

# Controreazione

# Il concetto di retroazione

---

La reazione è quel particolare principio per il quale un sistema che deve svolgere una determinata funzione è dotato di un elemento di confronto fra la prestazione desiderata e quella effettivamente ottenuta, così che discrepanza fra le due prestazioni genera un segnale col quale il sistema può correggere il suo comportamento. Tutto ciò implica che l'**uscita** del sistema sia confrontata con l'uscita desiderata, e che il segnale di errore venga riportato in **entrata** per fornire al sistema stesso il segnale di correzione.

Si forma perciò una specie di anello del percorso dei segnali: il segnale di entrata percorre il sistema producendo un'uscita, che a sua volta viene prelevata, elaborata e, infine, riportata all'entrata.

Questo anello può produrre effettivamente il miglioramento delle prestazioni desiderate del sistema, oppure può provocare l'instabilità; per effetto della reazione le caratteristiche di stabilità del sistema possono essere migliorate, anzi uno dei tanti scopi della reazione è proprio quello di migliorare la stabilità.

Al contrario, se la reazione non è eseguita correttamente, oppure se è eseguita direttamente a quello scopo, il sistema può diventare instabile; è quanto si fa appositamente per la realizzazione di oscillatori.

# Il concetto di retroazione

---

*In un sistema retroazionato, un segnale proporzionale all'uscita viene riportato in ingresso e viene sommato o sottratto al segnale di ingresso stesso per ottenere l'uscita desiderata.*

## *Retroazione positiva*

*utile per realizzare:*

- *oscillatori*
- *multivibratori bistabili*
- *filtri attivi*

**B** *sgradita negli amplificatori lineari*

## *Retroazione negativa*

*stabilizzazione del guadagno*

*riduzione delle distorsioni non lineari*

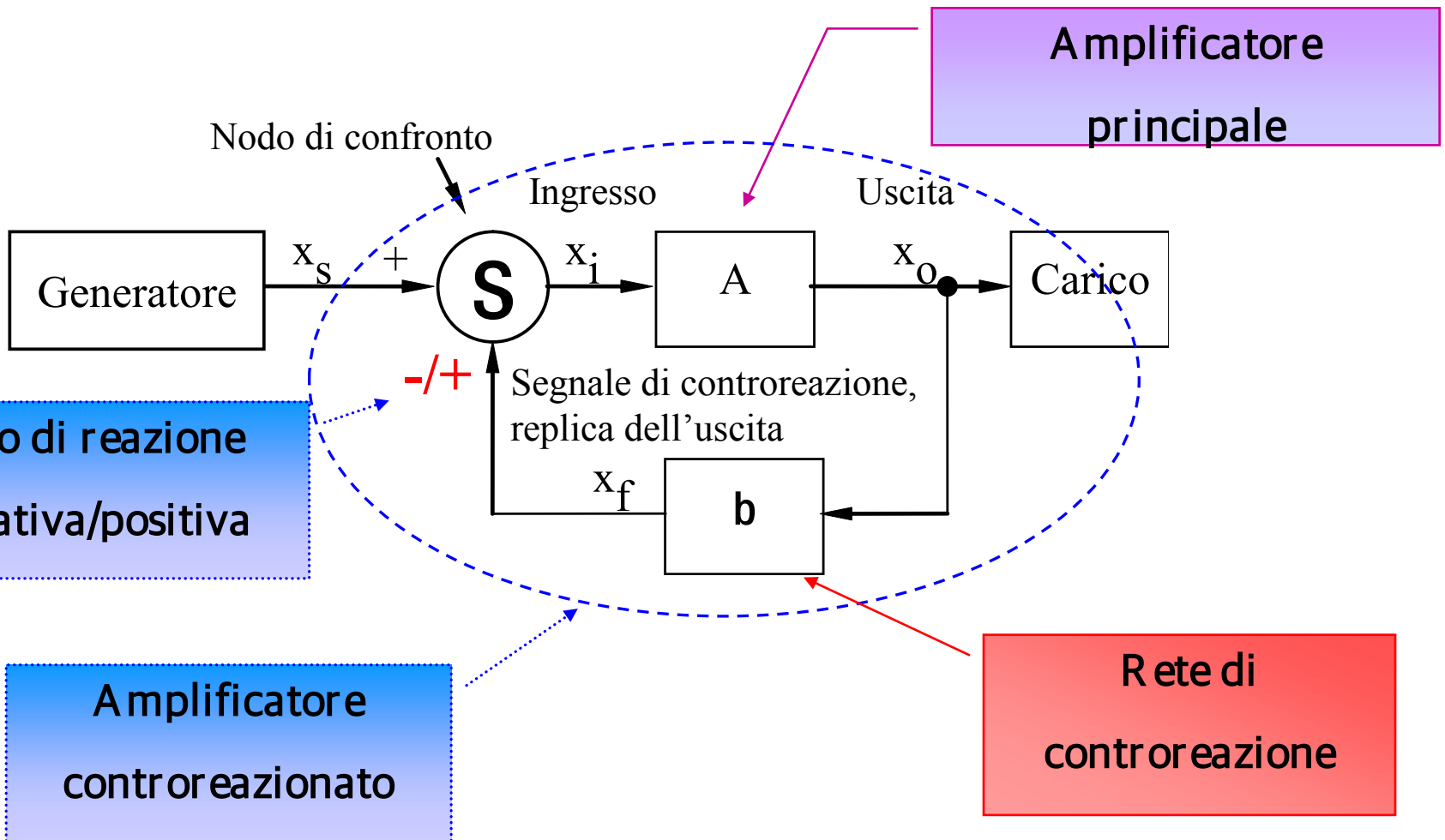
*aumento o riduzione delle impedenze di ingresso e di uscita*

