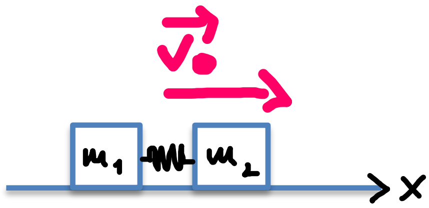
SAPIENZA, UNIVERSITA' di ROMA
Ingegneria Informatica e Automatica
Esame di FISICA – 25.03.2024
A.A. 2022-2023 (12 CFU) – Proff. M.Petrarca – M. Toppi.

Esercizio 1

Due corpi di massa m1 e m2 si trovano su un piano liscio e orizzontale. Tra di loro una molla di costante elastica K, è tenuta compressa di una quantità D da un filo teso; ai capi della molla si trovano i due corpi m1, m2 che toccano la molla ma non sono vincolati ad essa. Inizialmente il sistema ha velocità costante v0 come in figura. Istantaneamente il filo si rompe e la molla si decomprime fino alla sua lunghezza di riposo. Determinare la velocità finale delle due masse nel sistema di riferimento solidale con il piano liscio. (m1=0,3kg; m2=2*m1; K=20 N/m; D=0.2 m)



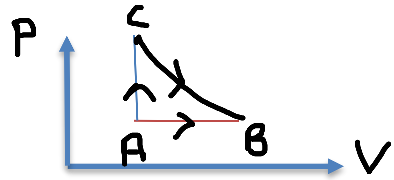
Esercizio 2

Si calcoli il calore scambiato per il sistema termodinamico composto da n=1 moli di gas ideale biatomico lungo i percorsi seguenti:

AB: trasformazione isobara reversibile con T_A=200 K e T_B=300 K.

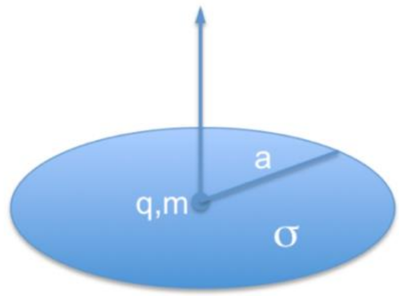
ACB: AC + CB entrambe trasformazioni reversibili con CB isoterma.

Calcolare inoltre l'integrale di Clausius per i due percorsi dimostrando che viene lo stesso valore.



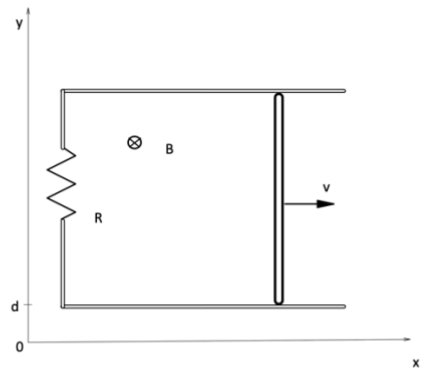
Esercizio 3

Un carica elettrica e' distribuita in vuoto su una superficie circolare di raggio a con densita' uniforme +σ. Nel suo centro al tempo t=0 giace in quiete una particella di massa m e carica +q. Ricavare il modulo della velocita' raggiunta dalla particella in z=a.



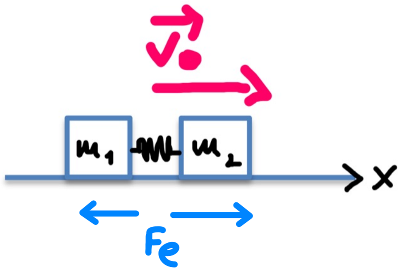
Esercizio 4

Un circuito rettangolare di resistenza R, posto a distanza d dall'asse x del riferimento mostrato in figura, ha un lato mobile di lunghezza L, diretto lungo l'asse y, che è mantenuto in moto con velocità uniforme v. Il circuito è immerso in un campo magnetico stazionario B, con la direzione e verso indicati in figura e la cui intensità è espressa da B=k/y, dove k è una costante. Si calcoli la corrente I indotta nel circuito.



