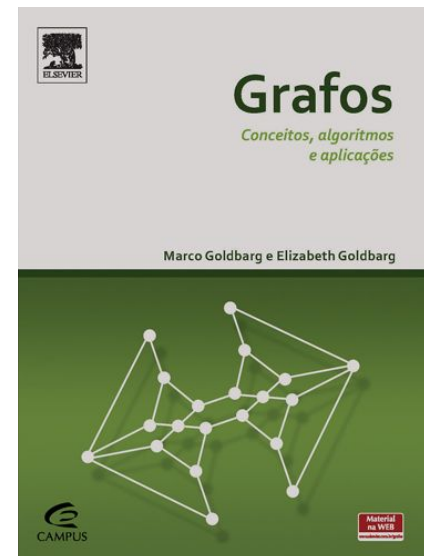


Programação



Avisos

- O conteúdo desta aula é parcialmente retirado do livro *Grafos: Conceitos, Algoritmos e Aplicações*. Goldbarg, M; Goldbarg, E. Campus. 2012. ISBN: 9788535257168.



Motivação

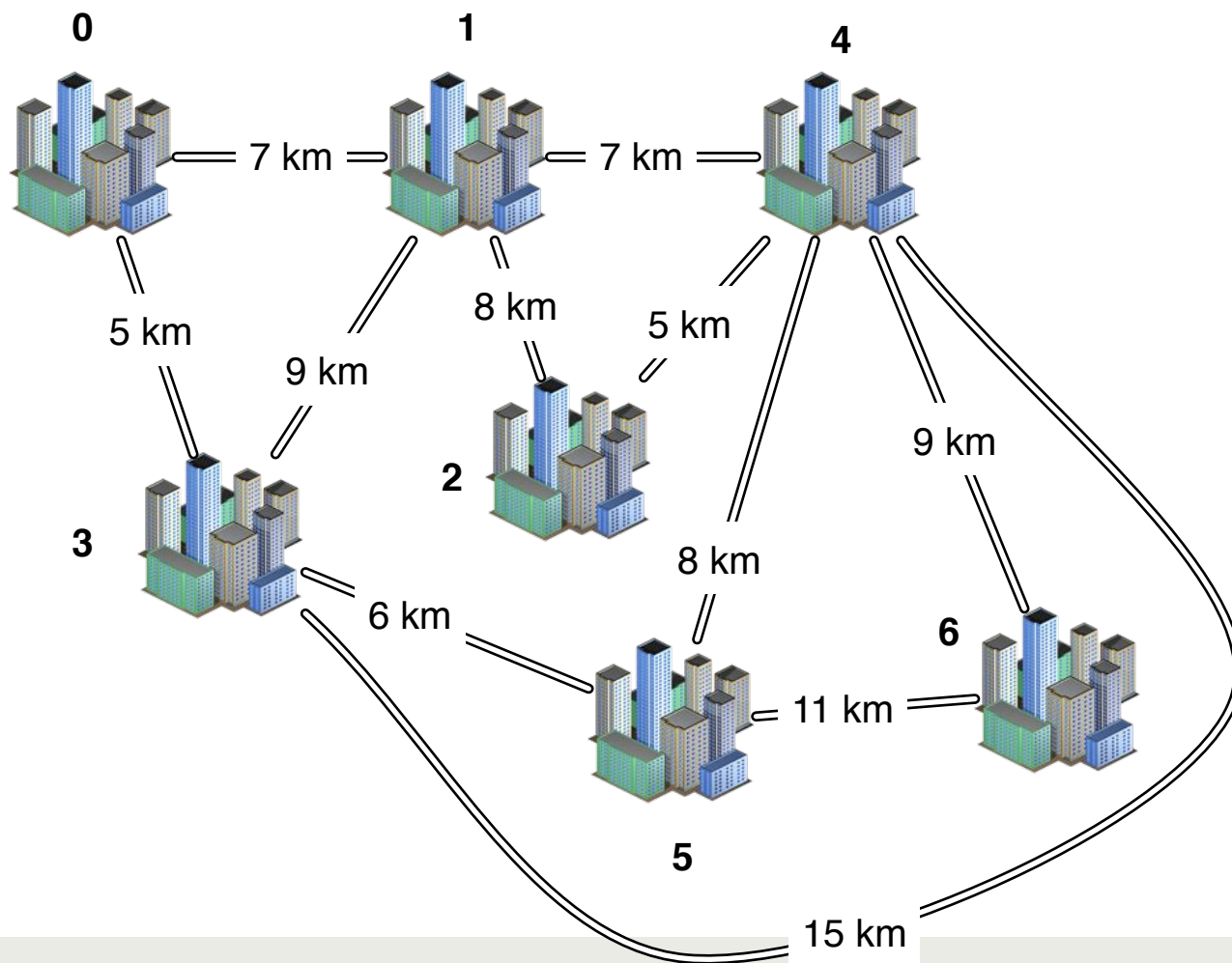
Motivação

- Problema **Estradas Escuras** URI Online Judge

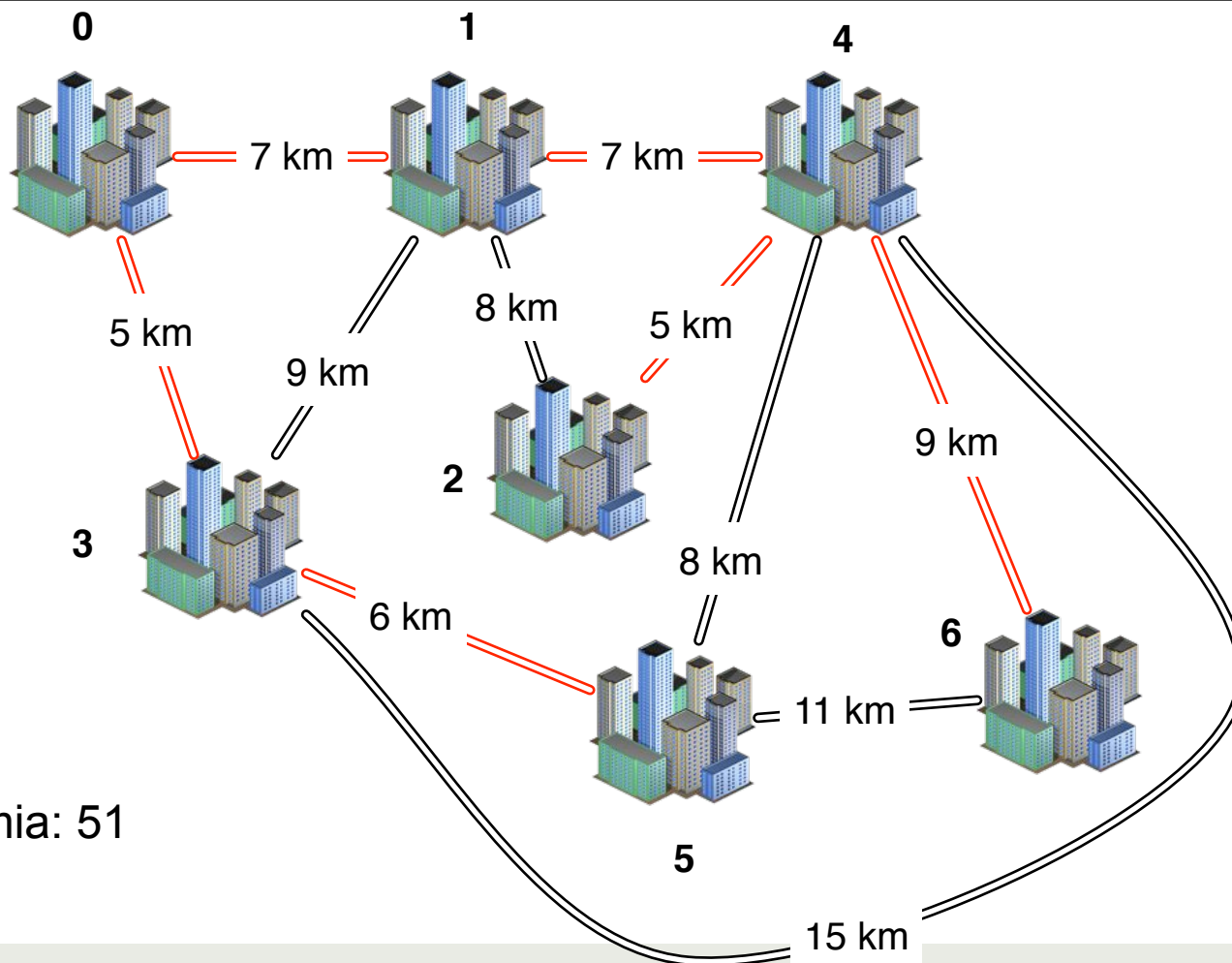
<http://www.urionlinejudge.com.br/judge/pt/problems/view/1152>

- Como representar computacionalmente as estradas e os cruzamentos entre as mesmas?
- E para resolver o problema?

