

PCC173/BCC463 - Otimização em Redes

Marco Antonio M. Carvalho

Departamento de Computação
Instituto de Ciências Exatas e Biológicas
Universidade Federal de Ouro Preto



1 Problemas de Roteamento

- Introdução
- Taxonomia

2 Métodos de Solução

Fonte

Este material é baseado no material

- ▶ Goldbarg, M. C., & Luna, H. P. L. (2005). *Otimização combinatória e programação linear: modelos e algoritmos*. Elsevier.

Licença

Este material está licenciado sob a Creative Commons BY-NC-SA 4.0. Isto significa que o material pode ser compartilhado e adaptado, desde que seja atribuído o devido crédito, que o material não seja utilizado de forma comercial e que o material resultante seja distribuído de acordo com a mesma licença.

Introdução

Um **Sistema de Roteamento** pode ser considerado como um conjunto organizado de meios que objetiva o atendimento de demandas localizadas nos arcos ou nos vértices de alguma rede de transportes;

O sistema de roteamento, como qualquer sistema operacional, pode ser decomposto, sob a ótica da operação, em três níveis a saber:

- ▶ Estratégico;
- ▶ Tático; e
- ▶ Logístico.

Problemas de Roteamento

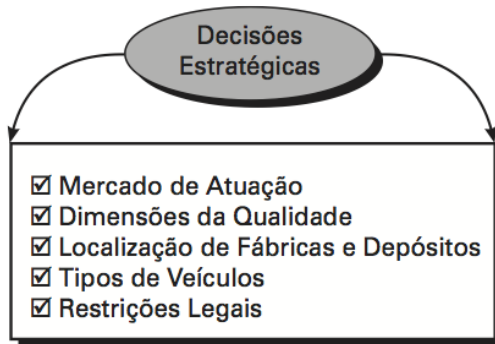
Nível Estratégico

As decisões estratégicas normalmente possuem impacto sobre todo o sistema e um efeito duradouro: decisões estratégicas errôneas produzirão sérias dificuldades para a futura operação e otimização do sistema.

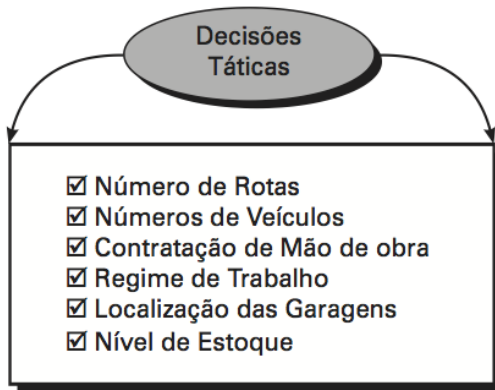
Nível Tático

Posto o arcabouço geral, caberá ao nível tático do sistema tomar as decisões que definirão as áreas atendidas, o dimensionamento da frota, o sistema de alocação de tripulação aos veículos e os turnos de trabalho;

Circunstancialmente o número de garagens e sua localização, a sistemática de manutenção, bem como as decisões sobre a estocagem podem ainda ficar a cargo do nível tático.



Problemas de Roteamento



Nível Logístico

O objetivo maior da logística é fazer chegar provisões e/ou serviços a pontos de consumo, a partir de pontos de suprimento;

Um sistema logístico completo deve incluir cuidados que se vão desde o processo de obtenção, estoque e distribuição de produtos sobre uma rede de demanda, até os relacionados com os seres humanos, política de investimento e renovação de frota etc.

Introdução

É exatamente dentro do nível tático que os tradicionais Problemas de Roteamento de Veículos (PRV) serão definidos;

Como elementos de entrada mais prováveis dos PRV tradicionais destacam-se:

- ▶ Os clientes servidos pelos depósitos;
- ▶ A demanda dos clientes;
- ▶ O tamanho da frota alocada a cada depósito;
- ▶ O tipo de veículo empregado (capacidade, velocidade, habilitação de transporte etc.);
- ▶ As regras que definirão o carregamento/descarregamento;
- ▶ A possibilidade de uso de equipamento de aluguel;
- ▶ A capacidade das ligações, seu custo operacional, disponibilidade etc.

