

Contra-positiva em Matemática Discreta: $p \rightarrow q \equiv \neg q \rightarrow \neg p$

Justificativa:

$$p \rightarrow q$$

$$\equiv \neg(p \wedge \neg q)$$

[Definição] “Não é o caso em que p e não q ”

$$\equiv \neg p \vee q$$

[De Morgan]

$$\neg(a \wedge b) \equiv \neg a \vee \neg b$$

$$\equiv q \vee \neg p$$

[Comutativa]

$$a \vee b \equiv b \vee a$$

$$\equiv \neg q \rightarrow \neg p$$

[Condicional]

$$\neg a \vee b \equiv a \rightarrow b$$

A condicional aplicada na quinta linha

força a contraposição, apesar disso, por tautologia, comprova-se que: $p \rightarrow q \equiv \neg q \rightarrow \neg p$

$$(p \rightarrow q) \leftrightarrow (\neg q \rightarrow \neg p) \equiv T$$