*estensione della banda passante*

**B** *riduzione del guadagno*

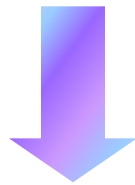
**B** *possibilità di oscillazione*

# Struttura generale della controreazione

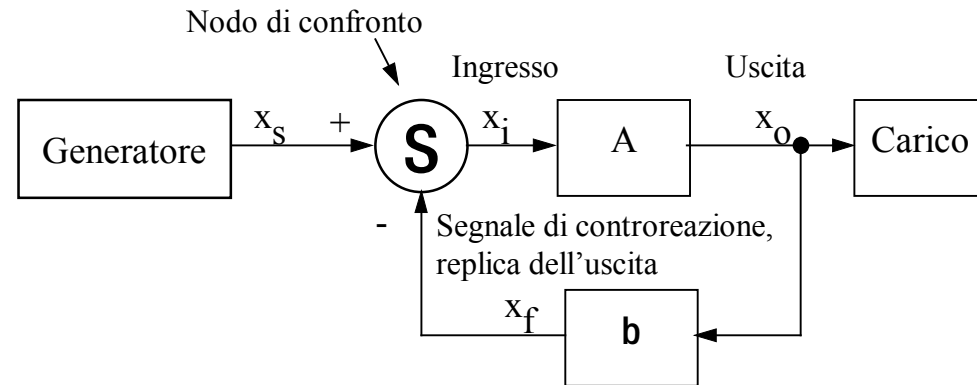


# Controreazione

Il segnale d'uscita  $x_o$  viene riportato in ingresso attraverso la rete di controreazione



Il segnale di controreazione  $x_f$  viene sottratto al segnale  $x_s$  inviato dal generatore, (ingresso dell'intero amplificatore controreazionato).



L'ingresso dell'amplificatore principale diventa

$$x_i = x_s - x_f$$

# Controreazione

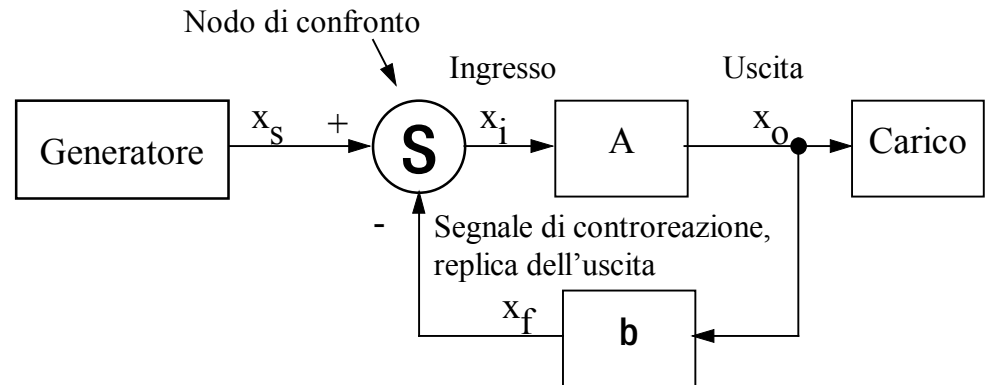
Date le relazioni fra i segnali



$$x_o = Ax_i$$

$$x_f = \mathbf{b}x_o$$

$$x_i = x_s - x_f$$



Il guadagno dell'amplificatore controreazionato risulta:

$$A_f = \frac{x_o}{x_s} = \frac{x_o}{x_i + x_f} = \frac{Ax_i}{x_i + \mathbf{b}x_o} = \frac{Ax_i}{x_i + A\mathbf{b}x_i} = \frac{A}{1 + A\mathbf{b}}$$

# Controreazione

---

## Definizioni:

**$A_b$**  Guadagno di anello. Nel caso di controreazione negativa  **$A_b$**  deve essere positivo, in questo modo il segnale di controreazione  $x_f$  ha lo stesso segno di  $x_s$ , e il segnale differenza  $x_i$  risulta minore di  $x_s$ .

**$1 + A_b$**  Tasso di controreazione. Se  **$A_b$**  è positivo, il guadagno ad anello chiuso risulta minore del corrispondente guadagno ad anello aperto di un fattore proprio pari al tasso di controreazione

# Controreazione

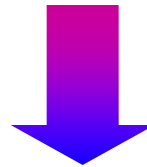
---

Dall'espressione trovata per il guadagno:

$$A_f = \frac{x_o}{x_s} = \frac{x_o}{x_i + x_f} = \frac{Ax_i}{x_i + bx_o} = \frac{Ax_i}{x_i + Abx_i} = \frac{A}{1 + Ab}$$

Se si verifica  $Ab \gg 1$  (guadagno di anello elevato) risulta:

$$A_f \gg 1 / b$$



Il guadagno dell'amplificatore controreazionato è determinato quasi interamente dalla rete di controreazione.



# Controreazione: stabilizzazione del guadagno

---

Nell'ipotesi di  $\mathbf{b} = \text{cost}$ , si può determinare analiticamente la stabilizzazione del guadagno; infatti differenziando ambo i membri dell'espressione del guadagno dell'amplificatore controreazionato si ottiene:

$$dA_f = d \frac{A}{1 + Ab} = \frac{1 + Ab - Ab}{(1 + Ab)^2} dA = \frac{dA}{(1 + Ab)^2}$$

e, dividendo per  $A_f$ :

$$\frac{dA_f}{A_f} = \frac{dA}{(1 + Ab)^2} \frac{(1 + Ab)}{A} = \frac{1}{1 + Ab} \frac{dA}{A}$$

La variazione relativa di  $A_f$ , dovuta a variazioni nei parametri del sistema, è minore della variazione relativa di  $A$  di un fattore pari al tasso di controreazione ( $1 + Ab$ ).

Per questa ragione il tasso di controreazione ( $1 + Ab$ ) viene anche denominato **fattore di stabilizzazione**.

# Controreazione: allargamento della banda passante

---

Si consideri un amplificatore la cui risposta alle alte frequenze sia caratterizzata da un singolo polo.

Il guadagno alle medie e alle alte frequenze può essere espresso come (filtro passa-basso)

$$A(s) = \frac{A_M}{1 + s/w_H}$$

dove  $A_M$  rappresenta il guadagno a centro banda e  $w_H$  rappresenta la frequenza di taglio superiore (a 3dB).