Motivação



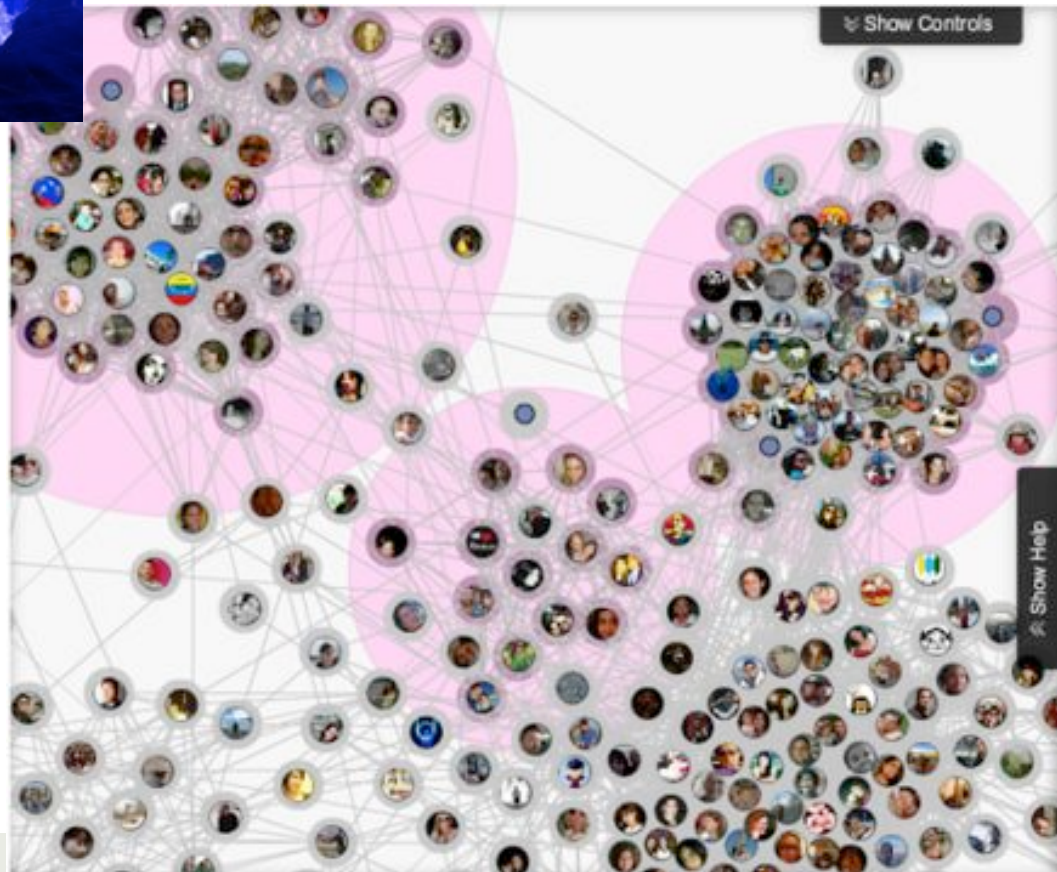
Motivação



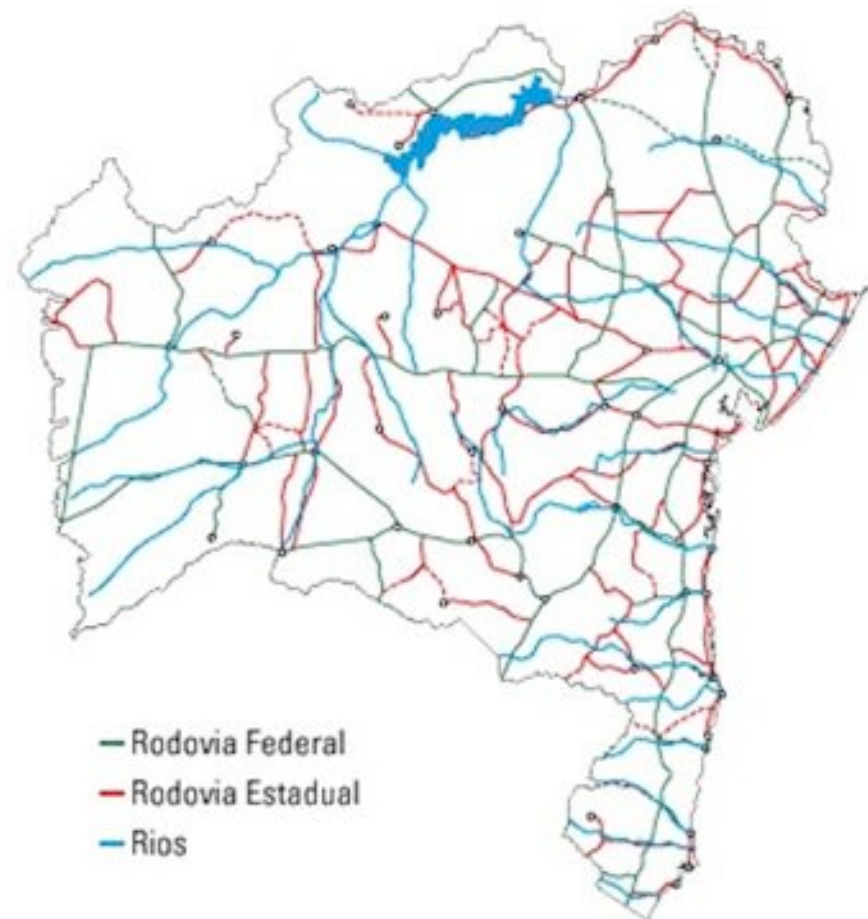
Introdução

Introdução

- Os grafos são estruturas muito importantes e recorrentes:
 - Representam arbitrarias relações entre elementos.
- O primeiro registro de uso data de 1736, por Euler
 - Muito antes dos computadores surgirem...



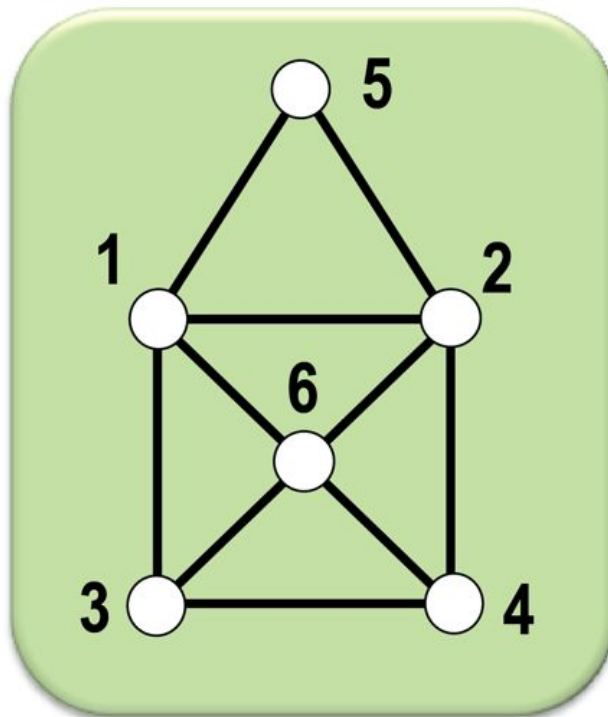
Introdução



Introdução

- Representação **concisa** e **precisa** de inúmeros problemas computacionais
- Grafo $\mathbf{G}=(\mathbf{V}, \mathbf{E})$
