L'URTO. IL LAVORO COMPIUTO, A SPESE DELL'E_K, PER LA DEFORMAZIONE NON VIENE PIÙ RECUPERATO.

FLUIDI

LEGGE DI STEVINO

LA PRESSIONE IN UN FLUIDO È $p = p_0 + \rho g h$

CON $p_0 = 1{,}013 \cdot 10^5\ Pa$ E h: PROFONDITÀ FINO AL PUNTO IN CUI SI CALCOLA p

PRINCIPIO DI ARCHIMEDE

AFFERMA CHE UN CORPO IMMERSO IN UN FLUIDO RICEVE UNA SPINTA VERSO L'ALTO PARI AL PESO DEL FLUIDO SPOSTATO:

$$F_b = \rho_{FLUIDO} \cdot V_{SPOSTATO} \cdot g$$

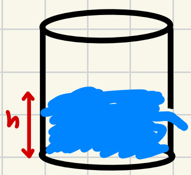
SE $F_b > m$ IL CORPO GALLEGGIA, ALTRIMENTI AFFONDA

FORZA DI ATTRITO VISCOSO

$F = -bv \rightarrow a = -\frac{bv}{m}$ SI PUÒ SOLO AVERE EQUILIBRIO DINAMICO

FORMULA DI STOKES (PER SFERA) $\rightarrow F = 6\pi\eta r v = bv$

SERBATOIO CHE SI SVUOTA



R: RAGGIO CILINDRO
r: RAGGIO FORO

VELOCITÀ:

$$\frac{1}{2}mv^2 = mgh \rightarrow v = \sqrt{2gh}$$

TEMPO DI SVUOTAMENTO:

$$Q = A_{FORO} \cdot v = \pi r^2 \cdot \sqrt{2gh}$$

$$dV = Q\,d\tau \quad \text{MA } dV = A\,dh \longrightarrow A\,dh = \pi r^2 \sqrt{2gh}\,d\tau$$

$$\int_0^T d\tau = \int_{h_0}^{0} \frac{A}{\pi r^2 \sqrt{2gh}}\,dh \rightarrow T = \frac{A}{\pi r^2 \sqrt{2g}} \int_{h_0}^{0} \frac{1}{\sqrt{h}}\,dh \rightarrow T = \frac{2A\sqrt{h_0}}{\pi r^2 \sqrt{2g}} = \frac{2R^2\sqrt{h_0}}{r^2\sqrt{2g}}$$

GRAVITAZIONE

LA TRAIETTORIA DI UN PUNTO CHE SI MUOVE IN UN CAMPO DI FORZE CENTRALI GIACE IN UN PIANO PASSANTE PER IL CENTRO ED È PERCORSO IN MODO TALE CHE LA VELOCITÀ AREOALE RIMANGA COST.

LEGGI DI KEPLERO

PRIMA LEGGE: I PIANETI PERCORRONO ORBITE ELLITTICHE INTORNO AL SOLE CHE OCCUPA UNO DEI DUE FUOCHI;

SECONDA LEGGE: IL RAGGIO VETTORE CHE CONGIUNGE IL PIANETA AL SOLE SPAZZA AREE UGUALI IN TEMPI UGUALI. PIÙ È VICINO AL SOLE E PIÙ VA VELOCE;

$$V_{AREOLARE} = \frac{dA}{dt}$$

TERZA LEGGE: $T^2 = K a^3$ $\begin{cases} T = \text{PERIODO DI RIVOLUZIONE} \\ a = \text{SEMIASSE MAGGIORE DELL'ORBITA} \end{cases}$

VELOCITÀ DI FUGA

È LA VELOCITÀ MINIMA AFFINCHÈ IL CORPO SUPERI E SFUGGA ALL'ATTRAZIONE GRAVITAZIONALE DEL CORPO A CUI ERA ATTRATTO.

$$\frac{1}{2} m v_f^2 = G \frac{mM}{R} \longrightarrow v_f = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

TERMODINAMICA

È LA BRANCA DELLA FISICA CHE STUDIA E DESCRIVE LE TRASFORMAZIONI TERMODINAMICHE INDOTTE DA CALORE E LAVORO IN UN SISTEMA TERMODINAMICO, IN SEGUITO A PROCESSI CHE COINVOLGONO CAMBIAMENTI DELLE VARIABILI DI STATO.

PRIMA ESPERIENZA DI JOULE

USANDO UNA RUOTA DI CALORE (UNA RUOTA CHE GIRA IN ACQUA), HA DIMOSTRATO LA RELAZIONE TRA LAVORO E CALORE. QUANDO LA RUOTA GIRAVA, IL LAVORO ESEGUITO DAI PESI CHE LA FACEVANO RUOTARE VENIVA CONVERTITO IN CALORE, AUMENTANDO LA TEMPERATURA DELL'ACQUA.

SECONDA ESPERIENZA DI JOULE

SI COMPRIME UN GAS IN UN CILINDRO DURANTE UN PROCESSO ADIABATICO. MISURANDO IL CAMBIAMENTO DI TEMPERATURA DEL GAS DURANTE LA COMPRESSIONE SI DIMOSTRA CHE ΔU CAMBIA IN RISPOSTA AL LAVORO FATTO SUL GAS.

CALORIMETRO

MISURA IL CALORE SCAMBIATO TRA DUE O PIÙ CORPI A CONTATTO TERMICO.
SI PONE UN OGGETTO A T_1 IN UN LIQUIDO A T_2 CON $T_1 > T_2$:

1. ENTRAMBI RAGGIUNGERANNO UNA T_e E $Q_{CED} = Q_{ASS}$
2. IL Q_{CED} DALL'OGGETTO DI m_1 CON CAPACITÀ c_1 A T_1, È DATO DA:

   $Q_{CED} = m_1 c_1 (T_1 - T_e)$
3. $Q_{ASS} = m_2 c_2 (T_e - T_2)$
4. $Q_{CALORIMETRO} = m_c c_c (T_e - T_2)$
5. $m_1 c_1 (T_1 - T_e) = m_2 c_2 (T_e - T_2) + m_c c_c (T_e - T_2)$

PRIMO PRINCIPIO

$\Delta U = Q - W$ MA IN UN CICLO $\Delta U = 0 \rightarrow Q = W$

$Q_{ASS} > 0$ $Q_{CED} < 0$ W (COMPIUTO DAL SISTEMA) > 0 W (COMPIUTO SUL SISTEMA) < 0

SECONDO PRINCIPIO

ENUNCIATO DI CLAUSIUS: È IMPOSSIBILE REALIZZARE UN PROCESSO CHE ABBIA COME UNICO RISULTATO IL TRASFERIMENTO DI Q DA UN CORPO FREDDO A UNO CALDO

ENUNCIATO DI KELVIN. È IMPOSSIBILE REALIZZARE UN PROCESSO CHE ABBIA COME UNICO RISULTATO LA TRASFORMAZIONE IN W DEL Q FORNITO DA UNA SORGENTE

QUESTI PROCESSI SONO POSSIBILI SE NON COSTITUISCONO L'UNICO OBIETTIVO

GAS PERFETTO

IN NATURA NON ESISTONO GAS PERFETTI MA CI SONO QUELLI CHE SI AVVICINANO. LE TRASFORMAZIONI TERMODINAMICHE DEI GAS PERFETTI DESCRIVONO I CAMBIAMENTI DI STATO IN TERMINI DI P, V, T TRAMITE $PV=nRT$.