Applicando a questo amplificatore la controreazione negativa con un fattore  $b$  indipendente dalla frequenza, si ottiene un guadagno ad anello chiuso dato da:

$$A_f(s) = \frac{A(s)}{1 + bA(s)}$$

# Controreazione: allargamento della banda passante

---

Sostituendo l'espressione di  $A(s)$ :

$$\begin{aligned} A_f(s) &= A(s) \frac{1}{1 + bA(s)} = \frac{A_M}{1 + s/w_H} \frac{1}{1 + b \frac{A_M}{1 + s/w_H}} = \frac{A_M}{(1 + s/w_H)} \frac{(1 + s/w_H)}{1 + s/w_H + bA_M} = \frac{A_M}{1 + bA_M + s/w_H} = \\ &= \frac{A_M}{1 + bA_M} \frac{1}{1 + \frac{s}{w_H(1 + bA_M)}} \end{aligned}$$

Quindi l'amplificatore controreazionato avrà un guadagno a centrobanda  $A_{Mf}$  pari a :

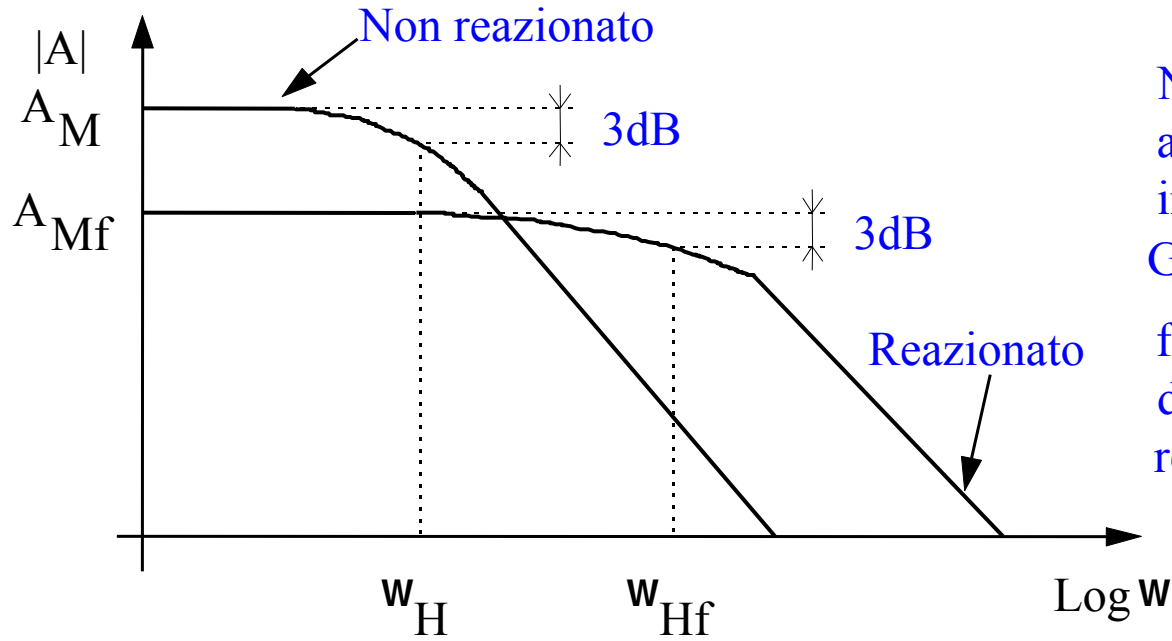
$$A_{Mf} = \frac{A_M}{1 + b A_M}$$

e una frequenza di taglio superiore  $w_{Hf}$  pari a:

$$w_{Hf} = w_H (1 + b A_M)$$

Ne segue che la frequenza di taglio superiore risulta moltiplicata per un fattore pari al tasso di controreazione.

# Controreazione: allargamento della banda passante



Notare che le due aree sono uguali: infatti il prodotto  $GB = A_M W_H$ , il fattore di merito dell'amplificatore, resta costante.

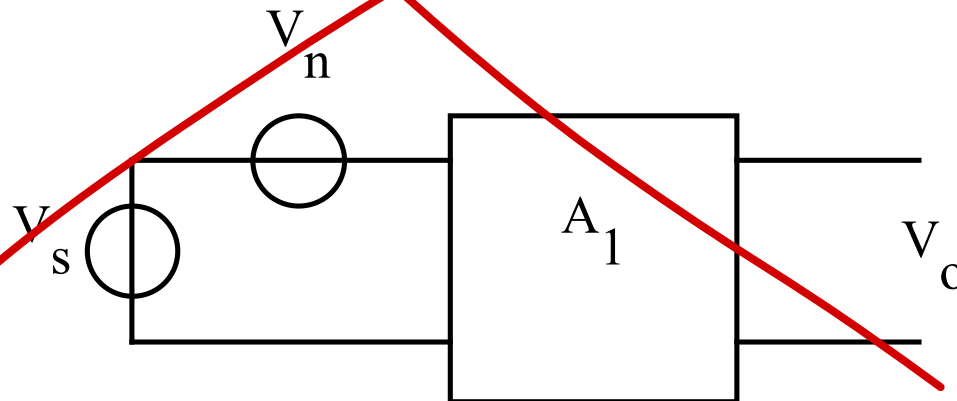
Analogamente si può dimostrare che, se il guadagno a catena aperta è caratterizzato da un polo dominante alle basse frequenze che dà luogo a una frequenza di taglio inferiore  $W_L$ , allora l'amplificatore controreazionato avrà una frequenza di taglio inferiore

$$W_{Lf} = \frac{W_L}{1 + A_M b}$$

# Controreazione: riduzione del rumore

La controreazione negativa può essere utilizzata per ridurre il rumore o l'effetto delle interferenze in un amplificatore o, più precisamente, per aumentare il rapporto segnale/rumore.