Introdução

De posse dessas informações o objetivo do planejamento será estabelecer o roteamento de veículos e o sequenciamento de atividades que conduzam à minimização do custo da atividade;

Nesse ponto é pertinente ressaltar que o próprio estabelecimento de uma função objetivo apropriada não é uma tarefa trivial: o objetivo de reduzir custos poderá ser perseguido através da redução de:

- ▶ Prazos de entrega (serviços de emergência, produtos perecíveis etc.);
- ▶ Caminhos a percorrer (combustível, manutenção, tempo de operação etc.);
- ▶ Alocação de mão de obra;
- ▶ Riscos de acidentes ou avarias;
- ▶ Número de veículos.

Introdução

Ou ainda, redesenhando:

- ▶ Intervalos de trabalho (evitando engarrafamentos, taxa de estacionamento etc.);
- ▶ O carregamento (otimizando a relação carga/rota/meio de transporte);
- ▶ A alocação meio de transporte \times tarefa (otimizando a relação carga/rota/meio de transporte);
- ▶ A política para o atendimento da demanda dos clientes;
- ▶ A política de controle de estoques e investimento em instalações e meios diversos (compra ou aluguel de veículos, esquema de manutenção e disponibilidade da frota etc.).

Introdução

Tais elementos sugerem que os Problemas de Roteamento de Veículos mais complexos são tipicamente problemas **multiobjetivo**;

Convém ainda ressaltar a importância, dentro do Problema Geral de Roteamento, do subproblema de distribuição, devida, dentre outros fatores, ao fato de que a distribuição engloba elevados custos.

Taxonomia

Os problemas de roteamento de veículos abordam basicamente a determinação de sequências de visitas que objetivem atender a uma determinada função objetivo;

As visitas podem tanto estar associadas às ligações (arestas) ou aos pontos de visitas (nós) do grafo que representa as possíveis conexões entre os pontos de visita (ou pontos de ligações entre as arestas).

Taxonomia

Os problemas de roteamento de veículos estão entre os mais complexos da área de otimização combinatória, pelo grande número de variáveis, diversidade de restrições e objetivos apresentados.

Uma das taxonomias clássicas é a proposta por Bodin e Golden (1981). Segundo os autores o Problema de Roteamento de Veículos pode ser classificado segundo os critérios apresentados na sequência.

Taxonomia

- ▶ Tempo para servir um determinado nó ou arco;
- ▶ Número de domicílios;
- ▶ Tamanho da frota de veículos;
- ▶ Tipo de frota disponível (Homogênea ou Heterogênea);
- ▶ Natureza da demanda e parâmetros (Determinística ou Estocástica);
- ▶ Localização da demanda (Vértices ou arcos);
- ▶ Grafo subjacente (Direcionado, Não Direcionado, Misto);

Taxonomia

- ▶ Restrições na capacidade de veículos (Homogêneas ou não);
- ▶ Tempo de roteamento (Diversos ou não);
- ▶ Custos (Variáveis ou Fixos);
- ▶ Operação (Entrega, Coleta ou Ambos);
- ▶ Objetivo (Minimizar custos fixos, de operação ou número de veículos);
- ▶ Restrições na capacidade dos arcos (Impostas a todos ou a um subconjunto, se existentes).

Taxonomia

Uma outra forma de classificar os Problemas de Roteamento é proposta por Maganti (1981) e reforçada por outros autores, basicamente separando os clássicos problemas de roteamento em grafos das demais variantes – mais tipicamente voltada para o atendimento de casos práticos e particulares;

Nesse sentido os problemas de roteamento em geral poderiam ser classificados em duas grandes classes: Roteamento em Grafos e Roteamento de Veículos propriamente ditos.

Taxonomia

A classe geral dos problemas de Roteamento em Grafos seria constituída pelas seguintes subclasses:

- ▶ Problema de Roteamento em Nós (associados aos ciclos Hamiltonianos);
- ▶ Problemas de Roteamento em Arcos (associados aos ciclos Eulerianos).

Os Problemas de Roteamento em Nós apresentam-se com variantes do Problema do Caixeiro Viajante e os Problemas de Roteamento em Arcos apresentam-se em duas variantes, podendo ser do tipo capacitado ou não;

Os problemas de roteamento de veículos são, por natureza, problemas de roteamento sobre arcos.

