

# PROBLEMA DOS MÚLTIPLOS CONTÊINERES (PCMCD)

Marco Antônio Chitolina da Silva - 00308226

## PCMDC - INSTÂNCIAS

TEMOS  $M$  CONTÊINERES COM VOLUME  $C_k$ ,  $k \in [M]$   
E  $N$  ITENS COM VOLUME  $V_i$  E VALOR  $V_i$ ,  $i \in [N]$ .  
ALÉM DISSO, CADA PAR DE ITENS TEM UM VALOR  
ADICIONAL  $V_{ij}$ ,  $i, j \in [N]$ . VOCÊ PODE ASSUMIR  
QUE  $V_{ij} = V_{ji}$ .

## PCMDC - SOLUÇÃO

UMA SELEÇÃO DE ITENS  $S \subseteq [N]$  É UMA ATRIBUIÇÃO (DISTRIBUIÇÃO) DESSES ITENS AOS  $M$  CONTÊINERES

$A: S \rightarrow [M]$ , RESPEITANDO A CAPACIDADE DE CADA UM DOS CONTÊINERES.

## PCMDC - OBJETIVO

MAXIMIZAR O VALOR TOTAL. CADA ITEM SELECIONADO  $i \in S$  CONTRIBUI COM O SEU VALOR  $v_i$ . ALÉM DISSO, TODOS PARES DE ITENS  $i, j \in S$  NO MESMO CONTÊNER (I.E.  $A(i) = A(j)$ ) CONTRIBUEM COM O VALOR  $v_{ij}$ .

# Formulação Matemática:

$$a_{ik} = \begin{cases} 1 & , \text{ se o item } i \text{ foi atribuído ao contêiner } k. \\ 0 & , \text{ caso contrário.} \end{cases}$$

$n$  = número de itens,

$m$  = número de contêineres,

$c_i$  = volume (capacidade) do item  $i$ ,

$C_k$  = volume (capacidade) do contêiner  $k$ ,

$v_i$  = valor do item  $i$ ,

$v_{ij}$  = valor do par de itens  $(i,j)$  no mesmo contêiner,

**max** valorItens + valorPares

**s.a.**

$$valorItens = \sum_{\substack{i \in [n], \\ k \in [m]}} a_{ik} * v_i$$

$$valorPares = \sum_{\substack{i \in [n], \\ j \in [n], \\ k \in [m]}} and_{ijk} * v_{ij}$$

$$2 * and_{ijk} \leq a_{ik} + a_{jk}$$

$$a_{ik} + a_{jk} \leq and_{ijk}$$

$$\sum_{i \in [n]} a_{ik} * c_i \leq C_k, \forall k \in [m]$$

$$\sum_{k \in [m]} a_{ik} \leq 1, \forall i \in [n]$$

$$a_{ik} \in \{0, 1\}, \forall i \in [n], k \in [m]$$

$$and_{ijk} \in \{0, 1\}, \forall i \in [n], j \in [n], k \in [m]$$

## PCMDC - FORMULAÇÃO MATEMÁTICA:

- (0) OBJETIVO: SELECIONAR OS ITENS MAIS VALIOSOS, AVALIANDO TANTO O VALOR INDIVIDUAL DE CADA ITEM (1), QUANTO O VALOR DE CADA UMA DAS DUPLAS DE ITENS (2).
- (1)
- (2) (3), (4) RESTRIÇÕES DA VARIÁVEL AND.
- (3) (5) NÃO POSSO ALOCAR ITENS QUE PASSEM DA CAPACIDADE DO MEU CONTÊNER.
- (4)
- (5) (6) UM ITEM SÓ PODE SER ALOCADO A NO MÁXIMO UM CONTÊNER.
- (6)
- (7)
- (8)

## PCMDC - FORMULAÇÃO MATEMÁTICA - RESULTADOS

Inst.	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
BKV	7992	5985	7604	8610	7132	8935	10984	8154	10385	11958
Obtido	6649	5585	6544	7222	6380	7922	8734	6972	8905	10095
D.P.	0,1680	0,0668	0,1394	0,1612	0,1054	0,1133	0,2048	0,1449	0,1425	0,1557

BKV é o melhor valor conhecido para tal instância.

Obtido é o valor obtido por rodar a instância utilizando o solver CPLEX por 4 horas.

Desvio Percentual (D.P.) =  $(BKV - \text{Obtido}) / BKV$  indica quanto a solução obtida se distancia da melhor solução conhecida.

```
1 Heurística:
2 P = gera_população()
3 while not critério_parada_satisfeito():
4     Q = {}
5     while |Q| < |P|:
6         s1 = torneio(P)
7         s2 = torneio(P)
8         recombinação(s1, s2)
9         mutação(s1)
10        mutação(s2)
11        busca_local(s1)
12        busca_local(s2)
13        Q = Q U {s1, s2}
14    P = seleção(P, Q)
15 return melhores_indivíduos(P)
16
```

**PCMCDC -  
HEURÍSTICA -  
ALGORITMO  
MÉTICO**

## PCMDC - HEURÍSTICA - CRITÉRIO\_PARADA\_SATISFEITO()

CRITÉRIO ESCOLHIDO FOI O TEMPO. CADA EXECUÇÃO LEVOU 1 HORA. EXECUTEI 10 VEZES CADA PROBLEMA, E, PARA CADA UMA DAS QUAIS, VARIAVA O NÚMERO DE INDIVÍDUOS NA POPULAÇÃO ORIGINAL.



