Parâmetros do Sinal Alternado

- **VALOR MÉDIO DE TENSÃO E CORRENTE DE SINAL PERIÓDICO**
- Exemplificação 1:
  - Considera-se um gráfico v = f(t) e deslocamentos:

$$S_1 = v.t_1 \wedge S_2 = v.(t_3 - t_2)$$

  - O espaço percorrido corresponde à:

$$\boxed{S = S_1 + S_2} \rightarrow \boxed{S = v.t_1 + v.(t_3 - t_2)} \rightarrow \boxed{S = v.(t_1 + t_3 - t_2)}$$

  - É possível considerar um novo v = f(t) de modo que a velocidade tenha valor médio v_m constante de 0 a t_3.
  - Assim, o espaço percorrido corresponderia a:

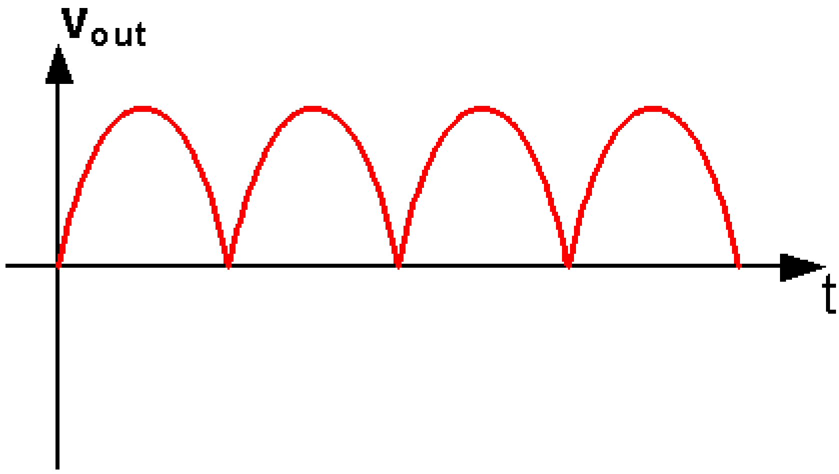
$$\boxed{S = v_m.(t_3 - 0)}$$

  - Portanto, é possível estabelecer uma relação entre v_m e v por meio de S.

$$\boxed{S = v.(t_1 + t_3 - t_2)} \wedge \boxed{S = v_m.(t_3 - 0)} \therefore$$

$$\boxed{v.(t_1 + t_3 - t_2) = v_m.(t_3 - 0)} \rightarrow \boxed{v_m = \frac{v.(t_1 + t_3 - t_2)}{(t_3 - 0)}}$$

- Esse tipo de procedimento é usual para obter valores médios de uma função periódica.
- Exemplificação 2:
  - Considere $\boxed{V(\theta) = Vp.|\sin\theta|} \wedge \boxed{V(t) = Vp.|\sin(\omega t)|}$



  - Para cálculo do valor médio, considera-se apenas um dos pulsos, podendo ser de t_1a t_2 $(t_2 - t_1 = T)$. Assim:

$$V_m = \frac{1}{T}\int_{t_1}^{t_2} V(t)\,dt$$

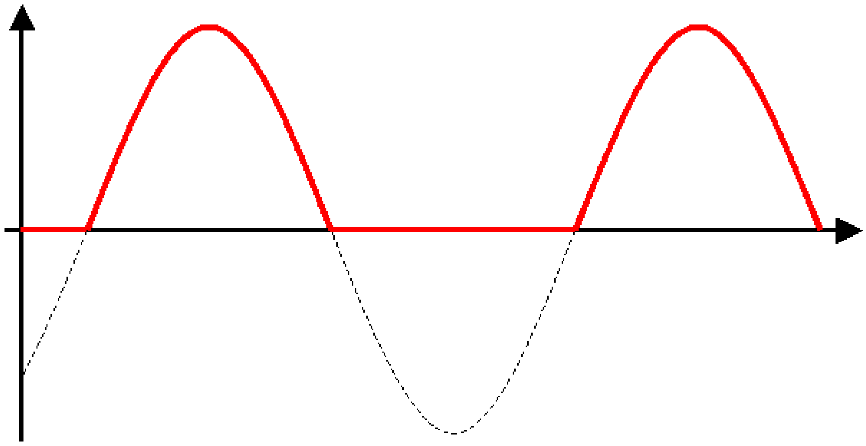
- Adotando valores reais para a função, uma seno pulsante corresponde ao seno entre 0 e π, portanto, em t_1 $\sin 0 = 0$, em t_2 $\sin \pi = 0$ e $T = \pi$:

$$\boxed{V_m = \frac{1}{\pi}\int_0^{\pi} Vp.\sin\theta\, d\theta} \rightarrow \boxed{V_m = \frac{Vp}{\pi}\int_0^{\pi} \sin\theta\, d\theta} \rightarrow \boxed{V_m = \frac{Vp}{\pi}\left[\frac{-\cos\theta}{1}\right]_0^{\pi}}$$

$$\boxed{V_m = \frac{Vp}{\pi}[-\cos\pi - (-\cos 0)]} \rightarrow \boxed{V_m = \frac{Vp}{\pi}[-(-1) - (-1)]}$$

$$\therefore \boxed{V_m = \frac{2Vp}{\pi}}$$

- É possível obter resultados para sinais pulsantes apenas positivos para $T = 2\pi$ e para uma senoide regular.



- Considerando $T = 2\pi$, o processo é o mesmo que o anterior:
  - Faz-se a integral com os mesmos limites de integração $\theta = [0\,;\,\pi]$
  - Adota novo valor do comprimento vertical $T = 2\pi$ ao invés de $T = \pi$

$$\boxed{V_m = \frac{2Vp}{T}} \wedge \boxed{T = 2\pi} \rightarrow \boxed{V_m = \frac{Vp}{\pi}}$$

- A senoide regular diverge de resultado, mas em poucas palavras, o valor de sua área positiva é o mesmo que a negativa, anulando a existência de um valor médio:

- $V_m = \frac{1}{T}\int_{t_1}^{t_2} V(t)\, dt$
- $V(t) = Vp.\sin(\omega t)$
- $V(\theta) = Vp.\sin\theta$

○ Adotando valores reais para a função correspondente ao seno entre 0 e 2π, portanto, em t_1 $\sin 0 = 0$, em t_2 $\sin 2\pi = 0$ e $T = 2\pi$.

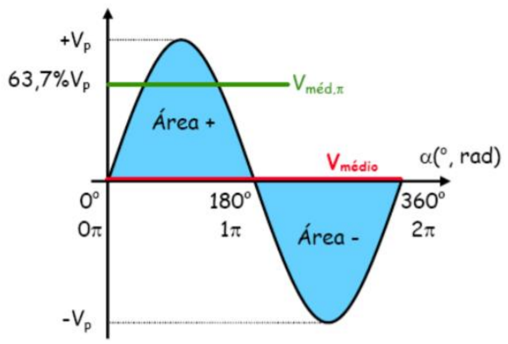
$$V_m = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} Vp.\sin\theta\, d\theta$$

$$\boxed{V_m = \frac{Vp}{2\pi}\int_0^{2\pi} \sin\theta\, d\theta} \rightarrow \boxed{V_m = \frac{Vp}{\pi}\left[\frac{-\cos\theta}{1}\right]_0^{2\pi}}$$

$$\boxed{V_m = \frac{Vp}{2\pi}[-\cos 2\pi - (-\cos 0)]} \rightarrow \boxed{V_m = \frac{Vp}{2\pi}[(-1) - (-1)]}$$

