COEFFICIENTE BINOMIALE

Il coefficiente binomiale è il numero di combinazioni in cui posso prendere K oggetti da un insieme di n, si indica con $\binom{n}{K}$ ed è dato dalla seguente formula: $\binom{n}{K} = \frac{n!}{K!(n-K)!}$

NOTA: $\frac{n!}{(n-K)!}$ è il numero di disposizioni di K elementi in un insieme di n, $n!$ è il numero di ordinamenti in un insieme.

In poche parole:
- Permutazioni: numero di modi d'ordinare n oggetti ($n!$);
- Disposizioni: numero di modi di scegliere K oggetti da n in modo ordinato ($\frac{n!}{(n-K)!}$)
- Combinazioni: numero di modi di scegliere K elementi da n ($\frac{n!}{K!(n-K)!} = \binom{n}{K}$)

esempio: estraggo 3 carte da 40 senza rimetterle

1) = 3 DENARI $\longrightarrow \mathbb{P} = \binom{10}{3} / \binom{40}{3} = \frac{3}{13 \cdot 19}$

2) = 1 ASSO $\longrightarrow \mathbb{P} = \binom{4}{1}\binom{36}{2} / \binom{40}{3} = \frac{63}{13 \cdot 19}$

3) = 3 SEMI DIVERSI $\longrightarrow \mathbb{P} = \binom{10}{1}\binom{10}{1}\binom{10}{1}\binom{10}{0} / \binom{40}{3} = \frac{1}{13 \cdot 19}$

PROPRIETÀ DEL COEFFICIENTE BINOMIALE

1) $= \binom{n}{0} = 1$

2) $= \binom{n}{1} = n$

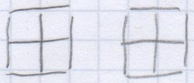
3) $= \binom{n}{2} = \frac{n(n-1)}{2}$

4) $= \binom{n}{n-K} = \binom{n}{K}$

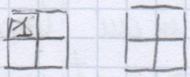
NOTA: Le combinazioni non funzionano con gli esperimenti con rimpiazzo, in tal caso la probabilità si calcola normalmente.

RAGIONAMENTO SEQUENZIALE

Un altro modo per risolvere gli esperimenti senza rimpiazzo è il ragionamento sequenziale, ovvero si calcola la probabilità date determinate condizioni da rispettare, ad esempio: dati 8 posti, cercare un modo per far sedere tutte e 4 le persone senza che siano una di fronte all'altra

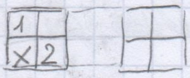
 $\longrightarrow$ Posti

Il primo trova i posti tutti vuoti, quindi:



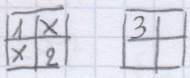
$p_1 = \frac{8}{8}$

Il secondo non può sedersi nel posto di p_1 né in quello di fronte:



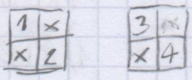
$p_2 = \frac{6}{7}$

Il terzo può mettersi solo nella parte destra per non essere di fronte a nessuno.



$p_3 = \frac{4}{6}$

Il quarto, per lo stesso motivo di p_3, deve stare nell'ultima colonna a destra.



$p_4 = \frac{2}{5}$

La probabilità complessiva è il prodotto di tutte le probabilità: $p = p_1 \cdot p_2 \cdot p_3 \cdot p_4 = \frac{8}{35}$

PROBABILITÁ CONDIZIONATA

Dati 2 eventi E e F, l'esito cambia a seconda delle informazioni parziali date, ad esempio: l'esito è in F, quindi escludo in automatico tutti gli esiti che non rispettano quest'informazione.

CONCLUSIONE: l'esito è nell'intersezione perché deve soddisfare entrambi gli eventi, quindi:

$$\mathbb{P}(E|F) = \frac{\mathbb{P}(E \cap F)}{\mathbb{P}(F)}$$

$\mathbb{P}(E \cap F)$] $\longrightarrow$ CASI FAVOREVOLI

$\mathbb{P}(F)$] $\longrightarrow$ CASI POSSIBILI

$\mathbb{P}(E|F)$ è la probabilità condizionata di E dato F (con $\mathbb{P}(F) > 0$)

REGOLA MOLTIPLICATIVA: $\mathbb{P}(E \cap F) = \mathbb{P}(F) \cdot \mathbb{P}(E|F)$

EVENTI INDIPENDENTI

Due eventi sono indipendenti quando non interagiscono in alcun modo, quindi: $\mathbb{P}(E \cap F) = \mathbb{P}(E) \cdot \mathbb{P}(F)$

$\mathbb{P}(E) = \mathbb{P}(E|F)$