

**UNIVERSIDADE DE TAUBATÉ  
FACULDADE DE ENGENHARIA  
CURSO DE ENGENHARIA DA COMPUTAÇÃO**

**MARCO ANTONIO BOCKOSKI DE PAULA**

**ASSOCIAÇÃO DE RESISTORES**

**TAUBATÉ  
2022**

## **OBJETIVO**

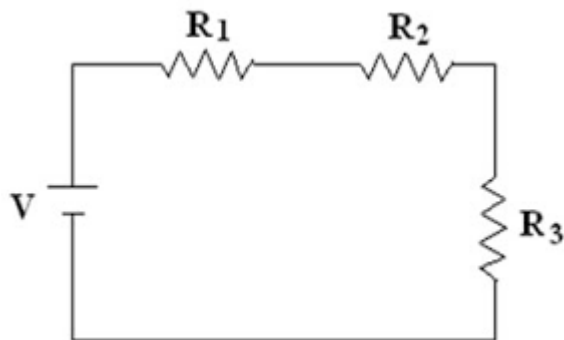
Comprovar a veracidade das associações em série e paralelo de circuito elétrico alimentados por uma fonte de corrente contínua, por meio de ligações entre resistores e medições de tensão e corrente com um multímetro.

## REFERENCIAL BIBLIOGRÁFICO

No caso de um circuito elétrico com mais de um resistor, as relações entre corrente, tensão e resistência variam a cada ponto do circuito, há casos nos quais a mesma corrente passa em resistores diferentes e outros casos no qual a tensão aplicada nos terminais de um resistor é o mesmo de outro.

Em uma situação na qual um circuito é construído com uma fonte ligada a diversos resistores dispostos de maneira seqüenciada, conforme a figura abaixo, é considerada um circuito elétrico de associação em série.

Figura 1- Associação em série



Fonte: (Paula, 2016)

Nota-se intuitivamente que a corrente elétrica irá percorrer apenas um caminho, enquanto a tensão que a fonte prover, será aplicada nos terminais do conjunto sequenciado de resistores, de maneira que a tensão será distribuída entre os resistores. Assim, a seguinte relação é válida:

$$V_{cc} = V_1 + V_2 + V_3$$

De maneira mais generalizada:

$$V_{cc} = \sum_{i=1}^n V_i$$

Sendo  $V_{cc}$  a tensão da fonte e  $V_i$  a tensão em cada resistor  $i$ .

A corrente  $I$  sendo a mesma em qualquer ponto do circuito, têm-se:

$$V_1 = R_1 I, V_2 = R_2 I \text{ e } V_3 = R_3 I$$

Uma associação de resistores geralmente tem como objetivo gerar outro valor de impedância para o circuito, um valor de resistência que não há no mercado de resistores. Assim, por meio do valor de suas resistências, é possível determinar o valor da resistência equivalente à associação em série:

$$V_{cc} = V_1 + V_2 + V_3 \rightarrow R_{eq}I = R_1I + R_2I + R_3I$$

$$R_{eq}I = (R_1 + R_2 + R_3)I \rightarrow \frac{R_{eq}I}{I} = \frac{(R_1 + R_2 + R_3)I}{I} \therefore R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3$$

Em um caso mais generalizado:

$$R_{eq} = \sum_{i=1}^n R_i$$

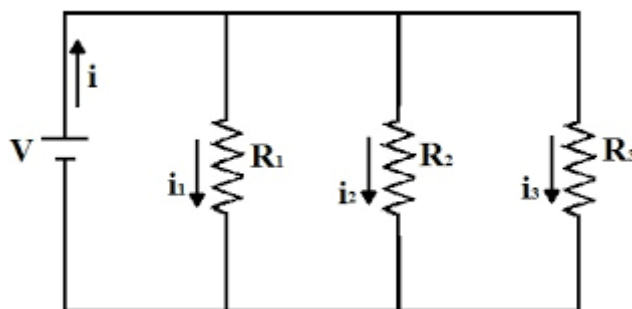
No caso de resistores de valores iguais:

$$R_{eq} = (R + R + R + \dots + R) \rightarrow R_{eq} = nR$$

Sendo  $n$  a quantidade de resistores com resistência  $R$ .