TEORIA CINETICA DEI GAS

È UN MODELLO CHE DESCRIVE IL COMPORTAMENTO MICROSCOPICO DELLE MOLECOLE:

- LE MOLECOLE DI UN GAS SONO IN MOTO CONTINUO E CASUALE;
- LE MOLECOLE DI UN GAS SONO PICCOLE E PUNTIFORME;
- LE COLLISIONI TRA LE MOLECOLE E LE PARETI SONO ELASTICHE,
- LE MOLECOLE NON ESERCITANO FORZE ATTRATTIVE O REPULSIVE TRA DI LORO;
- L'E_k MEDIA DELLE MOLECOLE È DIRETTAMENTE PROPORZIONALE ALLA TEMPERATURA ASSOLUTA DEL GAS.

RELAZIONE DI MAYER

$$c_p - c_v = R \qquad \gamma = \frac{c_p}{c_v} \qquad c_p > c_v$$

c_v: QUANTITÀ DI CALORE NECESSARIA PER AUMENTARE LA TEMPERATURA DI UNA MOLE DI GAS DI 1 K A VOLUME COSTANTE

c_p: QUANTITÀ DI CALORE NECESSARIA PER AUMENTARE LA TEMPERATURA DI UNA MOLE DI GAS DI 1 K A PRESSIONE COSTANTE

UN GAS MONOATOMICO HA 3 GRADI DI LIBERTÀ TRASLAZIONALI → $c_v = 3 \cdot \frac{1}{2} R$

UN GAS BIATOMICO HA 3 GRADI DI LIBERTÀ TRASLAZIONALI E 2 ROTAZIONALI → $3 \cdot \frac{1}{2} R + 2 \cdot \frac{1}{2} R$

TRASFORMAZIONE ISOTERMA

T cost $\qquad \frac{P_1}{P_2} = \frac{V_1}{V_2} \qquad \Delta U = 0 \qquad Q = W = nRT \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$

TRASFORMAZIONE ISOBARA

P cost $\qquad \frac{T_1}{T_2} = \frac{V_1}{V_2} \qquad W = P\Delta V \qquad Q = nc_p \Delta T \qquad \Delta U = nc_v \Delta T$

TRASFORMAZIONE ISOCORA

V cost $\qquad \frac{P_1}{P_2} = \frac{T_1}{T_2} \qquad W = 0 \qquad \Delta U = Q = nc_v \Delta T$

TRASFORMAZIONE ADIABATICA

Q cost $\qquad Q = 0 \qquad \Delta U = nc_v \Delta T \qquad W = -\Delta U$

$$\begin{cases} PV^{\gamma} = \text{cost} \\ TV^{\gamma-1} = \text{cost} \\ P^{1-\gamma} T^{\gamma} = \text{cost} \end{cases}$$

- DATO $T_A = \frac{p_A V_A}{nR} \rightarrow \frac{p_A V_A^{\gamma}}{\cancel{nR}} = \frac{p_B V_B^{\gamma}}{\cancel{nR}} \rightarrow p_A V_A^{\gamma} = p_B V_B^{\gamma}$

- $dU = dW \rightarrow n c_v dT + p dV = 0 \rightarrow n c_v dT + \frac{nRT}{V} dV = 0 \rightarrow \frac{R}{c_v}\frac{dV}{V} = -\frac{dT}{T}$

POICHÈ $R = c_p - c_v$ E $\gamma = c_p/c_v$ $\rightarrow \frac{c_p - c_v}{c_v}\frac{dV}{V} = -\frac{dT}{T} \rightarrow (\gamma - 1)\frac{dV}{V} = -\frac{dT}{T}$

$\rightarrow (\gamma-1)\ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right) = \ln\left(\frac{T_A}{T_B}\right) \rightarrow \left(\frac{V_B}{V_A}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{T_A}{T_B}\right) \rightarrow T_A V_A^{\gamma-1} = T_B V_B^{\gamma-1}$

TRASFORMAZIONE POLITROPICA

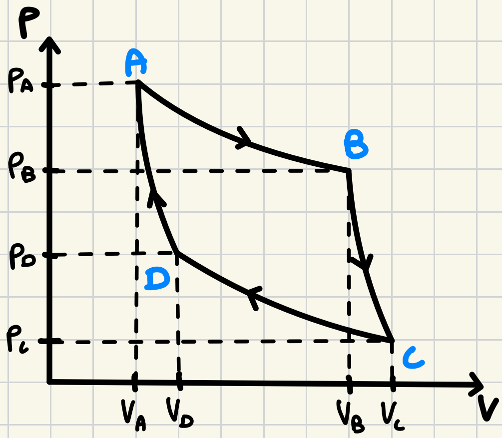
$pV^n = cost$ $\quad n \neq$ # mol !!! $\quad W = \int_{V_1}^{V_2} p\,dV = \frac{P_2V_2 - P_1V_1}{1-n}$

MACCHINE TERMICHE E FRIGORIFERE

LE TERMICHE SONO DISPOSITIVI CHE TRASFORMANO PARTE DEL Q_{ASS} DA UNA SORGENTE CALDA IN W UTILE, CEDENDO L'ALTRA PARTE AD UNA SORGENTE FREDDA.

LE FRIGORIFERE ASSORBONO W ESTERNO PER TRASFERIRE Q DA UNA SORGENTE FREDDA A UNA CALDA, L'OPPOSTO DI UNA TERMICA.

CICLO DI CARNOT

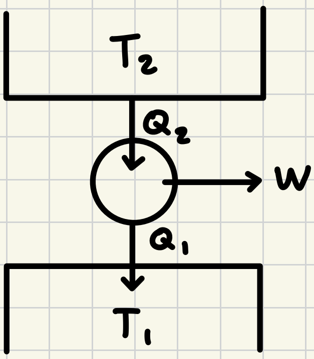


AB: ESPANSIONE ISOTERMA REVERSIBILE A T_2. ASSORBE Q_2 SENZA AUMENTARE DI TEMPERATURA

BC: ESPANSIONE ADIABATICA REVERSIBILE. LA TEMPERATURA SCENDE A T_1.

CD: COMPRESSIONE ISOTERMA REVERSIBILE A T_1. IL SISTEMA CEDE Q_1 ALLA SORGENTE FREDDA.

DA. COMPRESSIONE ADIABATICA REVERSIBILE. LA TEMPERATURA SALE A T_2.



