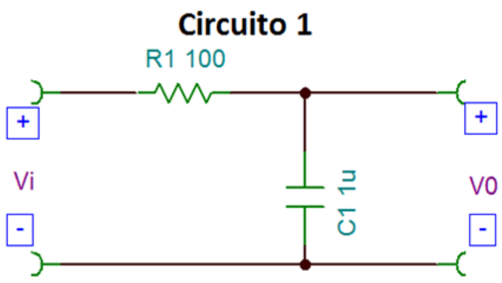
Sinais e Sistemas Lineares

Leonardo Vulczak & Marco Bockoski – 6 Período de Engenharia de Computação (UNITAU)

Resolução do Exercício 1:

1) Para o circuito a seguir, com R1 = 100 ohms e C1 = 1microF, pede-se:
   a) A equação diferencial que relaciona VO(t) com Vi(t).
   b) A função de transferência no domínio da frequência (VO(s)/Vi(s) = G(s)) que representa o processo.
   c) Simular o circuito no Scilab obter:
      c1) A resposta gráfica para uma entrada ao degrau (inserir o "print da tela").
      c2) Inserir o script do Scilab utilizado para gerar o item c1).



1) a) A expressão diferencial que relaciona $V_o(t)$ a $V_i(t)$ corresponde à:

$$V_i(t) = V_o(t) + R.C.\frac{d[V_o(t)]}{dt}$$

Considerando valores de $R = 100\Omega \wedge C = 1\mu F$ tem-se:

$$\boxed{V_i(t) = V_o(t) + 10^{-4}.\frac{d[V_o(t)]}{dt}}$$

1) b) A função de transferência é obtida por meio da transformada de Laplace, que troca o domínio da função de tempo para a frequência. Assim:

$$\mathcal{L}[V_i(t)] = \mathcal{L}\left[V_o(t) + 10^{-4}.\frac{d[V_o(t)]}{dt}\right] = \mathcal{L}[V_o(t)] + \mathcal{L}\left[10^{-4}.\frac{d[V_o(t)]}{dt}\right]$$

Já que $\mathcal{L}\left[\frac{df(t)}{dt}\right] = s.F(s)$, então:

$$V_i(s) = V_o(s) + 10^{-4}s.V_o(s) = V_o(s)(1 + s.10^{-4})$$

$$\frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{1}{(1 + s.10^{-4})}$$

Melhorando a representação de modo canônico (coeficiente de s igual a 1) e adotando a notação de função de transferência($G(s)$):

$$G(s) = \frac{1}{\tau}\frac{1}{(\frac{1}{\tau} + s)} \therefore \boxed{G(s) = \frac{10^4}{(10^4 + s)}}$$

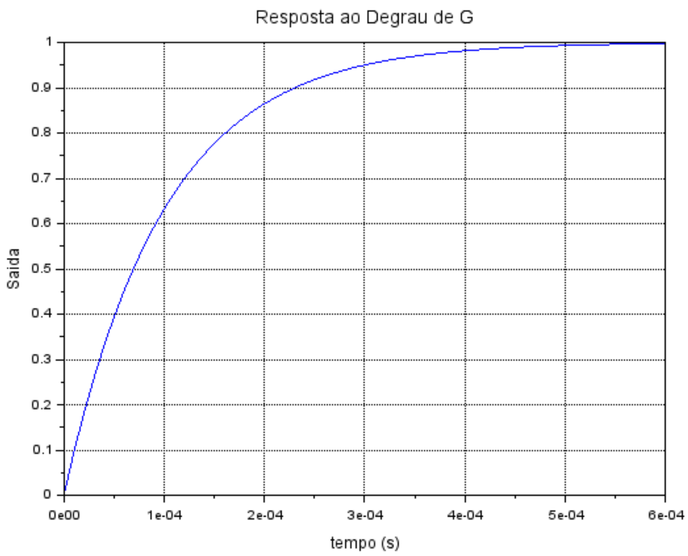
1) c1) A resposta gráfica do sistema ao degrau corresponde a uma curva obtida pela subtração do valor do degrau com uma relação exponencial e^{τ}/t, assim:

$$saída = \ degrau.(1 - e^{\tau}/t)$$

Se $t \to \infty$, então $e^{\tau}/t \to 0$, logo: $saída = \ degrau$

Por convenção, considera-se Se $t \to 5\tau$, então $saída = \ degrau$.

Assim, adquire-se:



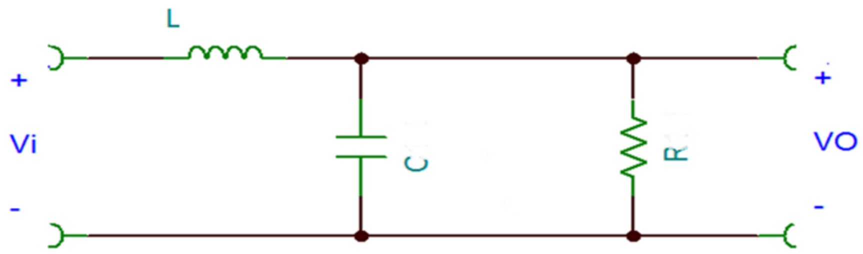
1) c2) Obtida pelo script:

```
1  clc
2  s = %s;
3  disp("Circuito RC")
4  C = 1e-6;//C = 1uF
5  R = 100;//R = 100ohms
6  Tau = R*C;
7  disp("A contante de tempo é:",Tau)
8  G = syslin('c',(1/(R*C)),(s + (1/(R*C))));
9  disp ("G1 no formato polinomial canônico:")
10 disp ("G1(s)=  ",G)
11 t = 0:0.00001:0.0006;
12 y1 = csim('step',t,G);
13 plot(t,y1)
14 xgrid()
15 xtitle('Resposta ao Degrau de G','tempo (s)','Saida')
```

Justamente por conhecer que a saída atinge o valor do degrau em 5τ que adicionou $+0{,}1ms$ no limite superior do intervalo de t na linha 11.