## PCMCD - HEURÍSTICA - GERA\_POPULAÇÃO()

CRIA UM NÚMERO PRÉ-ESTABELECIDO DE SOLUÇÕES INICIAIS ALEATÓRIAS (INDIVÍDUOS), TAL QUE CADA SOLUÇÃO REPRESENTA ATRIBUIÇÕES DE ITENS EM CONTÊINERES, RESPEITANDO OBVIAMENTE A CAPACIDADE DE CADA UM DOS RESPECTIVOS CONTÊINERES.

## PCMCDC - HEURÍSTICA - TORNEIO()

SELECIONA ALEATORIAMENTE UM NÚMERO DE CANDIDATOS A PARTICIPAREM DESSE TORNEIO, CUJO VENCEDOR É O CANDIDATO COM O MAIOR VALOR NA FUNÇÃO OBJETIVO. NESSA IMPLEMENTAÇÃO, O NÚMERO DE PARTICIPANTES É SEMPRE 10% DO NÚMERO DE INDIVÍDUOS DA POPULAÇÃO.

## PCMDC - HEURÍSTICA - RECOMBINAÇÃO()

COMO CADA INDIVÍDUO (CADA SOLUÇÃO) É UMA COLEÇÃO DE ATRIBUIÇÃO DE ITENS EM DIVERSOS CONTÊINERES, E COMO TRIVIALMENTE, PARA TODOS OS INDIVÍDUOS, OS ITENS E OS CONTÊINERES SERÃO OS MESMOS (MUDANDO SOMENTE AS ATRIBUIÇÕES), UMA SIMPLES IDEIA DE RECOMBINAÇÃO É: TROCAR UM CERTO NÚMERO (DEFINIDO ALEATORIAMENTE) DE CONTÊINERES DE UMA SOLUÇÃO COM A OUTRA.

## PCMDC - HEURÍSTICA - RECOMBINAÇÃO()

VALE SALIENTAR QUE É NECESSÁRIO VERIFICAR SE, DENTRE TODAS AS VARIÁVEIS DOS CONTÊINERES TROCADOS, ELAS JÁ NÃO ESTAVAM PREVIAMENTE ATRIBUÍDAS NA SOLUÇÃO.

## PCMDC - HEURÍSTICA - MUTAÇÃO()

PARA CADA UM DOS CONTÊINERES, ALEATORIAMENTE ESCOLHE SE ELE DEVE SER OU NÃO ALTERADO. SE FOR PARA ALTERÁ-LO, PASSAR POR TODOS OS ITENS DESTES CONTÊINER E SELECIONAR ALEATORIAMENTE SE DETERMINADO ITEM DEVE SER ALTERADO (ALTERAR O VALOR DE SUA ATRIBUIÇÃO PARA AQUELE CONTÊINER) OU NÃO.

## PCMDC - HEURÍSTICA - BUSCA\_LOCAL()

PARA CADA UM DOS CONTÊNERES, IR PASSANDO PELA LISTA DE ITENS E, CASO POSSA ATRIBUIR TAL ITEM, ATRIBUÍ-LO AO CONTÊNER. DESSA FORMA, CHEGAREMOS NUM MÍNIMO LOCAL, ONDE NÃO CONSEGUIMOS MAIS ATRIBUIR ITENS AOS CONTÊNERES.

## PCMDC - HEURÍSTICA - SELEÇÃO()

SELECIONAR ALEATORIAMENTE UMA PARCELA DE INDIVÍDUOS TANTO DA NOVA POPULAÇÃO, QUANTO DA POPULAÇÃO ORIGINAL, E JUNTAR ESSES INDIVÍDUOS EM UMA ÚNICA POPULAÇÃO.