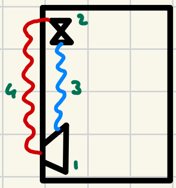
$$\eta = 1 - \frac{Q_{CED}}{Q_{ASS}} = 1 - \frac{nRT_F \ln(V_D/V_C)}{nRT_C \ln(V_B/V_A)} = 1 - \frac{T_F}{T_C}$$

- NESSUNA MACCHINA TERMICA TRA DUE SORGENTI PUÒ AVERE $\eta > \eta_{CARNOT}$ OPERANTE TRA LE STESSE SORGENTI
- TUTTE LE MACCHINE DI CARNOT CHE OPERANO TRA DUE SERBATOI HANNO LO STESSO η

REVERSIBILE VS IRREVERSIBILE

Caratteristica	Macchina reversibile	Macchina irreversibile
Rendimento	Massimo possibile per date temperature	Inferiore rispetto a quella reversibile
Processo	Quasi-statico, senza perdite	Presenza di dissipazioni, attriti, perdite
Secondo principio	Ciclo ideale, aderisce al limite teorico	Ciclo reale, con perdita di efficienza
Esempi	Ciclo di Carnot	Motori a combustione interna, turbine a gas

FRIGORIFERO



1 COMPRESSORE
2 VALVOLA DI ESPANSIONE
3 SERPENTINA FREDDA
4 SERPENTINA CALDA

COMPRESSIONE: QUANDO LA T INTERNA DEL FRIGO SALE AD UNA CERTA SOGLIA, ENTRA IN GIOCO IL COMPRESSORE, CHE COMPRIME IL FLUIDO AUMENTANDO LA SUA PRESSIONE E TEMPERATURA; ADIABATICA

DISPERSIONE: IL FLUIDO ENTRA NELLA SERPENTINA E SVOLGE IL PERCORSO. ESSENDO QUESTA A DIRETTO CONTATTO CON L'AMBIENTE, IL FLUIDO CEDE CALORE ALL'AMBIENTE ESTERNO; ISOBARA

ESPANSIONE: IL FLUIDO PASSA ATTRAVERSO LA VALVOLA DI ESPANSIONE, DOVE SUBISCE UNA RIDUZIONE DI PRESSIONE E TEMPERATURA; ISOENTROPICA

ASSORBIMENTO: IL FLUIDO FREDDO SCORRE NELLA SERPENTINA INTERNA, LA QUALE È A CONTATTO CON L'AMBIENTE INTERNO. IL FLUIDO ASSORBE CALORE RAFFREDDANDO L'INTERNO. SUCCESSIVAMENTE ENTRA NEL COMPRESSORE E RICOMINCIA IL CICLO.

GRANDINE

1 MAN MANO CHE L'ARIA SALE SUBISCE UN'ESPANSIONE ADIABATICA E SI RAFFREDDA (GOCCE D'ACQUA SOTTO 0°C);

2 QUESTE GOCCE SONO IN UNO STATO DI SUPER-RAFFREDDAMENTO (METASTABILE);

3 OGNI VOLTA CHE UNA GOCCIA SI CONGELA, RILASCIA CALORE LATENTE, RISCALDANDO L'ARIA CIRCOSTANTE. MA QUESTO CALORE NON È SUFFICIENTE A IMPEDIRE LA CRESCITA DI ALTRI CHICCHI;

4 IL CHICCO DI GRANDINE GUADAGNA E_p QUANDO VIENE SOLLEVATO, E QUANDO CADE, SI CONVERTE IN ENERGIA CINETICA. SE LA CADUTA È SUFFICIENTEMENTE VELOCE E LA TEMPERATURA ESTERNA NON È ALTA, IL CHICCO ARRIVA A TERRA.

TEOREMA DI CLAUSIUS

DAL FATTO CHE $\begin{cases} \eta = 1 - \frac{|Q_{CED}|}{Q_{ASS}} \\ \eta = 1 - \frac{T_f}{T_c} \end{cases} \rightarrow 1 - \frac{|Q_{CED}|}{Q_{ASS}} = 1 - \frac{T_f}{T_c} \rightarrow \frac{|Q_{CED}|}{T_f} + \frac{Q_{ASS}}{T_c} = 0$

QUESTO TEOREMA SERVE A GENERALIZZARE LA CONSEGUENZA DEL CICLO DI CARNOT A QUALSIASI MACCHINA OPERANTE CON PIÙ SORGENTI DI CALORE.

CICLO REVERSIBILE: IL CALORE SCAMBIATO TRA SISTEMA E AMBIENTE È ESATTAMENTE BILANCIATO. SE UN SISTEMA COMPIE UN CICLO REVERSIBILE TRA 2 STATI $\rightarrow \oint \frac{dQ}{T} = 0$

CICLO IRREVERSIBILE: A CAUSA DI ATTRITO, PERDITA DI CALORE, PROCESSI NON QUASI STATICI (IRREVERSIBILITÀ), UNA PARTE DELL'ENERGIA SCAMBIATA NON PUÒ ESSERE RECUPERATA $\rightarrow \oint \frac{dQ}{T} < 0$

ENTROPIA

È UNA GRANDEZZA CHE MISURA IL GRADO DI DISORDINE O DISTRIBUZIONE DELL'ENERGIA. PIÙ AUMENTA L'ENTROPIA E PIÙ UN SISTEMA SI ALLONTANA DALL'ORDINE.

UNA CONSEGUENZA DIRETTA DEL TEOREMA DI CLAUSIUS È CHE SE PRENDO UN CICLO QUALSIASI REVERSIBILE HO:

$$\oint \frac{dQ}{T} = 0 \rightarrow \int_A^B \frac{dQ}{T} + \int_B^A \frac{dQ}{T} = 0 \rightarrow \int_A^B \frac{dQ}{T} = \int_A^B \frac{dQ}{T}$$

SE SCRIVO $\int_A^B \frac{dQ}{T} = S_B - S_A = \Delta S$ OTTENGO $S_B = S_A$ CIOÈ $\Delta S = 0$

PER UNA TRASFORMAZIONE REVERSIBILE L'ENTROPIA RIMANE COST

SE IL CICLO È IRREVERSIBILE L'ENTROPIA AUMENTA:

$$\oint \frac{dQ}{T} < 0 \rightarrow \int_A^B \left(\frac{dQ}{T}\right)_{IRR} - \int_A^B \left(\frac{dQ}{T}\right)_{REV} < 0 \rightarrow S_B - S_A > \int_A^B \left(\frac{dQ}{T}\right)_{IRR} \rightarrow \begin{matrix} dQ = 0 \\ \Delta S \geq 0 \end{matrix}$$

FORZA E CAMPO ELETTROSTATICO

LEGGE DI COULOMB

DESCRIVE LA FORZA ELETTROSTATICA PRESENTE TRA 2 CARICHE PUNTIFORME:

$$F = k\frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r^2}$$

CAMPO ELETTROSTATICO

PER CALCOLARE E GENERATO DA UNA SINGOLA CARICA, CONSIDERIAMO LA FORZA CHE UNA CARICA q ESERCITA SU UNA CARICA DI PROVA q_0:

$$E = \frac{F}{q_0} = \frac{1}{q_0}\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q q_0}{r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2} \quad \leftarrow \quad F = q_0 E$$

COSTANTE DIELETTRICA NEL VUOTO ε_0

È LA CAPACITÀ DEL VUOTO DI PERMETTERE IL PASSAGGIO DI UN CAMPO ELETTRICO.

