

Busca Adaptativa em Grandes Vizinhanças Aplicada à Minimização da Largura de Corte em Grafos

Vinícius Gandra Martins Santos

Orientador: Marco Antonio Moreira de Carvalho

Universidade Federal de Ouro Preto

11 de Maio de 2018

Sumário

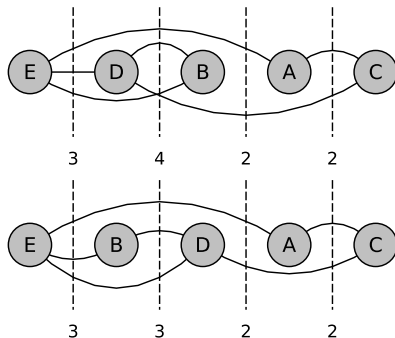
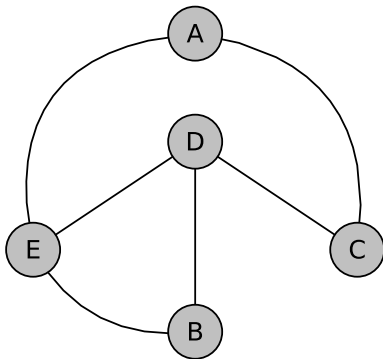
- ① Introdução
- ② Metodologia
- ③ Experimentos
- ④ Conclusão

Largura de Corte

Definição

- » Problema de leiaute em grafos;
- » Definir uma disposição linear de vértices;
- » Minimizar o número de arestas entre vértices consecutivos no layout;
- » NP-Difícil.

Largura de corte



Função de avaliação

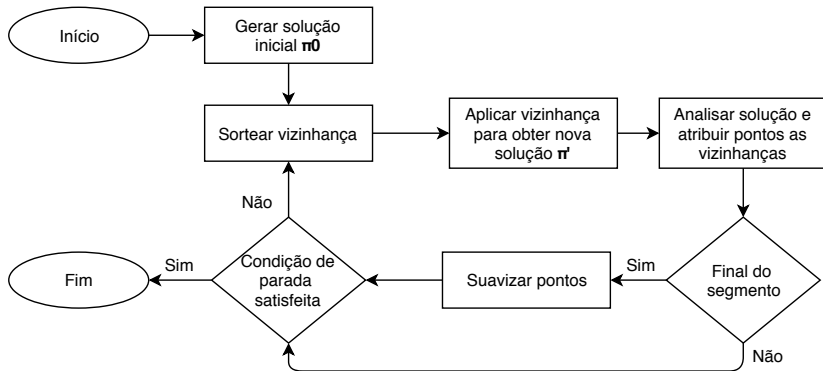
$$CW_f(G) = \max_{v \in V} CW_f(v). \quad (1)$$

Bibliografia

- Scatter search (SS)
 - ▶ Pantrigo et al. (2012).
- Variable Formulation Search (VFS)
 - ▶ Pardo et al. (2013).
- Algoritmo Genético Fuzzy
 - ▶ Fraire-Huacuja et al. (2017).

Método

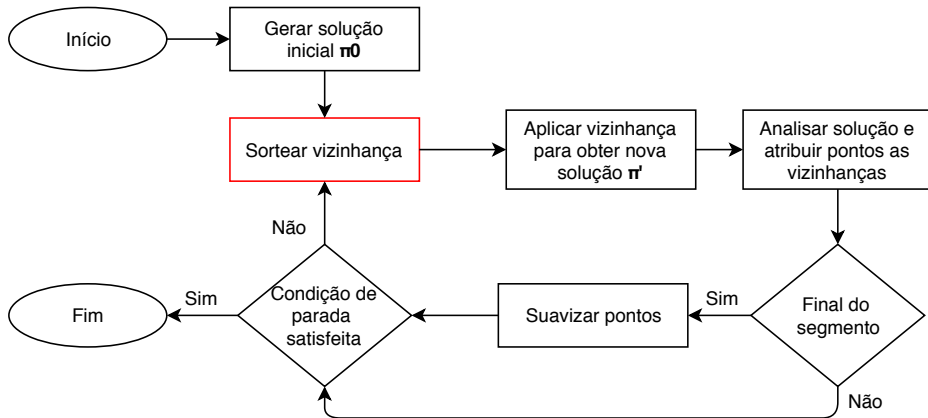
Busca Adaptativa em Grandes Vizinhanças (Adaptive Large Neighborhood Search, ALNS), Ropke e Pisinger (2006).



