



Problema de Minimização de Pilhas Abertas: Uma Abordagem Elementar



Marco A. M. Carvalho
mamc@iceb.ufop.br
Universidade Federal de Ouro Preto - MG



Nei Y. Soma
soma@ita.br
Instituto Tecnológico de Aeronáutica - SP



Descrição do Problema

Motivação

Exemplo

INTRODUÇÃO

Descrição do Problema

- Uma fábrica produz diferentes tipos de produtos em lotes
 - Apenas uma máquina;
 - Apenas um tipo de produto por estágio;
- Consumidores fazem pedidos por diferentes conjuntos de produtos
 - O conteúdo de cada pedido é colocado em uma pilha durante sua produção;
 - Quando a pilha recebe seu primeiro produto, ela é considerada *aberta*;
 - Quando a pilha recebe seu último produto, ela é considerada *fechada*
 - Os produtos podem ser entregues;
 - O espaço físico ocupado pela pilha é liberado.

Descrição do Problema

- Há uma limitação do espaço físico utilizado no ambiente de produção
 - Não há espaço suficiente para que haja uma pilha aberta para cada pedido ao mesmo tempo;
 - Se o número de pilhas abertas excede o espaço físico disponível, algumas pilhas precisam ser removidas temporariamente para liberar espaço para novas pilhas.
 - A sequência em que os produtos são produzidos pode reduzir o número máximo de pilhas abertas simultaneamente
 - Este é o objetivo do Problema de Minimização de Pilhas Abertas (*Minimization of Open Stacks Problem - MOSP*).

Motivação

- O MOSP é NP-Difícil e possui uma variedade de problemas equivalentes:
 - Corte de estoque:
 - Sequenciamento de Padrões de Corte.
 - Projeto VLSI:
 - *Gate Matrix Layout Problem*;
 - *PLA Folding*.
 - Problemas em grafos:
 - *Pathwidth*;
 - *Interval Thickness*;
 - *Node Search Game*;
 - *Narrowness*;
 - *Split bandwidth*;
 - *Edge and Vertex Separation*.

Introdução

- Formalmente, dada uma matriz de pertinência ***M***:
 - As linhas representam os pedidos de compra;
 - As colunas correspondem aos produtos;
 - $m_{ij} = 1$ sse o pedido i contém o produto j ;
 - $m_{ij} = 0$ caso contrário;
 - As pilhas são associadas às linhas
 - Primeiro produto produzido: pilha *aberta*;
 - Último produto produzido: pilha *fechada*;
- O objetivo é encontrar uma permutação das colunas tal que o número máximo de pilhas abertas é minimizado.

Exemplo #1

	p1	p2	p3	p4	p5	p6
c1	1	0	0	1	1	0
c2	1	1	0	0	0	0
c3	0	0	1	1	0	0
c4	1	1	1	0	1	0
c5	0	1	0	1	1	1
c6	0	1	0	0	0	1

Exemplo #1

		Sequência de Produção					
		p2	p4	p5	p1	p3	p6
Pilhas	c1		1	1	1		
	c2	1	--	--	1		
	c3		1	--	--	1	
	c4	1	--	1	1	1	
	c5	1	1	1	--	--	1
	c6	1	--	--	--	--	1

Max Pilhas Abertas: 6

		Sequência de Produção					
		p6	p2	p1	p3	p4	p5
Pilhas	c1			1	--	1	1
	c2		1	1			
	c3				1	1	
	c4		1	1	1	--	1
	c5	1	1	--	--	1	1
	c6	1	1				

Max Pilhas Abertas: 4



Representação

Busca em Largura

Sequenciamento dos Produtos

Regras de Melhoria

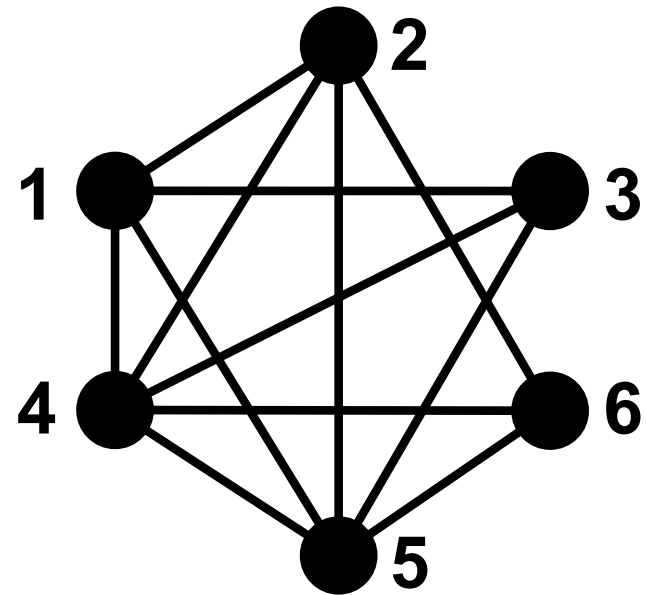
UMA ABORDAGEM ELEMENTAR

Representação

- Em grafos MOSP, vértices correspondem aos pedidos de compras
 - Arestas conectam pedidos que compartilham pelo menos um produto em comum;
 - Arestas múltiplas não são considerados;
 - Cada produto induz um clique no grafo;
 - Existem algoritmos polinomiais para algumas topologias especiais.