 - Conjunto \mathbf{V} com \mathbf{n} *vértices*, ou *nós*
 - $\{v_1, v_2, v_3, \dots, v_n\}$
 - Conjunto \mathbf{E} com \mathbf{m} *arestas*, ou *arcos*
 - $\{e_1, e_2, e_3, \dots, e_m\}$

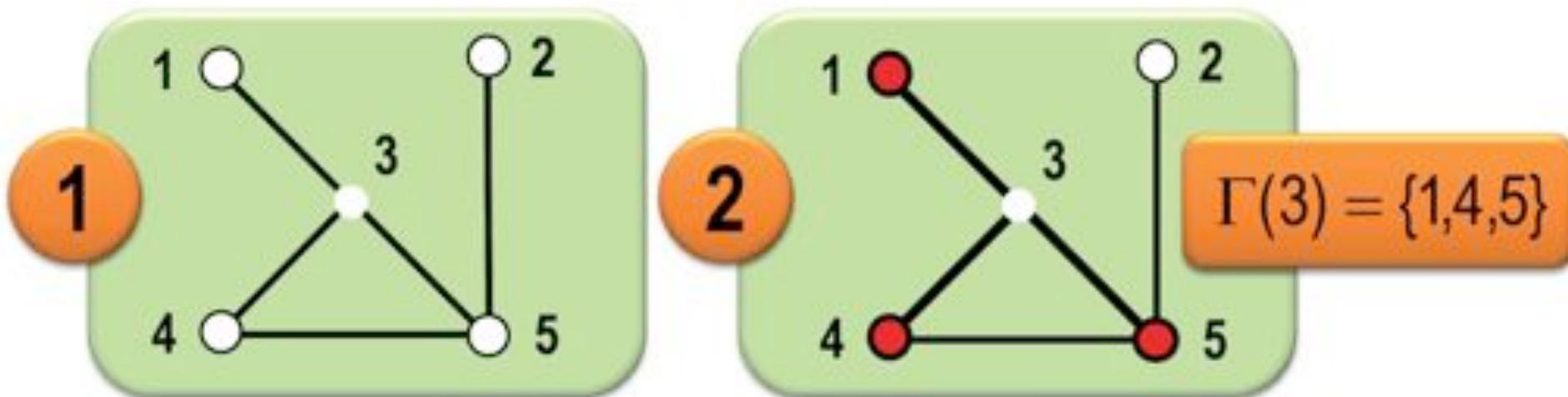
Introdução



Terminologia

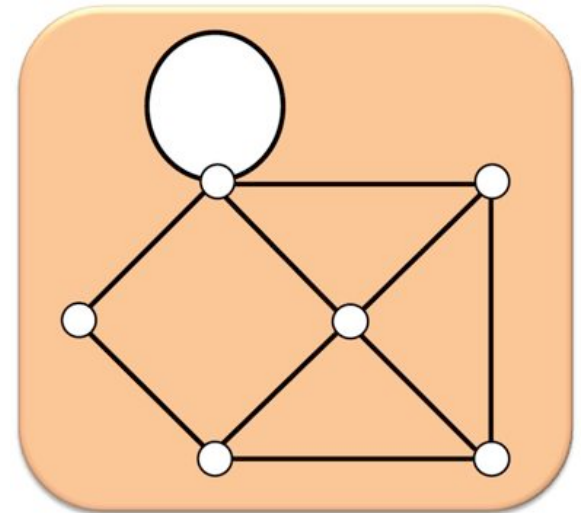
Adjacência

- Vértices que são os pontos finais de uma mesma aresta são ditos **adjacentes** ou **vizinhos**;
- A função $\Gamma(i)$ retorna o conjunto de vértices adjacentes ao vértice i .



