

Busca Adaptativa em Grandes Vizinhanças Aplicada à Minimização da Largura de Corte em Grafos

Vinícius Gandra Martins Santos

Orientador: Marco Antonio Moreira de Carvalho

Universidade Federal de Ouro Preto

23 de Novembro de 2018

Sumário

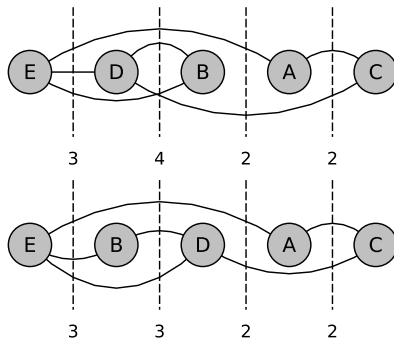
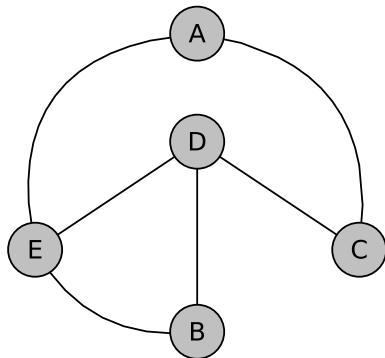
- ① Introdução
- ② Metodologia
- ③ Experimentos
- ④ Conclusão

Largura de Corte

Definição

- » Problema de leiaute em grafos;
- » Definir uma disposição linear de vértices;
- » Minimizar o número de arestas entre vértices consecutivos no leiaute;
- » NP-Difícil.

Largura de corte



Função de avaliação

$$CW_{\pi}(G) = \max_{v \in V} CW_{\pi}(v). \quad (1)$$

Motivação

- Processamento de linguagem natural;
- Projeto de circuitos integrados de larga escala;
- Problema de agendamento de migração de redes.

Bibliografia

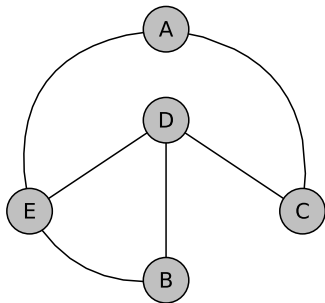
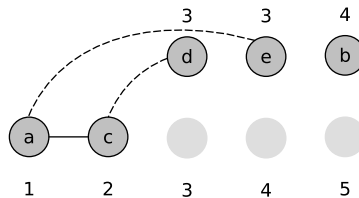
- Scatter search
 - ▶ Pantrigo et al. (2012).
- Variable Formulation Search (VFS)
 - ▶ Pardo et al. (2013).
- Modelo de programação inteira (CILP)
 - ▶ Coudert. (2016).

Solução inicial

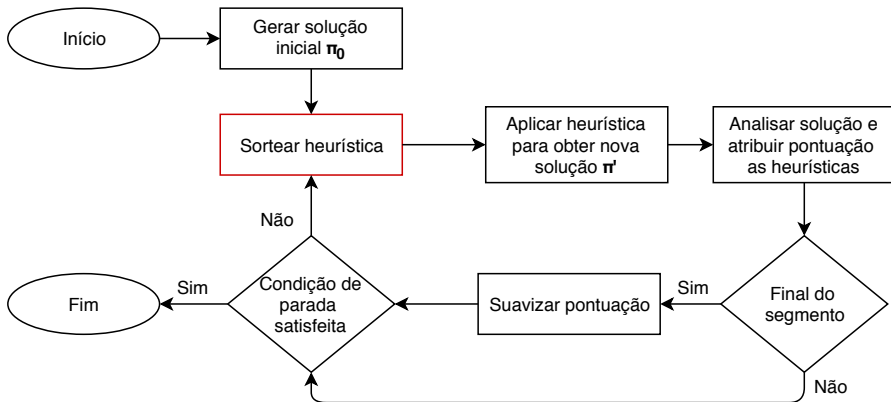
Nova heurística gulosa

- 1 Selecionar vértice com menor grau e inserir na solução;
- 2 Calcular a largura de corte de cada vértice não inserido na solução;
- 3 Selecionar o vértice que possui a menor largura de corte e que é adjacente ao vértice mais próximo presente na solução;
- 4 Inserir o vértice selecionado na próxima posição disponível;
- 5 Retornar para o passo 2 enquanto houver vértices fora da solução.