$$\therefore \boxed{V_m = 0}$$

$$V_{med} = \frac{1}{T}\cdot\int_{t_i}^{t_f} v(t).dt = \frac{1}{\omega T}\cdot\int_{\omega t_i}^{\omega t_f} v(\omega t).d\omega t = \frac{1}{2\pi}\cdot\int_0^{2\pi} V_p\cdot \text{sen}(\omega.t)\cdot d\omega t = \frac{V_p}{2\pi}\cdot\int_0^{2\pi}\text{sen}(\omega t)\cdot d\omega t =$$
$$= \frac{V_p}{2\pi}\left[-\cos(\omega t)\right]_0^{2\pi} = \frac{V_p}{2\pi}\cdot\left[-\cos(2\pi) + \cos(0)\right] = \frac{V_p}{2\pi}\cdot\left[-1+1\right] = 0$$



$$V_{med} = 0$$

○ De modo análogo, a corrente obedece aos mesmos comportamentos, seu valor médio para:

- Contínua pulsante a cada π: $I_m = \frac{2Ip}{\pi}$
- Contínua pulsante a cada 2π, de modo que $[0\ ;\ \pi]$ é $I(\theta) = Ip.\sin\theta$ e $[\pi\ ;\ 2\pi]$ é $I(\theta) = 0A$: $I_m = \frac{Ip}{\pi}$
- Corrente alternada: $I_m = 0A$

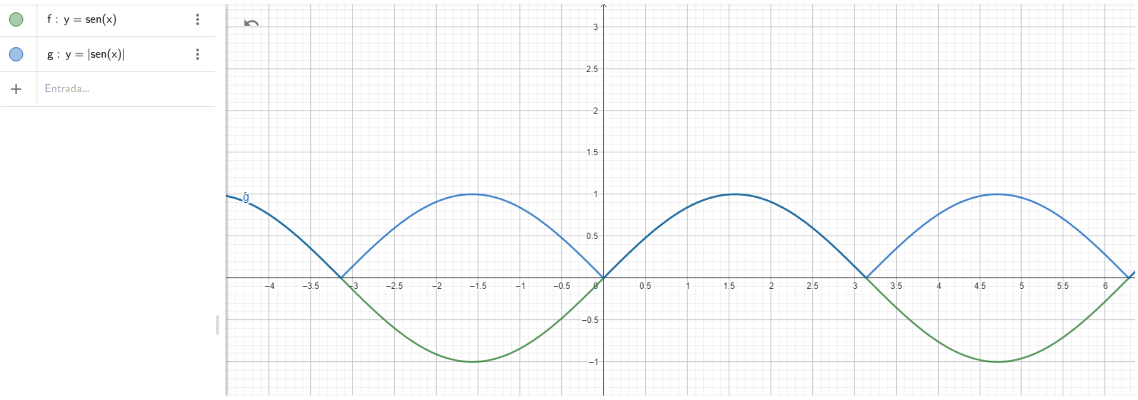
- **VALOR EFICAZ DE TENSÃO E CORRENTE DE SINAL PERIÓDICO**
- Como abordado na temática de valores médios, o valor médio de uma senoide é nulo:

$$\int_{0}^{2\pi} \sin\theta \, d\theta = 0u.a.$$

- A mesma quantidade de energia entregue para elétrons ir para um sentido é utilizada para outro sentido. A mesma quantidade de corrente elétrica que flui para uma direção, flui para a direção oposta dado um instante de tempo. O efeito prático, dado instante de tempo, é de que os valores médios são nulos. Apesar disso, um resistor conectado a uma fonte CA tem valor de dissipação:

$$P = V.I \neq 0W$$

- Efetivamente, o resistor não tem valores médios nulos de corrente e tensão, pois é um elemento passivo, corrente passando por ele ou tensão sob seus terminais são cumulativos. Assim, a polaridade de tensão ou sentido de corrente pode se anular, mas para efeitos práticos, o resistor recebe-os dobrados:



- Assim, a fonte corresponde a f(x) e o resistor g(x). A manipulação algébrica para obtenção desse resultado é a realização do **valor médio quadrático**. Assim como ocorre no desvio-padrão, para obtenção de um valor absoluto não nulo, eleva os valores ao quadrado e depois eleva ao inverso:
    - Considera $V(t)$ e calcula-se $V(t)^2$