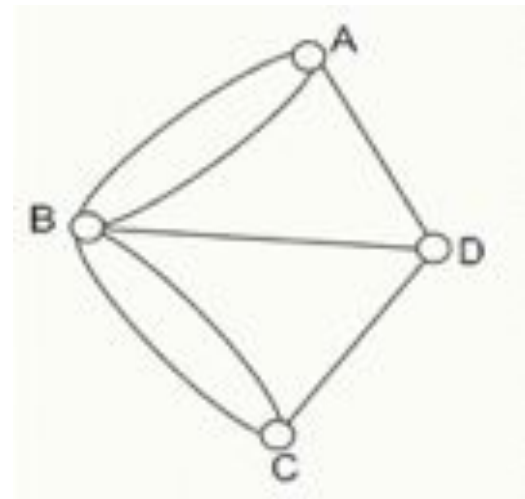
Laço

- Uma aresta cujas duas extremidades incidem em um mesmo vértice é denominada **laço** ou **loop**.



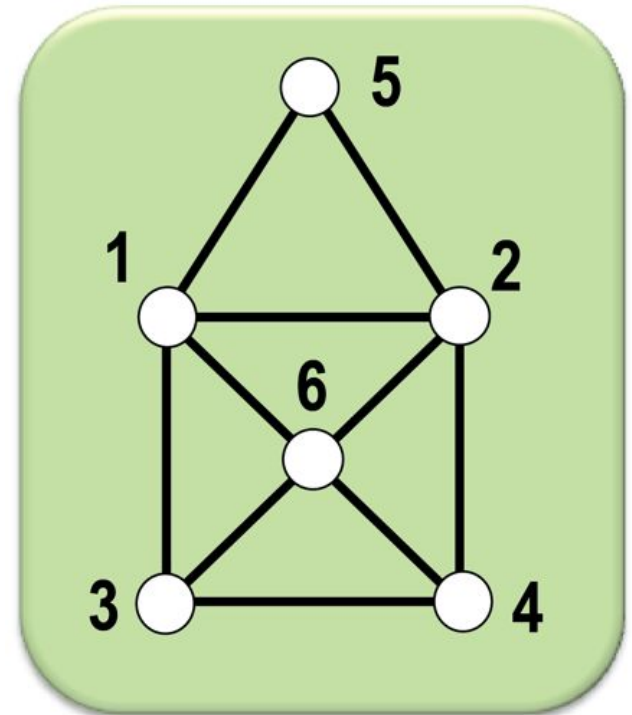
Arestas Paralelas

- ▣ Duas ou mais arestas associadas a um mesmo par de vértices são denominadas arestas **paralelas**.



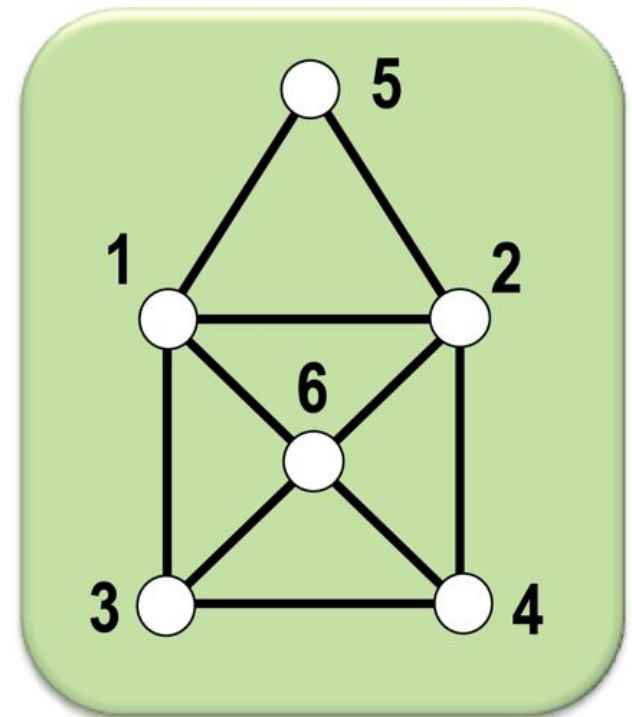
Grafo Simples

- Um grafo que não possui laços ou arestas paralelas é denominado grafo **simples**.



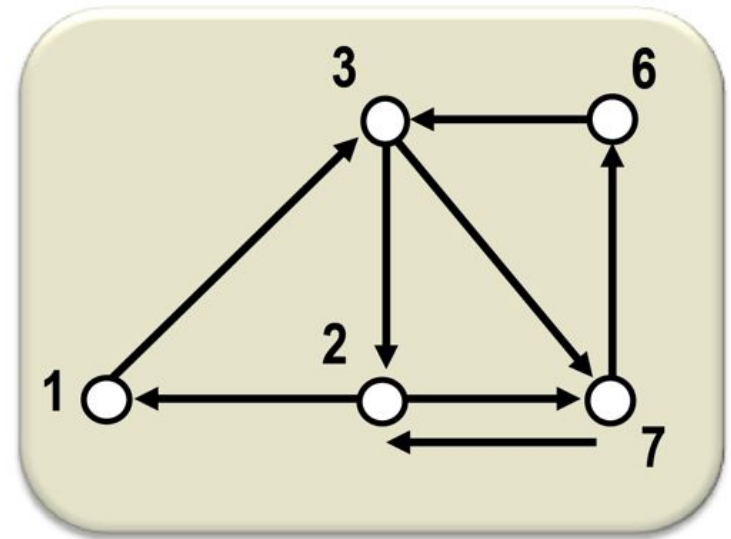
Grafo Não Direcionado

- Ligações expressas em arestas —
- Se o vértice *a* está ligado a *b*, a recíproca é verdadeira;
- Cada aresta é representada por um conjunto $\{a, b\}$, indicando os dois vértices envolvidos.