**PCMDC - HEURÍSTICA - MELHORES INDIVÍDUOS()**

**SELECIONA OS INDIVÍDUOS MAIS ADAPTADOS (MAIOR VALOR NA FUNÇÃO OBJETIVO) DA POPULAÇÃO FINAL.**

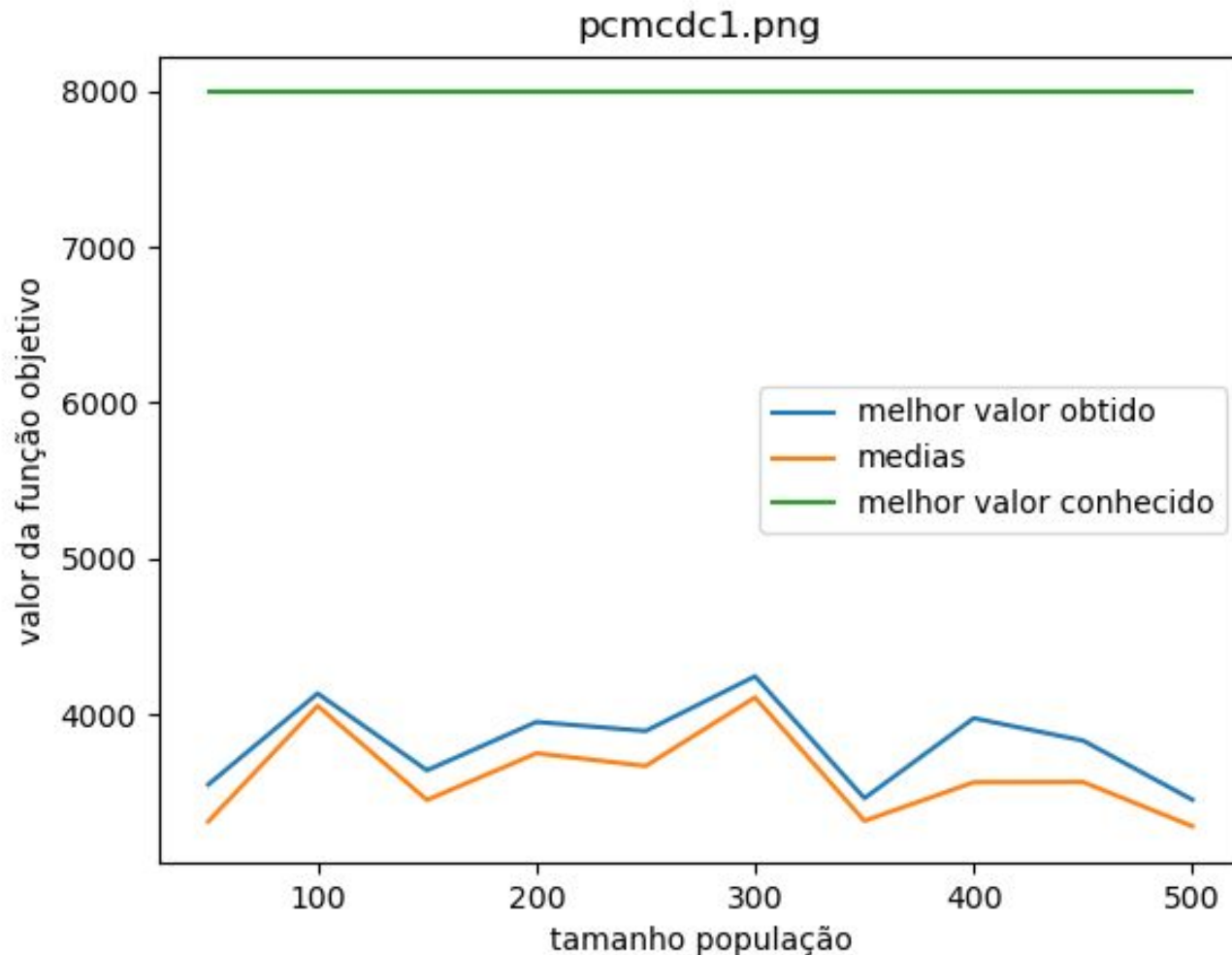


## PCMCDC1

Melhor valor  