Solução Inicial

- » Baseado na metodologia GRASP;
- » Proposto por Pantrigo et al. (2012);
- » Método C1:
 - 1 Selecionar vértice com menor grau de adjacência e inserir na solução;
 - 2 Criar lista CL de vértices que possuem adjacência a qualquer vértice presente na solução;
 - 3 Construir lista restrita RCL de vértices com bom valor de aptidão;
 - 4 Selecionar aleatoriamente um vértice de RCL;
 - 5 Retornar para o passo 2 enquanto houver vértices em CL.

ALNS



Vizinhanças

Vizinhanças de Remoção

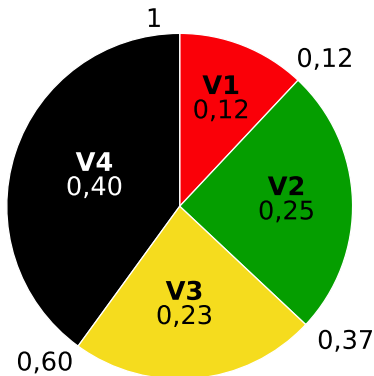
- Recebe solução representada por uma sequência de vértices π ;
- Seleciona q vértices da solução para reinserção.

Vizinhanças de Inserção

- Recebe solução π e um conjunto γ de vértices para inserção;
- Cada vértice de γ é selecionada aleatoriamente e reinserido na solução.

Roleta

- » Roleta é representada no intervalo $R = [0...1] \in \mathbb{R}$;
- » Cada vizinhança i recebe uma fatia proporcional à sua probabilidade de ser selecionada;
- » $v1 = 60$, $v2 = 125$, $v3 = 115$, $v4 = 200$.



Vizinhanças de Remoção

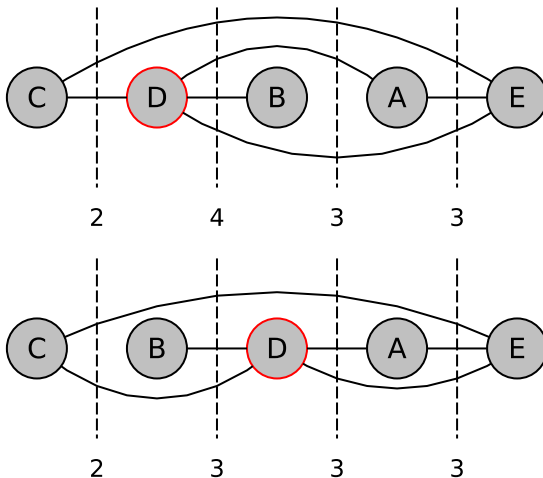
- Remoção Aleatória;
- Remoção de Vértices Críticos;
- Remoção de Vértices Relacionados;
- Remoção de Vértices Desbalanceados.

Remoção Aleatória

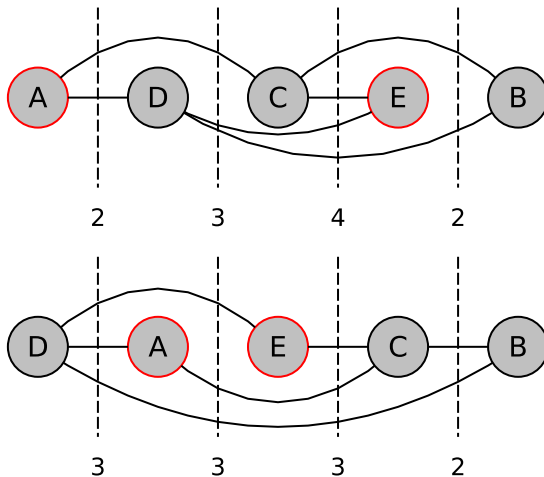
- » A Equação (2) segue uma distribuição triangular;
- » Seleciona aleatoriamente um número entre $[1, n]$;
- » u é uma variável aleatória entre $[0, 1]$.