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{4\pi k} = 8.8542 \cdot 10^{-12}\ C^2/Nm^2$$

POTENZIALE ELETTROSTATICO

POTENZIALE

IL POTENZIALE ELETTROSTATICO V IN UN PUNTO È DEFINITO COME IL LAVORO NECESSARIO PER SPOSTARE UNA CARICA DI PROVA q_0 DA UN PUNTO DI RIFERIMENTO (ALL'INFINITO) A QUEL PUNTO, SENZA ACCELLERARLA.

$$V = \frac{U_e}{q_0} \rightarrow \Delta V = \frac{\Delta U_e}{q_0} \qquad W_{AB} = -q_0(V_B - V_A) = -q_0 \Delta V = -\Delta U_e$$

$$V_B - V_A = -\int_A^B \vec{E}\,ds = \left(\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r_B} - \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r_A}\right) \qquad U_e(B) - U_e(A) = \left(\frac{q_0 q}{4\pi\varepsilon_0 r_B} - \frac{q_0 q}{4\pi\varepsilon_0 r_A}\right)$$

DIPOLO ELETTRICO

È UN SISTEMA FORMATO DA DUE CARICHE DI SEGNO OPPOSTO, +q E -q, A DISTANZA d.

IL MOMENTO DEL DIPOLO $p = q \cdot d\ [C \cdot m]$ QUANTIFICA LA FORZA DEL DIPOLO.

VICINO AL DIPOLO IL CAMPO ELETTRICO È FORTE E LE LINEE PARTONO DA +q A -q. LONTANO DAL DIPOLO IL CAMPO SI INDEBOLISCE RAPIDAMENTE.

L'ENERGIA POTENZIALE DI UN DIPOLO IN UN CAMPO ELETTRICO È: $U = -p \cdot E$. QUANDO IL DIPOLO È PERFETTAMENTE ALLINEATO CON IL CAMPO, U È MINIMA. AL CONTRARIO, DIPOLO ORIENTATO IN DIREZIONE OPPOSTA, U È MASSIMA.

$$E_{ASSE} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2p}{r^3} \qquad E_{EQUATORIALE} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{p}{r^3}$$

LEGGE DI GAUSS

FLUSSO DEL CAMPO

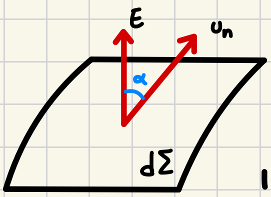
È UNA MISURA DI QUANTE LINEE DI CAMPO ELETTRICO ATTRAVERSANO UNA SUPERFICIE.

$$\Phi(E) = \int_S E \cdot dA$$

LA VARIAZIONE DEL FLUSSO PUÒ DIPENDERE DA:

- CAMBIAMENTO DEL CAMPO ELETTRICO;
- CAMBIAMENTO DELLA SUPERFICIE;
- SPOSTAMENTO DELLA CARICA ALL'INTERNO DELLA SUPERFICIE;
- SCOMPARSA O AGGIUNTA DI CARICHE.

TEOREMA DI GAUSS



VALE SE E SOLO SE LA FORZA TRA DUE CARICHE ELEMENTARI È INVERSAMENTE PROPORZIONALE AL QUADRATO DELLE STESSE.

IL FLUSSO DEL CAMPO E ATTRAVERSO LA SUPERFICIE $d\Sigma$ È:

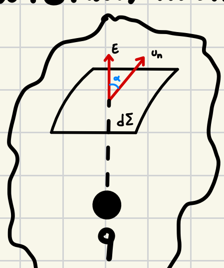
$$d\Phi(E) = E\, u_n\, d\Sigma = E \cos\alpha\, d\Sigma$$

IL FLUSSO ATTRAVERSO UNA SUPERFICIE FINITA Σ SI OTTIENE SUDDIVIDENDOLA IN ELEMENTI INFINITESIMI DI SUPERFICIE $d\Sigma_i$, CALCOLANDO PER CIASCUNO IL FLUSSO INFINITESIMO E SOMMANDO TUTTI QUESTI CONTRIBUTI.

IL FLUSSO DEL CAMPO DI UNA CARICA PUNTIFORME q DIPENDE SOLO DALL'ANGOLO SOLIDO E NON DALLA SUPERFICIE O DALLA SUA DISTANZA CON LA CARICA.

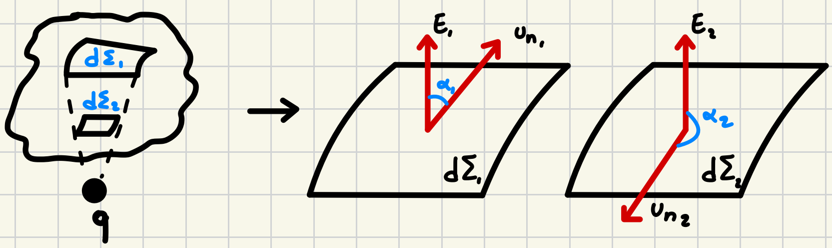
$$\Phi(E) = \oint E\, u_n\, d\Sigma = \frac{1}{\varepsilon_0}\left(\Sigma_i\, q_i\right)_{INT} = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

Q INTERNA ALLA SUPERFICIE CHIUSA:



$$\Phi(E) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\oint d\Sigma = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}4\pi = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

Q ESTERNA ALLA SUPERFICIE CHIUSA:



LE LINEE DI CAMPO ENTRANO ED ESCONO IN UGUAL MISURA

$$\left.\begin{aligned} d\Phi(E_1) &= E_1 \cdot u_n \cdot d\Sigma_1 = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}d\Sigma \\ d\Phi(E_2) &= E_2 \cdot u_n \cdot d\Sigma_2 = -\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}d\Sigma \end{aligned}\right\} \; d\Phi_{TOT}(E) = d\Phi(E_1) + d\Phi(E_2) = 0$$

IL FLUSSO DI E DIPENDE SOLO DALLE CARICHE INTERNE.