obtido: 4243

Melhor valor  
conhecido: 7992

D.P.: 0.46

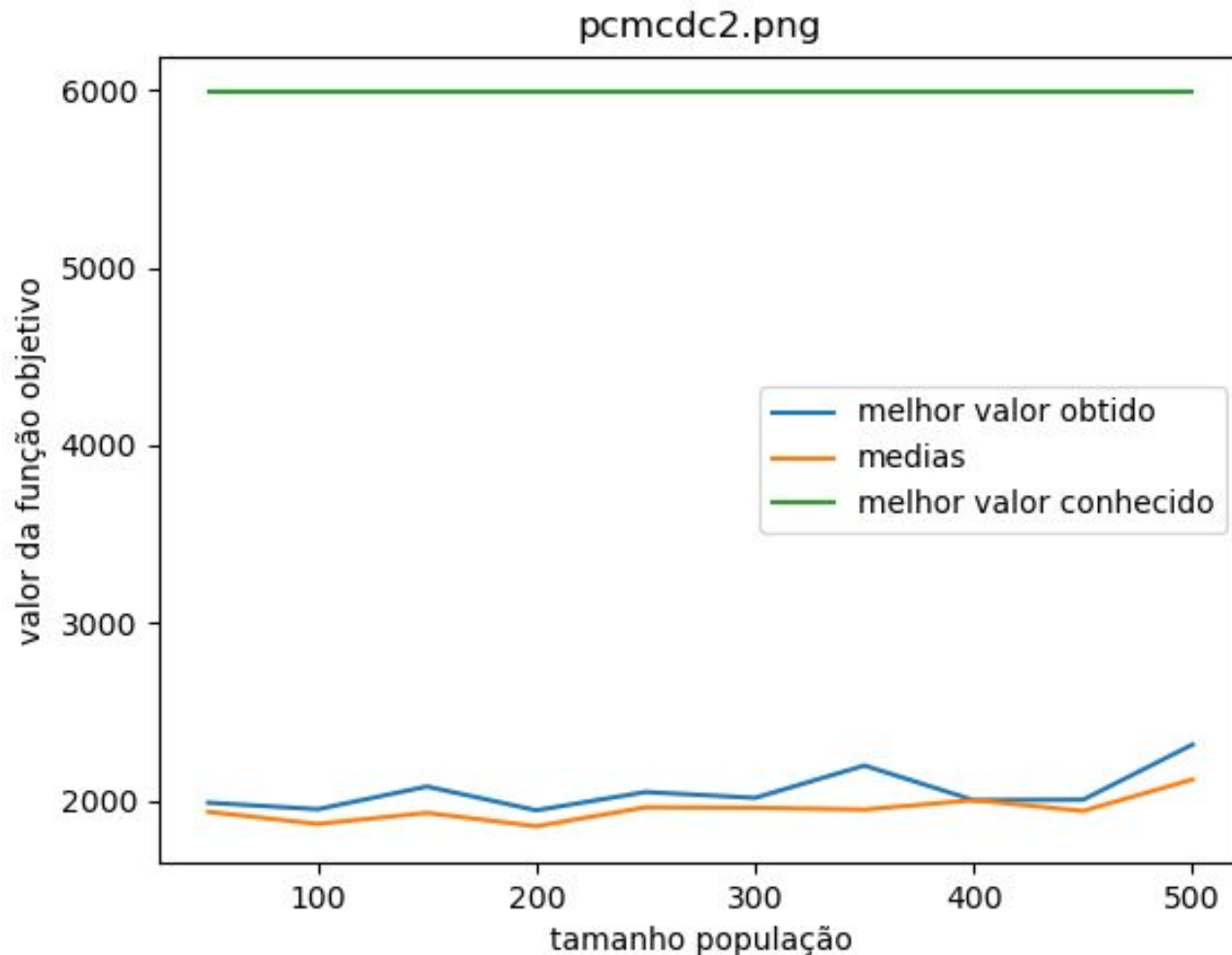


## PCMCDC2

Melhor valor  
obtido: 2315

Melhor valor  
conhecido: 5985

D.P.: 0.61

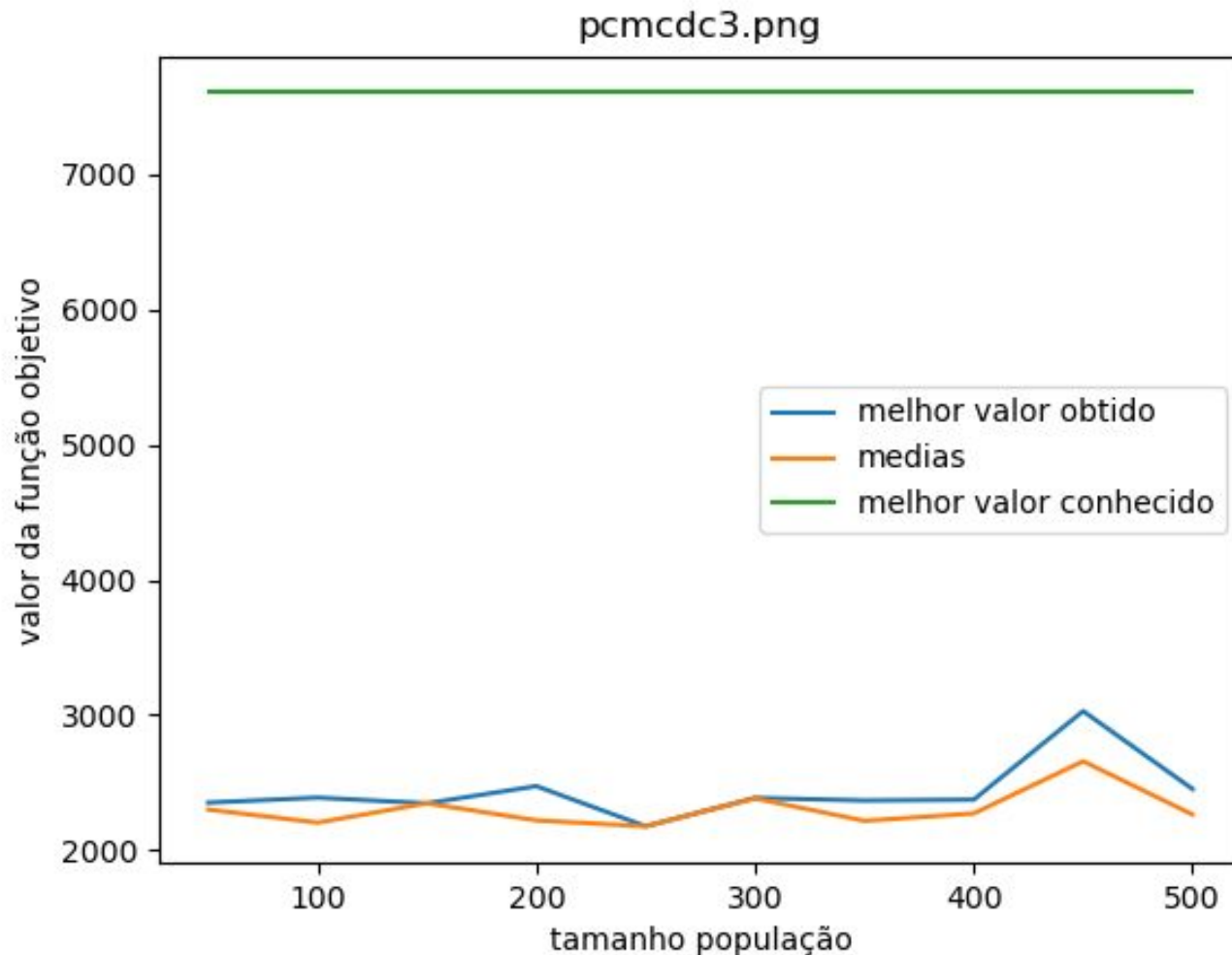