Formulação Geral

Apresentar formulações úteis para o PRV não é uma tarefa trivial. Uma das formulações mais utilizadas como base a diversos métodos de solução é a de Fisher e Jaikumar (1981);

No modelo a seguir:

- ▶ x_{ijk} : variável binária que assume valor 1 quando o veículo k visita o cliente j imediatamente após o cliente i , 0 em caso contrário;
- ▶ y_{ik} : variável binária que assume valor 1 se o cliente i é visitado pelo veículo k , 0 em caso contrário;
- ▶ q_i : a demanda do cliente i ;
- ▶ Q_k : a capacidade do veículo k ;
- ▶ c_{ij} : o custo de percorrer o trecho que vai do cliente i ao j .

$$\min z = \sum_{i,j} c_{ij} \sum_k x_{ijk} \quad (1)$$

sujeito a :

$$\sum_k y_{ik} = 1 \quad i = 2, \dots, n \quad (2)$$

$$\sum_k y_{ik} = m \quad i = 1 \quad (3)$$

$$\sum_i q_i y_{ik} \leq Q_k \quad k = 1, \dots, m \quad (4)$$

(5)

$$\sum_j x_{ijk} = \sum_j x_{jik} = y_{ik} \quad i = 1, \dots, n \quad k = 1, \dots, m \quad (6)$$

$$\sum_{i,j \in S} x_{ijk} \leq |S| - 1 \quad \forall S \subseteq \{2, \dots, n\} \quad k = 1, \dots, m \quad (7)$$

$$y_{ik} \in \{0, 1\} \quad i = 1, \dots, n \quad k = 1, \dots, m \quad (8)$$

$$x_{ijk} \in \{0, 1\} \quad i, j = 1, \dots, n \quad k = 1, \dots, m \quad (9)$$

Formulação Geral

As restrições (2) asseguram que um veículo não visite mais de uma vez um cliente;

As restrições (3) garantem que o depósito recebe uma visita de todos os veículos;

As restrições (4) obrigam que a capacidade dos veículos não seja ultrapassada;

As restrições (5) garantem que os veículos não param suas rotas em um cliente;

As restrições (6) são as tradicionais restrições de eliminação de *subtours*.

Roteamento de Veículos Capacitados (frota homogênea) – PRVC

A literatura em anos passados abordou o problema de roteamento de veículos principalmente em sua versão sem limitação de capacidade e de número de veículos;

O problema de roteamento de veículos capacitados é relatado com uma frota de m veículos de capacidade W e sediados em um ponto de depósito ou garagem;

O objetivo é atender a um conjunto de pontos de demanda localizados sobre os vértices do grafo $G = (V, A)$ de modo a minimizar o comprimento total das rotas dos veículos.

Roteamento de Veículos com Múltiplos Depósitos – PRVMD

Nessa variante os veículos podem partir de vários depósitos.

Roteamento de Veículos com Janelas de Tempo – PRVJT

Nessa variante existe um intervalo de tempo associado aos pontos de demanda ou de coleta “janela de tempo”;

A janela de tempo pode se referir ao tempo de chegada, de partida ou de duração do serviço no cliente.

Problemas de Roteamento

Roteamento Estocástico de Veículos – PREV

Nessa variante algum dos elementos de entrada do problema como, por exemplo, a demanda, o número de clientes, o custo das ligações etc., é uma variável aleatória.

Roteamento Dinâmico de Veículos – PRDV

Nessa variante os elementos do problema mudam durante o processo de tomada de decisão;

Uma variante desse problema considera a programação de atendimento *on-line* ou *off-line* de um conjunto de veículos sobre uma rede de demanda estocástica.

Roteamento Periódico de Veículos – PRPV

Na presente variante o planejamento é realizado em um horizonte de tempo que engloba mais de um dia.

Roteamento com entrega dividida (*Split Delivery*)– PRED

No caso desta variante vários veículos fazem o atendimento do cliente dividindo a demanda.

Problemas de Roteamento

Roteamento com entrega prioritária (*Backhauls*) – PREP

Trata-se a atual variante de um problema de entrega e coleta, em que os veículos devem realizar todas as entregas antes de efetuar qualquer recolhimento.

Roteamento com entrega e coleta (*Pick-Ups and Deliveries*) – PREC

Trata-se a atual variante de um problema de entrega e coleta, em que os veículos devem realizar todas as entregas antes de efetuar qualquer recolhimento.

Roteamento com Frota Heterogênea – PRFH

Trata-se de uma variante onde o objetivo é determinar, simultaneamente, a composição de uma frota de veículos heterogênea sediada em um depósito e suas rotas de atendimento.

Roteamento com coleta de bônus (*Prize Collecting*)

Trata-se de uma variante na qual os clientes que serão servidos devem ser selecionados;

Considera-se que cada arco da rota é percorrido segundo um custo c_{ij} , onde i e j são os nós que definem o arco;

O atendimento de um cliente i fornece um bônus b_i ;

O objetivo pode ser encontrar a rota que minimize a diferença entre o somatório dos custos da rota e os bônus obtidos ou a menor rota que garanta um valor mínimo para os bônus.