Diferentemente, a situação na qual um circuito é construído com uma fonte ligada a diversos resistores de maneira que os pólos da fonte se ligam diretamente a cada um dos terminais dos resistores, assim, formando nós e diversos caminhos para que a corrente passe em diferentes resistores. Esse tipo de ligação é chamada de associação em paralelo, correspondente a figura abaixo.

Figura 2 - Associação em paralelo



Fonte: (Paula, 2016)

Conforme a lei das malhas, a 2° Lei de Kirchhoff, determina-se que:

$$V_{cc} + V_1 = 0 \rightarrow V_{cc} = -V_1$$

$$V_{cc} + V_2 = 0 \rightarrow V_{cc} = -V_2$$

$$V_{cc} + V_3 = 0 \rightarrow V_{cc} = -V_3$$

(O sinal negativo indica nas tensões dos resistores são porque eles são cargas, funcionam como consumidores, logo, convertem a energia fornecida pela fonte em outra modalidade de energia, no caso dos resistores, em energia térmica, por Efeito Joule)

Conforme a lei dos nós, a 1° Lei de Kirchhoff, determina-se que:

$$I_t = I_1 + I_2 + I_3$$

É algo relativamente intuitivo, que a soma das correntes que passa em cada resistor seja a mesma fornecida pela fonte. De modo mais generalizado:

$$I_t = \sum_{i=1}^n I_i$$

Assim, para o caso de três resistores em paralelo, a determinação do resistor equivalente se fundamenta nessa soma de correntes, conjuntamente da noção apurada na 1° Lei de Ohm.

$$\frac{V}{R} = I$$

$$I_t = I_1 + I_2 + I_3 \rightarrow \frac{V_{cc}}{R_{eq}} = \frac{V_{cc}}{R_1} + \frac{V_{cc}}{R_2} + \frac{V_{cc}}{R_3}$$

$$\frac{V_{cc}}{R_{eq}} = V_{cc} \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) \rightarrow \frac{1}{R_{eq}} = \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right)$$

Uma notação mais direta para a relação de resistência equivalente:

$$R_{eq} = \frac{1}{\left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right)}$$

De modo generalizado:

$$R_{eq} = \frac{1}{\left( \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i} \right)}$$

Há casos particulares que simplificam a expressão da resistência equivalente em paralelo, como é o caso de apenas dois resistores em paralelo:

$$\frac{V_{cc}}{R_{eq}} = \frac{V_{cc}}{R_1} + \frac{V_{cc}}{R_2} \rightarrow \frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

Estabelecendo M.M.C.

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2} \rightarrow R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

E também para o caso de resistências de valores iguais:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \left( \frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \dots + \frac{1}{R} \right) \rightarrow R_{eq} = \frac{R}{n}$$

Sendo  $n$  a quantidade de resistores com resistência  $R$ .

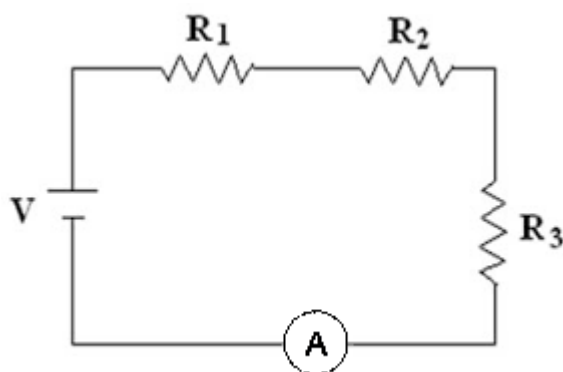
## PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

Foi confeccionado para a realização do experimento:

- 8 Fios condutores
- 1 fonte de alimentação
- 3 resistores
- 2 multímetros digitais

Para a construção do circuito, em série, foi realizado um processo semelhante à ligação do circuito com apenas um resistor. Considere  $R_1$ ,  $R_2$  e  $R_3$ . Um fio ligava o terminal positivo da fonte a  $R_1$ , outro condutor ligava o outro terminal de  $R_1$  a  $R_2$ , o terminal livre de  $R_2$  era ligado a uma das extremidades de  $R_3$ . Outro fio condutor liga  $R_3$  ao terminal mA de um dos multímetros digitais, por fim, o terminal comum do multímetro era ligada ao pólo negativo da fonte.

