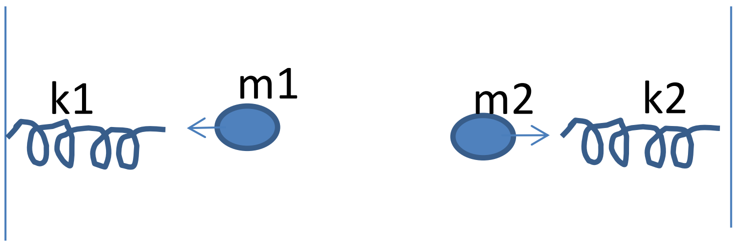
Università degli Studi di Roma "La Sapienza"

Fisica Ingegneria Informatica e Automatica1

09.07.2021-A.A. 2020-2021 (12 CFU) C.Sibilia/G.D'Alessandro

N.1. Un'automobile percorre una curva di raggio R alla massima velocità v_m permessa dal coefficiente di attrito dinamico μ lungo la curva. Finita la curva l'automobile percorre un tratto rettilineo frenando. Determinare l'accelerazione a_0 per fermarsi ad una distanza D dalla fine della curva (R= 90 m, μ=0.75, D=150 m).

N.2. Una massa M posta tra due molle di costanti elastiche K1 e K2 esplode in due frammenti di massa m1 ed m2 che vanno ad urtare in modo totalmente anelastico le due molle come mostrato in figura. Sapendo che le due masse compiono moti armonici aventi la stessa ampiezza A, calcolare il rapporto $\omega 1/\omega 2$ delle pulsazioni dei due moti armonici. Eseguire i calcoli per K2= 2N/m,m1=50 g, m2=100 g.

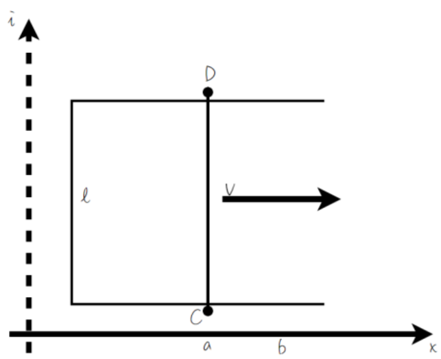


N.3. Un contenitore adiabatico è riempito con una massa m_A= 100 g di acqua ad una temperatura di T_A= 4°C. Ad un certo istante nell'acqua viene inserito un cubetto di ghiaccio di massa m_G= 50 g ad una temperatura di T_G= 0°C. Determinare quanto ghiaccio rimane all' equilibrio e quale è la variazione di entropia del sistema. Il calore latente di fusione vale λG= 80 cal/g.

N.4. Una corrente stazionaria 'I' scorre con densità uniforme in un cilindro, infinitamente lungo e di raggio 'R'. Calcolare l'espressione del campo magnetico B in funzione della distanza dall'asse del cilindro e disegnarlo in un grafico 'B' vs. 'r'.

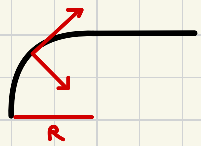
N.5 Un filo rettilineo (disegnato tratteggiato nella figura) è percorso da corrente 'i'. Un circuito a forma di U è disposto come da disegno in un piano che contiene il circuito e il filo. Il circuito ha una resistenza 'R' e il lato CD è tenuto a velocità costante 'v' da una forza esterna. Trascurando l'autoinduzione del circuito su se stesso, calcolare:

- la corrente indotta (modulo e verso di percorrenza)
- il lavoro fatto dalla forza esterna sul tratto x=a, x=b.



N.1. Un'automobile percorre una curva di raggio R alla massima velocità v_m permessa dal coefficiente di attrito dinamico μ lungo la curva. Finita la curva l'automobile percorre un tratto rettilineo frenando. Determinare l'accelerazione a_0 per fermarsi ad una distanza D dalla fine della curva (R= 90 m, μ=0.75, D=150 m).