Si consideri un amplificatore con guadagno  $A_1$ , cui viene applicato un segnale di ingresso  $V_S$ ; l'amplificatore è affetto da rumore o interferenze schematizzati da  $V_N$ :

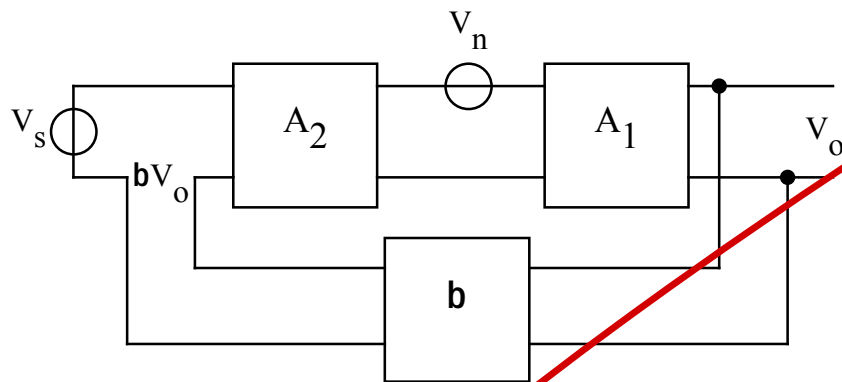


Il rapporto segnale/rumore per questo amplificatore vale:

$$S / N = V_S / V_N$$

# Controreazione: riduzione del rumore

Si consideri il circuito:



La tensione di uscita del circuito può essere ricavata mediante la sovrapposizione degli effetti:

$$V_o = V_s \frac{A_1 A_2}{1 + b A_1 A_2} + V_n \frac{A_1}{1 + b A_1 A_2}$$

Quindi il rapporto segnale / rumore all'uscita diviene:

$$\frac{S}{N} = A_2 \frac{V_s}{V_N}$$

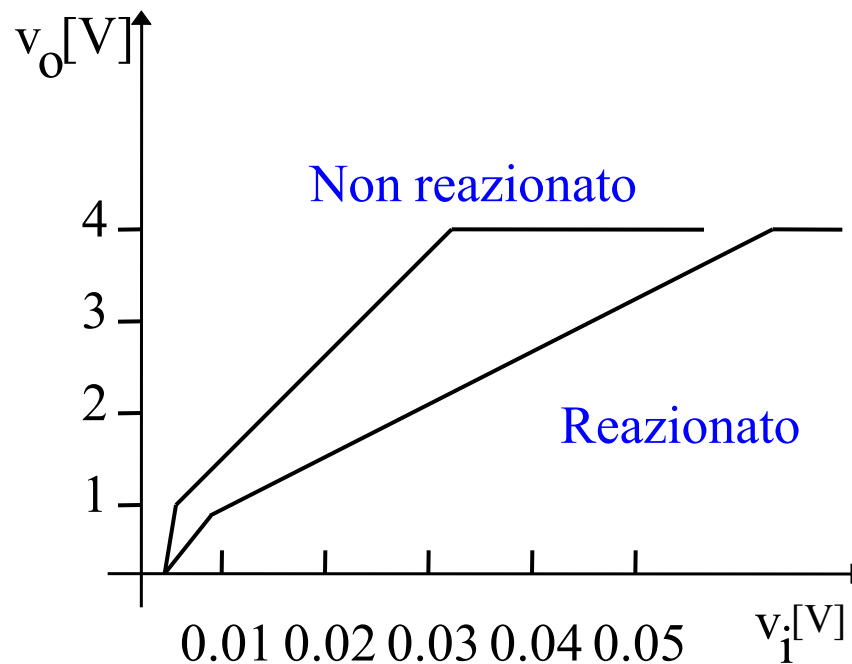
ed è  $A_2$  volte maggiore di quello del circuito originale.

(Vedi ad esempio il problema del ronzo dell'alimentazione negli stadi finali di potenza; viene risolto inserendo un preamplificatore per piccoli segnali con forte controreazione negativa).

# Controreazione: riduzione della distorsione lineare

---

Applicando la controreazione negativa, la caratteristica di un amplificatore può essere notevolmente linearizzata, riducendo la distorsione non lineare. Infatti si è già osservato come, grazie alla controreazione negativa, il guadagno complessivo ad anello chiuso di un amplificatore mostra una dipendenza molto ridotta dal guadagno a catena aperta dell'amplificatore principale.



# Controreazione: riduzione della distorsione lineare

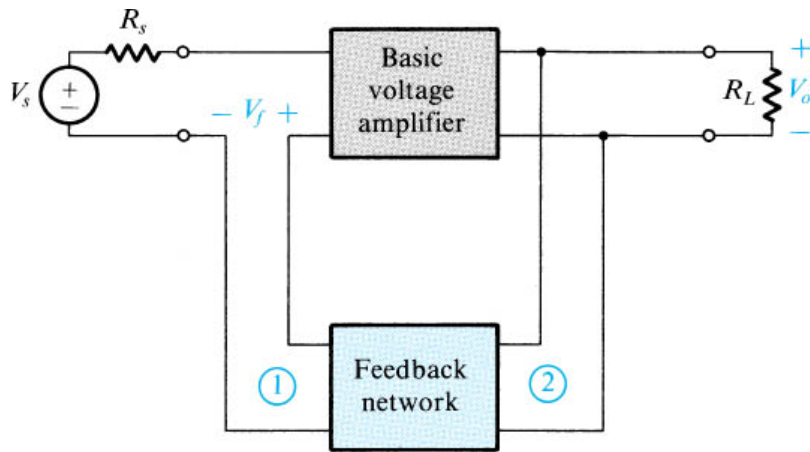
---

Si è così ottenuta una notevole riduzione delle variazioni di pendenza, responsabili della non linearità, a scapito di una riduzione del guadagno di tensione.