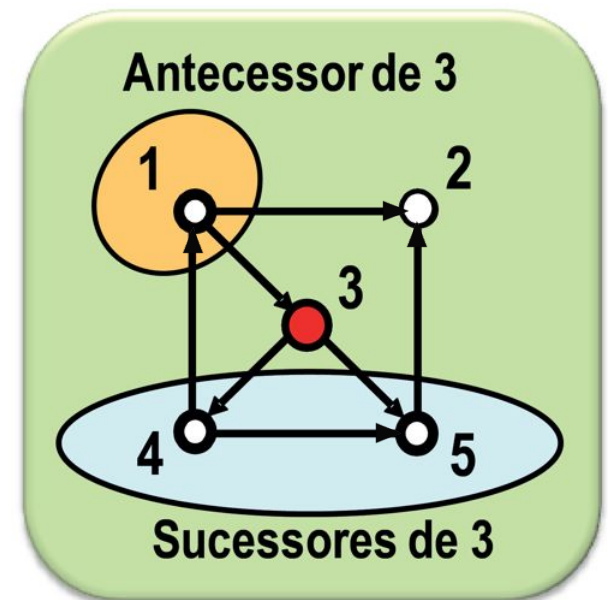
Grafo Direcionado

- Ligações expressas em arcos \rightarrow
- Cada arco é representada por um par ordenado **(a, b)**, indicando os dois vértices envolvidos.



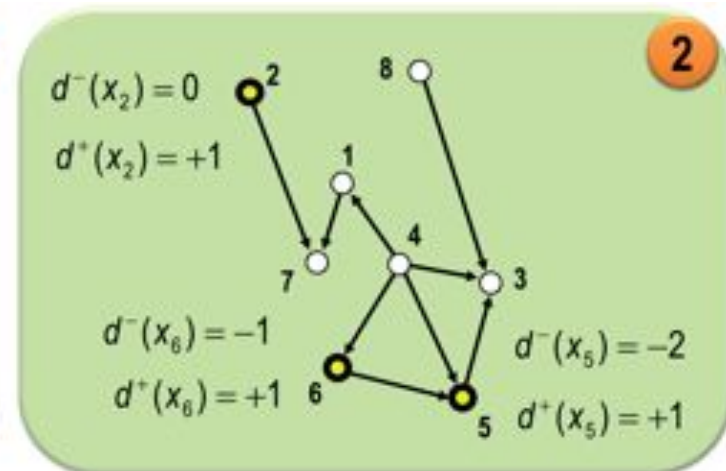
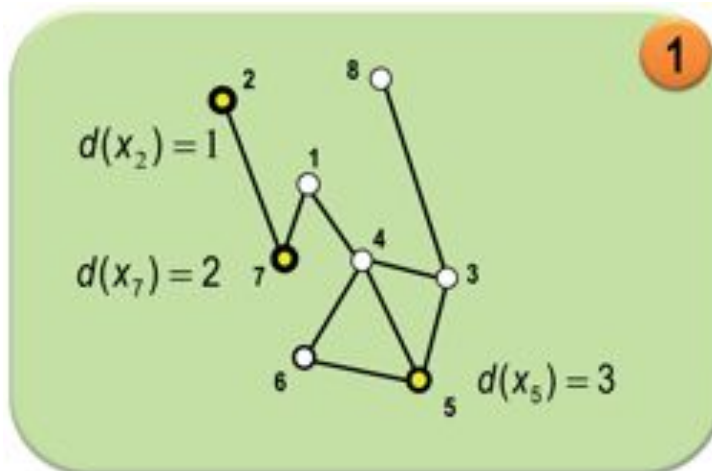
Antecessores e Sucessores

- Em um grafo direcionado, os **antecessores** de um vértice x são todos aqueles vizinhos a partir dos quais se alcança x ;
- Analogamente, os **sucessores** de um vértice x são todos aqueles vizinhos alcançáveis a partir de x .



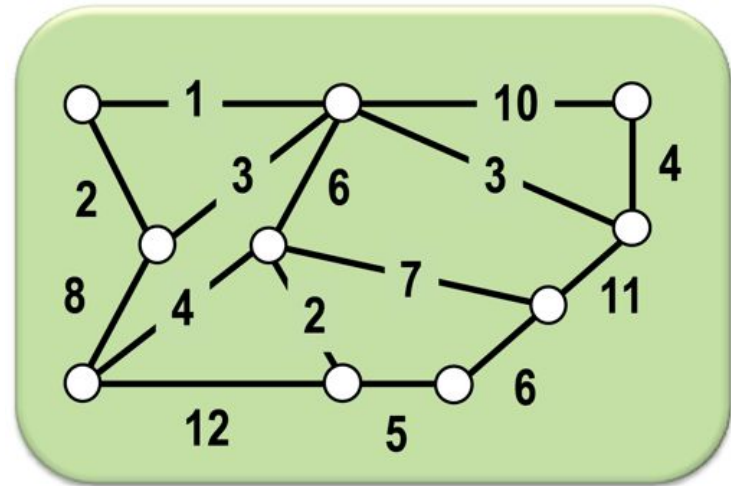
Grau de um Vértice

- O **grau** ($d(i)$) de um vértice i em um grafo não direcionado é igual o número de arestas incidentes a i ;
- O **grau de entrada** ($d^-(i)$) de um vértice i em um grafo não direcionado é igual o número de arestas que entram em i ;
- O **grau de saída** ($d^+(i)$) de um vértice i em um grafo não direcionado é igual o número de arestas que saem de i .