$$q = \lfloor n - \sqrt{(1 - u)(n - 1)^2 + 0.5} \rfloor \quad (2)$$

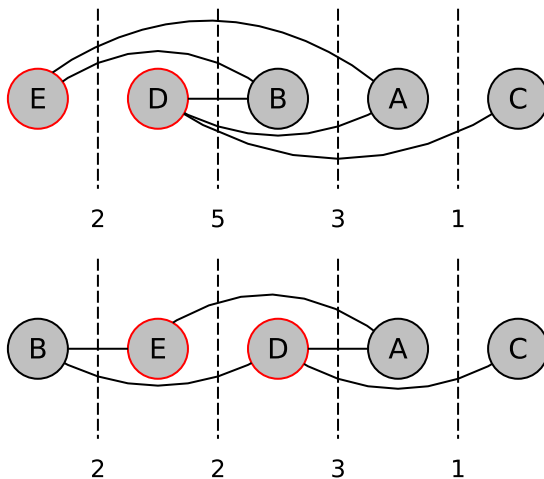
Remoção de Vértices Críticos



Remoção de Vértices Relacionados



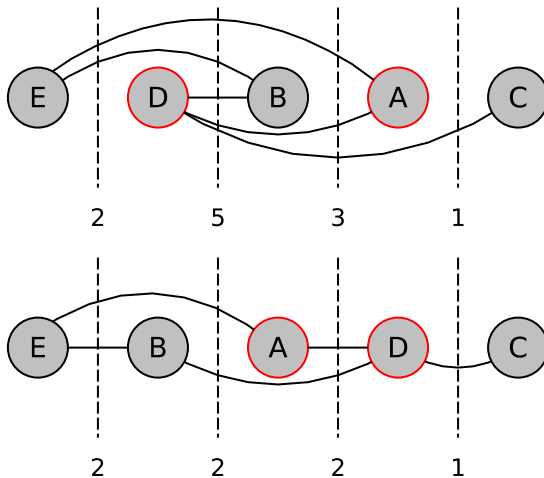
Remoção de Vértices Desbalanceados



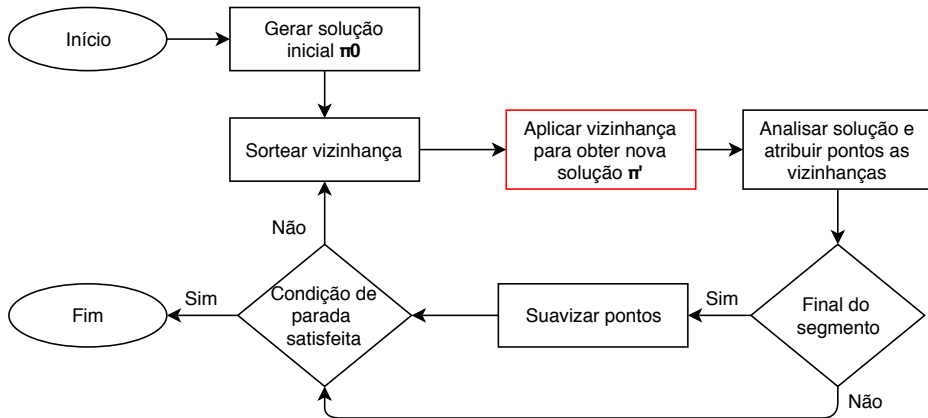
Vizinhanças de Inserção

- Inserção Aleatória;
- Inserção na Melhor Posição.

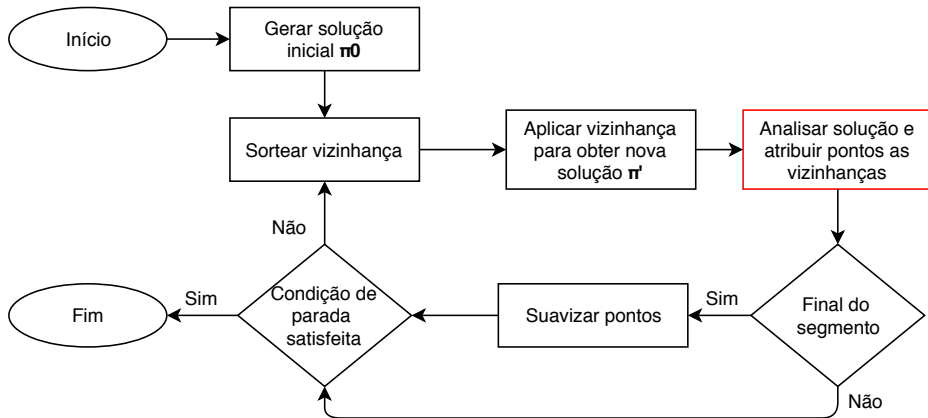
Inserção na Melhor Posição



ANLS



ANLS



Pontuação

- » σ_1 , quando as heurísticas (remoção e inserção) resultaram na melhor solução até o momento;
- » σ_2 , quando as heurísticas resultaram em uma solução cujo custo seja menor que o da solução corrente; e
- » σ_3 , quando as heurísticas resultaram em uma solução que é aceita por um critério de aceitação, porém com o custo maior que o da solução corrente.