Grafo MOSP

	p1	p2	p3	p4	p5	p6
c1	1	0	0	1	1	0
c2	1	1	0	0	0	0
c3	0	0	1	1	0	0
c4	1	1	1	0	1	0
c5	0	1	0	1	1	1
c6	0	1	0	0	0	1



Busca em Largura

- O MOSP lembra o Problema de Minimização de Banda em Matrizes (*Matrix Bandwidth Minimization Problem* - MBM)
 - O MBM busca uma permutação de linhas e colunas que mantenha os elementos não nulos da matriz tão próximos quanto possível da diagonal principal.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

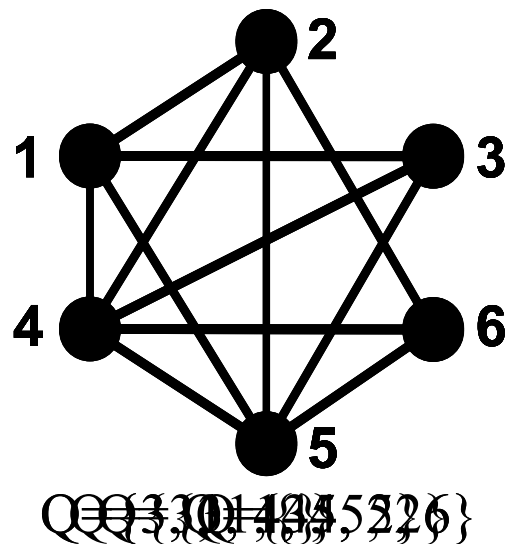
Busca em Largura

- A heurística *Cuthill-McKee* (1969) para o MBM explora um grafo correspondente a sua matriz por busca em largura (*Breadth-First Search* - BFS):
 - Escolha de vértices de menor grau
 - Empates resolvidos a favor do vértice de menor grau;
 - A sequência dos vértices na busca determina a permutação de linhas e colunas.

Busca em Largura

- A BFS nunca foi aplicada para solução do MOSP
 - As matrizes MOSP podem não ser esparsas, simétricas ou quadradas como as matrizes do MBM;
 - A estrutura de banda não é uma condição requerida para otimalidade.
- Porém, quando aplicada ao MOSP, a BFS gera bons resultados.

Busca em Largura



- Não examinado
- ◐ Examinado
- Todos os vizinhos examinados

Sequenciamento de Produtos

- Depois de sequenciar os vértices (pedidos de compra), obtemos a permutação dos produtos:
 - Os pedidos de compra são analisados usando a político LIFO;
 - Cada produto comprado é inserido na solução usando a política LIFO.

Sequenciamento de Produtos

- $Q = \{3, 1, 4, 5, 2, \mathbf{6}\}$

	p1	p2p6	p3	p4	p5
c1	1	0	0	1	1
c2	1	1	0	0	0
c3	0	0	1	1	0
c4	1	1	1	0	1
c5	0	1	0	1	1
c6	0	1	0	0	0



	p2	p6
c1	0	0
c2	1	0
c3	0	0
c4	1	0
c5	1	1
c6	1	1

Sequenciamento de Produtos

- $Q = \{3, 1, 4, 5, \mathbf{2}, 6\}$

	p1	p2p6	p3	p4	p5
c1	1	0	0	1	1
c2	1	1	0	0	0
c3	0	0	1	1	0
c4	1	1	1	0	1
c5	0	1	0	1	1
c6	0	1	0	0	0



	p1	p2	p6
c1	1	0	0
c2	1	1	0
c3	0	0	0
c4	1	1	0
c5	0	1	1
c6	0	1	1

Sequenciamento de Produtos

- $Q = \{3, 1, 4, \mathbf{5}, 2, 6\}$

	p1	p2p6	p3	p4	p5
c1	1	0	0	1	1
c2	1	1	0	0	0
c3	0	0	1	1	0
c4	1	1	1	0	1
c5	0	1	0	1	1
c6	0	1	0	0	0



	p4	p5	p1	p2	p6
c1	1	1	1	0	0
c2	0	0	1	1	0
c3	1	0	0	0	0
c4	0	1	1	1	0
c5	1	1	0	1	1
c6	0	0	0	1	1

Sequenciamento de Produtos

- $Q = \{3, 1, 4, 5, 2, 6\}$

	p1	p2p6	p3	p4	p5
c1	1	0	0	1	1
c2	1	1	0	0	0
c3	0	0	1	1	0
c4	1	1	1	0	1
c5	0	1	0	1	1
c6	0	1	0	0	0



	p3	p4	p5	p1	p2	p6
c1	0	1	1	1	0	0
c2	0	0	0	1	1	0
c3	1	1	0	0	0	0
c4	1	0	1	1	1	0
c5	0	1	1	0	1	1
c6	0	0	0	0	1	1

