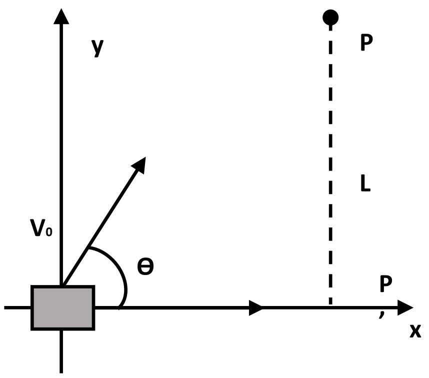
Università degli Studi di Roma “La Sapienza”

FISICA

Ingegneria Informatica e Automatica1

19.03.2021-A.A. 2020-2021 (12 CFU) C.Sibilia/G.D’Alessandro

N.1. Un’automobile si muove sul piano orizzontale (x, y) con velocità $\boldsymbol{v}$ costante lungo l’asse x. Viene lanciato orizzontalmente un oggetto dall’automobile, con velocità $\boldsymbol{v_0}$ formante un angolo θ con la velocità della stessa. A che distanza d dal punto P' posto lungo l’asse x deve essere effettuato il lancio per colpire il bersaglio posto nel punto P a distanza L dall’asse x? Si consideri $v = 5\,m/s,\ v_0 = 3\,m/s,\ \theta = 60^{\circ}$ e $L = 3\,m$.



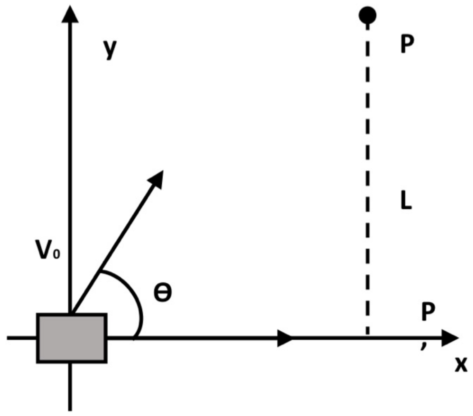
N.2. Una massa $m = 20\ g$ urta in modo totalmente anelastico un pendolo semplice di massa $M = 100\ g$. Dopo l’urto, il pendolo oscilla raggiungendo un’altezza massima $h_{max} = 10\ cm$ rispetto alla quota di partenza. Si determini la velocità iniziale v_0 della massa m prima dell’urto.

N.3. Una mole di gas biatomico alla temperatura di $0^{\circ}C$ si trova in un cilindro chiuso da un pistone libero di muoversi. Ad un certo istante il cilindro viene posto in contatto termico con una sorgente alla temperatura di $100^{\circ}\ C$. Di conseguenza il gas si espande mantenendo costante la sua pressione fino a raggiungere la temperatura della sorgente. Si calcoli la variazione di entropia del gas, della sorgente e dell’intero sistema gas più sorgente.

N.4. Le armature di un condensatore cilindrico sono due porzioni di superfice cilindriche coassiali, una di raggio R1 e l’altra di raggio R2 > R1. La lunghezza ’d’ del condensatore si suppone essere molto maggiore della distanza ’h’ fra le armature. Calcolare il campo elettrico e la differenza di potenziale all’interno del condensatore sapendo che la densità di carica, per unità di lunghezza, con il quale `e stato caricato `e pari a λ. Calcolare, infine, la capacità del condensatore.

N.5 Un condensatore piano ha armature circolari di raggio R. È collegato ad un generatore che crea tra le armature un campo elettrico $E(t) = E_0 t$. Calcolare il campo magnetico all’interno del condensatore in funzione della distanza con l’asse delle armature.

N.1. Un'automobile si muove sul piano orizzontale (x, y) con velocità $\boldsymbol{v}$ costante lungo l'asse x. Viene lanciato orizzontalmente un oggetto dall'automobile, con velocità $\boldsymbol{v_0}$ formante un angolo θ con la velocità della stessa. A che distanza d dal punto P' posto lungo l'asse x deve essere effettuato il lancio per colpire il bersaglio posto nel punto P a distanza L dall'asse x? Si consideri $v = 5\, m/s,\ v_0 = 3\, m/s,\ \theta = 60^{\circ}$ e $L = 3\, m$.



$$\begin{cases} x(\tau) = v_0 \tau \cos\alpha + v\tau = d & \rightarrow \boxed{d = (v_0 \cos\alpha + v)\tau = 7{,}5\ m} \\ y(\tau) = v_0 \tau \sin\alpha = L & \rightarrow \tau = \dfrac{L}{v_0 \sin\alpha} \end{cases}$$

N.2. Una massa $m = 20\ g$ urta in modo totalmente anelastico un pendolo semplice di massa $M = 100\ g$. Dopo l'urto, il pendolo oscilla raggiungendo un'altezza massima $h_{max} = 10\ cm$ rispetto alla quota di partenza. Si determini la velocità iniziale v_0 della massa m prima dell'urto.