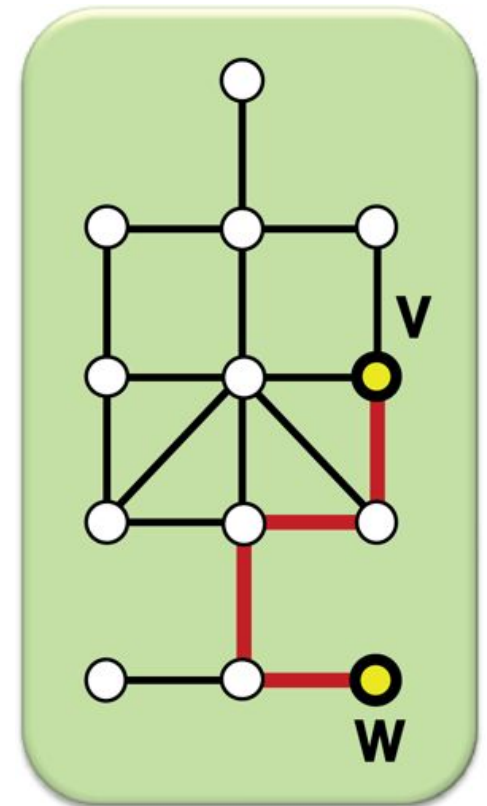
Grafo Ponderado

- Grafos em que as arestas possuem pesos são denominados **ponderados** ou **valorados**
- Os pesos denotam distância, tempo, custo, tráfego ou outros indicadores de consumo de recursos.



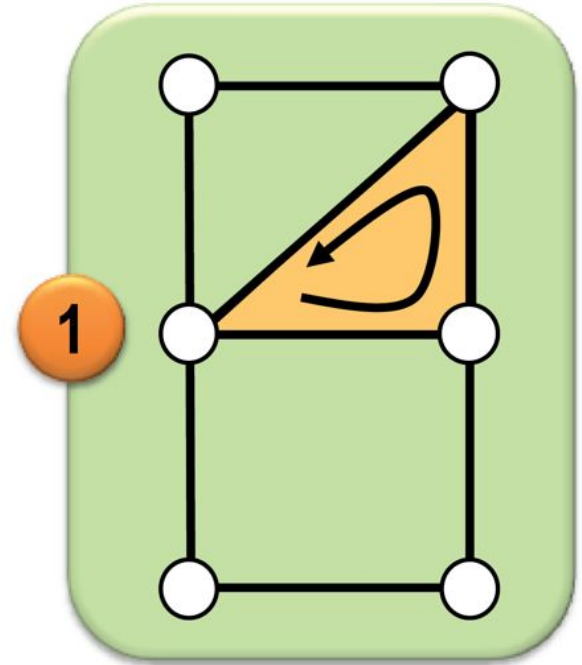
Caminho

- Um caminho é uma sequência de vértices e arestas que levam de um vértice a outro
- A princípio, sem a repetição de vértices e arestas;
- Em um grafo não ponderado, o **comprimento** do caminho é a quantidade de arestas;
- Em um grafo ponderado, o **comprimento** do caminho é a soma dos pesos das arestas.



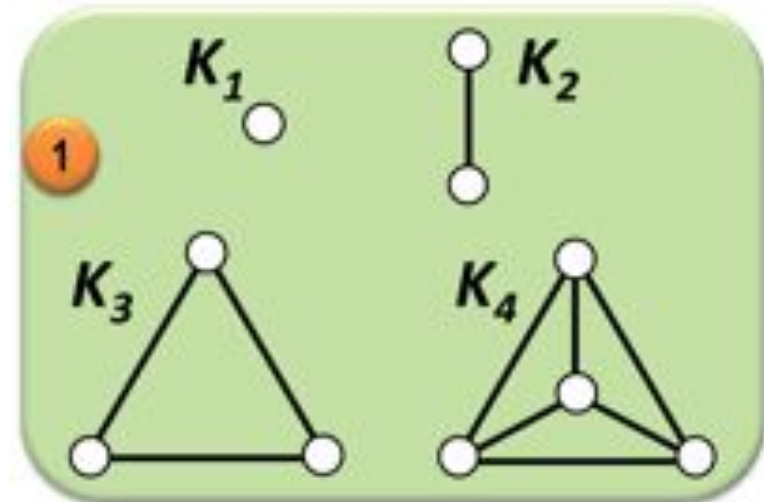
Ciclo

- Um **ciclo** ou **circuito** é um caminho que se inicia e termina em um mesmo vértice
- Ou seja, um caminho fechado.



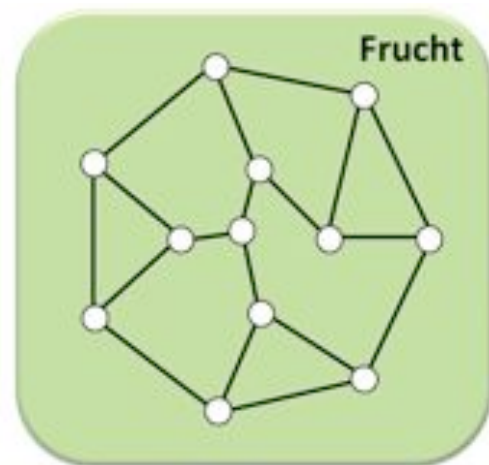
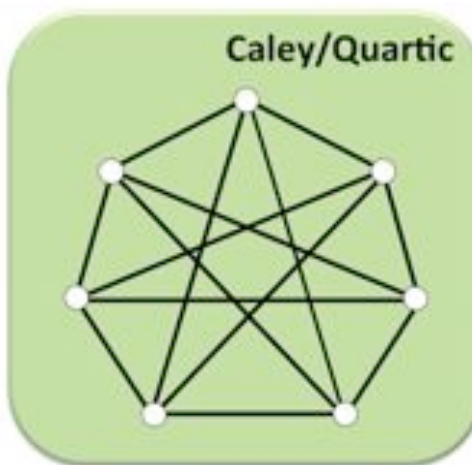
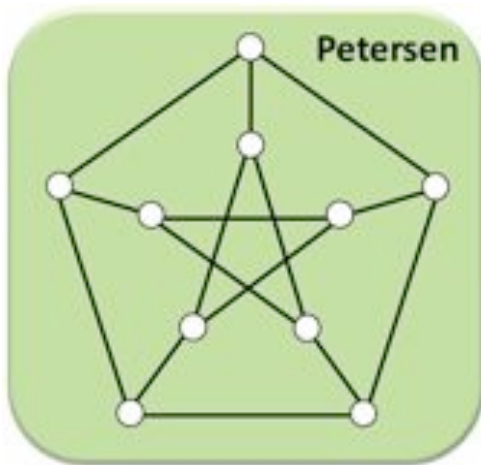
Grafo Completo

- Um **grafo completo** com n vértices, denominado K_n é um grafo simples contendo exatamente uma aresta para cada par de vértices distintos.