- Calcula valor médio de $V(t)^2$, que agora não apresenta valores negativos pela propriedade do número ao quadrado: "todo número quadrático é positivo".
- A consquência direta do valor quadrático é que $V_m \neq 0V$ Após todo o processo, o valor obtido de V_m é quadrático, portanto, deve realizar $V_{rms} = \sqrt{V_m}$ (RMS é utilizado para root mean square, valor médio quadrático)
- Na prática, o sinal além de ser elevado ao quadrado, ele é transformado em contínuo pulsante. Para depois ser adotado um valor médio que finalmente terá sido elevado pelo inverso quadrático, a raiz quadrada, assim obtendo o valor RMS ou também chamado de eficaz.
- A conversão entre sistemas CA para CC se dá pela utilização desses conceitos, o valor RMS também corresponde a potência dissipada pelos elementos.
- A formulação genérica de RMS corresponde à:
- Forma discreta, coleção de sinais: $V = \{V_1, V_2, V_3, \dots, V_N\}$

$$V_{rms} = \sqrt{\frac{{V_1}^2 + {V_2}^2 + {V_3}^2 + \cdots + {V_N}^2}{N}} = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} {V_i}^2}$$

- Forma contínua para o intervalo $t_1 \leq t \leq t_2$, $t_2 - t_1 = T$:

$$V_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_{t_1}^{t_2} [V(t)]^2 \, dt}$$

- Forma contínua para todo intervalo de tempo

$$V_{rms} = \lim_{T \to \infty}\left(\sqrt{\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T} [V(t)]^2 \, dt}\right)$$

- Exemplificação 1:
  - Considere o seguinte sinal: $i(t) = Ip.\sin(\omega t)$
  - Essa corrente flui por meio de um resistor de resistência R, durante o intervalo de tempo Δt, faz com que ele dissipe uma potência elétrica P.

- Analogamente, uma corrente I flui pelo mesmo resistor no mesmo intervalo de tempo, produzindo uma mesma potência P. (Construir circuitos DC e AC ilustrando exemplo)
- Portanto, o valor efetivo de $i(t)$ (I_{rms}) corresponde a I, já que sob o mesmo resistor, produzem a mesma potência.
- Assim, a potência AC sobre o resistor, entre os intervalos t_1e t_2, é dada por:

$$P = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} [i(t)]^2 R \, dt$$

- Observação: Potência AC corresponde à: $P = I_{rms}.V_{rms}$
- Considerando $t_2 - t_1 = T$ e o valor equivalente ao circuito DC, têm-se:

$$\boxed{P = \frac{1}{T} \int_{t_1}^{t_2} [i(t)]^2 R \, dt} \wedge \boxed{P = R.I^2} \rightarrow \boxed{R.I^2 = \frac{1}{T} \int_{t_1}^{t_2} [i(t)]^2 R \, dt}$$

- Estabelecer comparativo entre os gráficos AC e DC conforme o livro na página 22. Manipulando algebricamente:

$$\boxed{R.I^2 = \frac{R}{T} \int_{t_1}^{t_2} [i(t)]^2 \, dt} \rightarrow \boxed{{I_{rms}}^2 = \frac{1}{T} \int_{t_1}^{t_2} [i(t)]^2 \, dt}$$

$$\boxed{I_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{t_1}^{t_2} [i(t)]^2 \, dt}}$$

- O mesmo ocorre com a tensão:

$$\boxed{V_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{t_1}^{t_2} [V(t)]^2 \, dt}}$$