APPLICAZIONI GAUSS

PIANO INFINITO CARICO:

$$q = \sigma A \qquad E \cdot dA = \frac{q}{\varepsilon_0} \rightarrow 2EA = \frac{\sigma A}{\varepsilon_0} \rightarrow E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

DUE PIANI INFINITI CARICHI:

$$E_{ESTERNO} = 0 \qquad E_{INTERNO} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} + \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

CILINDRO UNIFORMEMENTE CARICO:

$$q = \lambda L \qquad E\, dA = \frac{q}{\varepsilon_0} \rightarrow E \cdot 2\pi r L = \frac{\lambda L}{\varepsilon_0} \rightarrow E = \frac{\lambda}{2\pi r \varepsilon_0}$$

SFERA CONDUTTRICE CON DENSITÀ SUPERFICIALE:

$$E(r<R) = 0 \qquad E \cdot 4\pi r^2 = \frac{q}{\varepsilon_0} \rightarrow E(r>R) = \frac{q}{4\pi \varepsilon_0 r^2}$$

SFERA NON CONDUTTRICE CON DENSITÀ VOLUMETRICA:

$$E(r>R) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \qquad \rho = \frac{q}{\frac{4}{3}\pi R^3} \qquad q_{INT} = \rho \cdot V_r = \frac{3q}{4\pi R^3} \cdot \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{q r^3}{R^3}$$

$$E \cdot 4\pi r^2 = \frac{q_{INT}}{\varepsilon_0} \rightarrow E(r<R) = \frac{q r}{4\pi \varepsilon_0 R^3}$$

TEOREMA DELLA DIVERGENZA

$$\oint_S E\, dA = \int_V (\nabla \cdot E)\, dV \quad \rightarrow \quad \nabla \cdot E = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

CORRENTE ELETTRICA

AMPERE E CORRENTE

AMPERE È L'UNITÀ DI MISURA DELLA CORRENTE ELETTRICA E RAPPRESENTA LA QUANTITÀ DI CARICA ELETTRICA CHE ATTRAVERSA UNA SEZIONE IN UN SECONDO.

$$I = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{dq}{dt} \quad \text{OPPURE} \quad I = j\Sigma$$

LEGGE DI OHM

$$\left.\begin{matrix} j = \sigma E \\ \rho = \frac{1}{\sigma} \end{matrix}\right\} E = \rho j \qquad R = \rho \frac{h}{\Sigma} \qquad V = RI \qquad P = \frac{dW}{dt} = VI = RI^2 = \frac{V^2}{R}$$

CORRENTE DI CONDUZIONE

SI HA QUANDO UN CAMPO ELETTRICO VIENE APPLICATO A UN CONDUTTORE, CAUSANDO IL MOVIMENTO DEGLI ELETTRONI LIBERI ALL'INTERNO DEL MATERIALE.
LA LEGGE DI OHM DESCRIVE LA CONDUZIONE, E SI POSSONO AVERE PERDITE DI ENERGIA SOTTO FORMA DI CALORE TRAMITE L'EFFETTO JOULE.

CONDENSATORI

CAPACITÀ

GENERALMENTE $C = \frac{q}{\Delta V}$ F

CONDENSATORE SFERICO:

$E(r) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$ ← IL CAMPO ESISTE SOLO TRA LE DUE SFERE $(R_1 < r < R_2)$

$$V = \int_{R_1}^{R_2} E(r)\,dr = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) \longrightarrow C = \frac{q}{V} = 4\pi\varepsilon_0 \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}$$

CONDENSATORE PIANO:

$$E = \frac{V}{d} \rightarrow C = \frac{q}{V_1 - V_2} = \frac{\varepsilon_0 \Sigma}{h}$$

CONDENSATORE CILINDRICO:

$$E(r) = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0 r L} \qquad V = \int_{R_1}^{R_2} E(r)\,dr = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0 L} \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right) \rightarrow C = \frac{q}{V} = \frac{2\pi\varepsilon_0 L}{\ln\frac{R_2}{R_1}}$$

ENERGIA CAMPO ELETTROSTATICO

È L'ENERGIA IMAGAZZINATA IN UN CONDENSATORE

$$U_e = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}qV \qquad u_e = \frac{U_e}{\tau} = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 \text{ (DENSITÀ)}$$

LEGGI DI KIRCHOFF

PRIMA LEGGE: LA SOMMA ALGEBRICA DELLE CORRENTI CHE CONFLUISCONO IN UN NODO È NULLA $\longrightarrow \sum_k i_k = 0$

SECONDA LEGGE: LA SOMMA ALGEBRICA DELLE FEM PRESENTI NEI RAMI DELLA MAGLIA È UGUALE ALLA SOMMA ALGEBRICA DEI PRODOTTI $R_k i_k$ $\longrightarrow \sum_k R_k i_k = \sum_k \varepsilon_k$

CIRCUITI RLC

IN SERIE:

$$V(t) = V_R(t) + V_L(t) + V_C(t) \longrightarrow V(t) = L\frac{d^2q(t)}{dt^2} + R\frac{dq(t)}{dt} + \frac{q(t)}{C}$$

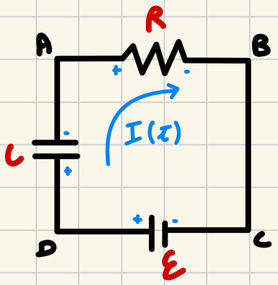
CON $V_R(t) = RI(t)$, $V_L(t) = L\frac{dI(t)}{dt}$, $V_C(t) = \frac{1}{C}\int I(t)\,dt$

IN PARALLELO:

$$I(t) = I_R(t) + I_L(t) + I_C(t)$$

CON $I_R(t) = \frac{V(t)}{R}$, $I_L(t) = \frac{1}{L}\int V(t)\,dt$, $I_C(t) = C\frac{dV(t)}{dt}$

CARICA DI UN CONDENSATORE



ASSUNZIONE: SITUAZIONE QUASI-STAZIONARIA AD UN GENERICO ISTANTE t^*. LA CORRENTE CHE SCORRE È LA STESSA $\forall$ PUNTO DEL CIRCUITO.

ALL'ISTANTE INIZIALE t_0 IL CONDENSATORE È SCARICO

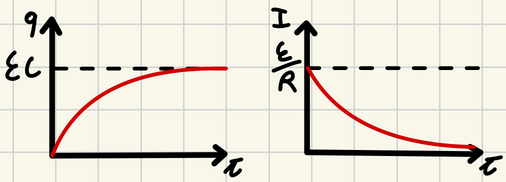
$$\underbrace{(V_A - V_B)}_{RI(t)} + \underbrace{(V_B - V_C)}_{0} + \underbrace{(V_C - V_D)}_{-\varepsilon} + \underbrace{(V_D - V_A)}_{V_c(t)} = 0 \rightarrow \varepsilon = RI(t) + V_c(t)$$ EQ DEL CIRCUITO

$$\left.\begin{array}{l} I = dq(t)/dt \\ V_c(t) = q(t)/C \end{array}\right\} \varepsilon = R\, dq(t)/dt + q(t)/C \rightarrow \varepsilon C - q = RC\, dq/dt \rightarrow$$

$$\int_0^q \frac{dq}{q - \varepsilon C} = \int_0^t -\frac{dt}{RC} \rightarrow \ln\left(\frac{q - \varepsilon C}{-\varepsilon C}\right) = -\frac{t}{\tau} \rightarrow \frac{q(t) - \varepsilon C}{-\varepsilon C} = e^{-t/\tau} \rightarrow q(t) = \varepsilon C(1 - e^{-t/\tau})$$