# PCMCD3

Melhor valor  
obtido: 3030

Melhor valor  
conhecido: 7604

D.P.: 0.60

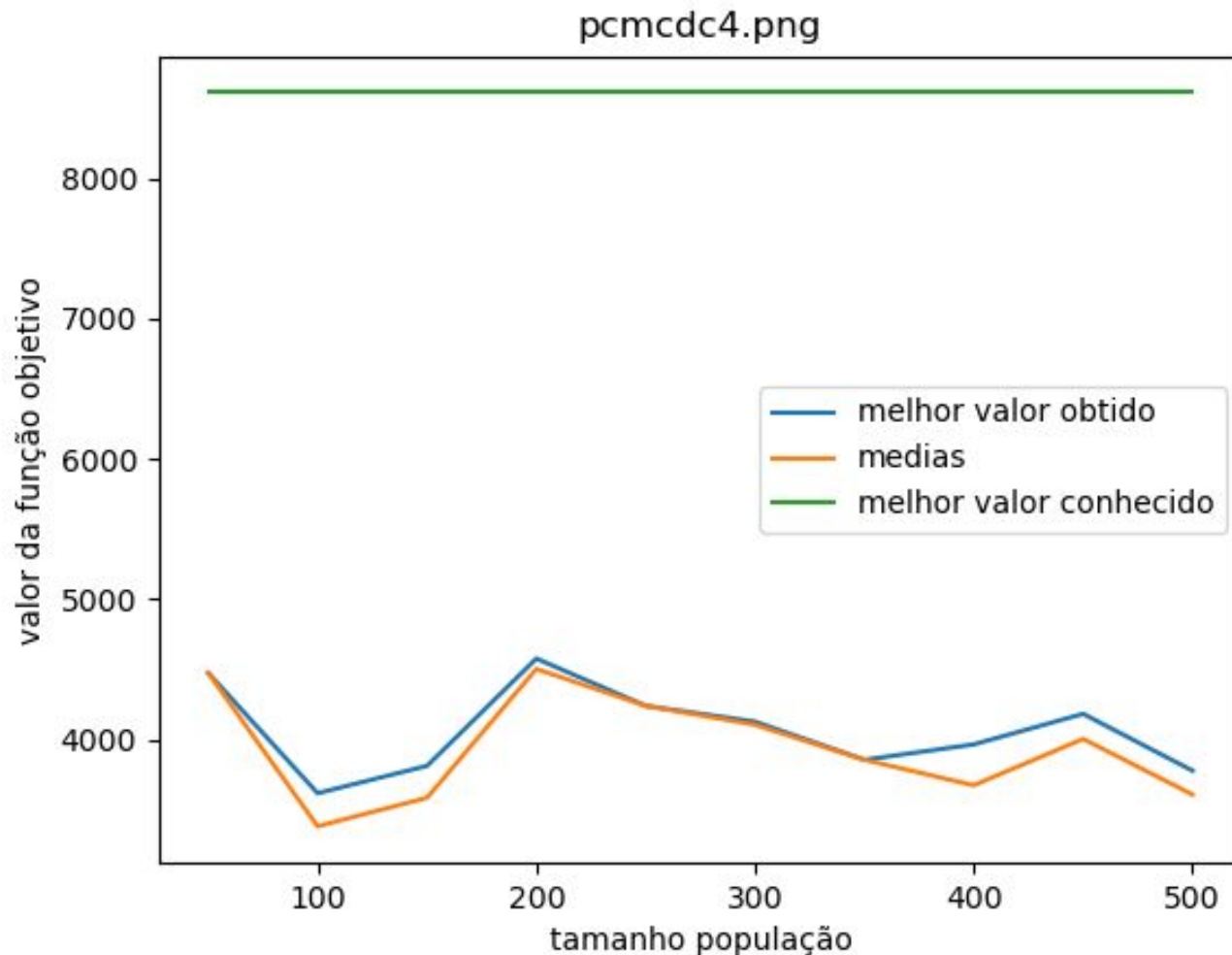


# PCMCDC4

Melhor valor  
obtido: 4575

Melhor valor  
conhecido: 8610