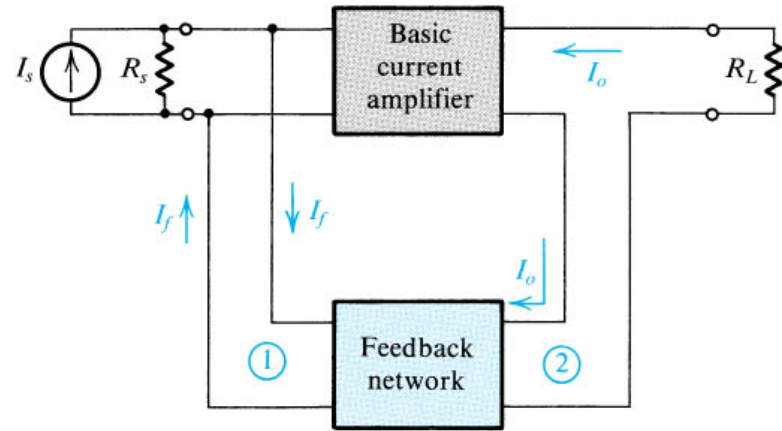
Da notare che la controreazione negativa non ha alcun effetto quando l'amplificatore va in saturazione, essendo il guadagno  $A$  e quindi il tasso di controreazione  $A\mathbf{b}$  prossimi allo zero.



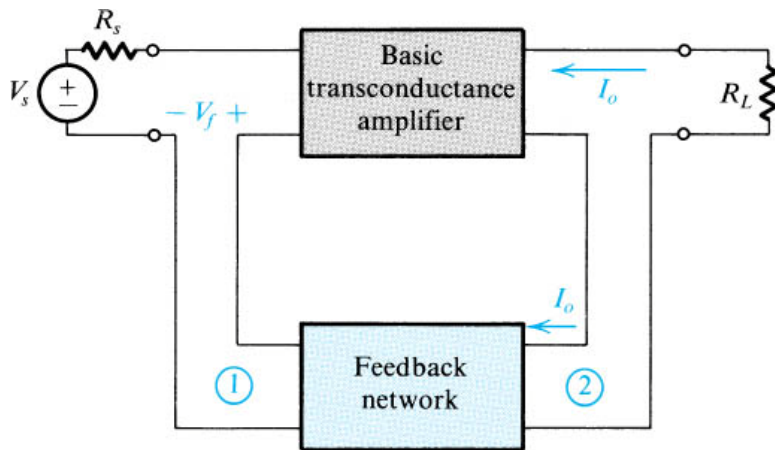
# Tipi di controreazione



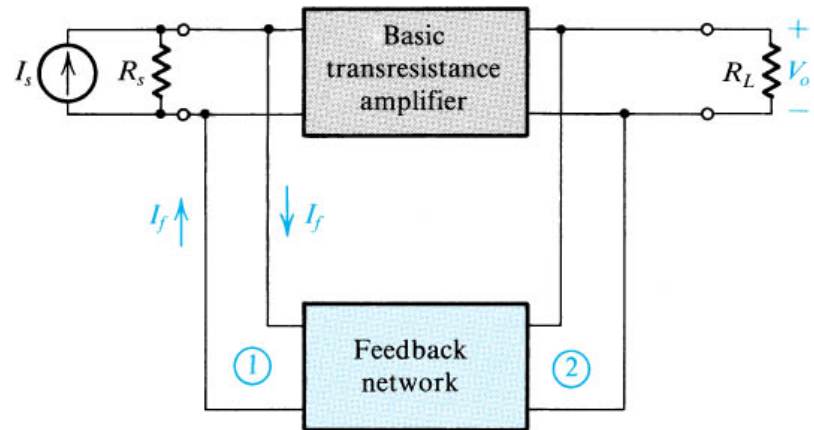
(a)



(b)



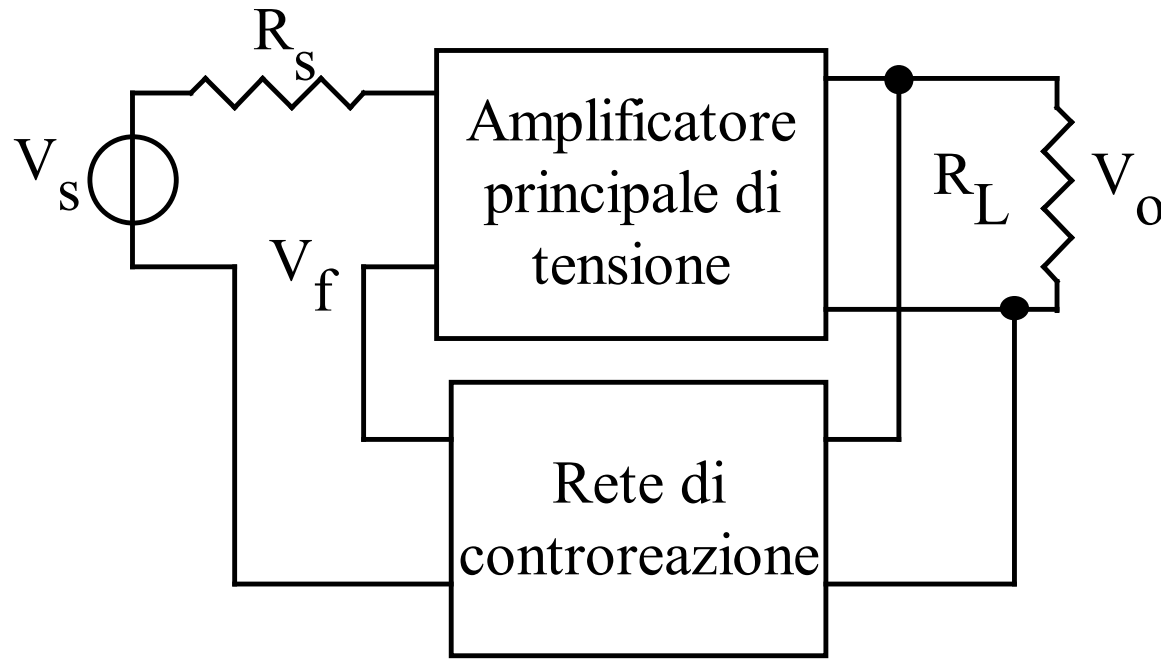
(c)



(d)