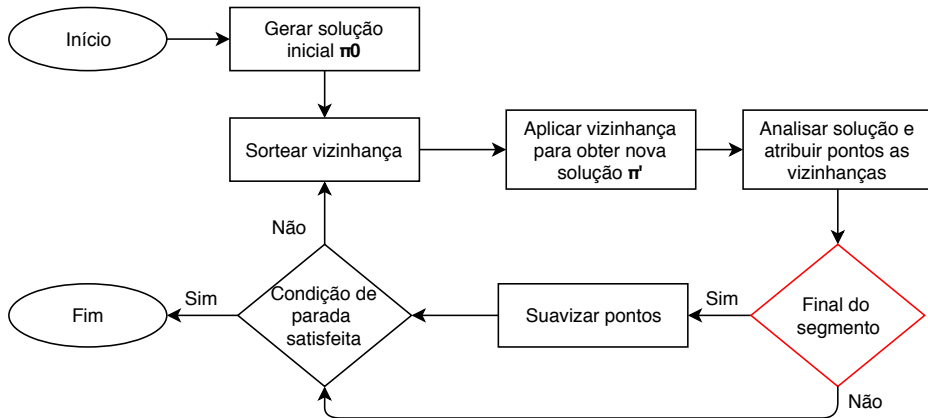
Critério de aceitação

Uma solução π' gerada a partir de outra solução π é aceita com probabilidade calculada de acordo com a Equação:

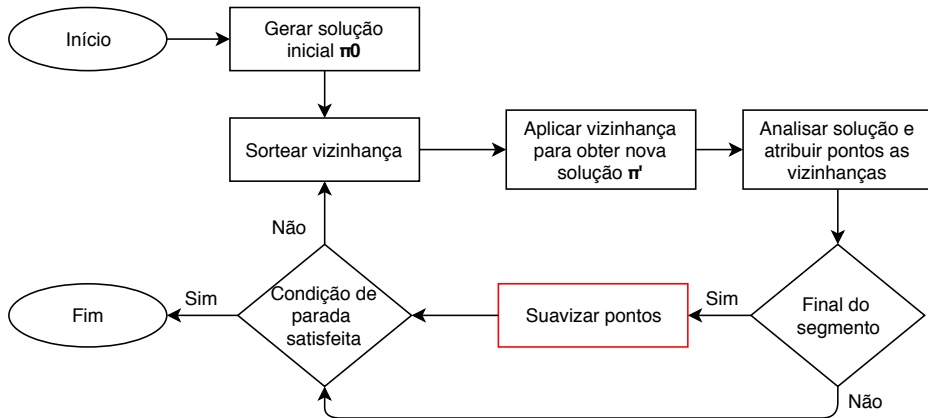
$$e^{-(f(\pi')-f(\pi))/T} \quad (3)$$

- » T – Temperatura;
- » $T_{start} = -0,81 \times f(\pi_0) / \ln 0,5$ – Temperatura inicial;
- » $T_{end} = -0,45 \times f(\pi^*) / \ln 0,5$ – Temperatura final;
- » $T = T \times (T_{end} / T_{start})^{1/k}$ – Taxa de resfriamento.

ANLS



ANLS



Suavização

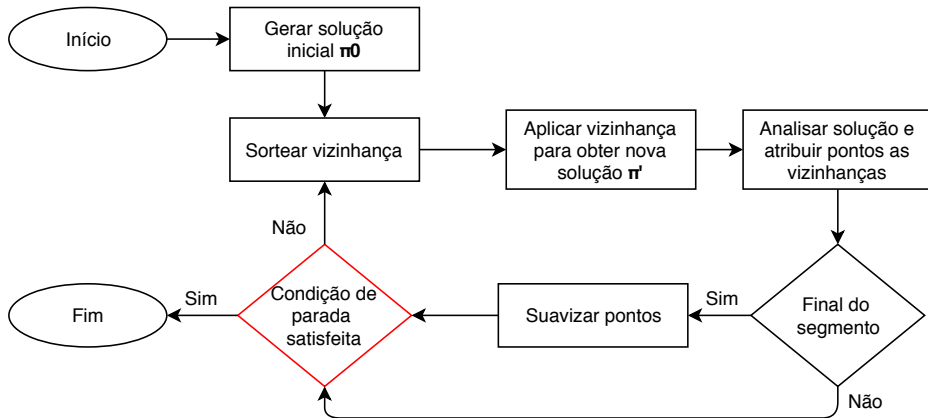
- » $r_{i,j}$ são os pontos observados da heurística i no segmento j ;
- » a_i é o número de vezes que a heurística i foi chamada durante o segmento j ;
- » $\rho \in (0, 1)$ é o fator de reação.