D.P.: 0.46

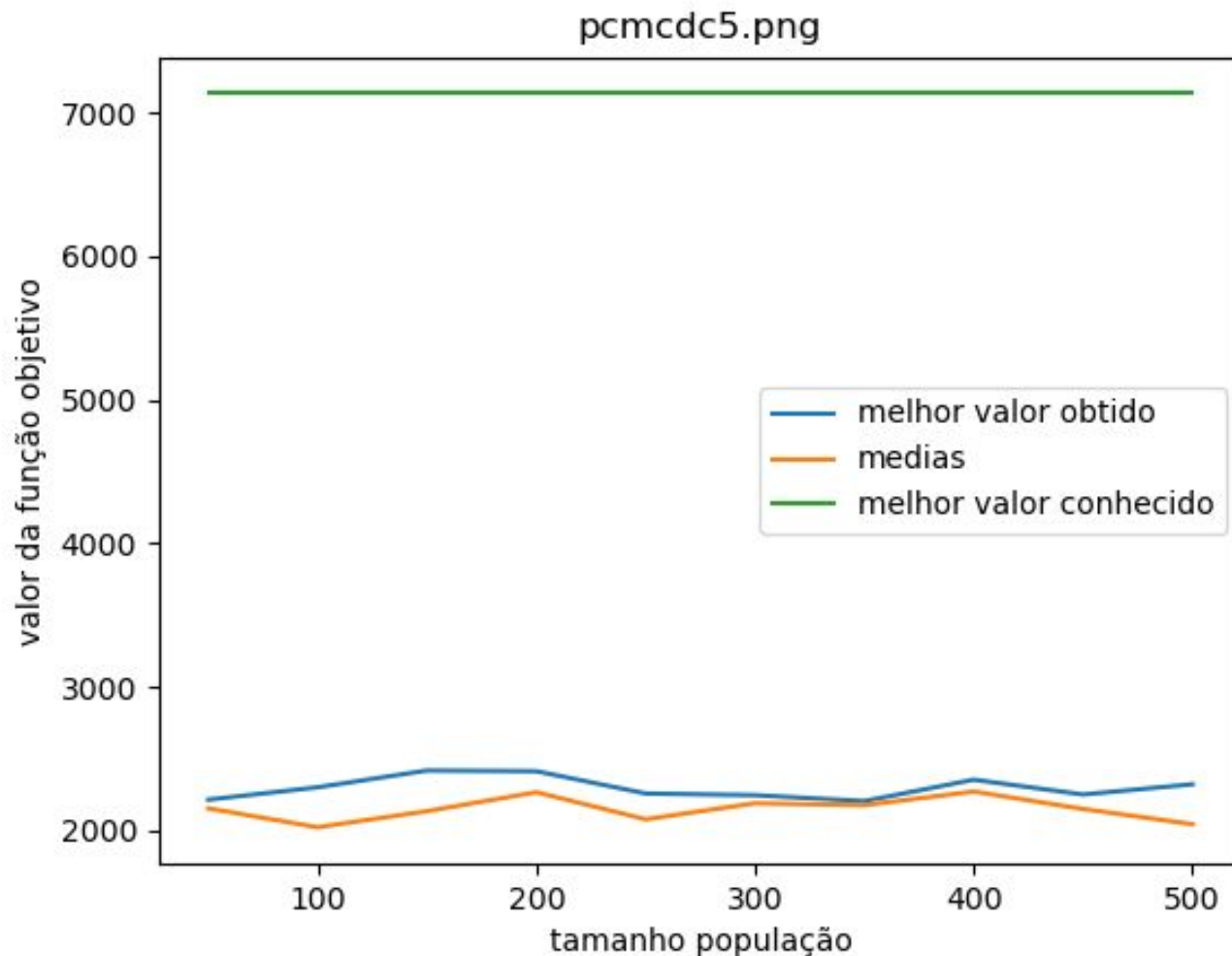


# PCMCD5

Melhor valor  
obtido: 2419

Melhor valor  
conhecido: 7132

D.P.: 0.66

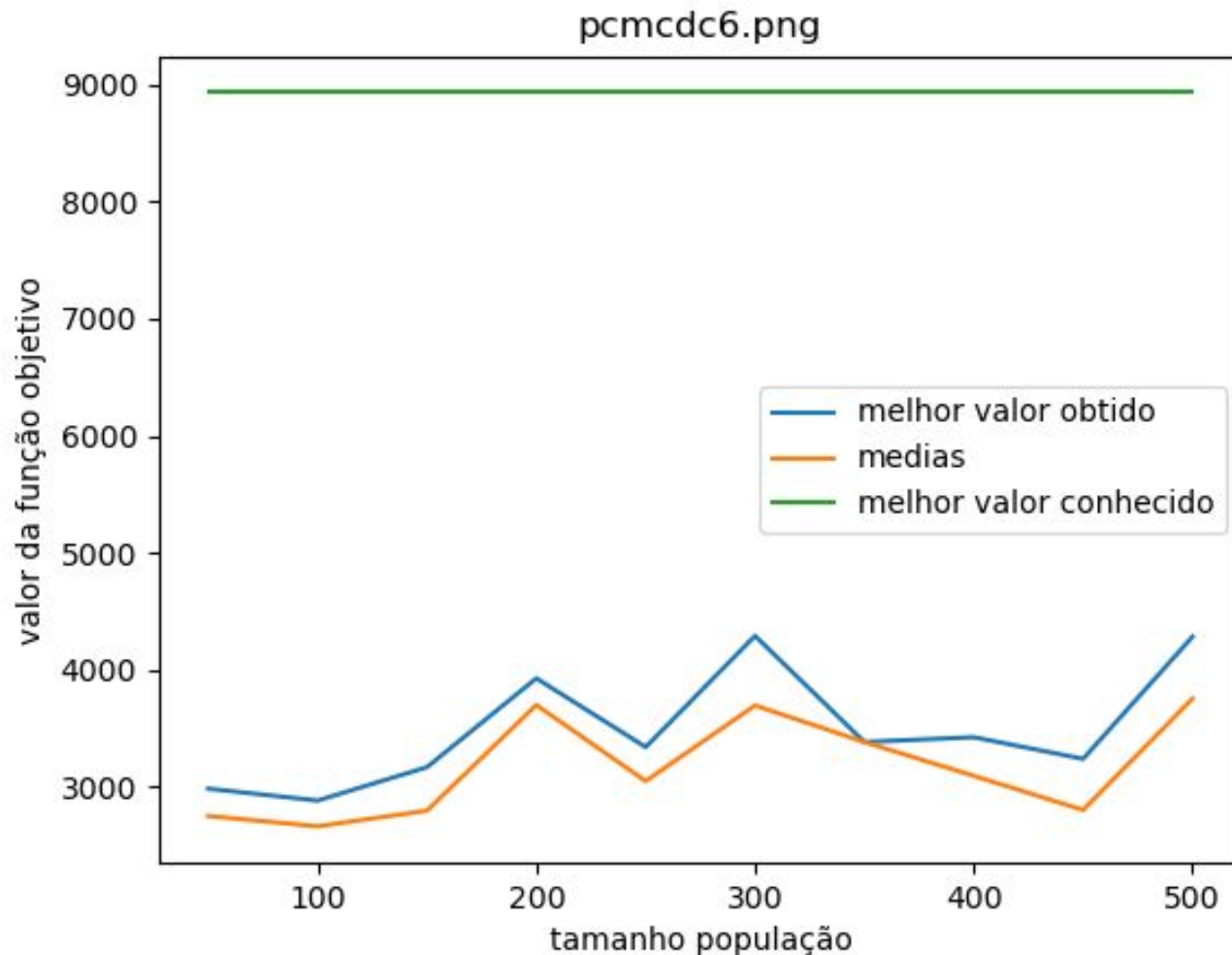


## PCMCDC6

Melhor valor  
obtido: 4288