Solução inicial

 $CW'_\pi(u) =$ $U =$ $\pi =$ $\pi(w) =$ 

ALNS



Heurísticas

Heurísticas de remoção

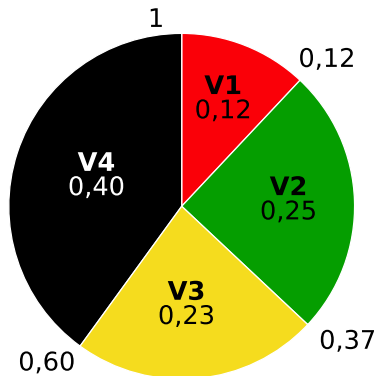
- Recebe solução representada por uma sequência de vértices π ;
- Seleciona q vértices da solução para reinserção.

Heurísticas de inserção

- Recebe solução π e um conjunto γ de vértices para inserção;
- Cada vértice de γ é selecionada aleatoriamente e reinserido na solução.

Roleta

- Roleta é representada no intervalo $R = [0...1] \in \mathbb{R}$;
- Cada heurística i recebe uma fatia proporcional à sua probabilidade de ser selecionada;
- $v1 = 60$, $v2 = 125$, $v3 = 115$, $v4 = 200$.



Heurísticas de remoção

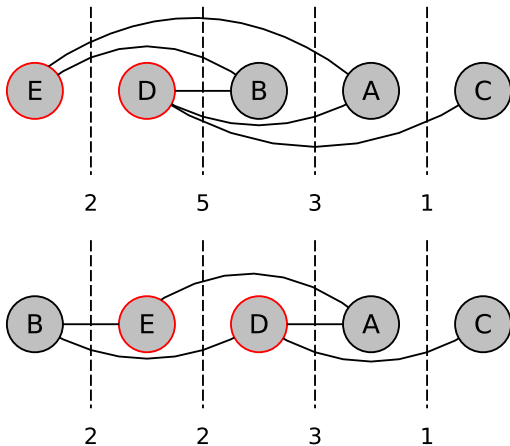
- Remoção aleatória;
- Remoção de vértices desbalanceados.
- Remoção de vértices direcionada por arestas.

Remoção aleatória

- » A Equação (2) segue uma distribuição triangular;
- » Seleciona aleatoriamente um número entre $[1, n]$;
- » u é uma variável aleatória entre $[0, 1]$.

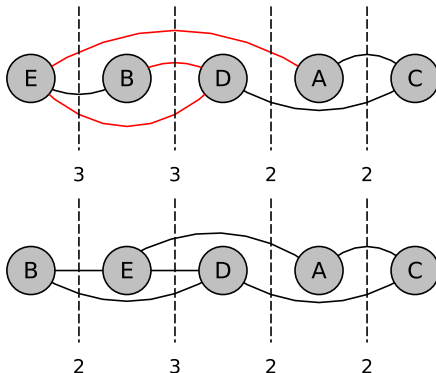
$$q = \lfloor n - \sqrt{(1 - u)(n - 1)^2 + 0.5} \rfloor \quad (2)$$

Remoção de vértices desbalanceados



RD e RD_P .

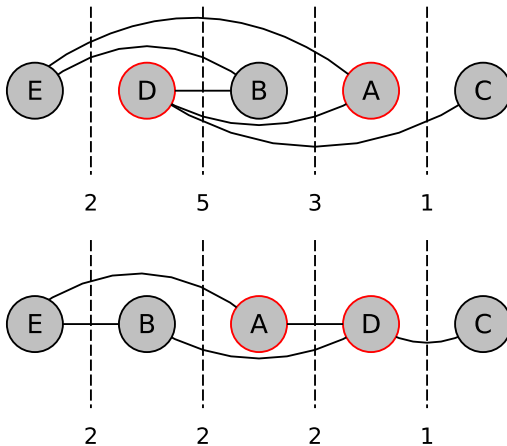
Remoção de vértices direcionada por arestas

 RdA_L e RdA_R .

