Università degli Studi di Roma "La Sapienza"

FISICA

Ingegneria Informatica e Automatica

13.06.2024-A.A. 2023-2024 (12 CFU) C.Sibilia/L.Sciscione

N.1. Uno sciatore di massa m, inizialmente fermo su una cunetta, si lascia scivolare dalla cima della cunetta che ha forma semicircolare di raggio R= 6m. Ad un certo punto lo sciatore sente gli sci distaccarsi dalla cunetta. Supponendo che non ci sia attrito tra gli sci e la neve, e trascurando l'attrito dell'aria, se determinino:

a)l'espressione della velocità v dello sciatore, in modulo, in funzione della quota verticale; b) la quota h alla quale avviene il distacco; c) la velocità v_1 al momento del distacco; d) la velocità v_2 con cui lo sciatore toccherà terra.

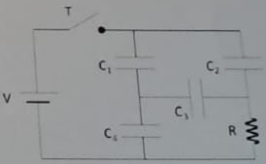
N.2 In un piano verticale, un'asta omogenea, di massa M = 10 kg e lunghezza L = 1 m, è appoggiata ad un fulcro liscio, distante d = 0.2m dall'estremo 1 su cui è posta la massa m1. L'asta è in equilibrio quando una nassa m2 viene posta all'altro estremo. Calcolare il valore di m2.

N.3 Si considerino n=2 moli di gas perfetto biatomico, che eseguono un ciclo termodinamico caratterizzato dalle seguenti trasformazioni: da A a B la trasformazione è adiabatica reversibile con p_A= 4 atm, V_A= 15 L, p_B= 1 atm , poi da B a C la trasformazione è isobara e da C ad A la trasformazione è isocora. Si determinino:

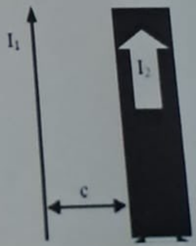
a) il lavoro compiuto ed i calori scambiati dal gas in ciascuna trasformazione;

b) il rendimento del ciclo.

.4. *Il circuito schematizzato in figura è costituito da una resistenza R e quattro condensatori di capacità* $_1, C_2, C_3$ e C_4 inizialmente scarichi. Successivamente, viene chiuso nterruttore T. Si calcolino, a regime, i valori Q_1, Q_2, Q_3 e Q_4 della rica accumulata su ciascun condensatore. [C_1, C_2, C_3 e $C_4 = 10nF$; V V].

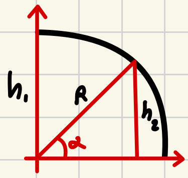


Un sottile nastro conduttore, rettilineo, molto lungo è percorso uniformemente dalla corrente I_2. ettilineo anch'esso molto lungo, parallelo al nastro, è percorso da una corrente I1 equiversa ad minare la corrente I_1 in modo da avere campo B nullo alla distanza c/2 dal filo (punto tra nast [$I_2 = 1A$, c=1 m, L=1 cm].



N.1. Uno sciatore di massa m, inizialmente fermo su una cunetta, si lascia scivolare dalla cima della cunetta che ha forma semicircolare di raggio R= 6m. Ad un certo punto lo sciatore sente gli sci distaccarsi dalla cunetta. Supponendo che non ci sia attrito tra gli sci e la neve, e trascurando l'attrito dell'aria, se determinino:

a) l'espressione della velocità v dello sciatore, in modulo, in funzione della quota verticale; b) la quota h alla quale avviene il distacco; c) la velocità v_1 al momento del distacco; d) la velocità v_2 con cui lo sciatore toccherà terra.