- Exemplificando com os mesmos tipos de sinais trabalhados anteriormente: senoidal, contínua pulsante de período $T = \pi$ e contínua pulsante de período $T = 2\pi$, de modo que $[0\ ;\ \pi]$ é $V(\theta) = Vp.\sin\theta$ e $[\pi\ ;\ 2\pi]$ é $V(\theta) = 0A$.
- Senoidal
  - $\boxed{V(\theta) = Vp.\sin\theta} \wedge \boxed{V(t) = Vp.\sin\omega t}$

$$\boxed{V_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_{t_1}^{t_2} [Vp.\sin\omega t]^2\, dt}}$$

  - Substituição de variáveis $t \rightarrow \theta$

$$\boxed{V_{rms} = \sqrt{\frac{1}{2\pi}\int_{0}^{2\pi} [Vp.\sin\theta]^2\, d\theta}}$$

$$\boxed{V_{rms} = \sqrt{\frac{Vp^2}{2\pi}\int_{0}^{2\pi} \sin^2\theta\, d\theta}}$$

  - Considerar identidade: $\sin^2\theta = \frac{1-\cos 2\theta}{2}$

$$V_{rms} = \sqrt{\frac{Vp^2}{2\pi}\int_{0}^{2\pi} \frac{1-\cos 2\theta}{2} d\theta}$$

$$V_{rms} = \sqrt{\frac{Vp^2}{2\pi}\int_{0}^{2\pi} \frac{1}{2} d\theta - \int_{0}^{2\pi} \frac{\cos 2\theta}{2} d\theta}$$

  - Considerar:

$$\boxed{\int \cos x\, dx = \sin x + C} \wedge \boxed{\int a\, x^0 dx = ax^1 + C}$$

$$V_{rms} = \sqrt{\frac{Vp^2}{2\pi}\left(\left[\frac{x}{2}\right]_0^{2\pi} - \left[\frac{\sin 2x}{2}\right]_0^{2\pi}\right)}$$

$$V_{rms} = \sqrt{\frac{Vp^2}{2\pi}\left(\frac{2\pi - 0}{2} - \left[\frac{\sin 2(2\pi - 0)}{2}\right]\right)}$$

$$V_{rms} = \sqrt{\frac{Vp^2}{2\pi}\left(\frac{2\pi}{2} - \left[\frac{\sin 4\pi - \sin 0\pi}{2}\right]\right)}$$

$$\boxed{V_{rms} = \sqrt{\frac{Vp^2}{2\pi}(\pi - 0)}} \rightarrow \boxed{V_{rms} = \sqrt{\frac{Vp^2\pi}{2\pi}}}$$

$$\boxed{V_{rms} = \sqrt{\frac{Vp^2}{2}}} \rightarrow \boxed{V_{rms} = \frac{Vp}{\sqrt{2}}}$$

- Semelhantemente com a corrente eficaz:

$$\boxed{I_{rms} = \frac{Ip}{\sqrt{2}}}$$

- Contínua pulsante de período $T = \pi$
  - $\boxed{V(\theta) = Vp.\sin\theta} \wedge \boxed{V(t) = Vp.\sin\omega t}$

$$\boxed{V_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_{t_1}^{t_2} [Vp.\sin\omega t]^2\, dt}}$$

  - Substituição de variáveis $t \rightarrow \theta$

$$\boxed{V_{rms} = \sqrt{\frac{1}{\pi}\int_{0}^{\pi} [Vp.\sin\theta]^2\, d\theta}}$$

  - Considerar identidade: $\sin^2\theta = \frac{1-\cos 2\theta}{2}$

$$V_{rms} = \sqrt{\frac{Vp^2}{\pi}\int_{0}^{\pi} \frac{1-\cos 2\theta}{2}\, d\theta}$$

$$V_{rms} = \sqrt{\frac{Vp^2}{\pi}\int_{0}^{\pi} \frac{1}{2}\, d\theta - \int_{0}^{\pi} \frac{\cos 2\theta}{2}\, d\theta}$$