Melhor valor  
conhecido: 8935

D.P.: 0.52

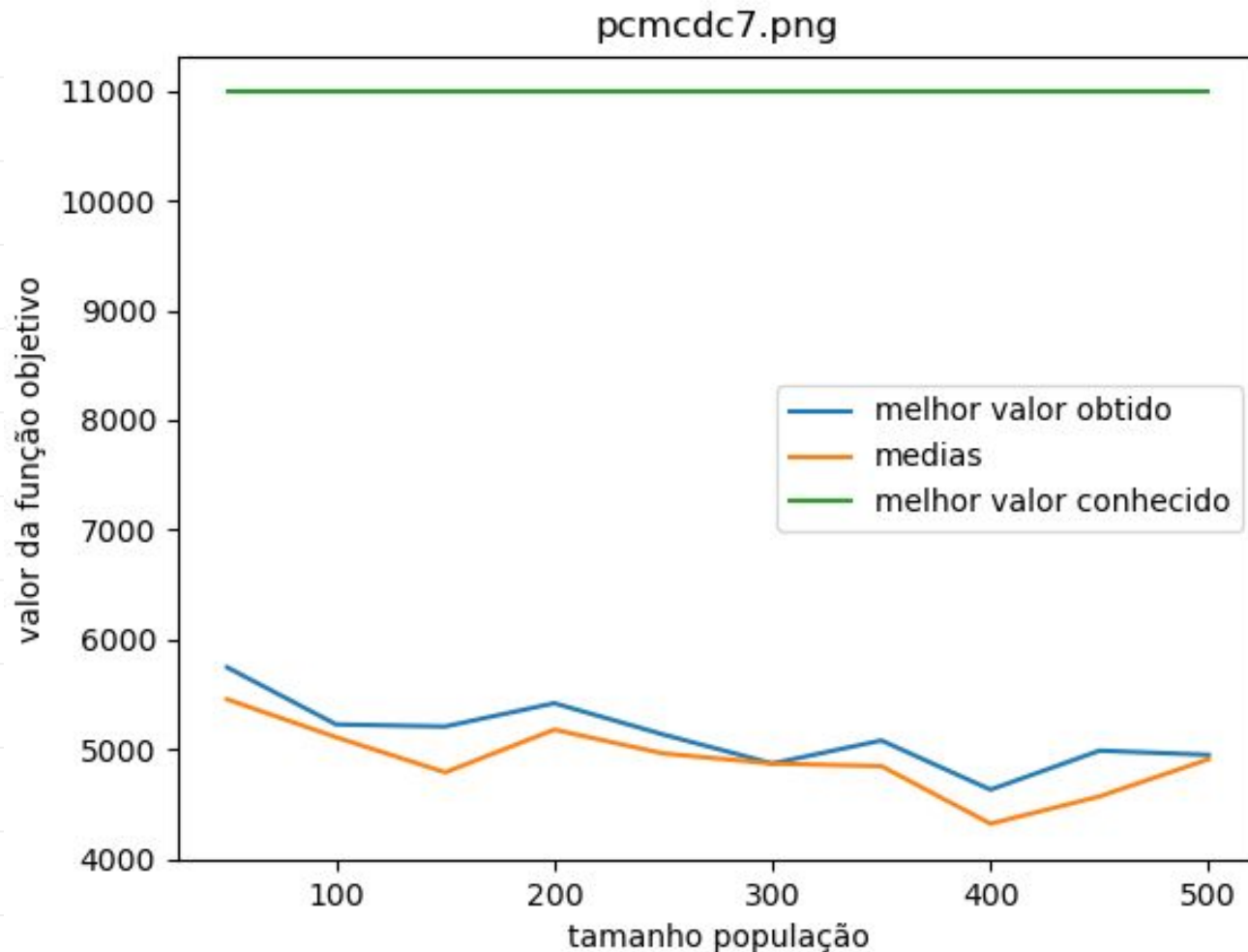


## PCMDC7

Melhor valor  
obtido: 5750

Melhor valor  
conhecido: 10984

D.P.: 0.47

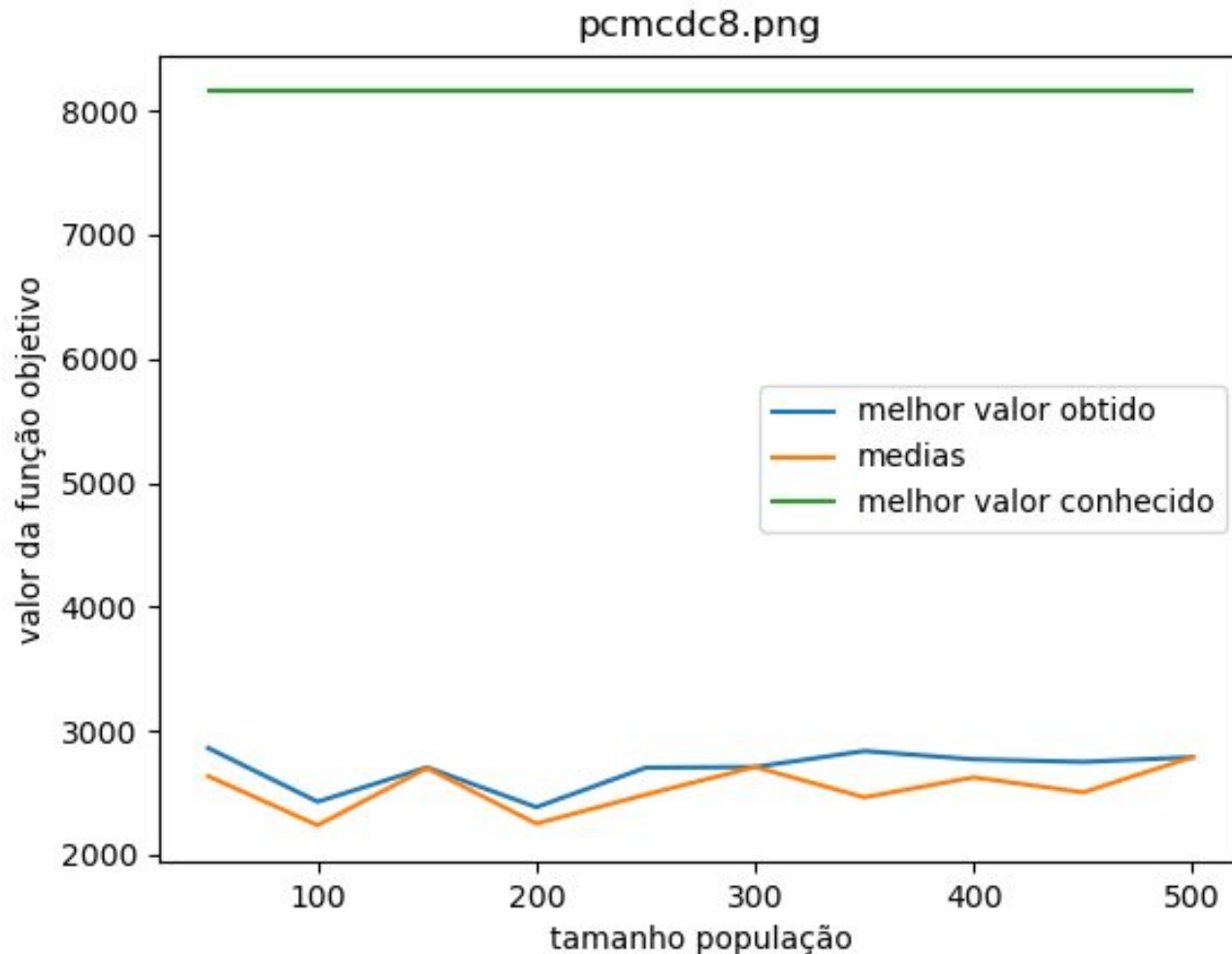