Resolução do Exercício 2:

2) Para o processo a seguir, com L1 = 1mH, C1 = 1uF e R1 = 15 Ohms, pede-se:



a) A equação diferencial que relaciona VO(t) com Vi(t).
b) A função de transferência no domínio da frequência (VO(s)/Vi(s) = G(s)) que representa o processo.
c) Simular o circuito no Scilab obter:
  c1) A resposta gráfica para uma entrada ao degrau (inserir o "print da tela").
  c2) Inserir o script do Scilab utilizado para gerar o item c1).

2) a) A expressão diferencial que relaciona $V_o(t)$ a $V_i(t)$ corresponde à:

$$V_i(t) = V_o(t) + \frac{L}{R}\frac{d[V_o(t)]}{dt} + L.C.\frac{d^2[V_o(t)]}{dt^2}$$

Considerando valores de $R = 15\Omega \wedge C = 1\mu F \wedge L = 1mH$ tem-se:

$$V_i(t) = V_o(t) + 6{,}7.10^{-5}.\frac{d[V_o(t)]}{dt} + 10^{-9}.\frac{d^2[V_o(t)]}{dt^2}$$

2) b) A função de transferência é obtida por meio da transformada de Laplace, que troca o domínio da função de tempo para a frequência. Assim:

$$\mathcal{L}[V_i(t)] = \mathcal{L}[V_o(t)] + \mathcal{L}\left[\frac{L}{R}.\frac{d[V_o(t)]}{dt}\right] + \mathcal{L}\left[L.C.\frac{d^2[V_o(t)]}{dt^2}\right]$$

$$V_i(s) = V_o(s) + \frac{L}{R}V_o(s).s + L.C.V_o(s).s^2$$

$$\frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{1}{1 + \frac{L}{R}.s + L.C.s^2}$$

Na forma canônica:

$$G(s) = \frac{{}^{1}/_{L.C}}{\frac{1}{L.C} + \frac{1}{R.C}.s + s^2} \therefore \boxed{G(s) = \frac{10^9}{10^9 + 6{,}7.10^3.s + s^2}}$$

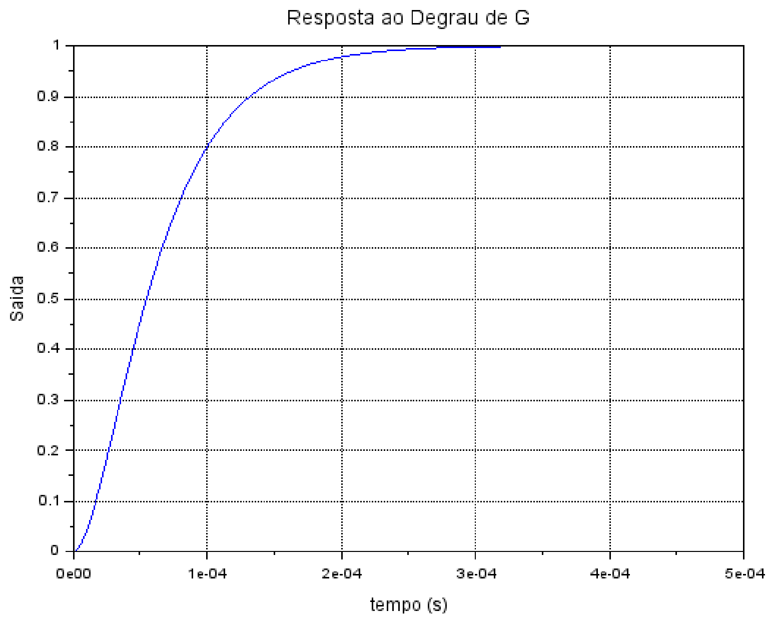
Na forma de polos (obtido pelo processamento no SciLab):

$$G(s) = \frac{{}^{1}/_{L.C}}{(s - p_1).(s - p_2)} \therefore \boxed{G(s) = \frac{10^9}{(s + 22792{,}408).(s + 43874{,}259)}}$$

```
L = 1e-3;
C = 1e-6;
R = 15;

a = 1; b = (1/(R*C)); c = (1/(L*C));
p1 =(-b+(sqrt(b^2-4*a*c)))/(2*a)
p2 = (-b-(sqrt(b^2-4*a*c)))/(2*a)

disp("o valor do polo 1: ", p1);
disp("o valor do polo 2: ", p2);
```

```
"G no formato polinomial canônico:"

"G(s)=  "

          1.000D+09
 --------------------------
 1.000D+09 +66666.667s +s^2

"o valor do polo 1: "

-22792.408

"o valor do polo 2: "

-43874.259
```

1) c1) A resposta gráfica do sistema ao degrau corresponde a uma resposta sub-amortecida, semelhante a subtração do valor do degrau com uma relação exponencial, porém período transitório mais alongado.



1) c2)

```
clc
s = %s;
disp("Circuito RLC")
L = 1e-3;
C = 1e-6;
R = 15;
G = syslin('c',1/(L*C),s^2+(1/(R*C))*s+(1/(L*C)));
disp ("G no formato polinomial canônico:")
disp ("G(s)=  ",G)
t = 0:0.000001:0.0005;
y = csim('step',t,G);
plot(t,y)
xgrid()
xtitle('Resposta ao Degrau de G','tempo (s)','Saida')
```