IN CURVA:

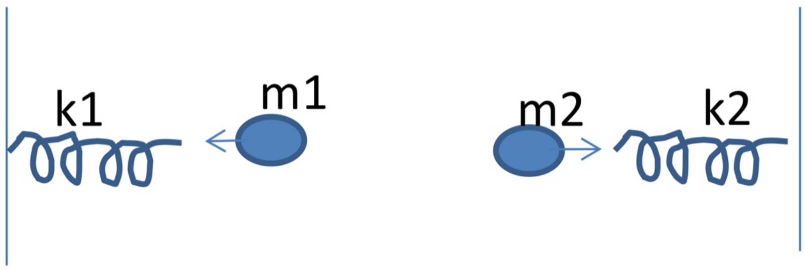


$$F_c = F_A \rightarrow m\frac{v^2}{R} = \mu m g \rightarrow v = \sqrt{\mu R g} = 25{,}7 \ m/s$$

NEL RETTILINEO:

$$\begin{cases} v(\tau) = v_0 - a\tau = 0 \rightarrow \tau = \frac{v_0}{a} \\ x(\tau) = x_0 + v_0\tau - \frac{1}{2}a\tau^2 = D \rightarrow \frac{v_0^2}{a} - \frac{1}{2}\frac{v_0^2}{a} = D \rightarrow a = \frac{v_0^2}{2D} = 2{,}2 \ m/s^2 \end{cases}$$

N.2. Una massa M posta tra due molle di costanti elastiche K1 e K2 esplode in due frammenti di massa m1 ed m2 che vanno ad urtare in modo totalmente anelastico le due molle come mostrato in figura. Sapendo che le due masse compiono moti armonici aventi la stessa ampiezza A, calcolare il rapporto $\omega 1/\omega 2$ delle pulsazioni dei due moti armonici. Eseguire i calcoli per K2= 2N/m,m1=50 g, m2=100 g.



DURANTE L'ESPLOSIONE SI CONSERVA LA QUANTITÀ DI MOTO:

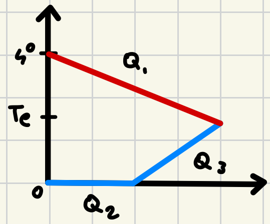
$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = 0 \rightarrow v_2 = -\frac{m_1}{m_2} v_1$$

$$\begin{cases} \frac{1}{2} m_1 v_1^2 = \frac{1}{2} K_1 A^2 \\ \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} K_2 A^2 \end{cases} \rightarrow \frac{K_1}{K_2} = \frac{m_1 v_1^2}{m_2 v_2^2} = \frac{m_2}{m_1}$$

$$w_1 = \sqrt{\frac{K_1}{m_1}} \qquad w_2 = \sqrt{\frac{K_2}{m_2}} \qquad \frac{w_1}{w_2} = \sqrt{\frac{K_1}{K_2}\frac{m_2}{m_1}} = \frac{m_2}{m_1} = 2$$

N.3. Un contenitore adiabatico è riempito con una massa m_A= 100 g di acqua ad una temperatura di T_A= 4°C. Ad un certo istante nell'acqua viene inserito un cubetto di ghiaccio di massa m_G= 50 g ad una temperatura di T_G= 0°C. Determinare quanto ghiaccio rimane all' equilibrio e quale è la variazione di entropia del sistema. Il calore latente di fusione vale λG= 80 cal/g.

$\lambda_G = 80 \cdot 4186 = 334880 \ J/Kg$



a) SE RIMANE GHIACCIO SIGNIFICA CHE $T_e = 273,15 \ K = 0°C$

$Q_A = m_A c_A |273,15 - 277,15| = 1674,72 \ J$ CALORE CHE CEDE L'ACQUA

$Q_G = m_G \lambda_G = 16744 \ J$ NECESSARIO PER FONDERE TUTTO IL GHIACCIO

$Q_A = m_{FUSO} \cdot \lambda_G \rightarrow m_{FUSO} = \frac{Q_A}{\lambda_G} = 5g \rightarrow m = m_G - m_{FUSO} = 45 \ g$

b) $\Delta S_G = \frac{m_G \lambda_G}{T_G}$ $\Delta S_A = m_a c_a \ln \frac{T_e}{T_i}$

N.4. Una corrente stazionaria 'I' scorre con densità uniforme in un cilindro, infinitamente lungo e di raggio 'R'. Calcolare l'espressione del campo magnetico B in funzione della distanza dall'asse del cilindro e disegnarlo in un grafico 'B' vs. 'r'.