ANDAMENTO TEMPORALE DELLA CARICA

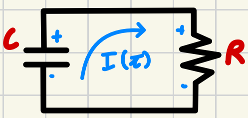
DA CUI SI DEDUCE CHE $I(t) = \frac{dq(t)}{dt} = \frac{\varepsilon C e^{-t/\tau}}{\tau} = \frac{\varepsilon e^{-t/\tau}}{R}$, $V_c(t) = \frac{q(t)}{C} = \varepsilon(1 - e^{-t/\tau})$



PER $t \rightarrow \infty$ C'È UN CIRCUITO APERTO, NON SCORRE I

$W_{GEN} = \int \varepsilon\, dq = \varepsilon \int_0^{q_0} dq = \varepsilon q_0 = \varepsilon^2 C$ E POICHÈ $U_e = \frac{1}{2} C \varepsilon^2$ POSSO DIRE CHE METÀ DELL'ENERGIA DEL GENERATORE VA IN ENERGIA ELETTROSTATICA, L'ALTRA METÀ VIENE DISSIPATA IN CALORE DALLA RESISTENZA R PER EFFETTO JOULE.

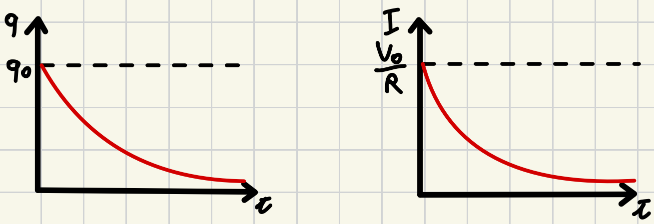
SCARICA DI UN CONDENSATORE



ALL'ISTANTE INIZIALE t_0 IL CONDENSATORE È CARICO CON CARICA INIZIALE q_0 E $V_0 = q_0/C$

$$V_c = -V_R \rightarrow \frac{q(t)}{C} = -R\frac{dq}{dt} \rightarrow \int_{q_0}^{q} \frac{dq}{q} = \int_0^t -\frac{dt}{RC} \rightarrow \ln\left(\frac{q}{q_0}\right) = -\frac{t}{\tau} \rightarrow q(t) = q_0 e^{-t/\tau}$$

DA CUI $V_c(t) = \frac{q(t)}{C} = \frac{q_0}{C} e^{-t/\tau} = V_0 e^{-t/\tau}$, $I(t) = -\frac{dq(t)}{dt} = \frac{q_0}{\tau} e^{-t/\tau} = \frac{V_0}{R} e^{-t/\tau} = \frac{V_c}{R}$



POTENZA DISSIPATA SU R: $P_R = RI^2 = \frac{V_0^2}{R} e^{-2t/\tau}$

ENERGIA DISSIPATA SU R: $W_R = \int_0^\infty P_R(t)\,dt = \frac{V_0^2}{R}\int_0^\infty e^{-2t/\tau} dt = \frac{1}{2} C V_0^2 = \frac{q_0^2}{2C}$

CAMPO E FORZA MAGNETICA

CAMPO ELETTRICO VS CAMPO MAGNETICO

ORIGINE:

- E GENERATO DA CARICHE ELETTRICHE STATICHE O VARIABILI. OGNI CARICA CREA UN CAMPO ELETTRICO ATTORNO A SE; V/m
- B GENERATO DA CARICHE IN MOVIMENTO O DA VARIAZIONI DI E. B FORMA LINEE CHIUSE ATTORNO ALLA CORRENTE CHE LO GENERA. T

EFFETTO:

- $\vec{F}_E = q\vec{E}$ PARALLELA AL CAMPO ELETTRICO;
- $\vec{F}_B = q(\vec{v} \times \vec{B})$ SOLO SU CARICHE IN MOVIMENTO, PERPENDICOLARE ALLA DIREZIONE DI v E DI B.

LAVORO:

- $W = q\vec{E} \cdot ds$ ACCELERA O DECELERA UNA CARICA;
- $W_B = 0$ POICHÈ $\vec{F}_B \perp$ ALLA DIREZIONE DEL MOTO DI CARICA.

FORZA DI LORENTZ

DESCRIVE LA FORZA ESERCITATA SU UNA CARICA ELETTRICA CHE SI MUOVE ALL'INTERNO DI CAMPI ELETTRICI E MAGNETICI:

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \quad \begin{cases} \vec{F}_E = q\vec{E} & \text{PARALLELA A } E \\ \vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B} & \text{ORTOGONALE A } B \end{cases}$$

LA FORZA ELETTRICA $F_E = qE$ È L'UNICA CHE COMPIE LAVORO PER SPOSTARE q.

$$W = \int_P^Q F \cdot ds = q\int_P^Q E\, ds = -q(V_Q - V_P)$$

POICHÈ IL CAMPO MAGNETICO È ORTOGONALE AL MOTO, NON COMPIE LAVORO.

F_L È UNA FORZA CENTRIPETA PERCHÈ ESSENDO SEMPRE PERPENDICOLARE ALLA v DELLA PARTICELLA NON COMPIE LAVORO (F_E SI, F_B NO), E QUESTO FA IN MODO DI CAMBIARE CONTINUAMENTE LA DIREZIONE DI v, E DI FAR DESCRIVERE QUINDI UN PERCORSO CIRCOLARE.

MOVIMENTO DI UNA CARICA

MOTO CIRCOLARE:

SE UNA PARTICELLA q SI MUOVE CON $v \perp$ A B, SU DI LEI SI ESERCITA $F_B = qv \times B$ CHE AGISCE COME FORZA CENTRIPETA DESCRIVENDO UN MOTO CIRCOLARE UNIFORME:

$$F_B = qvB = m\frac{v^2}{r} \rightarrow r = \frac{mV}{qB} \quad \text{con } T = \frac{2\pi m}{qB}$$

MOTO RETTILINEO:

SE v DELLA PARTICELLA È $\parallel$ A B SI AVRÀ:

$$F_B = q\,V \times B = 0 \quad \text{cioè un moto rettilineo}$$

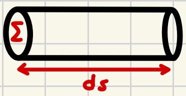
MOTO ELICOIDALE:

SE v DELLA PARTICELLA HA COMPONENTI SIA $\perp$ CHE $\parallel$ A B, ABBIAMO UNA COMBINAZIONE DI MOTO RETTILINEO E CIRCOLARE

$$r = \frac{m V_\perp}{qB} = \frac{m\,V\sin\alpha}{qB} \qquad \text{PASSO} = V_\parallel T = \frac{2\pi m\,V\cos\alpha}{qB}$$

SECONDA LEGGE ELEMENTARE DI LAPLACE

QUANDO IL CONDUTTORE PERCORSO DA CORRENTE È IMMERSO IN UN CAMPO MAGNETICO A CIASCUN ELETTRONE È APPLICATA LA FORZA DI LORENTZ $F_L = -e v_d \times B$.