a) IN ASSENZA DI ATTRITO SI CONSERVA L' E_m:

$$mgh_1 = \frac{1}{2}mv^2 + mgh_2 \rightarrow mgR = \frac{1}{2}mv^2 + mgh_2$$

$$v = \sqrt{2g(R-h_2)}$$

b) $$mg\sin\alpha - N = ma_c = m\frac{v^2}{R} \rightarrow N = mg\sin\alpha - m\frac{v^2}{R} = mg\frac{h_2}{R} - m\frac{2g(R-h_2)}{R} =$$

$$= \frac{mg(3h_2-2R)}{R}$$

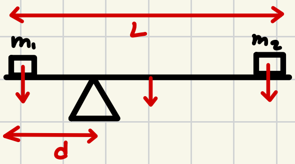
$N \geq 0$ SE $3h_2 - 2R \geq 0$, $h_2 = \frac{2}{3}R = 4\,m$

c) $\vec{u}_\tau = \sin\alpha\,\vec{u}_x - \cos\vec{u}_y$ SAPPIAMO CHE $\sin\alpha = \frac{h_2}{R} = \frac{2}{3}$

$$\vec{u}_\tau = \frac{2}{3}\vec{u}_x - \sqrt{1-\left(\frac{h_2}{R}\right)^2}\vec{u}_y = \frac{\sqrt{5}}{3}\vec{u}_y \rightarrow v_1 = \sqrt{2g(R-h_2)} = \sqrt{\frac{2}{3}gR} = 6{,}26\ m/s$$

d) $$mgR = \frac{1}{2}mv_2^2 \rightarrow v_2 = \sqrt{2gR} = 10{,}85\ m/s$$

N.2 In un piano verticale, un'asta omogenea, di massa M = 10 kg e lunghezza L = 1 m, è appoggiata ad un fulcro liscio, distante d = 0.2m dall'estremo 1 su cui è posta la massa m1. L'asta è in equilibrio quando una massa m2 viene posta all'altro estremo. Calcolare il valore di m2.



$M_{TOT} = 0$ $M = F \cdot b$ CALCOLIAMO RISPETTO AL FULCRO

$$\sum_i M_i = m_1 g d + m_2 g (L-d) + Mg\left(\frac{L}{2}-d\right) = 0$$

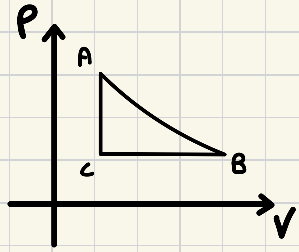
$$m_2 = \frac{-m_1 d - M\left(\frac{L}{2}-d\right)}{L-d} = \frac{-0.2m_1 - 3}{0.8}$$

N.3 Si considerino n=2 moli di gas perfetto biatomico, che eseguono un ciclo termodinamico caratterizzato dalle seguenti trasformazioni: da A a B la trasformazione è adiabatica reversibile con p_A= 4 atm, V_A= 15 L, p_B= 1 atm , poi da B a C la trasformazione è isobara e da C ad A la trasformazione è isocora. Si determinino:

a) il lavoro compiuto ed i calori scambiati dal gas in ciascuna trasformazione;

b) il rendimento del ciclo.

$n = 2$ mol $\quad c_V = \frac{5}{2}R \quad c_p = \frac{7}{2}R \quad \gamma = \frac{7}{5}$



$P_B = P_C = 1$ ATM $= 1{,}013 \cdot 10^5$ Pa $\qquad V_A = V_C = 15$ L $= 0.015$ m^3

$$PV = nRT \begin{cases} T_A = \frac{P_A V_A}{nR} = 366\,K \\ T_C = \frac{P_C V_C}{nR} = 91\,K \end{cases}$$

a) CA:

$W = 0 \qquad Q_{CA} = n c_V \Delta T = 5R(T_A - T_C) = 11{,}4\,KJ > 0$ ASSORBE

BC:

$\Delta U_{BC} = n c_V \Delta T = 5R(T_C - T_B) = -6440$ J

$Q_{BC} = n c_p \Delta T = 7R(T_C - T_B) = -9016\,J < 0$ CEDE

$\Delta U = Q - W \rightarrow W = Q - \Delta U = -2576$ J

AB:

$$T^\gamma p^{1-\gamma} = cost \rightarrow T_B^\gamma p_B^{1-\gamma} = T_A^\gamma p_A^{1-\gamma} \rightarrow T_B^\gamma = T_A^\gamma \left(\frac{p_A}{p_B}\right)^{1-\gamma} \rightarrow$$