Heurísticas de inserção

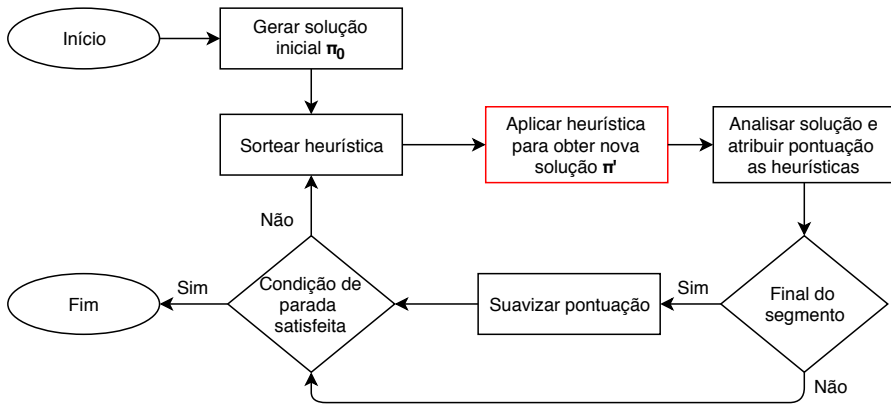
- Inserção aleatória;
- Inserção na melhor posição.

Inserção na melhor posição

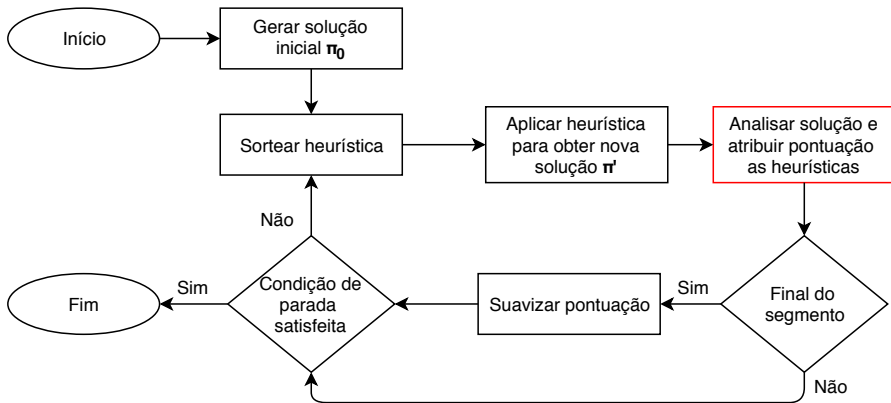


IB, IBm e IB_N.

ANLS



ANLS



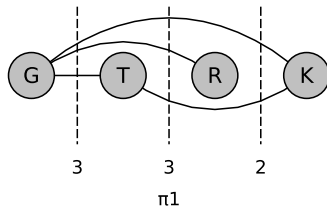
Critério de aceitação

Função de avaliação (CW^1)

$$CW_{\pi}^1(G) = \max_{v \in V} CW_{\pi}(v). \quad (3)$$

$$\gg CW_{\pi_1}^1(G) = 3$$

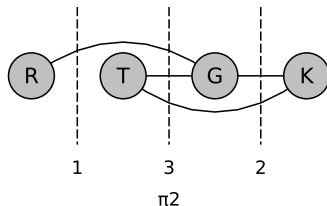
$$\gg CW_{\pi_2}^1(G) = 3$$

Função de avaliação (CW^2)

$$CW_{\pi}^2(G) = \sum_{v \in V} CW_{\pi}(v). \quad (4)$$

$$\gg CW_{\pi_1}^2(G) = 8$$

$$\gg CW_{\pi_2}^2(G) = 6$$



Ruído

- Aleatoriamente sorteado no intervalo $[-maxN, maxN]$;
- $CW' = \max\{0, CW + noise\}$;
- Aplicado no critério de aceitação com um probabilidade adaptativa;
- Aplicado na heurística de inserção IB_N .

