Uma Avaliação Precisa da Modelagem do Problema de Minimização de Troca de Ferramentas como o Problema do Caixeiro Viajante

Túlio Neme de Azevedo

Departamento de Computação
Instituto de Ciências Exatas e Biológicas
Universidade Federal de Ouro Preto

30 de Janeiro de 2018

Introdução

Tecnologia e produção

- Métodos computacionais são utilizados para resolverem problemas nas industrias que utilizam máquinas flexíveis em sua linha de produção;
- Torná-las eficientes através da otimização.

Máquina Flexível

Características

Proporciona dinamismo à produção ao produzir diversos tipos de produtos não relacionados entre si:

- Comporta um número fixo de ferramentas instaladas;
- Diferentes conjuntos de ferramentas produzem diferentes tipos de produtos;
- Cada produto exige que um determinado conjunto de ferramentas esteja instalado no momento de sua produção.

Maquina Flexível

Figura: Foto de uma máquina flexível com compartimento para 5 ferramentas.

Maquina Flexível

Ferramentas

- A capacidade da máquina é suficiente para suportar o conjunto de ferramentas necessárias para a fabricação de cada produto isoladamente;
- Porém não comporta todas as ferramentas instaladas simultaneamente.

Troca de Ferramentas

Durante o processamento das tarefas, trocas de ferramentas serão necessárias, devido a dois fatores:

- Não violar a capacidade da máquina;
- Produto subsequente seja processado.

Cada troca exige que a máquina seja desligada, interrompendo a linha de produção, o que acarreta em aumento de custo e ociosidade do setor.

Problema de Minimização de Troca de Ferramentas

Problema de Minimização de Troca de Ferramentas

Do inglês *Minimization of Tool Switches Problem* (MTSP):

- Determinar a sequência ótima de fabricação dos produtos;
- Cada produto é considerado uma tarefa a ser realizada por uma máquina flexível.

Objetivo

Otimizar a linha de produção da seguinte forma:

- Minimizar as trocas de ferramentas necessárias
  - Produção é interrompida minimamente;
  - Aumento da eficiência.

Componentes do problema

Subdivisão do problema

O problema é composto por dois problemas:

- Problema de carregamento de ferramentas:
  - Determinar o menor número de trocas de ferramentas para processar uma sequência fixa de tarefas;
  - Método *Keep Tool Neeeded Soonest* (KTNS) o soluciona em tempo determinístico polinomial
    - As ferramentas que serão necessárias mais brevemente pelas tarefas ainda não processadas são mantidas na máquina.
- Problema de sequenciamento de tarefas:
  - Definir a ordem em que as tarefas serão processadas na máquina;
  - $\mathcal{NP}$-Difícil (não se conhece algoritmo eficiente para sua solução).

Componentes do problema

MTSP considerado

O MTSP se apresenta de diferentes formas na literatura, sendo que este trabalho aborda o caso geral:

- O tempo de instalação é o mesmo para todas ferramentas;
- O tamanho e custo das ferramentas são uniformes
  - Não importa qual a posição em que as ferramentas serão instaladas.

Resumo

Proposta trabalho

Realizar uma análise crítica da modelagem amplamente adotada na literatura para a solução do MTSP, a que utiliza o Problema do Caixeiro Viajante:

- Maioria dos autores utilizaram heurísticas;
- Utilizar o resolvedor exato Concorde, próprio para o PCV.

Possibilidade de conferir a exatidão à modelagem.

Motivação

- Complexidade $\mathcal{NP}$-Difícil;
- Modelagem frequentemente reportada na literatura, porém sem análise aprofundada sobre a qualidade das soluções:
  - Modelagem ou métodos definem a qualidade das soluções?

O Problema de Minimização de Trocas de Ferramentas

Dado uma máquina flexível com capacidade até *C* ferramentas, com *n* tarefas e *m* ferramentas temos a seguinte definição formal:

- Conjunto *T* de tarefas, $T = \{1, \ldots, n\}$;
- Conjunto *F* de ferramentas, $F = \{1, \ldots, m\}$;
- Subconjunto de ferramentas F_i ($F_i \in F$) necessárias para processar a tarefa i ($i \in T$).

Determinar a permutação ϕ dos elementos de T tal que o número de trocas de ferramentas, ao aplicar o KTNS, seja minimizado.

Instância do MTSP

Instância

- $n = 5$, $m = 5$ e $C = 3$.

Tabela: Exemplo de instância MTSP.

Tarefas	Ferramentas
1	2, 3, 5
2	1, 3
3	1, 4, 5
4	1, 2
5	2, 3, 4

Instância do MTSP

Representação

- As linhas representam as ferramentas;
- As colunas representam as tarefas.