SI CONSERVA q. DI MOTO: $m v_0 = (m+M) v \rightarrow v = \dfrac{m}{m+M} v_0$

$$\frac{1}{2}(m+M)v^2 = (m+M)gh$$

$$\frac{1}{2}\frac{m^2}{m+M} v_0^2 = (m+M)gh \nearrow \boxed{v_0 = \sqrt{\left(\frac{m+M}{m}\right)^2 \cdot 2gh} = 8{,}4\ m/s}$$

N.3. Una mole di gas biatomico alla temperatura di $0^{\circ}C$ si trova in un cilindro chiuso da un pistone libero di muoversi. Ad un certo istante il cilindro viene posto in contatto termico con una sorgente alla temperatura di $100^{\circ}\ C$. Di conseguenza il gas si espande mantenendo costante la sua pressione fino a raggiungere la temperatura della sorgente. Si calcoli la variazione di entropia del gas, della sorgente e dell'intero sistema gas più sorgente.

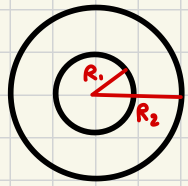
$n = 1\ mol \quad c_v = \frac{5}{2}R \quad c_p = \frac{7}{2}R \quad \gamma = 7/5 \qquad T_1 = 273{,}15\,K \qquad T_2 = T_S = 373{,}15\,K$

$$\Delta S_1 = \int_{T_1}^{T_2} \frac{\delta Q}{T} = n c_p \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) = \boxed{9{,}07\ J/K}$$

$$\Delta S_2 = -\frac{n c_p (T_S - T_1)}{T_S} = \boxed{-7{,}79\ J/K}$$

$$\boxed{\Delta S_{TOT} = \Delta S_1 + \Delta S_2 = 1{,}27\ J/K} \qquad \Delta S_{SIST} > 0 \quad \text{IRREVERSIBILE}$$

N.4. Le armature di un condensatore cilindrico sono due porzioni di superfice cilindriche coassiali, una di raggio R1 e l'altra di raggio R2 > R1. La lunghezza 'd' del condensatore si suppone essere molto maggiore della distanza 'h' fra le armature. Calcolare il campo elettrico e la differenza di potenziale all'interno del condensatore sapendo che la densità di carica, per unità di lunghezza, con il quale `e stato caricato `e pari a λ. Calcolare, infine, la capacità del condensatore.



a) $R_1 < r < R_2$:

$$q = \lambda h \qquad 2\pi r h \cdot E(r) = \frac{q}{\varepsilon_0} \rightarrow E(r) = \frac{\lambda}{2\pi r \varepsilon_0}$$

b) $$\Delta V = -\int_{R_1}^{R_2} E(r)\cdot dr = -\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\int_{R_1}^{R_2}\frac{1}{r}\,dr = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)$$

c) $$C = \frac{q}{\Delta V} = \frac{\lambda d}{\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)} = \frac{2\pi\varepsilon_0 d}{\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)}$$

N.5 Un condensatore piano ha armature circolari di raggio R. È collegato ad un generatore che crea tra le armature un campo elettrico $E(t) = E_0 t$. Calcolare il campo magnetico all'interno del condensatore in funzione della distanza con l'asse delle armature.

USIAMO LA LEGGE DI AMPERE-MAXWELL:

$$\oint B\cdot ds = \mu_0\left(i + \varepsilon_0\frac{d\Phi E}{dt}\right)$$

$i = 0$ PERCHÈ ABBIAMO SOLO i_s

$$\Phi E = E(t)\cdot A = E_0\pi r^2 t \rightarrow \frac{d\Phi E}{dt} = E_0\pi r^2$$

$$B\cdot 2\pi r = \mu_0\varepsilon_0 E_0\pi r^2 \rightarrow B = \frac{\mu_0\varepsilon_0 E_0 r}{2}$$

Università degli Studi di Roma "La Sapienza"