$j = I/\Sigma = \frac{I}{\pi R^2}$ USIAMO AMPERE

$r<R$:

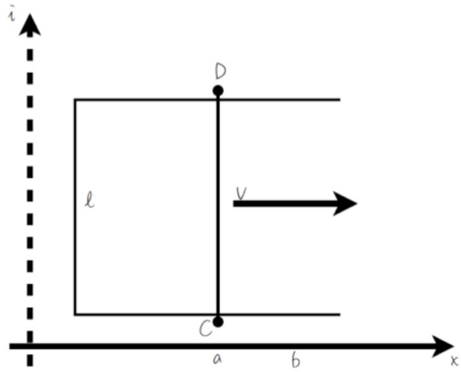
$I_1 = j \cdot \Sigma = \frac{I}{\pi R^2} \pi r^2 = \frac{I}{R^2} r^2$ $B \cdot 2\pi r = \mu_0 \frac{I}{R^2} r^2 \rightarrow B = \frac{\mu_0 I r}{2\pi R^2}$

$r>R$:

$I_2 = j \Sigma = \frac{I}{\pi R^2} \pi R^2 = I$ $B \cdot 2\pi r = \mu_0 I \rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$

N.5 Un filo rettilineo (disegnato tratteggiato nella figura) è percorso da corrente 'i'. Un circuito a forma di U è disposto come da disegno in un piano che contiene il circuito e il filo. Il circuito ha una resistenza 'R' e il lato CD è tenuto a velocità costante 'v' da una forza esterna. Trascurando l'autoinduzione del circuito su se stesso, calcolare:

- la corrente indotta (modulo e verso di percorrenza)
- il lavoro fatto dalla forza esterna sul tratto x=a, x=b.



a) $I_{IND} = \frac{\mathcal{E}}{R}$ $\qquad \mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$ $\qquad B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$

$$\Phi B = B \cdot dA = B(r)\,\ell \cdot x(t) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\ell\, x(t)$$

$$\frac{d\Phi B}{dt} = \frac{dx(t)}{dt} \cdot \frac{\mu_0 I \ell}{2\pi r} = \frac{\mu_0 I \ell}{2\pi r} v$$

$$\mathcal{E} = -\frac{\mu_0 I \ell v}{2\pi r} \qquad I_{IND} = \frac{\mu_0 I \ell v}{2R\pi r}$$

b) $P = I_{IND}^2 R$

$$W = \int_a^b P\, dr = \left(\frac{\mu_0 I \ell v}{2\pi R}\right)^2 \int_a^b \frac{1}{r^2}\, dr = \left(\frac{\mu_0 I \ell v}{2\pi R}\right)^2 \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right)$$

SOLUZIONE N.4

Sia J la densita' di corrente che scorre nel cilindro per una data distanza r dall'asse, sia ha per $r < R$:

$$i(r) = \pi r^2 J = I\frac{r^2}{R^2}$$

mentre per $r > R$:

$$i(r) = I$$

Applichiamo il teorema di Ampere per $r < R$:

$$\oint B \cdot dl = B(r) 2\pi r = \mu_0 I \frac{r}{R^2}$$

quindi:

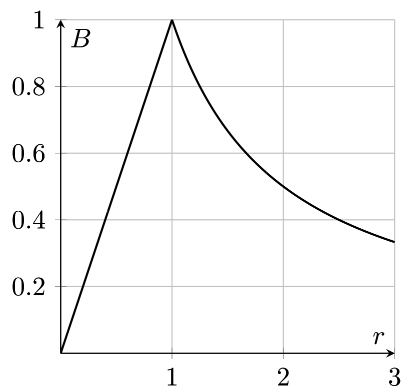
$$B(r < R) = \frac{\mu_0 I}{2\pi R^2} r$$

mentre per $r > R$:

$$\oint B \cdot dl = B(r) 2\pi r = \mu_0 I$$

quindi

$$B(r > R) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$



SOLUZIONE N.5

Il campo magnetico prodotto dal filo rettilineo percorso da corrente è, per la legge di Biot-Savart:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi x}$$

quindi la forza elettromotrice indotta nel circuito e':

$$f.e.m. = -\frac{d\Phi(B)}{dt} = -vlB = -\frac{vl\mu_0 I}{2\pi x}$$

e l'intensita' di corrente (in modulo) che circola nel circuito e':

$$i_{ind} = \frac{vl\mu_0 I}{2\pi x R}$$

Dato che il flusso magnetico concatenato con il circuito aumenta, la corrente nel circuito ruota in senso antiorario ed in particolare nel tratto CD la corrente indotta e' concorde a i. Sul tratto CD agiscono 2 forze: la forza esterna, necessaria a mantentere costante la velocita' e la forza magnetica prodotta dal campo magnetico B con la corrente i_{ind}. Dato che la velocita' del tratto CD rimane costante la somma di tali forze deve essere nulla, quindi:

$$F_{ext} = \frac{\mu_0 I l i_{ind}}{2\pi x} = (\frac{\mu_0 I l}{2\pi x})^2 \frac{v}{R}$$

quindi il lavoro sul sul tratto a-b:

$$L_{ab} = \int_a^b F_{ext} dx = (\frac{\mu_0 I l}{2\pi})^2 \frac{v}{R} \int_a^b \frac{1}{x^2} dx = (\frac{\mu_0 I l}{2\pi})^2 \frac{v}{R} \frac{b-a}{ab}$$

FISICA

Ing. Informatica

Soluzioni 9/2/2021

N1.) La Forza centripeta è legata alla forza di attrito ⇒ $F_A = \mu M g$

$$F_c = F_A \Rightarrow M \frac{v_m^2}{R} = \mu M g$$

$v_m = \sqrt{\mu g R}$ — Per il tratto rettilineo detto t^* il tempo di frenata, l'accelerazione a_0 deve essere tale da far scendere a zero la velocità;

$$0 = v_m - a_0 t^* \Rightarrow t^* = \frac{v_m}{a_0}$$

Nel tempo t^* viene percorso uno spazio D con moto uniformemente decelerato ⇒

$$D = v_m t^* - \frac{1}{2} a_0 t^{*2} = v_m \left(\frac{v_m}{a_0}\right) - \frac{1}{2} a_0 \left(\frac{v_m}{a_0}\right)^2 = \frac{v_m^2}{2 a_0}$$

$$\Rightarrow a_0 = \frac{v_m^2}{2D} = 2.2\, m/s^2$$

N.2) Nell'esplosione si conserva la quantità di moto:

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = 0 \qquad v_2 = -\frac{m_1}{m_2} v_1$$

Le 2 masse dopo aver urtato le rispettive molle in modo anelastico ⇒

$$\begin{cases} \frac{1}{2} m_1 v_1^2 = \frac{1}{2} k_1 A^2 \\ \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} k_2 A^2 \end{cases} \Rightarrow \quad \frac{k_1}{k_2} = \frac{m_1 v_1^2}{m_2 v_2^2} \Rightarrow = \frac{m_2}{m_1}$$

Ma le pulsazioni

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{k_1}{m_1}} \qquad \omega_2 = \sqrt{\frac{k_2}{m_2}} \Rightarrow$$

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \sqrt{\frac{k_1 m_1}{k_2 m_2}} = \frac{m_1}{m_2} = 2$$

N.3) La massa di ghiaccio che si scioglie è quella necessaria per portare l'acqua a $0°C$ $\Rightarrow$

$$m_A c_A (T_A - T_0) = \Delta m_G \lambda_G$$

$$\Delta m_G = \frac{m_A c_A (T_A - T_G)}{\lambda_G} = 5\,g$$

Restano quindi 45 g di ghiaccio in equilibrio $\Rightarrow$

$$\Delta S_{sist} = \Delta S_{fus} + \Delta S_{raff} = \frac{\Delta m_G \lambda_G}{T_G} + m_A c_A \ln \frac{T_G}{T_A}$$

$$= 0.01\ cal/K$$