IN UN TRATTO DI CONDUTTORE ds E SEZIONE Σ SONO CONTENUTI $N = n\Sigma ds$ ELETTRONI E LA FORZA RISULTANTE È:

$$dF = N \cdot F_L = n\Sigma ds\,(-e v_d \times B) = \Sigma ds\; j \times B$$

RIFERENDOCI AD UN CONDUTTORE FILIFORME E RICORDANDO CHE $j = i/\Sigma$:

$$dF = i\, d\vec{s} \times \vec{B}$$

CIOÈ LA FORZA MAGNETICA SU UN TRATTO INFINITESIMO DI FILO PERCORSO DA CORRENTE È ORTOGONALE AL FILO E AL CAMPO MAGNETICO.

ORA PER TROVARE LA FORZA SU UN TRATTO DI FILO INDEFORMABILE DI LUNGHEZZA FINITA PERCORSO DALLA CORRENTE STAZIONARIA i, INTEGRIAMO:

$$F = i\int_P^Q d\vec{s} \times \vec{B}$$

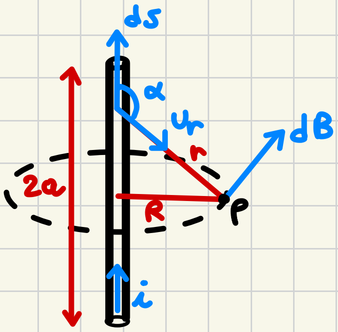
SOLENOIDE

È UN LUNGO FILO AVVOLTO IN UNA BOBINA CON MOLTE SPIRE. LA CORRENTE CHE ATTRAVERSA LE SPIRE GENERA UN CAMPO MAGNETICO ALL'INTERNO E ALL'ESTERNO DEL SOLENOIDE. QUANDO ABBIAMO UN SOLENOIDE RETTILINEO INDEFINITO IL CAMPO MAGNETICO INTERNO È UNIFORME E QUELLO ESTERNO TRASCURABILE.

$$B = \mu_0 N I$$

LEGGE DI BIOT-SAVART

CONSIDERO UN FILO CONDUTTORE RETTILINEO, DI l $2a$, PERCORSO DA i, E PONIAMOCI SULL'ASSE MEDIANO DEL FILO NEL PUNTO P DISTANTE R DAL FILO:



$$dB = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \frac{ds \times u_r}{r^2} \rightarrow dB = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \frac{ds \sin\alpha}{r^2}$$

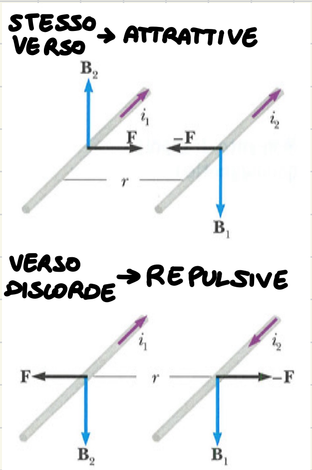
$$r \sin(\pi - \alpha) = r \sin\alpha = R \rightarrow \frac{1}{r^2} = \frac{\sin^2\alpha}{R^2}$$

$$s\, tg(\pi - \alpha) = -s\, tg\,\alpha = R \rightarrow ds = \frac{R\, d\alpha}{\sin^2\alpha}$$

$$dB = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \frac{\sin\alpha\, d\alpha}{R} = -\frac{\mu_0 i}{4\pi} \frac{d(\cos\alpha)}{R} \rightarrow B_a = -\frac{\mu_0 i}{4\pi R} \int_{\cos\alpha_1}^{0} d(\cos\alpha) = \frac{\mu_0 i \cos\alpha_1}{4\pi R}$$

$$B = 2B_a = \frac{\mu_0 i\, a}{2\pi R \sqrt{R^2 + a^2}} \longrightarrow B = \frac{\mu_0 i}{2\pi R}$$

FORZA TRA DUE FILI



$$F_{12} = F_{21} = \frac{\mu_0 i_1 i_2}{2\pi r}$$

SE I FILI SONO ⊥ LA F È NULLA

CAMPI ELETTRICI E MAGNETICI VARIABILI NEL TEMPO

LEGGE DI FARADAY

QUESTA LEGGE DESCRIVE COME UNA VARIAZIONE DEL FLUSSO MAGNETICO ATTRAVERSO UNA SUPERFICIE PROVOCA UNA FEM INDOTTA, CHE A SUA VOLTA GENERA UNA I INDOTTA.

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt} \quad \text{CON} \quad \Phi_B = \int_S \vec{B}\cdot d\vec{A} = BA\cos\alpha \rightarrow I = \frac{\mathcal{E}}{R}$$

AUTOINDUZIONE

QUANDO UNA CORRENTE ELETTRICA I PASSA ATTRAVERSO UN CIRCUITO, ESSA GENERA UN CAMPO MAGNETICO. SE I VARIA NEL TEMPO, IL FLUSSO MAGNETICO ASSOCIATO A QUEL CAMPO VARIA, IL CHE INDUCE UNA FEM ALL'INTERNO DELLO STESSO CIRCUITO.

$$\mathcal{E}_{IND} = -L\frac{dI}{dt} \quad \text{CON} \quad L = \frac{N\Phi_B}{I}$$

INDUTTANZA SOLENOIDE:

$$B = \mu_0\frac{N}{\ell}I \rightarrow \Phi_B = B\cdot A = B\cdot\pi r^2 \rightarrow L = \frac{N\Phi_B}{I} = \frac{\mu_0 N^2\pi r^2}{\ell}$$

ENERGIA MAGNETICA

$$U_L = \frac{1}{2}LI^2 \qquad u_m = \frac{B^2}{2\mu_0} = \frac{1}{2}\mu_0 H^2 = \frac{1}{2}HB$$

ENERGIA ELETTROMAGNETICA

$$U = U_e + U_L = \frac{1}{2}(CV^2 + LI^2) \qquad u = u_e + u_m = \frac{1}{2}\left(\varepsilon_0 E^2 + \frac{B}{\mu_0}\right)$$

PRIMA EQUAZIONE DI MAXWELL (TEOREMA DI GAUSS)

$$\oint \vec{E}\, u_n \cdot d\Sigma = \frac{Q_{INT}}{\varepsilon_0} \longrightarrow \nabla\cdot\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

SECONDA EQUAZIONE DI MAXWELL

$$\oint \vec{B}\cdot u_n \cdot d\Sigma = 0 \longrightarrow \nabla\cdot B = 0$$

AFFERMA CHE NON ESISTONO MONOPOLI MAGNETICI (CARICHE MAGNETICHE ISOLATE) CI DICE ANCHE CHE IL FLUSSO MAGNETICO NETTO ATTRAVERSO QUALSIASI SUPERFICIE CHIUSA È ZERO. SIGNIFICA CHE LE LINEE DI CAMPO MAGNETICO NON HANNO INIZIO O FINE, MA SONO CHIUSE SU SE STESSE.