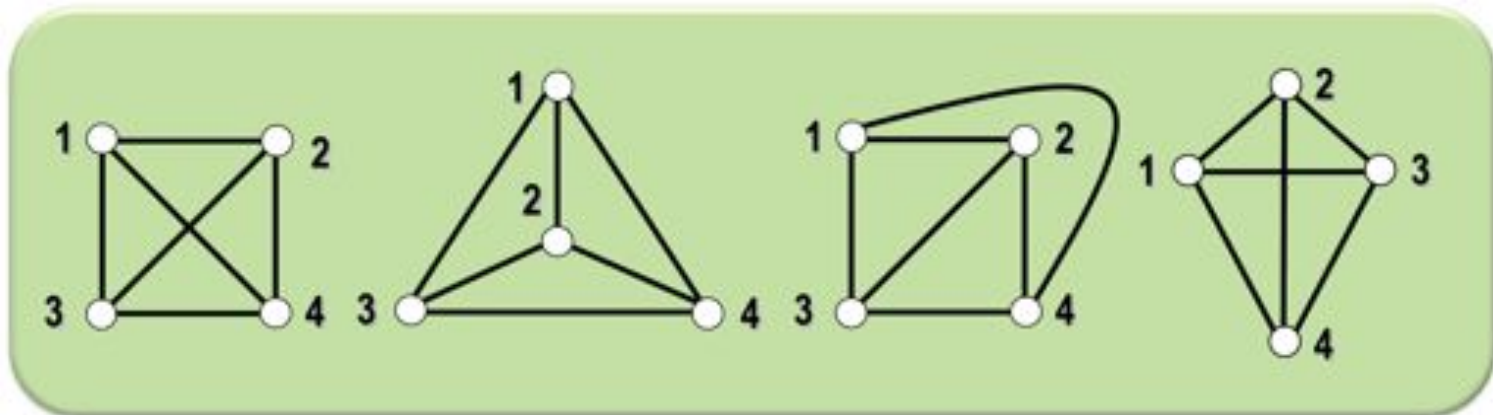
Grafo Regular

- Um grafo no qual todos os vértices possuem o mesmo grau é dito **regular**.
- Obs: qualquer grafo completo é regular.



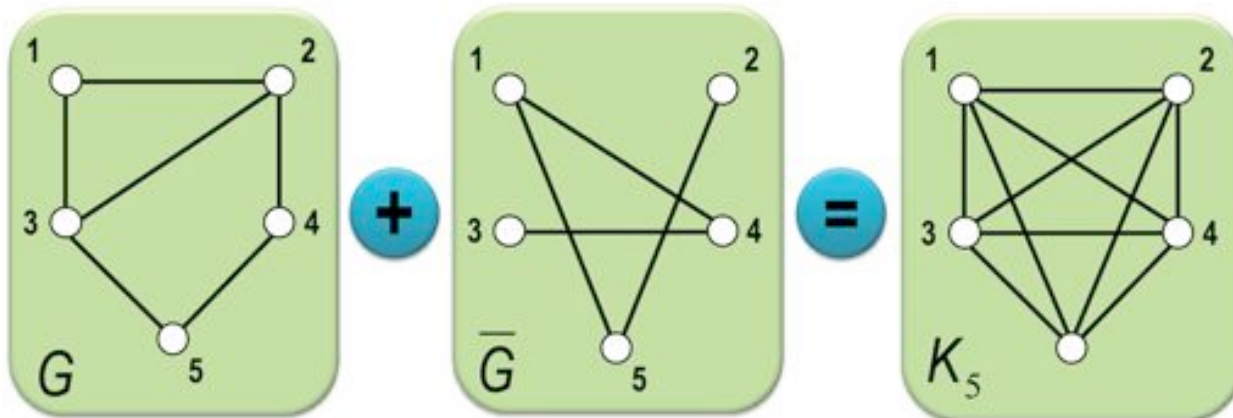
Isomorfismo

- Um mesmo grafo pode ser desenhado de diferentes formas, caracterizando o **isomorfismo**;
- Dois grafos G e H são ditos **isomorfos** se existir uma correspondência um-para-um entre seus vértices e entre suas arestas, de maneira que as relações de incidência são preservadas.



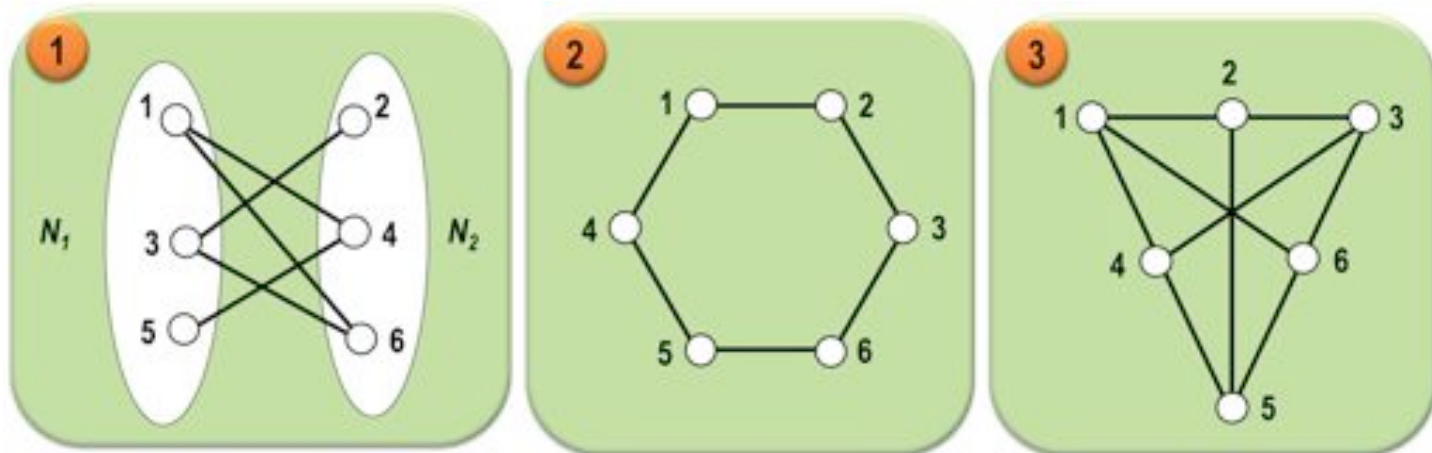
Complemento

- Seja $G=(V,E)$ um grafo simples dirigido ou não-dirigido, o **complemento** de G , $C(G)$, é um grafo formado da seguinte maneira:
 - Os vértices de G são todos os vértices de G ;
 - As arestas de G são exatamente as arestas que faltam em G para formarmos um grafo completo.