Tabela: Matriz binária Q.

Ferramentas\Tarefas	1	2	3	4	5
1	0	1	1	1	0
2	1	0	0	1	1
3	1	1	0	0	1
4	0	0	1	0	1
5	1	0	1	0	0

Instância do MTSP

Tabela: Solução $\phi = [3, 4, 2, 1, 5]$ resulta em 7 trocas de ferramentas.

Tarefas	Ferramentas carregadas na máquina
3	1, 4, 5
4	1, 2, 5
2	1, 2, 3
1	2, 3, 5
5	2, 3, 4

1. Três inserções iniciais (ferramentas 1,4,5);
2. Uma troca entre a tarefa 3 e 4 (ferramenta 4 por 2);
3. Uma troca entre a tarefa 4 e 2 (ferramenta 5 por 3);
4. Uma troca entre a tarefa 2 e 1 (ferramenta 1 por 5); e
5. Uma troca entre a tarefa 1 e 5 (ferramenta 5 por 4).

Instância do MTSP

A solução ϕ induz a matriz permutação R^{ϕ}:

- Colunas são as colunas de Q na ordem estabelecida por ϕ
  - Primeira coluna representa o estado inicial da máquina.
- As ferramentas, ao serem, inseridas estão sublinhadas.

Tabela: Matriz R^{ϕ}.

Ferramentas\\ϕ	0	3	4	2	1	5
1	0	$\underline{1}$	1	1	0	0
2	0	0	$\underline{1}$	1	1	1
3	0	0	0	$\underline{1}$	1	1
4	0	$\underline{1}$	0	0	0	$\underline{1}$
5	0	$\underline{1}$	1	0	$\underline{1}$	0

Avaliando uma solução

Avaliação

Os valores dos elementos r_{ij}^{ϕ} são definidos da seguinte forma:

$$r_{ij}^{\phi} = \begin{cases} 1, & \text{se durante a tarefa } j\text{, a ferramenta } i \text{ estiver na máquina.} \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

A avaliação de uma solução é dada por:

$$Z_{MTSP}^{\phi}(R) = \sum_{j \in T} \sum_{i \in F} r_{ij}^{\phi}(1 - r_{ij-1}^{\phi}) \tag{1}$$

Dada uma sequência de tarefas, calcula o número de inversões de 0 para 1, que representam a inserção de ferramentas na máquina.

Objetivo

Objetivo

Determinar a permutação $\phi \in \Phi$ das colunas da matriz Q que resulte no menor número de trocas de ferramentas.

- Φ é o conjunto de todas as permutações possíveis.

$$\min_{\phi \in \Phi} Z^{\phi}_{MTSP}(Q) \tag{2}$$

Problema do Caixeiro Viajante

Definição

Dadas uma lista com n cidades e as respectivas distâncias entre elas, o objetivo é determinar uma rota com menor custo possível, passando uma vez por cada cidade.

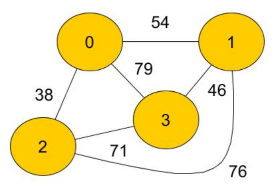

Figura: Representação de uma instância do PCV.

Exemplo

Tabela: Matriz W $n \times n$.

	0	1	2	3
0	-	54	38	79
1	54	-	76	46
2	38	76	-	71
3	79	46	71	-

Solução $S = [0, 2, 1, 3, 0]$, custo 239:

- Distância da cidade 0 para 2: 38;
- Distância da cidade 2 para 1: 76 (acumulado = 114);
- Distância da cidade 1 para 3: 46 (acumulado = 160);
- Distância da cidade 3 para 0: 79 (acumulado = 239).

Problema do Caixeiro Viajante

Abordagens

Métodos Heurísticos:

- Desempenho diminui de acordo com o aumento do número de cidades.

Métodos Exatos:

- Necessário muito tempo para soluções.

O resolvedor *Concorde* (Applegate et at. 2003)

- Atual estado da arte para o PCV;
- Resolveu todas as instâncias da *TSPLIB*;
  - Maior instância contém 85.900 cidades;
- Método exato.

O resolvedor *Concorde*

Características

A exatidão se deve a utilização do método de plano de cortes, que resolve os problemas utilizando técnicas de relaxação linear.

- Documentação incompleta e sem suporte oficial para sua utilização;
- Relatório técnico sobre a instalação e uso do resolvedor foi desenvolvido a partir deste trabalho.

O Problema de Minimização de Trocas de Ferramentas e o Problema do Caixeiro Viajante

Relacionando os problemas

Não são equivalentes entre si, mas ambos podem ser modelados considerando um grafo completo.