TERZA EQUAZIONE DI MAXWELL (FARADAY)

$$\oint \vec{E}\cdot d\vec{s} = -\frac{d\Phi\vec{B}}{dt} \longrightarrow \nabla\cdot E = -\frac{\partial B}{\partial t}$$

DESCRIVE COME UN CAMPO ELETTRICO VARIABILE NEL TEMPO È GENERATO DA UN CAMPO MAGNETICO VARIABILE. È ALLA BASE DEL FENOMENO DI INDUZIONE MAGNETICA. LA VARIAZIONE DEL FLUSSO MAGNETICO ATTRAVERSO UNA SUPERFICIE GENERA UNA FEM, CHE A SUA VOLTA INDUCE UN CAMPO ELETTRICO CHE AGISCE LUNGO IL CONTORNO DI QUELLA SUPERFICIE. IL SEGNO - DERIVA DALLA LEGGE DI LENZ, LA QUALE STABILISCE CHE IL CAMPO ELETTRICO INDOTTO OPPONE IL CAMBIAMENTO DEL FLUSSO MAGNETICO CHE LO HA GENERATO.

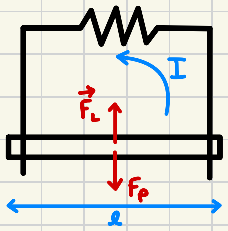
4° EQ DI MAXWELL, LEGGE DI AMPERE-MAXWELL (CORRENTE DI SPOSTAMENTO)

PRIMA DI MAXWELL, LA LEGGE DI AMPERE AFFERMAVA CHE $\nabla\times B = \mu_0 j$. TUTTAVIA QUESTA LEGGE PRESENTA UNA LIMITAZIONE QUANDO SI CONSIDERA LA CARICA E SCARICA DI UN CONDENSATORE. INFATTI, IN UNO SPAZIO TRA LE ARMATURE DEL CONDENSATORE SI OSSERVA UN CAMPO MAGNETICO VARIABILE, NON CI SONO CARICHE IN MOVIMENTO (CONDUZIONE). MAXWELL RISOLSE IL PROBLEMA INTRODUCENDO LA CORRENTE DI SPOSTAMENTO, CHE TIENE CONTO DELLA VARIAZIONE TEMPORALE DEL CAMPO ELETTRICO. QUESTA CORRENTE NON CORRISPONDE A UN FLUSSO DI CARICHE REALI, MA ALLA VARIAZIONE TEMPORALE DEL CAMPO ELETTRICO E. L'EQUAZIONE DIVENTA QUINDI:

$$\oint B\cdot ds = \mu_0\left(i + \varepsilon_0 \frac{d\Phi E}{dt}\right) \rightarrow \nabla\cdot\vec{B} = \mu_0\left(\vec{j} + \varepsilon_0\frac{\partial E}{\partial t}\right)$$

IN UN CONDENSATORE NON CI SONO CARICHE IN MOVIMENTO, QUINDI LA CORRENTE DI CONDUZIONE È NULLA. DURANTE LA CARICA, PERÒ, IL CAMPO ELETTRICO E TRA LE ARMATURE AUMENTA NEL TEMPO. LA VARIAZIONE TEMPORALE DEL CAMPO ELETTRICO GENERA UNA CORRENTE DI SPOSTAMENTO CHE HA LO STESSO VALORE DELLA CORRENTE DI CONDUZIONE CHE SCORRE NEL FILO.

FRENO MAGNETICO



TUTTO QUESTO È IMMERSO IN UNA ZONA DOVE C'È UN CAMPO DI INDUZIONE MAGNETICA COST USCENTE DAL FOGLIO.
VOGLIAMO DETERMINARE LA VELOCITÀ.

POICHÈ LA SBARRETTA SI MUOVE, L'AREA SPAZZATA $x(t)\cdot\ell$ VARIA NEL TEMPO. CIÒ IMPLICA CHE ESISTE UNA FEM INDOTTA E QUINDI UNA CORRENTE INDOTTA:

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{d}{dt}\left(B\ell\, x(t)\right) = -B\ell v \rightarrow I_{IND} = \frac{\mathcal{E}}{R} = -\frac{B\ell v}{R}$$

SE LA SBARRA SCENDE, Φ_B AUMENTA PERCHÈ AUMENTA L'AREA. QUINDI I_{IND}, CHE SI DEVE OPPORRE ALL'AUMENTO DEL FLUSSO, È IN SENSO ORARIO.

DAL FATTO CHE C'È UNA I_{IND} IN UNA ZONA DOVE C'È UN CAMPO MAGNETICO, RIESCO A DIRE CHE LA SBARRETTA È ANCHE SOGGETTA AD UNA FORZA DI LORENTZ.

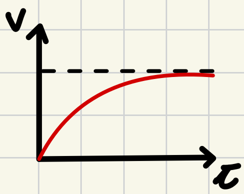
$$dF_L = I_{IND}\, d\ell \times B \rightarrow F_L = \int dF_L = \int I_{IND} B\, d\ell = \frac{B\ell v}{R}\cdot B\int d\ell = \frac{B^2\ell^2 v}{R}$$

QUINDI:

$$-F_L + F_P = ma \rightarrow mg - \frac{B^2\ell^2 v}{R} = m\frac{dv}{dt} \rightarrow \frac{mgR}{B^2\ell^2} - \frac{\cancel{B^2\ell^2}}{\cancel{B^2\ell^2}}v = \frac{Rm}{B^2\ell^2}\frac{dv}{dt}$$

$$\rightarrow \frac{dv}{v - \frac{mgR}{B^2\ell^2}} = -\frac{dt}{\frac{Rm}{B^2\ell^2}} \rightarrow \ln\left(v - \frac{mgR}{B^2\ell^2}\right) = -\frac{t}{\tau} + cost \rightarrow v = \frac{mgR}{B^2\ell^2} + Ae^{-t/\tau}$$

$$\rightarrow v = \frac{mgR}{B^2\ell^2}\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$



IL FRENO MAGNETICO È MOLTO SIMILE ALL'ATTRITO VISCOSO POICHÈ ENTRAMBI QUESTI FENOMENI AGISCONO COME FORZE RESISTIVE PROPORZIONALI ALLA VELOCITÀ, OPPONENDOSI AL MOVIMENTO DI UN OGGETTO. ENTRAMBI DISSIPANO ENERGIA CINETICA, TRASFORMANDOLA IN CALORE, MA OPERANO SU PRINCIPI FISICI DIVERSI.