Sequenciamento de Produtos

		Sequência de Produção					
		p3	p4	p5	p1	p2	p6
Pilhas	c1		1	1	1		
	c2				1	1	
	c3	1	1				
	c4	1	--	1	1	1	
	c5		1	1	--	1	1
	c6					1	1

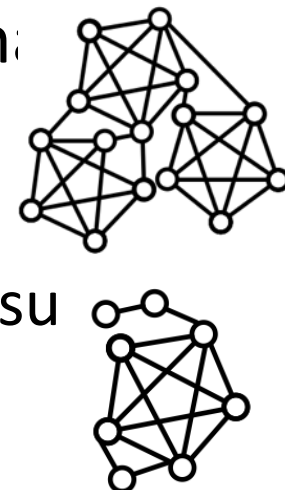
Max Pilhas Abertas: 4

Busca em Largura


- Benefícios da BFS:
 - Vértices de grau baixo não são o gargalo do problema
 - Sequenciados primeiro.
 - Vértices de cliques e vértices de maior grau tendem a ser sequenciados contiguamente;
 - Processa diferentes componentes naturalmente;
 - Complexidade computacional;
 - Facilidade de implementação.

Regras de Melhoria

- Topologias especiais do grafo MOSP causam má interpretação do comportamento da BFS, gerando erros:
 - Cliques fracamente conectados;
 - Um clique dominante com poucos vértices em sua vizinhança.
- Regras de melhoria:
 1. Fechar pilhas inativas, antecipando a produção de seu último produto;
 2. Atrasar a abertura de novas pilhas, pelo atraso da produção dos produtos que abrem novas pilhas.



Regra de Melhoria #1



Manufacturing Sequence						
		p4	p5	p2p6	p1	p3
Stacks	c1	1	1	--	1	
	c2			1	1	
	c3	1	--	--	--	1
	c4		1	1	1	1
	c5	1	1	1		
	c6			1		

Max Open Stacks: 6




Manufacturing Sequence						
		p4	p5	p1	p2p6	p3
Stacks	c1	1	1	1		
	c2			1	1	
	c3	1	--	--	--	1
	c4		1	1	1	1
	c5	1	1	--	1	
	c6				1	

Max Open Stacks: 5

Regra de Melhoria #2

Sequência de Produção



	p5	p3	p1	p2p6	p4
c1	1	--	1	--	1
c2			1	1	
c3		1	--	--	1
c4	1	1	1	1	
c5	1	--	--	1	1
c6				1	

Pilhas

Max Pilhas Abertas: 6



Sequência de Produção

	p5	p1	p2p6	p3	p4
c1	1	1	--	--	1
c2		1	1		
c3				1	1
c4	1	1	1	1	
c5	1	--	1	--	1
c6				1	

Pilhas

Max Pilhas Abertas: 5



Instâncias

Ambiente Computacional

EXPERIMENTOS COMPUTACIONAIS

Instâncias

- *First Constraint Modeling Challenge (2005)*
 - 5.806 instâncias;
 - Presença de instâncias passíveis de decomposição;
 - Topologias de solução polinomial.

Ambiente Computacional

- Pentium IV duo core 3.2 GHz;
- 1 GB RAM;
- Fedora Linux 11;
- Sem opções de otimização;
- Becceneri et al (2004): Heurística de Nó de Custo Mínimo
 - Estado da arte em heurísticas para o MOSP;
 - Implementado conforme descrição original.

Experimentos Computacionais

- Soluções

Método	<i>Becceneri et al (2004)</i>	$HB F_{2r}$
Melhores soluções	400 (6,89%)	636 (10,95%)
Soluções ótimas	4.899 (84.21%)	5.084 (87.56%)
Erro máximo do ótimo	8 pilhas	4 pilhas
Distância do ótimo	1,32%	0,88%
Maior distância do ótimo	67%	167%

- Tempos de execução (ms)

Método	Min	Média	Max
<i>Becceneri et al (2004)</i>	0,00	0,02	24,00
$HB F_{2r}$	0,00	0,12	72,00



SUMÁRIO

Sumário

- Uma nova abordagem para o MOSP;
- Heurística de complexidade $O(p^3)$, em que p denota o número de produtos
 - *Gap* baixo;
 - Robusta – baixo índice de erros;
 - Alto índice de soluções ótimas.
 - Rápida.
- Pode ser utilizada para gerar bons limitantes superiores rapidamente;
- Pode ser utilizada diretamente na solução do MOSP e problemas equivalentes.

Agradecimento

- Prof. Maria Garcia de la Banda (Monash University);
- Este trabalho contou com apoio da Fundação de Amparo à Pesquisa do estado de São Paulo, processo 2009/51831-9 (primeiro autor).





Perguntas?

OBRIGADO