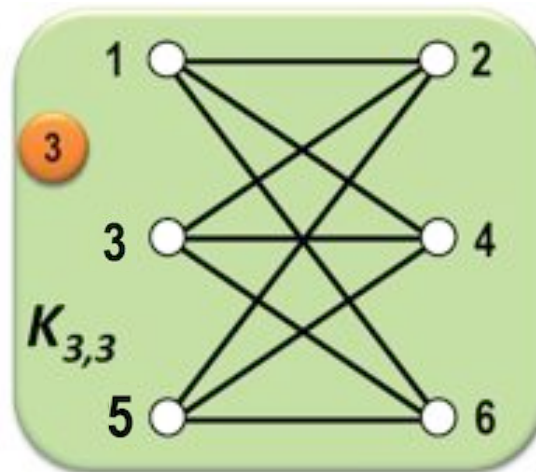
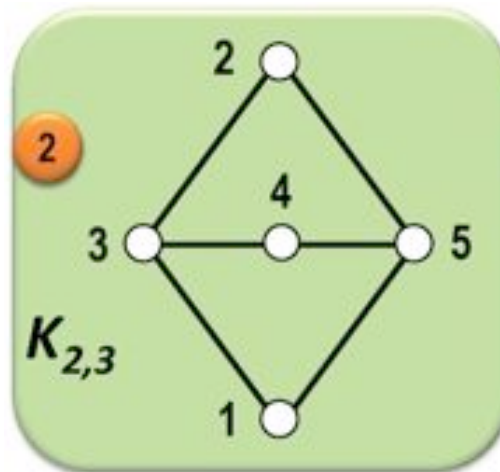
Bipartido

- Um grafo é **bipartido** se o conjunto de vértices V pode ser particionado em 2 subconjuntos V_1 e V_2 tal que todas as arestas do grafo são incidentes a um vértice de V_1 e a um vértice de V_2 .



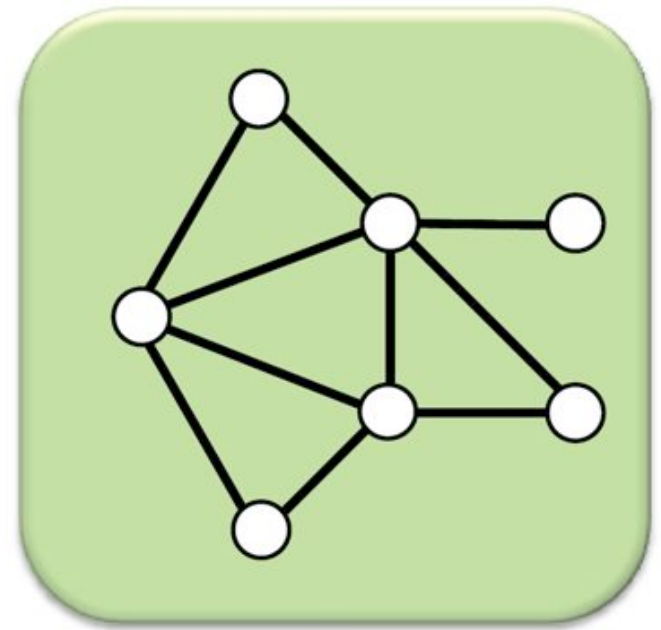
Bipartido Completo

- Um grafo **bipartido** é **completo** ($K_{|V_1|, |V_2|}$) se cada vértice do subconjunto V_1 é adjacente a todos os vértices do subconjunto V_2 e vice-versa.



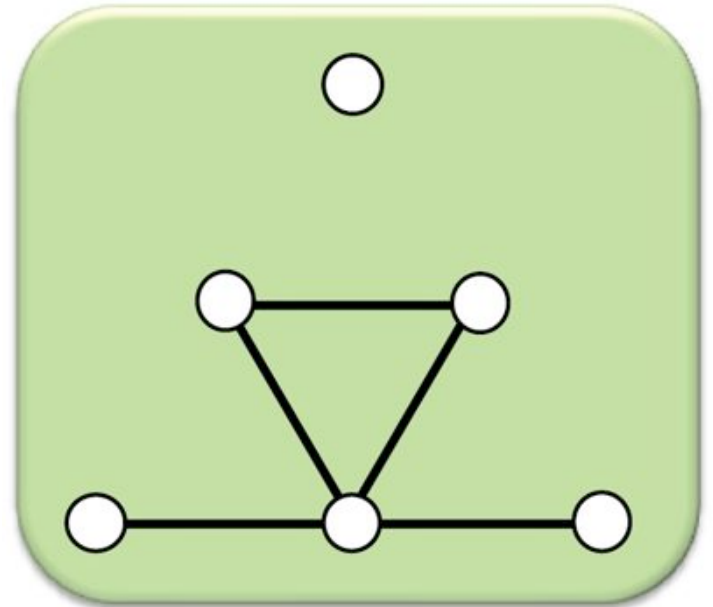
Conexo

- Em um grafo conexo, para todo par de vértices i e j existe pelo menos um caminho entre i e j .



Desconexo

- Um grafo **desconexo** ou **desconectado** é composto de dois ou mais grafos conexos, chamados de **componentes**.



Grafo Nulo, Vértices Pendente e Isolados

■ Grafo Nulo

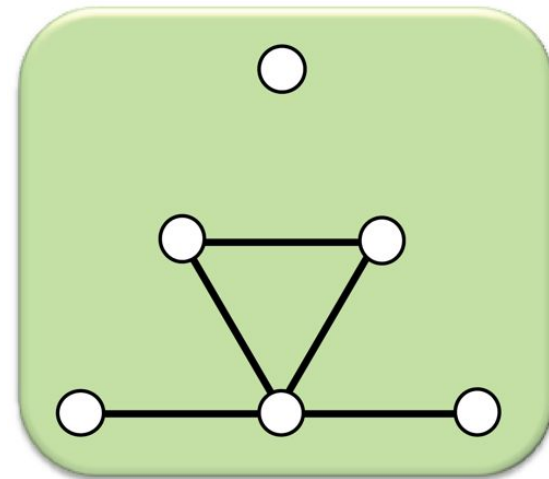
- Grafo sem arestas.

■ Vértice Pendente

- Vértice i com $d(i) = 1$.

■ Vértice Isolado

- Vértice com nenhuma aresta incidente.





Perguntas?