# Controreazione serie/parallelo (amplificatore di tensione)

---

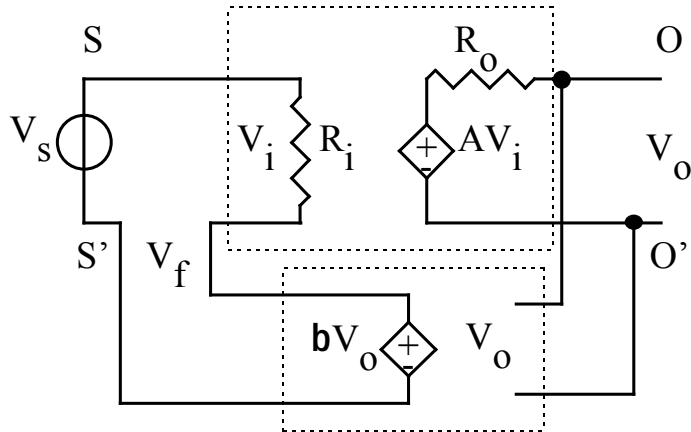


Il generatore di segnale viene schematizzato con l'equivalente di Thevenin.

In uscita si preleva una tensione in parallelo, che viene riportata in ingresso in serie al generatore di segnale.

Questa configurazione non solo stabilizza il guadagno di tensione, ma serve ad aumentare  $R_i$  ed a ridurre  $R_o$ .

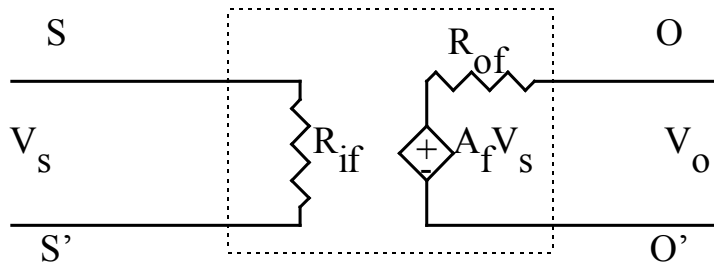
# Controreazione serie/parallelo (amplificatore di tensione)



Resistenza d'ingresso  $R_{if}$  dell'amplificatore controreazionato:

$$R_{if} = \frac{V_s}{I_i} = R_i \frac{V_s}{V_i} = R_i \frac{V_i + bV_o}{V_i} = R_i \frac{V_i + bAV_i}{V_i} = R_i (1 + Ab)$$

La resistenza di ingresso viene aumentata di un fattore pari al tasso di controreazione.



Resistenza d'uscita  $R_{of}$  dell'amplificatore controreazionato:

Si pone  $V_s = 0$  e si applica in uscita una tensione di prova  $V_x$ .

$$I_x = \frac{V_x - AV_i}{R_o}$$

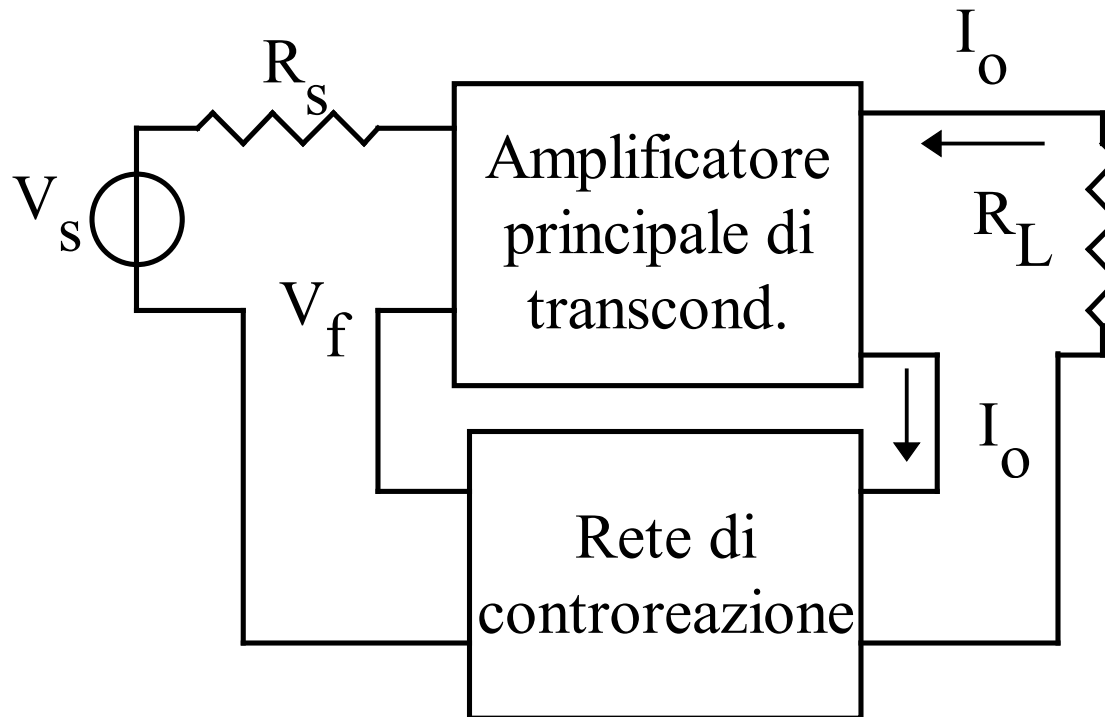
Con  $V_s = 0$  ho:  $V_i = -V_f = -bV_o = bV_x$

$$I_x = \frac{V_x + AbV_x}{R_o} = V_x \frac{1 + Ab}{R_o} \quad . \quad R_{of} = \frac{V_x}{I_x} = \frac{R_o}{1 + Ab}$$

La resistenza di uscita risulta ridotta di un fattore pari al tasso di controreazione.

