Grundlagen der Rechnerarchitektur Blatt 4

Marco Deuscher Carolin Schindler

18. November 2019

1 Aufgabe: Negativ, Positiv: So viele Möglichkeiten

(a) 11000101010_2

vorzeichenbehaftet: -554_{10}
negative Zahl mit Betrag: $1000101010_2 \rightarrow (2 + 2^3 + 2^5 + 2^9)_{10} = 554_{10}$
b-1-Komplement: -469_{10}
negative Zahl mit Betrag: $00111010101_2 \rightarrow (1 + 2^2 + 2^4 + 2^6 + 2^7 + 2^8)_{10} = 469_{10}$
b-Komplement: -470_{10}
„b-1-Komplement -1“ : $-469_{10} - 1_{10}$

(b) 01111010_2

vorzeichenbehaftet: 122_{10}
positive Zahl mit Betrag: $1111010_2 \rightarrow (2 + 2^3 + 2^4 + 2^5 + 2^6)_{10} = 122_{10}$
b-1-Komplement: 122_{10}
positive Zahl mit Betrag: $01111010_2 \rightarrow (2 + 2^3 + 2^4 + 2^5 + 2^6)_{10} = 122_{10}$
b-Komplement: 121_{10}
„b-1-Komplement -1“ : $122_{10} - 1_{10}$

(c) 1111111_2

vorzeichenbehaftet: -63_{10}
negative Zahl mit Betrag: $111111_2 \rightarrow (1 + 2 + +2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5)_{10} = 63_{10}$
b-1-Komplement: -0_{10}
negative Zahl mit Betrag: $0000000_2 \rightarrow 0_{10}$
b-Komplement: -1_{10}
„b-1-Komplement -1“ : $-469_{10} - 1_{10}$

2 Aufgabe: Multiplikation und Division

(a)

$$
\begin{array}{ccccccccccccccc l}
1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & \cdot & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & = 10001001001010_2 \\
\hline
 & & & & & & & & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & & \\
 & & & & & & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & & & & \\
 & & & & & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & & & & & \\
 & + & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & & & & & & & & \\
 & {\scriptstyle 1} & {\scriptstyle 1} & {\scriptstyle 1} & {\scriptstyle 1} & {\scriptstyle \substack{1\\1}} & & {\scriptstyle 1} & {\scriptstyle 1} & {\scriptstyle 1} & & & & & & \\
\hline
 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 &
\end{array}
$$

(b)

$$
\begin{array}{cccccccccccccccccc l}
0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & : & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & = 1010101_2\text{Rest: } 10011_2 \\
- & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & & & & & & & & & & & & & \\
 & & {\scriptstyle 1} & {\scriptstyle 1} & & & & & & & & & & & & & & & \\
\hline
 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & & & & & & & & & & & \\
 & & - & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & & & & & & & & & & & \\
\hline
 & & & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & & & & & & & & & \\
 & & & - & & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & & & & & & & & & \\
 & & & & {\scriptstyle 1} & {\scriptstyle 1} & {\scriptstyle 1} & {\scriptstyle 1} & & & & & & & & & & & \\
\hline
 & & & & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & & & & & & & \\
 & & & & & - & & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & & & & & & & \\
 & & & & & & {\scriptstyle 1} & & {\scriptstyle 1} & {\scriptstyle 1} & & & & & & & & & \\
\hline
 & & & & & & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & & & & & & &
\end{array}
$$

3 Keine Brüche, nur Kommas

(a) $1,453125_{10} \rightarrow 000001011101$ (ohne Abschneiden)

$$0,453125 * 2 = 0,90625$$
$$0,90625 * 2 = 1,8125$$
$$0,8125 * 2 = 1,625$$
$$0,625 * 2 = 1,25$$
$$0,25 * 2 = 0,5$$
$$0,5 * 2 = 1$$

(b) $0,\overline{3}_{10} \rightarrow 0000000010101_2$ (mit Abschneiden)

$$\frac{1}{3} \cdot 2 = \frac{2}{3}$$
$$\frac{2}{3} \cdot 2 = \frac{4}{3}$$
$$\frac{1}{3} \cdot 2 = \frac{2}{3}$$
$$\frac{2}{3} \cdot 2 = \frac{4}{3}$$
$$\ldots$$

Es gibt (abgesehen von der Einführung eines Periodenzeichens: $0,\overline{3}_{10} \rightarrow 0000000\overline{01}_2$) keine Möglichkeit die Zahl als 12 Bit Festkommazahl darzustellen.