$$r_{i,j+1} = \rho \frac{\bar{r}_{i,j}}{a_i} + (1 - \rho)r_{i,j} \quad (4)$$

$$r_j = [29.48, 3.28, 1.50, 2.69]$$

$$r_{j+1} = [2.56, 1.28, 0.62, 1.17]$$

ANLS



Experimentos

Ambiente Computacional

- Processador *Intel Core i7* 3.6 GHz;
- 16 GB RAM;
- Ubuntu 14.04 LTS;
- Código escrito em C++, compilado com g++ 4.8.4 e opções -O3 e -march=native.

Conjuntos de Instâncias

- *Small*: composto por 84 grafos com proporções que variam entre $16 \leq n \leq 24$ e $18 \leq m \leq 49$;
- *Grid*: composto por 81 matrizes que representam grades bidimensionais com dimensões entre 9×9 a 729×729 ;
- *Harwell-Boeing* (HB): subconjunto derivado do *Harwell-Boeing Sparse Matrix Collection*, composto por 87 instâncias que variam de 30 a 700 vértices e 46 a 41686 arestas.

Resultados Médios

	BKS	S^*	S	S_0	$gap(\%)$	σ	$T(s)$
Small	4,92	4,92	4,93	5,32	0,00	0,02	0,12
Grid	11,56	12,94	14,35	16,33	7,54	0,92	14,06
HB	311,55	314,03	318,57	358,86	2,40	3,38	202,71

Comparação com a literatura

	VFS		SS		ALNS	
	S	$\#OPT$	S	$\#OPT$	S	$\#OPT$
Small	–	–	4,92	84	4,92	84
Grid	12,23	59	13,00	44	12,94	42
HB	314,39	61	315,22	59	314,03	61

Pontuação das Vizinhanças

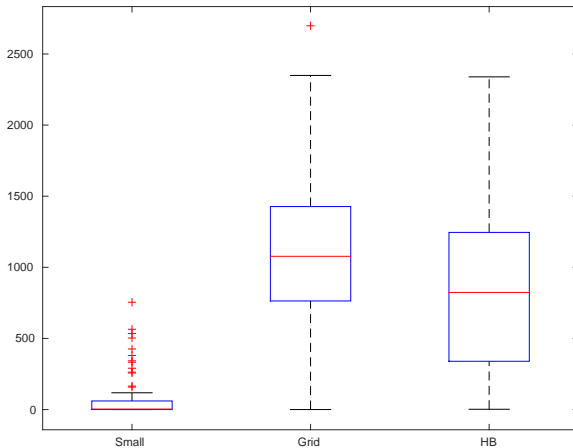
Vizinhanças de Remoção

- Remoção de vértices relacionados obteve a melhor pontuação e apresentou diferença significativa em relação a outras três vizinhanças;
- Remoção aleatória obteve a pior pontuação, cerca de metade dos pontos da remoção de vértices relacionados.

Vizinhanças de Inserção

- As duas vizinhanças de inserção na melhor posição obtiveram pontuações similares sem diferença relevante;
- A vizinhanças de inserção aleatória obteve em torno de 60% da pontuação da melhor vizinhança de inserção.

Análise de Convergência



Conclusão

- » Desenvolvimento da metaheurística Busca Adaptativa em Grandes Vizinhanças;
- » Aplicação inédita do ALNS ao problema de Largura de Corte;
- » Experimentos computacionais executados em 252 instâncias;
- » Tempo médio de 72 segundos por instâncias;
- » 74% (187) de soluções ótimas encontradas com *gap* médio de 5%.

Trabalhos Futuros

- Pesquisar e implementar novas heurísticas de inserção e remoção;
- Pesquisar e implementar métodos de refinamento;
- Realizar experimentos computacionais utilizando novas instâncias;
- Escrever artigo científico.

Busca Adaptativa em Grandes Vizinhanças Aplicada à Minimização da Largura de Corte em Grafos

Vinícius Gandra Martins Santos

Orientador: Marco Antonio Moreira de Carvalho

Universidade Federal de Ouro Preto

11 de Maio de 2018