Esercizio 1

Due corpi di massa m1 e m2 si trovano su un piano liscio e orizzontale. Tra di loro una molla di costante elastica K, è tenuta compressa di una quantità D da un filo teso; ai capi della molla si trovano i due corpi m1, m2 che toccano la molla ma non sono vincolati ad essa. Inizialmente il sistema ha velocità costante v0 come in figura. Istantaneamente il filo si rompe e la molla si decomprime fino alla sua lunghezza di riposo. Determinare la velocità finale delle due masse nel sistema di riferimento solidale con il piano liscio. (m1=0,3kg; m2=2*m1; K=20 N/m; D=0.2 m)



SI CONSERVANO $p = mv$ E E_K

$$\begin{cases} (m_1 + m_2) v_0 = -m_1 v_{f_1} + m_2 v_{f_2} \\ \frac{1}{2}(m_1+m_2)v_0^2 + \frac{1}{2} K D^2 = \frac{1}{2} m_1 v_{f_1}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{f_2}^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0.9 v_0 = -0.3 v_{f_1} + 0.6 v_{f_2} \\ 0.45 v_0^2 + 0.4 = 0.15 v_{f_1}^2 + 0.3 v_{f_2}^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_{f_1} = 2 v_{f_2} - 3 v_0 \\ 0.45 v_0^2 + 0.4 = 0.15 (2 v_{f_2} - 3 v_0)^2 + 0.3 v_f^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} // \\ 0.45 v_0^2 + 0.4 = 0.9 v_{f_2}^2 - 1.8 v_0 v_{f_2} + 1.35 v_0^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} // \\ 0.9 v_{f_2}^2 - 1.8 v_0 v_{f_2} + 0.9 v_0^2 - 0.4 = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{aligned} v_{f_2} &= v_0 + 0.66 \\ v_{f_1} &= 1.32 - v_0 \end{aligned}$$

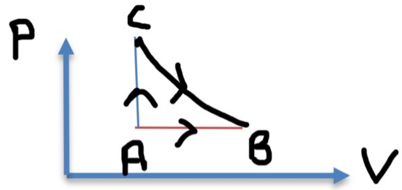
Esercizio 2

Si calcoli il calore scambiato per il sistema termodinamico composto da n=1 moli di gas ideale biatomico lungo i percorsi seguenti:

AB: trasformazione isobara reversibile con T_A=200 K e T_B=300 K.

ACB: AC + CB entrambe trasformazioni reversibili con CB isoterma.

Calcolare inoltre l'integrale di Clausius per i due percorsi dimostrando che viene lo stesso valore.



$c_V = \frac{5}{2}R \quad c_p = \frac{7}{2}R \quad \gamma = \frac{7}{5} \quad n = 1\,mol$

$T_A = 200K \quad T_B = T_C = 300K \quad P_A = P_B \quad V_A = V_C$

AB: $Q = nc_p\Delta T = 1 \cdot \frac{7}{2}R \cdot 100K = 2.9\ kJ$

$$\frac{\cancel{nR}T_A}{V_A} = \frac{\cancel{nR}T_B}{V_B} \Rightarrow \frac{V_A}{T_A} = \frac{V_B}{T_B} \rightarrow V_B = \frac{V_A}{T_A}T_B = 1.5V_A = 1.5V_C$$

AC: $W=0$ PERCHÈ $W = P\Delta V = 0$

$Q = nc_V\Delta T = 2kJ$

CB: $W_{CB} = Q_{CB}$

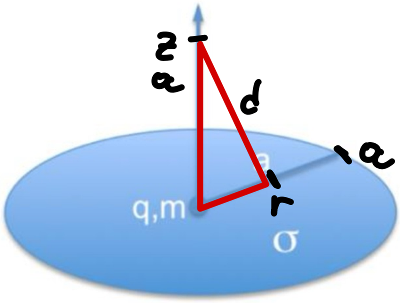
$$Q_{CB} = nRT\ln\left(\frac{V_B}{V_C}\right) = nRT_B\ln\left(\frac{1.5\cancel{V_A}}{\cancel{V_A}}\right) = 1\,kJ$$

SE CONSIDERO IL CICLO ABCA, IL PERCORSO BCA È NEGATIVO (-3 KJ)

SE CONSIDERO IL CICLO ACBA, IL PERCORSO BA È NEGATIVO (-3KJ)

E LA SOMMATORIA È SEMPRE PARI A 0 (QUINDI REVERSIBILE).