Figura 3 - Ligação em Série

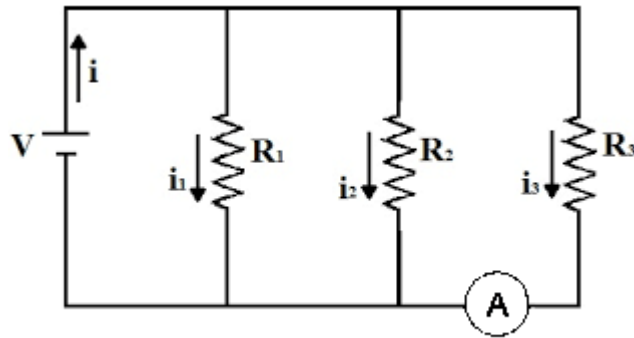


Fonte: (Paula, 2016)

A partir dessa configuração, observou-se que com  $V_{cc} = 10V$ ,  $I_t = 0,21A$ . Também foram medidas as tensões de cada um dos resistores, colocando o segundo multímetro digital em paralelo com cada um dos resistores por vez, assim para  $R_1$  ter tensão medida, um fio do pólo positivo ia para o multímetro e o outro do multímetro formava um nó com o fio que conecta  $R_1$  a  $R_2$ .

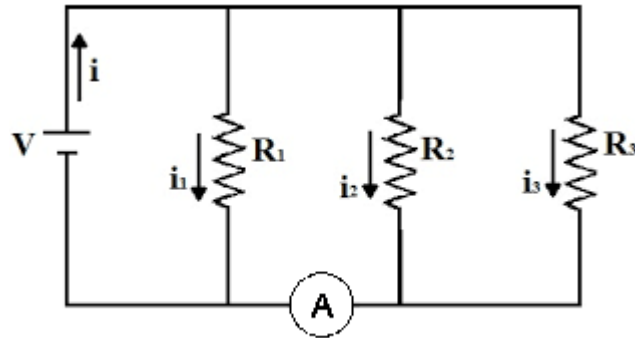
A construção do circuito em paralelo envolve mais conexões, basicamente um terminal de  $R_3$  era conectado a um terminal de  $R_2$ , que era conectado a um terminal de  $R_1$ , esse terminal de  $R_1$  era ligado ao pólo positivo da fonte. O mesmo ocorria para os outros terminais com o pólo negativo, porém um multímetro era colocado entre  $R_2$  e  $R_3$ , ou  $R_2$  e  $R_1$ , ou entre  $R_1$  e o pólo negativo da fonte, para medição de  $I_3$ ,  $I_3 + I_2$  e  $I_t$ , respectivamente. Todas as situações representadas abaixo:

Figura 4 - Ligação em Paralelo (Medição de  $I_3$ )



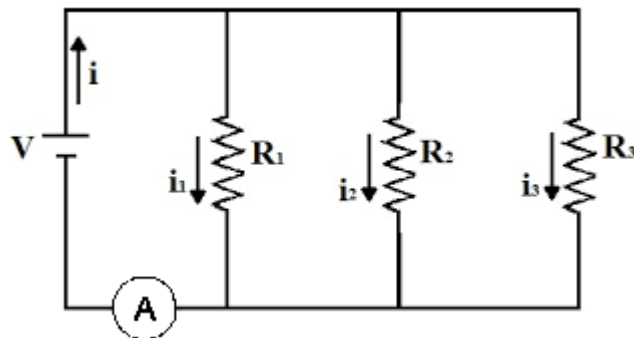
Fonte: (Paula, 2016).

Figura 5 - Ligação em Paralelo (Medição de  $I_3 + I_2$ )



Fonte: (Paula, 2016).

Figura 6 - Ligação em Paralelo (Medição de  $I_t$ )



Fonte: (Paula, 2016).

Com alimentação de  $V_{cc} = 3V$ ,  $I_3 = 0,06A$ ,  $I_3 + I_2 = 0,12A$  e  $I_t = 0,16A$ . Com o conceito teórico, sabe-se que a tensão em cada resistor corresponde a  $V_{cc}$ .