## Controreazione serie/serie (amplificatore di transconduttanza)

---

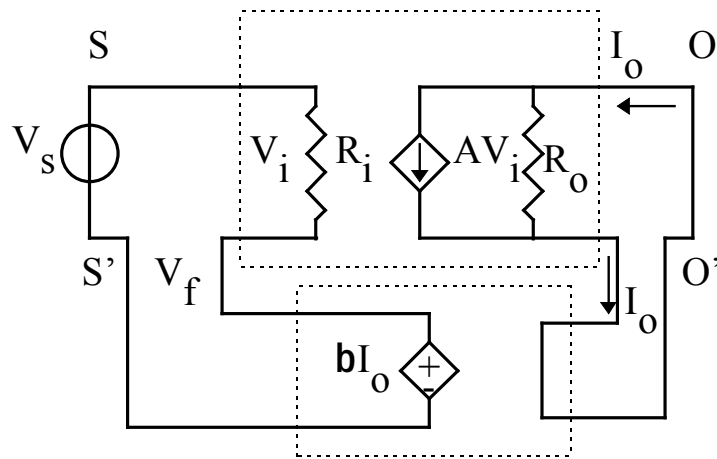


Il generatore di segnale viene schematizzato con l'equivalente di Thevenin.

In uscita si preleva una corrente con un collegamento in serie; in ingresso si riporta una tensione in serie al segnale.

Questa configurazione non solo stabilizza il guadagno, ma produce un aumento sia di  $R_i$  che di  $R_o$ .

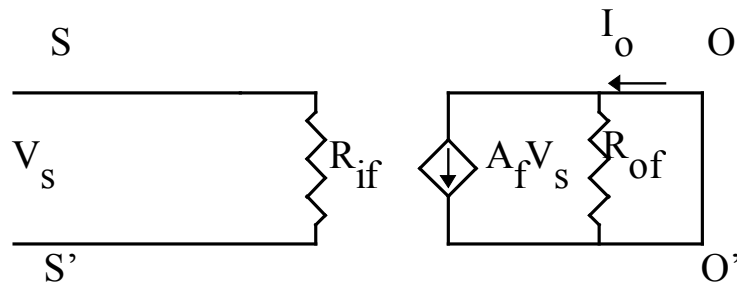
# Controreazione serie/serie (amplificatore di transconduttanza)



Resistenza di ingresso  $R_{if}$  dell'amplificatore controreazionato:

$$R_{if} = \frac{V_s}{I_i} = \frac{V_s}{V_i/R_i} = R_i \frac{V_s}{V_i} = R_i \frac{V_i + bI_o}{V_i} = R_i \frac{V_i + bAV_i}{V_i} = R_i(1 + Ab)$$

La resistenza di ingresso viene aumentata di un fattore pari al tasso di controreazione.



Resistenza di uscita  $R_{of}$  dell'amplificatore controreazionato: si pone  $V_s = 0$  e si applica all'uscita una corrente di prova  $I_x$ :

$$V_x = R_o(I_x - A V_f) \quad \text{con } V_s = 0 \quad V_i = -V_f = -b I_o = -b I_x$$

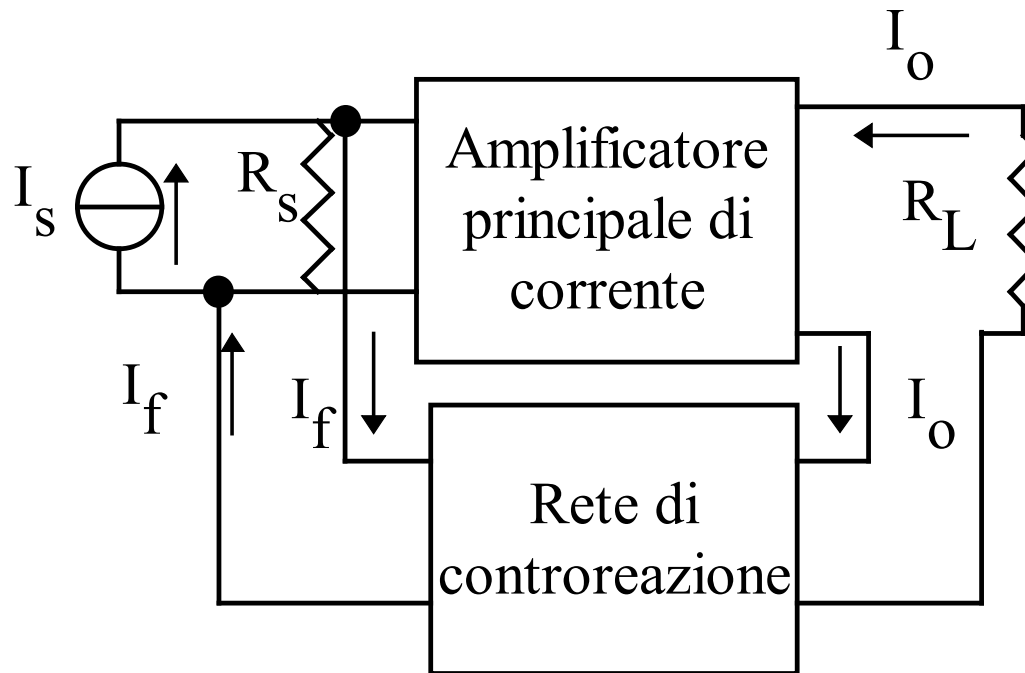
$$V_x = R_o(I_x + Ab I_x) = I_x R_o(1 + Ab)$$

La resistenza di uscita risulta aumentata di un fattore pari al tasso di controreazione.

$$R_{of} = \frac{V_x}{I_x} = R_o(1 + Ab)$$

# Controreazione parallelo/serie (amplificatore di corrente)

---

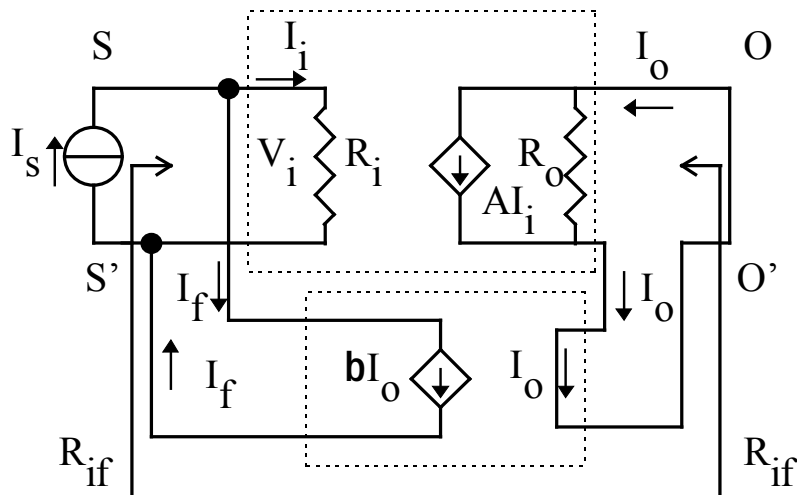


Il generatore di segnale viene schematizzato con lo schema equivalente di Norton.