Procedimentos de Economia e Inserção

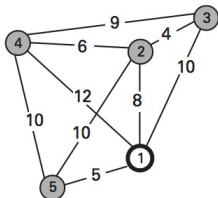
Essas abordagens constroem uma solução através de um conjunto de configurações que a cada passo é atualizado;

Os algoritmos realizam a progressão de uma configuração para outra segundo o critério de minimização da função objetivo, também chamado de *saving* ou **economia**: arcos de menor custo devem substituir arcos mais caros dentro da rota que vai sendo melhorada em termos de custo;

Nos procedimentos de economia e inserção não existe a obrigatoriedade de que a rota seja viável ao longo do processo de melhoria – se alguma solução alcançada for viável, então um limite superior para o problema é obtido;

Um trabalho clássico dentro dessa linha de atuação é o de Clark e Wright (1964).

Problemas de Roteamento



Lista de Economias

$$(2 - 3) = 14$$

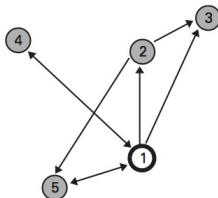
$$(3 - 4) = 13$$

$$(2 - 4) = 12$$

$$(4 - 5) = 7$$

$$(2 - 5) = 3$$

Inicialização



Lista de Economias

$$(2 - 3) = 14 \checkmark$$

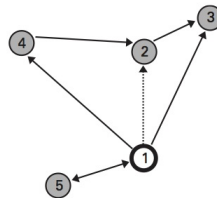
$$(3 - 4) = 13$$

$$(2 - 4) = 12$$

$$(4 - 5) = 7$$

$$(2 - 5) = 3$$

1ª Melhoria



Lista de Economias

$$(2 - 3) = 14 \checkmark$$

$$(3 - 4) = 13 \checkmark$$

$$(2 - 4) = 12$$

$$(4 - 5) = 7$$

$$(2 - 5) = 3$$

2ª Melhoria

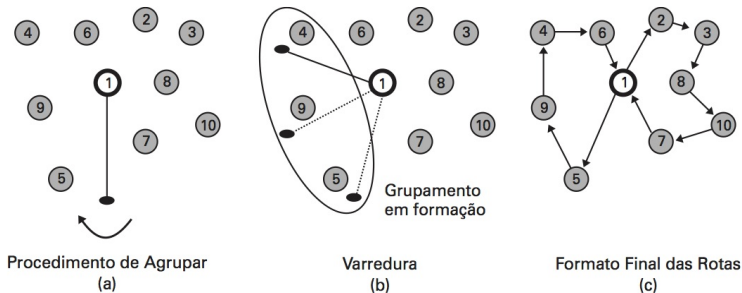
Exemplo de aplicação da heurística de Clark e Wright.

Procedimentos de Primeiro Agrupar e Depois Rotear

Esta estratégia procura obter a solução do problema em duas etapas distintas: a primeira visa a agrupar os pontos de demanda segundo algum critério de proximidade, enquanto na segunda etapa cada grupo (ou *cluster*) é solucionado independentemente;

Um exemplo de aplicação dessa abordagem pode ser encontrado no trabalho de Gillet e Miller (1974): a estratégia parte do princípio de que os trajetos entre nós serão desenvolvidos preferencialmente entre vizinhos.

Problemas de Roteamento



Exemplo de aplicação da heurística de Gillet e Miller.

Procedimentos de Primeiro Rotear e Depois Agrupar

A presente estratégia realiza a operação inversa da número um. A primeira etapa da abordagem busca a identificação de uma rota (normalmente inviável) que englobe todos os pontos de demanda. Em uma segunda fase o circuito é particionado em pequenas rotas viáveis;

O trabalho de Newton e Thomas (1974) aplica a presente abordagem.

Procedimentos de Melhoria ou Troca (*Improvement* ou *Exchange*)

Baseiam-se na aplicação de técnicas conhecidas de divisão (*branching*) de problemas, combinadas com procedimentos heurísticos para efetuar modificações na solução;

A cada passo uma solução viável é alterada de modo a se obter uma nova solução igualmente viável e de menor custo. O procedimento continua até que não seja mais possível efetuar uma redução de custo;

Nessa classe citamos o algoritmo de Lin e Kernighan (1973), Christofides e Eilon (1972) e Russell (1977).

Dúvidas?