## COLETA DE DADOS

Para a ligação em série, os dados medidos foram:

|                |         |         |        |
|----------------|---------|---------|--------|
| $V_{cc} = 10V$ | $V_1$   | $V_2$   | $V_3$  |
| $I = 0,21A$    | $5,15V$ | $2,65V$ | $2,2V$ |

Para a ligação em paralelo, os dados medidos foram:

|               |             |         |
|---------------|-------------|---------|
| $V_{cc} = 2V$ | $I_3 + I_2$ | $I_3$   |
| $I_t = 0,16A$ | $0,12A$     | $0,06A$ |

## CONCLUSÃO

Para o circuito em série:

As medições de corrente e tensão permitem calcular o das resistências individuais e do equivalente, pela relação estabelecida pela 1ª Lei de Ohm.

$$\frac{V}{I} = R$$

No caso de  $R_{eq}$  determinado por  $V_{cc}$ :

$$\frac{V_{cc}}{I} = R_{eq} \rightarrow \frac{10}{0,21} \cong 47,62\Omega$$

$R_1$  determinado por  $V_1$ :

$$\frac{V_1}{I} = R_1 \rightarrow \frac{5,15}{0,21} \cong 24,52\Omega$$

$R_2$  determinado por  $V_2$ :

$$\frac{V_2}{I} = R_2 \rightarrow \frac{2,65}{0,21} \cong 12,62\Omega$$

$R_3$  determinado por  $V_3$ :

$$\frac{V_3}{I} = R_3 \rightarrow \frac{2,2}{0,21} \cong 10,48\Omega$$

Assim, a relação entre  $R_{eq}$  e as demais resistências é comprovado pelo método teórico:

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3 \rightarrow R_{eq} = 24,52 + 12,62 + 10,48 \therefore R_{eq} = 47,62\Omega$$

Para o circuito em paralelo:

As medições de corrente nos três pontos, juntamente com a lei dos nós, 1° Lei de Kirchhoff, permite descobrir o valor da corrente que passa em cada resistor:

$$I_3 = 0,06A \text{ e } I_3 + I_2 = 0,12A$$

$$I_2 = 0,12 - 0,06 \therefore I_2 = 0,06A$$

$$I_t = I_1 + I_2 + I_3 \therefore I_1 = I_t - (I_2 + I_3)$$

$$I_1 = 0,16 - 0,12 \therefore I_1 = 0,04A$$

Medição direta da resistência equivalente, com os valores de  $V_{cc}$  e  $I_t$ :

$$\frac{V_{cc}}{I_t} = R_{eq} \rightarrow \frac{3}{0,16} = 18,75\Omega$$

Medição indireta da resistência equivalente, com os valores das correntes que passam nos resistores:

$$\frac{V_{cc}}{I_1} = R_1 \rightarrow \frac{3}{0,04} = 75\Omega$$

$$\frac{V_{cc}}{I_2} = R_2 \rightarrow \frac{3}{0,06} = 50\Omega$$

$$\frac{V_{cc}}{I_3} = R_3 \rightarrow \frac{3}{0,06} = 50\Omega$$

$$\frac{1}{R_{eq}} = \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) \rightarrow \frac{1}{R_{eq}} = \left( \frac{1}{3.25} + \frac{1}{2.25} + \frac{1}{2.25} \right)$$

$$\frac{1}{R_{eq}} = \left( \frac{2}{6.25} + \frac{3}{6.25} + \frac{3}{6.25} \right) \rightarrow \frac{1}{R_{eq}} = \left( \frac{8}{6.25} \right)$$

$$R_{eq} = \frac{75}{4} = 18,75\Omega$$

As expressões têm resultados semelhantes, que comprovam a veracidade das expressões trabalhadas no referencial bibliográfico.

A seguinte expressão será utilizada para calcular a desvio e determinar o valor provável da associação em paralelo:

$$\sigma_{req} = R_{eq} \sqrt{\left(\frac{\sigma_V}{V_{cc}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_I}{I_t}\right)^2}$$

Com valores para  $\sigma_V = 0,005V$  e  $\sigma_I = 0,05A$

$$\sigma_{req} = 18,75 \sqrt{\left(\frac{0,005}{3}\right)^2 + \left(\frac{0,05}{0,16}\right)^2} \rightarrow \sigma_{req} = 18,75 \cdot 0,3125 \quad \therefore \quad \sigma_{req} \cong 5,8594\Omega$$

Assim, o valor provável da associação é:  $R_{eq} = (18,75 \pm 5,86)\Omega$