FISICA

Ingegneria Informatica e Automatica1

19.03.2021-A.A. 2020-2021 (12 CFU) C.Sibilia/G.D'Alessandro

Ingegneria Informatica e Automatica1

19.03.2021-A.A. 2020-2021 (12 CFU) C.Sibilia/G.D'Alessandro

SOLUZIONI

N.1. *Consideriamo un sistema di riferimento fisso con origine nel punto occupato dall'automobile all'istante del lancio dell'oggetto* $(t = 0)$ *ed assi orientati rispettivamente nella direzione di avanzamento dell'automobile e nella direzione ortogonale al moto, nel piano orizzontale. In tale sistema di riferimento le coordinate dell'oggetto in funzione del tempo sono:*

$$\begin{cases} x\,(t) = (v + v_0 \cos\theta)\; t \\ y\,(t) = (v_0 \sin\theta)\; t \end{cases}$$

L'oggetto colpirà il bersaglio posto nel punto P *solo se verrà lanciato ad una distanza* d *dal punto* P' *tale che esista poi un tempo* t^* *per il quale oggetto e bersaglio abbiano le stesse coordinate, per cui le condizioni da imporre sono:*

$$\begin{cases} x(t^*) = d \\ y(t^*) = L \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (v + v_0 \cos\theta)t^* = d \\ (v_0 \sin\theta)t^* = L \end{cases} \Rightarrow\ d = L\frac{(v + v_0\cos\theta)}{(v_0 \sin\theta)} = 7.5\ m$$

N.2. *Nell'urto totalmente anelastico che si verifica tra le due masse, si conserva la quantità di moto del sistema, per cui:*

$$mv_0 = (m + M)V \quad \Rightarrow \quad V = \frac{mv_0}{(m + M)}$$

Nella fase successiva, l'insieme delle due masse si muove sotto l'azione di forze che compiono lavoro nullo (tensione della fune) oppure sono conservative (forza peso). Possiamo quindi imporre la conservazione dell'energia meccanica:

$$\frac{1}{2}(m + M)V^2 = (m + M)gh_{max}$$

Sostituendo l'espressione di V *ed esplicitando rispetto all'incognita* v_0*, si ottiene infine:*

$$v_0 = \left(\frac{M+m}{m}\right)\sqrt{2gh_{max}} = 8.4\ m/s$$

N.3. *Il calcolo della variazione di entropia del gas può essere effettuato attraverso un'isobara reversibile, per la quale* $\delta Q = nc_p dT$ *e quindi:*

$$\Delta S_{gas} = nc_p \ln\left(T_{fin}/T_{in}\right) = +9.1\ J/K$$

Per la sorgente abbiamo:

$$\Delta S_{sorg} = \frac{Q_{sorg}}{T_{fin}} = -\frac{Q_{gas}}{T_{fin}} = -nc_p \frac{\left(T_{fin} - T_{in}\right)}{T_{fin}} = -7.8\ J/K$$

ed infine:

$$\Delta S_{tot} = \Delta S_{gas} + \Delta S_{sorg} = +1.28\ J/K$$

che è positiva come ci si doveva aspettare trattandosi di una trasformazione irreversibile.

SOLUZIONE N.4

Per calcolare il campo all'interno delle armature applichiamo il teorema di Gauss su un superficie cilindirica di raggio $R_1 < r < R_2$:

$$\Phi(E) = 2\pi r h E = \frac{q}{\epsilon_0} = \frac{\lambda h}{\epsilon_0}$$

quindi otteniamo:

$$E(r) = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r} u_r$$

Integriamo il campo fra i due esrtemi per trovare la differenza di potenziale:

$$V1 - V2 = \int_{R_1}^{R_2} E \cdot dr = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln\frac{R_2}{R_1}$$

Usiamo la definizione di capacità:

$$C = \frac{q}{V_1 - V_2} = \frac{2\pi\epsilon_0 d}{\ln\frac{R_2}{R_1}}$$

SOLUZIONE N.5

Utilizziamo la legge di Ampere-Maxwell per calcolare il campo magnetico:

$$\oint B \cdot ds = \mu_0 (i + \epsilon_0 \frac{d\Phi(E)}{dt}) = \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\phi(E)}{dt}$$

il flusso del campo elettrico sulla circonferenza di raggio r è:

$$\frac{d\Phi(E)}{dt} = \pi r^2 \frac{dE}{dt}$$

quindi:

$$2\pi r B = \epsilon_0 \mu_0 \pi r^2 \frac{dE}{dt}$$

$$B(r) = \frac{1}{2}\epsilon_0 \mu_0 r \frac{dE}{dt} = \frac{1}{2}\epsilon_0 \mu_0 r E_0$$