Esercizio 3
Un carica elettrica e' distribuita in vuoto su una superficie circolare di raggio a con densita' uniforme $+\sigma$. Nel suo centro al tempo t=0 giace in quiete una particella di massa m e carica +q. Ricavare il modulo della velocita' raggiunta dalla particella in z=a.



$$d = \sqrt{r^2 + z^2} \qquad dV = \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 d} = \frac{\sigma\, d\Sigma}{4\pi\varepsilon_0 d} = \frac{\sigma\, 2\pi r\, dr}{4\pi\varepsilon_0 \sqrt{r^2+z^2}} \qquad 0<r<a$$

$$V(z) = \int dV = \int_0^a \frac{\sigma\, 2\pi r\, dr}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{r^2+z^2}} = \frac{2\pi\sigma}{4\pi\varepsilon_0}\int_0^a \frac{r}{\sqrt{r^2+z^2}}\,dr \qquad \tau = r^2+z^2,\quad d\tau = 2r\,dr$$

$$= \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\int \frac{1}{2\sqrt{\tau}}\,d\tau = \frac{\sigma}{4\varepsilon_0}\, 2\left[\sqrt{r^2+z^2}\right]_0^a = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(\sqrt{a^2+z^2} - z\right)$$

L'ENERGIA POTENZIALE INIZIALE È TRASFORMATA IN E_K:

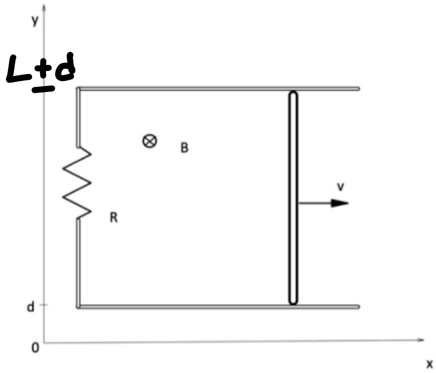
$$-\Delta U_e = E_K \rightarrow \Delta U_e = q\Delta V$$

$$\Delta V = V(z=0) - V(z=a) = \frac{\sigma a}{2\varepsilon_0}\left(2 - \sqrt{2}\right)$$

$$q\Delta V = \frac{1}{2} m v^2 \rightarrow v = \sqrt{q\,\frac{2\sigma a}{2\varepsilon_0 m}\left(2-\sqrt{2}\right)} = \sqrt{\frac{q\sigma a}{m\varepsilon_0}\left(2-\sqrt{2}\right)}$$

Esercizio 4

Un circuito rettangolare di resistenza R, posto a distanza d dall'asse x del riferimento mostrato in figura, ha un lato mobile di lunghezza L, diretto lungo l'asse y, che è mantenuto in moto con velocità uniforme v. Il circuito è immerso in un campo magnetico stazionario B, con la direzione e verso indicati in figura e la cui intensità è espressa da B=k/y, dove k è una costante. Si calcoli la corrente I indotta nel circuito.



$B = k/y \qquad I = \frac{F.E.M.I.}{R} = -\frac{1}{R}\frac{d\Phi B}{dt}$

$\Phi B = \int_S B \cdot dA = \int_d^{d+L} \frac{k}{y} L\,dy = kL \int_d^{d+L} \frac{1}{y}dy = kL\left(\ln|d+L| - \ln|d|\right) =$

$= kL \cdot \ln\left(\frac{d+L}{d}\right)$

$\frac{d\Phi B}{dt} = -\frac{d\, kL \cdot \ln\left(\frac{d+L}{d}\right)}{dt} = -k\ln\left(\frac{d+L}{d}\right) \cdot \frac{dL}{dt} = -kv\ln\left(\frac{d+L}{d}\right)$

$I = \frac{kv}{R}\ln\left(\frac{d+L}{d}\right)$