4 Multiplizieren und Dividieren, aber schnell

(a) 1001010100_2 (entspricht $\ll 1_{10}$)

(b) 010100_2 (entspricht $\ll 2_{10}$)

(c) 000000000001_2 (entspricht $\gg 9_{10}$)

(d) 0000000000001010_2 (entspricht $\gg 3_{10}$)
Interpretation als Festkommazahl mit 8 Bit vor und 8 Bit nach dem Komma
$\rightarrow (2^{-7} + 2^{-5})_{10} = 0,0390625_{10}$

5 Binär und doch Dezimal

(a) $377_{10} \rightarrow 001101110111_{BCD}$

$$3_{10} \rightarrow 0011_2$$
$$7_{10} \rightarrow 0111_2$$

(b) $17_{10} + 13_{10} \rightarrow 00110000_{BCD} \rightarrow 30_{10}$

$$17_{10} \rightarrow 00010111_{BCD}$$
$$13_{10} \rightarrow 00010011_{BCD}$$

$$\begin{array}{ccccccccc l}
 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & \\
+ & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & \\
 & & & \scriptstyle 1 & & \scriptstyle 1 & \scriptstyle 1 & \scriptstyle 1 & & \\
\hline
 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & \text{1010 Pseudotetrade} \\
+ & & & & & 0 & 1 & 1 & 0 & \rightarrow +6_{10} \\
 & & & & \scriptstyle 1 & \scriptstyle 1 & \scriptstyle 1 & & & \\
\hline
 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 &
\end{array}$$

(c) $110_{10} + 99_{10} \rightarrow 001000001001_{BCD} \rightarrow 209_{10}$

$$110_{10} \rightarrow 000100010000_{BCD}$$
$$99_{10} \rightarrow 10011001_{BCD}$$

$$\begin{array}{ccccccccccccc l}
 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \\
+ & & & & & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & \\
 & & & & & & & \scriptstyle 1 & & & & & & \\
\hline
 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & \text{1010 Pseudotetrade} \\
+ & & & & & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \rightarrow +60_{10} \\
 & & & & \scriptstyle 1 & \scriptstyle 1 & \scriptstyle 1 & & & & & & & \\
\hline
 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 &
\end{array}$$

(d) $3_{10} \cdot 4_{10} \rightarrow 00010010_{BCD} \rightarrow 12_{10}$

$$3_{10} \rightarrow 0011_{BCD}$$
$$4_{10} \rightarrow 0100_{BCD}$$

$$\begin{array}{cccccccccc}
 & 0 & 0 & 1 & 1 & \cdot & 0 & 1 & 0 & 0 & \\
\hline
 & & & & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & \text{1100 Pseudotetrade} \\
 & & & + & & & 0 & 1 & 1 & 0 & \rightarrow +6_{10} \\
 & & & & & {\scriptstyle 1} & {\scriptstyle 1} & & & & \\
\hline
 & & & & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 &
\end{array}$$

6 Was passiert hier?

(a) $0101110_2 + 0110111_2 = 1100101_2$

$$\begin{array}{cccccccc}
 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\
+ & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\
 & {\scriptstyle 1} & {\scriptstyle 1} & {\scriptstyle 1} & {\scriptstyle 1} & {\scriptstyle 1} & & \\
\hline
 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1
\end{array}$$

→ ein Bit fehlt, um das Ergebnis korrekt darzustellen (Ergebnis muss positiv sein, hier wäre es negativ).

(b) $1011111_2 - 0110111_2 = 1011111_2 + 1001000_2 = 0100111_2$

$$\begin{array}{cccccccc}
 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\
+ & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
{\scriptstyle 1} & & {\scriptstyle 1} & {\scriptstyle 1} & & & & \\
\hline
 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1
\end{array}$$

→ Überlauf bei Addition

7 Knobelaufgabe

Es gibt Zahlen, die im Dezimalsystem weder irrational noch periodisch sind und im Dualsystem nicht durch eine endliche Anzahl an Stellend darstellbar sind. Ein Beispiel hierfür ist die Zahl $0,1_{10} \rightarrow 0,0\overline{0011}_2$:

$$0,1 \cdot 2 = 0,2$$
$$0,2 \cdot 2 = 0,4$$
$$0,4 \cdot 2 = 0,8$$
$$0,8 \cdot 2 = 1,6$$
$$0,6 \cdot 2 = 1,2$$
$$0,2 \cdot 2 = 0,4$$
$$\ldots$$