Vértices:

- Para o PCV representa uma cidade;
- Para o MTSP representa uma tarefa.

Peso das arestas:

- Para o PCV representa a distância entre duas cidades;
- Para o MTSP representa o número de troca de ferramentas entre duas tarefas.

O Problema de Minimização de Trocas de Ferramentas e o Problema do Caixeiro Viajante

Como via de regra, os métodos utilizados para solucionar o MTSP utilizando o PCV como parte da solução são heurísticas.

Suas soluções são degradadas por dois aspectos:

- Modelagem;
- Heurísticas.

Cálculo da distância entre duas tarefas

Hertz et al. 1998 compilaram cinco definições para cálculo de distância entre duas tarefas encontradas na literatura.

As três primeiras definições consideram duas tarefas subsequentes i e j.

As demais consideram os conjuntos de ferramentas carregadas na máquina antes do processamento da tarefa i e depois do processamento da tarefa j.

Definições

Definição 1 (Crama et al. 1994)

Determina quantas ferramentas permanecerão na máquina ao trocar tarefa *i* por *j*.

$$d_{ij} = C - \mid F_i \cap F_j \mid \tag{3}$$

Definições

Definição 2 (Crama et al. 1994)

Considera a diferença simétrica entre os conjuntos F_i e F_j.

$$d_{ij} = \mid F_i \cup F_j \mid - \mid F_i \cap F_j \mid \tag{4}$$

Definições

Definição 3 (adaptada por Crama et al. 1994)

$$d_{ij} = \max\{0, \mid F_i \cup F_j \mid - C\} \qquad (5)$$

A maioria dos autores utiliza essa definição.

Definições

Definição 4 (Hertz et al. 1998)

Adota um critério de frequência para a permanência das ferramentas.

$$d_{ij} = \max\left\{0, \mid F_i \cup F_j \mid - \left[\theta \frac{\Lambda(ij)}{(n-2) \mid F_i \cup F_j \mid}\right] C\right\} \tag{6}$$

Subtrai de $\mid F_i \cup F_j \mid$ uma quantidade $[0, C]$ de ferramentas:

- Maior quando as ferramentas da união são utilizadas com frequência;
- Menor caso contrário.

Definições

Definição 4 (Hertz et al. 1998)

$$d_{ij} = \max\left\{0, \mid F_i \cup F_j \mid - \left[\theta \frac{\Lambda(ij)}{(n-2) \mid F_i \cup F_j \mid}\right] C\right\} \quad (7)$$

- $\Lambda(ij) = \sum_{k \in F_i \cup F_j} \lambda_k(ij)$, representa o total das frequência de todas as ferramentas utilizadas para processar duas tarefas i e j;
- $\lambda_k(ij)$, indica o número de tarefas, excluindo-se as tarefas i e j, que requerem da ferramenta $k \in F_i \cup F_j$;
- Parâmetro $\theta \in [0, 1]$.

Definições

Definição 5 (Hertz et al. 1998)

- Primeira parte da equação proporciona maior peso a $\mid F_i \cup F_j \mid$ se a capacidade da máquina for menor;
- Segunda parte é no mínimo 1:
  - Maior caso as ferramentas da união forem utilizadas raramente;
  - Menor caso contrário.

$$d_{ij} = \left(\left[\frac{c+1}{c} \right] \mid F_i \cup F_j \mid - \mid F_i \cap F_j \mid \right) \left[\frac{(n-2) \mid F_i \cup F_j \mid}{\max\{\Lambda(ij), 0.5\}} \right] \tag{8}$$

De acordo com os autores, foi a definição que reportou os melhores resultados.

Métodos

- Busca Local Iterada (ILS), por Paiva e Carvalho (2017);
- Cinco modelos, cada um considera uma das cinco métricas de cálculo de distância reportados por Hertz et al. 1998:
  - Dado as distância entre as tarefas, cada modelo invoca o resolvedor Concorde para solucionar o problema.

Conjunto de Instâncias

Três grupos de instâncias foram considerados, totalizando 1670 instâncias:

- Yanasse et al. (2009) (A, B, C, D e E), totalizando 1350 instâncias;
- Crama et al. (1994) (C_1, C_2, C_3 e C_4), totalizando 160 instâncias;
- Catanzaro et al. (2015) (*dat*A, *dat*B, *dat*C e *dat*D), totalizando 160 instâncias.

Análise

- *Gap* - Distância percentual em relação à melhor solução existente;
- *Ranking ordinal* - Atribui valores ordinais aos métodos de acordo com a qualidade das soluções associadas.