Pontuação

- σ_1 , quando as heurísticas (remoção e inserção) resultaram na melhor solução até o momento;
- σ_2 , quando as heurísticas resultaram em uma solução cujo custo seja menor que o da solução corrente; e
- σ_3 , quando as heurísticas resultaram em uma solução com custo maior que o da solução corrente, porém aceita por um critério de aceitação de soluções de piora.

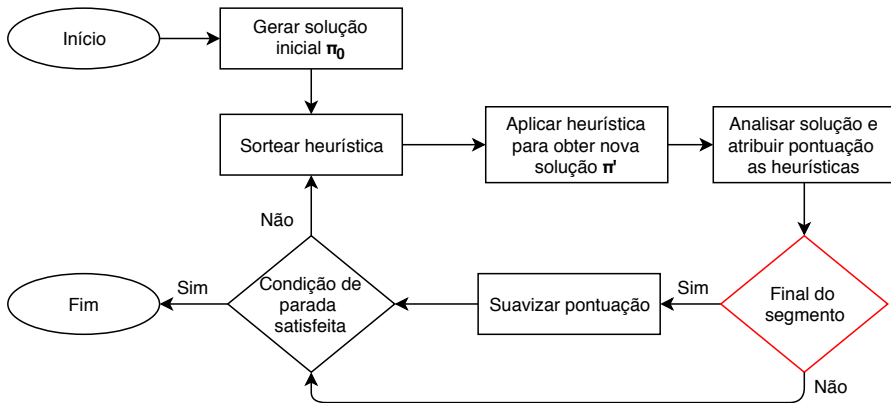
Critério de aceitação para soluções de piora

Uma solução de piora π' gerada a partir de outra solução π é aceita com probabilidade calculada de acordo com a Equação:

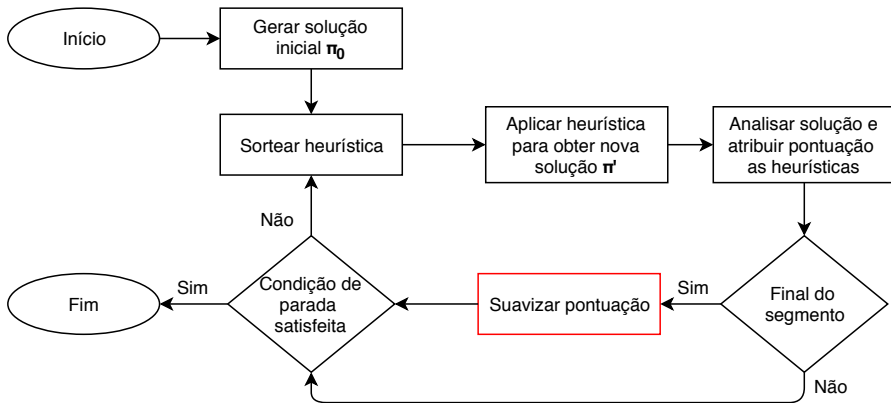
$$e^{-(f(\pi')-f(\pi))/T} \quad (5)$$

- » T – Temperatura;
- » $T_{start} = -0,81 \times f(\pi_0) / \ln 0,5$ – Temperatura inicial;
- » $T_{end} = -0,45 \times f(\pi^*) / \ln 0,5$ – Temperatura final;
- » $T = T \times (T_{end} / T_{start})^{1/k}$ – Taxa de resfriamento.

ANLS



ANLS



Suavização dos pontos e atualização dos pesos

- $w_{i,j}$ peso da heurística i no segmento j ;
- r_i pontuação observada da heurística i no segmento j ;
- a_i número de vezes que a heurística i foi chamada durante o segmento j ;
- $\rho \in (0, 1)$ fator de reação.

$$w_{i,j+1} = \rho \frac{r_i}{a_i} + (1 - \rho) w_{i,j} \quad (6)$$

$$r = [29.48, 3.28, 1.50, 2.69]$$

$$w_{j+1} = [2.56, 1.28, 0.62, 1.17]$$

Pós-processamento

- Busca local 2-swap;
- Aplicação única por instância;
- Movimentos de não melhora são descartados.