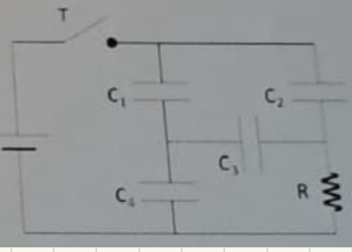
$$\rightarrow T_B = T_A \left(\frac{p_A}{p_B}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = 246\,K$$

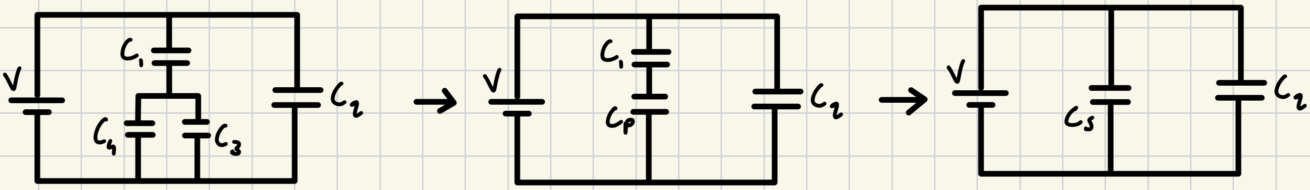
$Q = 0 \qquad \Delta U = W = n c_V \Delta T = 5R(T_B - T_A) = -4986$ J

b)

$$\eta = 1 - \frac{Q_{CED}}{Q_{ASS}} = 1 - \frac{9016}{11400} = 0{,}2 = 20\%$$

.4. Il circuito schematizzato in figura è costituito da una resistenza R e quattro condensatori di capacità $_1, C_2, C_3$ e C_4 inizialmente scarichi. Successivamente, viene chiuso nterruttore T. Si calcolino, a regime, i valori Q_1, Q_2, Q_3 e Q_4 della rica accumulata su ciascun condensatore. $[C_1, C_2, C_3$ e $C_4 = 10nF$; V V].





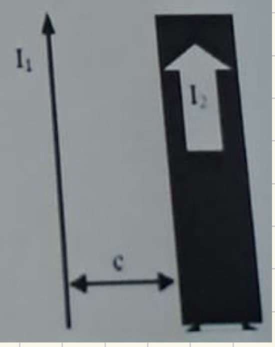
$$C = \frac{q}{\Delta V}$$

$$C_p = C_3 + C_4 \qquad C_s = \frac{C_1 C_p}{C_1 + C_p} = \frac{(C_3 + C_4)C_1}{C_3 + C_4 + C_1} \qquad Q_2 = C_2 V$$

$$Q_s = Q_p = Q_1 = C_s V = \frac{(C_3 + C_4)C_1}{C_3 + C_4 + C_1} V \ , \quad V_p = \frac{Q_p}{C_p} = \frac{(C_3 + C_4)C_1}{C_3 + C_4 + C_1} V \frac{1}{C_3 + C_4} = \frac{C_1}{C_3 + C_4 + C_1} V$$

$$Q_3 = C_3 V_p = \frac{C_1 C_3}{C_3 + C_4 + C_1} V \ , \quad Q_4 = C_4 V_p = \frac{C_1 C_4}{C_3 + C_4 + C_1} V$$

Un sottile nastro conduttore, rettilineo, molto lungo è percorso uniformemente dalla corrente I_2. ettilineo anch'esso molto lungo, parallelo al nastro, è percorso da una corrente I1 equiversa ad minare la corrente I_1 in modo da avere campo B nullo alla distanza c/2 dal filo (punto tra nast $[I_2 = 1A$, c=1 m, L=1 cm].



$$dB_0 = \frac{\mu_0 dI}{2\pi x} = \frac{\mu_0 I dx}{2\pi x L} \qquad \vec{B}_1\left(\frac{c}{2}\right) = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi\left(\frac{c}{2}\right)}$$

$$\vec{B}_2\left(\frac{c}{2}\right) = \int dB_0 = \frac{\mu_0 I}{2\pi L} \int_{c/2}^{\frac{c}{2}+L} \frac{1}{x} dx = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi L} \ln\left(\frac{\frac{c}{2} + L}{\frac{c}{2}}\right)$$

$$\vec{B}_1 = \vec{B}_2 \rightarrow I_1 = \frac{2 I_2}{cL} \ln\left(\frac{c + 2L}{c}\right)$$