Yanasse et al. (2009).

Grupo	*ILS*		M_1		M_2		M_3		M_4		M_5	
	gap	*ranking*	*gap*	*ranking*	*gap*	*ranking*	*gap*	*ranking*	*gap*	*ranking*	*gap*	*ranking*
A	0,00%	1,00	4,51%	1,85	3,33%	1,63	4,21%	1,78	3,26%	1,61	8,89%	2,32
B	0,00%	1,00	5,58%	2,05	4,18%	1,79	5,43%	2,00	3,83%	1,74	10,99%	2,61
C	0,00%	1,00	14,02%	2,85	12,15%	2,46	17,72%	3,33	12,00%	2,42	17,62%	3,31
D	0,00%	1,00	14,18%	2,65	13,90%	2,57	33,27%	4,22	13,51%	2,52	17,73%	3,13
E	0,00%	1,00	14,02%	2,85	12,15%	2,46	17,72%	3,33	12,00%	2,42	17,62%	3,31

Tabela: Resultados obtidos no grupo de instâncias de Yanasse et al. (2009).

Crama et al. (1994).

Grupo	*ILS*		M_1		M_2		M_3		M_4		M_5	
	gap	*ranking*	*gap*	*ranking*	*gap*	*ranking*	*gap*	*ranking*	*gap*	*ranking*	*gap*	*ranking*
C_1	0,00%	1,00	8,42%	1,90	6,63%	1,70	15,80%	2,55	7,42%	1,80	11,69%	2,23
C_2	0,00%	1,00	9,17%	2,15	10,22%	2,35	25,06%	3,65	10,97%	2,35	15,40%	2,93
C_3	0,00%	1,00	18,78%	3,40	18,01%	3,03	37,72%	5,33	16,42%	2,58	21,14%	3,98
C_4	0,00%	1,00	16,83%	3,25	15,57%	2,63	34,65%	5,53	16,27%	3,08	21,10%	4,25

Tabela: Resultados obtidos no grupo de instâncias de Crama et al. (1994).

Experimentos Computacionais

Catanzaro et al. (2015).

Grupo	*ILS*		M_1		M_2		M_3		M_4		M_5	
	gap	*ranking*	*gap*	*ranking*	*gap*	*ranking*	*gap*	*ranking*	*gap*	*ranking*	*gap*	*ranking*
datA	0,00%	1,00	6,72%	1,70	7,23%	1,78	18,96%	2,73	7,24%	1,78	14,53%	2,40
datB	0,00%	1,00	10,62%	2,35	7,71%	1,93	26,83%	3,95	11,11%	2,53	14,62%	2,98
datC	0,00%	1,00	20,23%	3,28	19,71%	3,00	39,64%	5,40	18,74%	2,75	23,48%	3,95
datD	0,00%	1,00	16,40%	3,15	15,38%	2,80	33,90%	5,35	16,06%	3,00	20,57%	4,45

Tabela: Resultados obtidos no grupo de instâncias de Catanzaro et al. (2015).

Conclusão

Análise sobre os modelos

- Mesmo com tempo de execução desprezível, nenhum dos modelos propostos conseguiu se aproximar dos resultados obtidos pelo ILS;
- O pior desempenho foi constatado pelo modelo 3;
- modelos 2 e 4 apresentaram melhores resultados, quando comparados somente os métodos propostos.

Conclusão

Considerações finais

- A modelagem mais comumente encontrada na literatura não emprega exatidão em seus métodos.
- Soluções são degradadas devido a dois fatores:
  - Modelagem;
  - Heurísticas.
- Resolvedor Concorde elimina a degradação oriunda das heurísticas.
- Os resultados indicam que a modelagem não é adequada.

Trabalhos futuros

Encontrar novas formulas de cálculo de distância entre tarefas.

Applegate, D.; Cook, W. e Rohe, A. (2003). Chained lin-kernighan for large traveling salesmanproblems.INFORMS Journal on Computing, 15(1):82–92.

Crama, Y.; Kolen, A. W. J.; Oerlemans, A. G. e Spieksma, F. C. R. (1994). Minimizing thenumber of tool switches on a flexible machine.International Journal of Flexible Manufac-turing Systems, 6(1):33–54.

Hertz, A.; Laporte, G.; Mittaz, M. e Stecke, K. E. (1998). Heuristics for minimizing toolswitches when scheduling part types on a flexible machine.IIE transactions, 30(8):689–694.

Paiva, G. S. e Carvalho, M. A. M. (2017). Improved heuristic algorithms for the job sequencingand tool switching problem.Computers Operations Research, 88:208 – 219

Agradecimentos