

Componenti fortemente connesse di grafi

Marco Benelli

Settembre 2019

1 Introduzione

L'obiettivo è misurare la velocità e la complessità dell'algoritmo per trovare le componenti fortemente connesse di un grafo e verificare che queste siano coerenti con i risultati teorici.

2 Teoria

L'algoritmo ha un costo asintotico del tipo $\Theta(V + E) = O(V^2)$ poiché $E = O(V^2)$.

3 Prestazioni attese

Le complessità di cui si è parlato nella sezione precedente sono da intendersi come asintotiche. I tempi di esecuzione possono avere un andamento diverso per grafi piccoli. Quello che speriamo è che raggiungano un andamento simile a quello teorico anche per grafi relativamente piccoli.

4 Esperimenti

Verranno svolti due esperimenti: uno su grafi che hanno un numero di archi pari al numero di vertici ($E = V = \Theta(V)$) e uno su grafi che hanno un numero di archi pari alla metà del massimo possibile ($E = \frac{V^2}{2} = \Theta(V^2)$). Gli esperimenti verranno condotti su grafi di grandezza sempre crescente (ogni volta la grandezza viene raddoppiata) finché il tempo di esecuzione non supera i 256 secondi. Per ogni numero di nodi e per ogni numero di archi vengono condotti 16 test e viene fatta la media fra i loro tempi di esecuzione.

5 Codice

Il codice è diviso in tre sezioni: le classi che implementano i grafi e i loro metodi (queste sono semplicemente delle traduzioni in Python dello pseudo codice visto a lezione), le funzioni che implementano i test e le funzioni che disegnano i grafici.

Per misurare i tempi di esecuzione si usa la funzione default timer dal modulo `timeit` della libreria standard di Python.

Per quanto riguarda i grafici, si usa la libreria `matplotlib`, nello specifico il modulo `pyplot`. I vettori che vengono dati alla funzione `plot` sono il vettore delle grandezze dei grafi (come vettore delle x) e il vettore dei tempi di esecuzione (come vettore delle y) per ogni test. Oltre a queste due curve, vengono anche disegnate altre due curve che indicano l'andamento predetto dalla teoria per confrontarlo con l'andamento sperimentale.

6 Risultati sperimentali

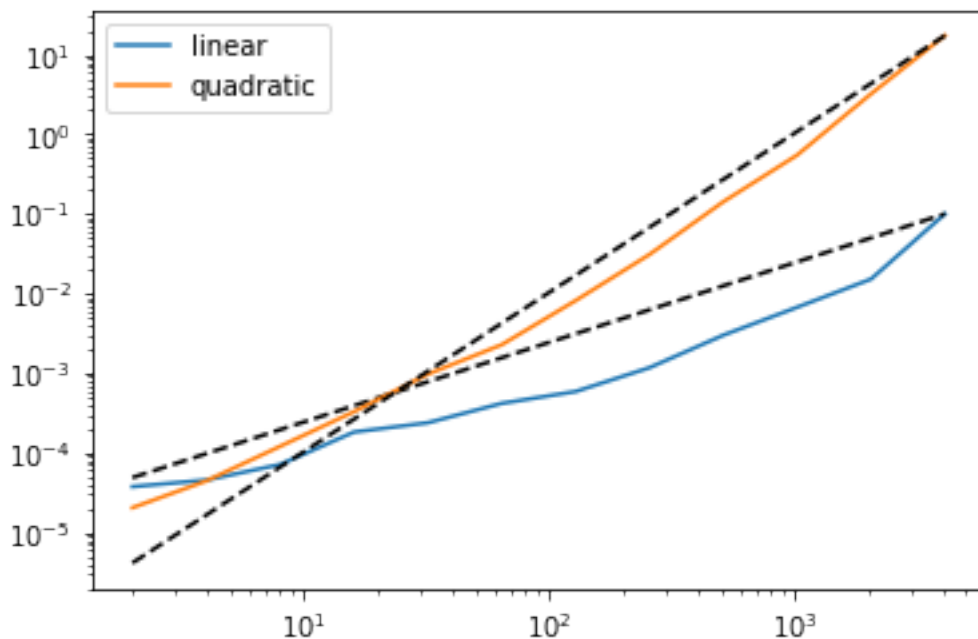


Figure 1: I risultati del test

Nella figura 1 possiamo vedere che i risultati sperimentali sono in linea con le predizioni teoriche visto che le linee colorate si sovrappongono a quelle tratteggiate. È importante notare che il grafico è in scala logaritmica, in modo che complessità lineari e complessità quadratiche possano essere rappresentate con rette. Le linee tratteggiate indicano l'andamento teorico e sono ottenute moltiplicando la funzione teorica per un coefficiente opportuno. Questo coefficiente si trova imponendo che la linea tratteggiata e quella colorata abbiano in comune l'ultimo punto.

Questi risultati ci portano a concludere che per sfruttare al meglio la velocità della depth-first search (e quindi dell'algoritmo per trovare le componenti fortemente connesse) è importante (specialmente nei grafi con pochi archi) implementare il grafo tramite liste di adiacenza, altrimenti la complessità diventerebbe $\Theta(V^2)$.