  - Considerar:

$$\boxed{\int \cos x\, dx = \sin x + C} \wedge \boxed{\int a\, x^0 dx = ax^1 + C}$$

$$V_{rms} = \sqrt{\frac{Vp^2}{\pi}\left(\left[\frac{x}{2}\right]_0^{\pi} - \left[\frac{\sin 2x}{2}\right]_0^{\pi}\right)}$$

$$V_{rms} = \sqrt{\frac{Vp^2}{\pi}\left(\frac{\pi - 0}{2} - \left[\frac{\sin 2(\pi - 0)}{2}\right]\right)}$$

$$V_{rms} = \sqrt{\frac{Vp^2}{\pi}\left(\frac{\pi}{2} - \left[\frac{\sin 2\pi - \sin 0\pi}{2}\right]\right)}$$

$$\boxed{V_{rms} = \sqrt{\frac{Vp^2}{\pi}\left(\frac{\pi}{2} - 0\right)}} \rightarrow \boxed{V_{rms} = \sqrt{\frac{Vp^2\pi}{2\pi}}}$$

$$\boxed{V_{rms} = \sqrt{\frac{Vp^2}{2}}} \rightarrow \boxed{V_{rms} = \frac{Vp}{\sqrt{2}}}$$

- Semelhantemente com a corrente eficaz:

$$\boxed{I_{rms} = \frac{Ip}{\sqrt{2}}}$$

- Contínua pulsante de período $T = 2\pi$, de modo que $[0\,;\,\pi]$ é $V(\theta) = Vp.\sin\theta$ e $[\pi\,;\,2\pi]$ é $V(\theta) = 0A$.
  - O procedimento é bem semelhante, a diferença ocorre entre os limites de integração (que vão de 0 a π) e o período do sinal ($T = 2\pi$).
  - $\boxed{V(\theta) = Vp.\sin\theta} \wedge \boxed{V(t) = Vp.\sin\omega t}$

$$\boxed{V_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_{t_1}^{t_2} [Vp.\sin\omega t]^2\, dt}}$$

  - Substituição de variáveis $t \rightarrow \theta$

$$\boxed{V_{rms} = \sqrt{\frac{1}{\pi}\int_{0}^{\pi} [Vp.\sin\theta]^2\, d\theta}}$$

- Considerar identidade: $\sin^2\theta = \frac{1-\cos 2\theta}{2}$

$$V_{rms} = \sqrt{\frac{Vp^2}{2\pi}\int_0^{\pi} \frac{1-\cos 2\theta}{2}\, d\theta}$$

$$V_{rms} = \sqrt{\frac{Vp^2}{2\pi}\int_0^{\pi} \frac{1}{2}\, d\theta - \int_0^{\pi} \frac{\cos 2\theta}{2}\, d\theta}$$

- Considerar:

$$\boxed{\int \cos x\, dx = \sin x + C} \wedge \boxed{\int a\, x^0 dx = ax^1 + C}$$

$$V_{rms} = \sqrt{\frac{Vp^2}{2\pi}\left(\left[\frac{x}{2}\right]_0^{\pi} - \left[\frac{\sin 2x}{2}\right]_0^{\pi}\right)}$$

$$V_{rms} = \sqrt{\frac{Vp^2}{2\pi}\left(\frac{\pi-0}{2} - \left[\frac{\sin 2(\pi-0)}{2}\right]\right)}$$

$$V_{rms} = \sqrt{\frac{Vp^2}{2\pi}\left(\frac{\pi}{2} - \left[\frac{\sin 2\pi - \sin 0\pi}{2}\right]\right)}$$

$$\boxed{V_{rms} = \sqrt{\frac{Vp^2}{2\pi}\left(\frac{\pi}{2} - 0\right)}} \rightarrow \boxed{V_{rms} = \sqrt{\frac{Vp^2\pi}{4\pi}}}$$

$$\boxed{V_{rms} = \sqrt{\frac{Vp^2}{4}}} \rightarrow \boxed{V_{rms} = \frac{Vp}{2}}$$

- Semelhantemente com a corrente eficaz:

$$\boxed{I_{rms} = \frac{Ip}{2}}$$