Experimentos

Ambiente computacional

- Processador *Intel Core i7* 3.6 GHz;
- 16 GB RAM;
- Ubuntu 14.04 LTS;
- Código escrito em C++, compilado com g++ 4.8.4 e opções -O3 e -march=native.

Conjuntos de instâncias

- *Small*: composto por 84 grafos com dimensões que variam entre $16 \leq n \leq 24$ e $18 \leq m \leq 49$;
- *Grid*: composto por 81 matrizes que representam grades bidimensionais com dimensões entre 9×9 a 729×729 ;
- *Harwell-Boeing* (HB): subconjunto derivado do *Harwell-Boeing Sparse Matrix Collection*, composto por 87 instâncias que variam de 30 a 700 vértices e 46 a 41686 arestas.
- *Rome Graphs*: composto por 11.534 grafos com dimensões que variam entre $10 \leq n \leq 100$ e $9 \leq m \leq 158$;

Resultados médios

	OPT/BKS	S^*	S	S_0	gap_{S_0, S^*}	$gap_{S^*, OPT}$	σ	$T(s)$
Small	4,92	4,92	4,93	5,15	6,52	0,00	0,02	0,08
Grid	11,56	11,56	11,56	11,56	0,00	0,00	0,00	8,60
HB	311,55*	311,80	315,01	336,70	22,12	0,39	2,19	222,23

Comparação com a literatura

	VFS			ALNS		
	S^*	$\#OPT$	gap	S^*	$\#OPT$	gap
Grid	12,23	59	3,25	11,56	81	0,00
HB	314,39	61	1,77	311,80	77	0,39

Resultados médios

	S^*	S	S_0	gap_{S_0, S^*}	σ	$T(s)$
Rome Graphs	8,41	8,60	9,13	8,03	0,19	0,82

Comparação com a literatura

	CILP	ALNS
Média	6,91	6,70
# <i>OPT</i>	5.683	5.660
#Limites superiores iguais	1.197	1.197
#Limites superiores melhores	3	1.217

Pontuação das heurísticas

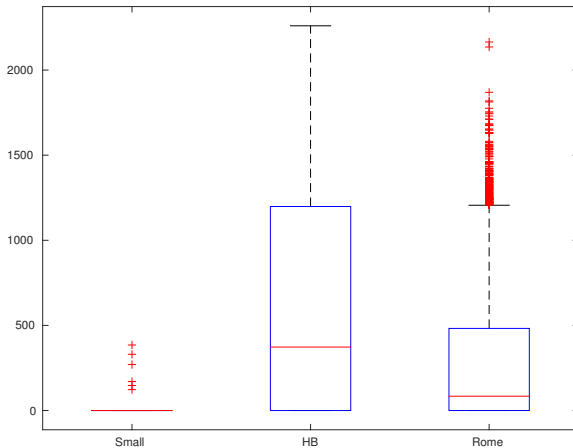
Heurísticas de remoção

- A remoção desbalanceada de vértices com grau par e a remoção aleatória apresentaram as melhores pontuações;
- A remoção direcionada por arestas apresentou diferença significativa em relação apenas a remoção aleatória.

Heurísticas de inserção

- As heurísticas de inserção na melhor posição obtiveram pontuações semelhantes sem diferença significativa;
- A inserção aleatória obteve o pior resultado e apresentou diferença significativa em relação a todas as outras heurísticas.

Análise de convergência



Conclusão

- Desenvolvimento da metaheurística Busca Adaptativa em Grandes Vizinhanças;
- Aplicação inédita do ALNS ao problema de Largura de Corte;
- Experimentos computacionais executados em 11.786 instâncias;
- Foram encontrados pela primeira vez 3.434 limitantes superiores e 22 soluções com valores ótimos;
- O melhor valor conhecido foi melhorado para 1.222 instâncias;
- 97% das soluções ótimas foram encontradas com *gap* máximo de 0,39%;
- Publicação no SBPO 2018;
- Submissão para o EJOR.

FIM!

Busca Adaptativa em Grandes Vizinhanças Aplicada à Minimização da Largura de Corte em Grafos

Vinícius Gandra Martins Santos

Orientador: Marco Antonio Moreira de Carvalho

Universidade Federal de Ouro Preto

23 de Novembro de 2018