In uscita si preleva una corrente con un collegamento in serie; e la si riporta in parallelo in ingresso.

Questa configurazione non solo stabilizza il guadagno, ma produce una diminuzione di  $R_i$  e un aumento di  $R_o$ .

# Controreazione parallelo/serie (amplificatore di corrente)



**Resistenza d'ingresso**  $R_{if}$  dell'amplificatore controreazionato:

$$R_{if} = \frac{V_i}{I_s} = \frac{R_i}{(1 + Ab)}$$

La resistenza di ingresso viene diminuita di un fattore pari al tasso di controreazione.

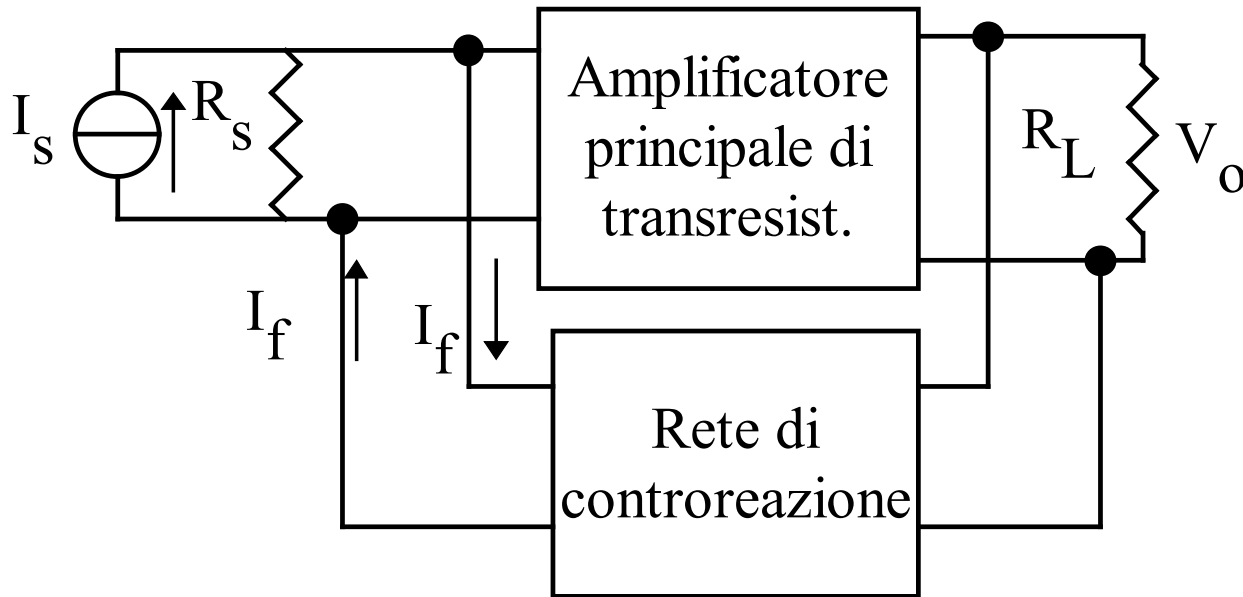
**Resistenza d'uscita**  $R_{of}$  dell'amplificatore controreazionato:

$$R_{of} = R_o (1 + Ab)$$

La resistenza di uscita risulta aumentata di un fattore pari al tasso di controreazione.

# Controreazione parallelo/parallelo (amplificatore di transresistenza)

---



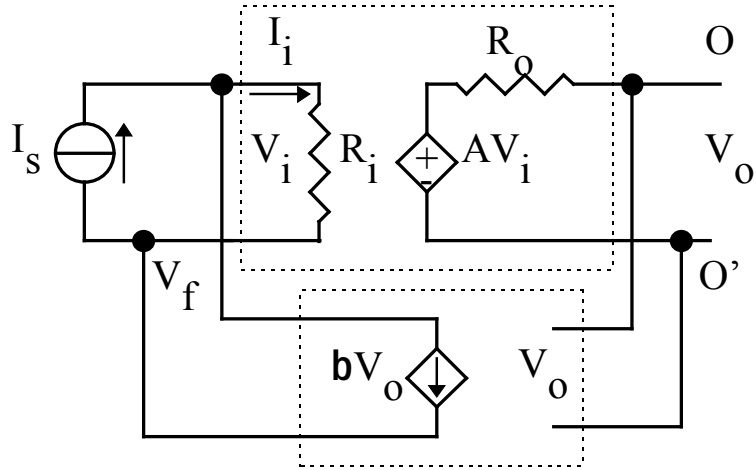
Il generatore di segnale viene schematizzato con lo schema equivalente di Norton.

In uscita si preleva una tensione con un collegamento in parallelo; in ingresso si riporta una corrente in parallelo al segnale.

Questa configurazione non solo stabilizza il guadagno, ma produce una riduzione sia di  $R_i$  che di  $R_o$ .



# Controreazione parallelo/parallelo (amplificatore di transresistenza)



Resistenza di ingresso  
dell'amplificatore controreazionato:  $R_{if}$

$$R_{if} = \frac{R_i}{1 + Ab}$$

La resistenza di ingresso viene diminuita di un fattore pari al tasso di controreazione.

Resistenza di uscita  $R_{of}$  dell'amplificatore controreazionato:  $R_{of} = \frac{R_o}{1 + Ab}$

La resistenza di uscita risulta diminuita di un fattore pari al tasso di controreazione.