## PCMCDC8

Melhor valor  
obtido: 2861

Melhor valor  
conhecido: 8154

D.P.: 0.64



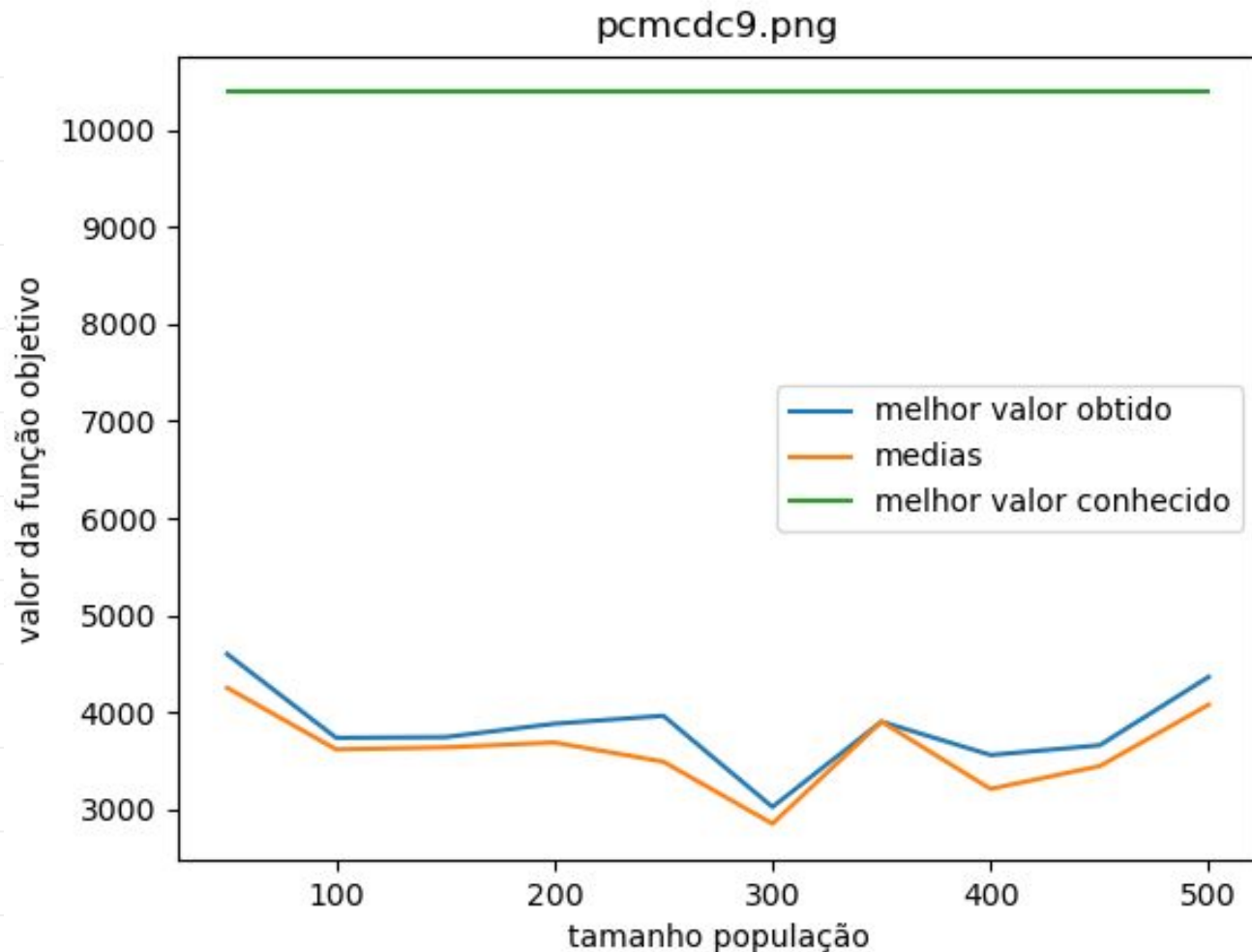


## PCMCDC9

Melhor valor  
obtido: 4600

Melhor valor  
conhecido: 10385

D.P.: 0.55

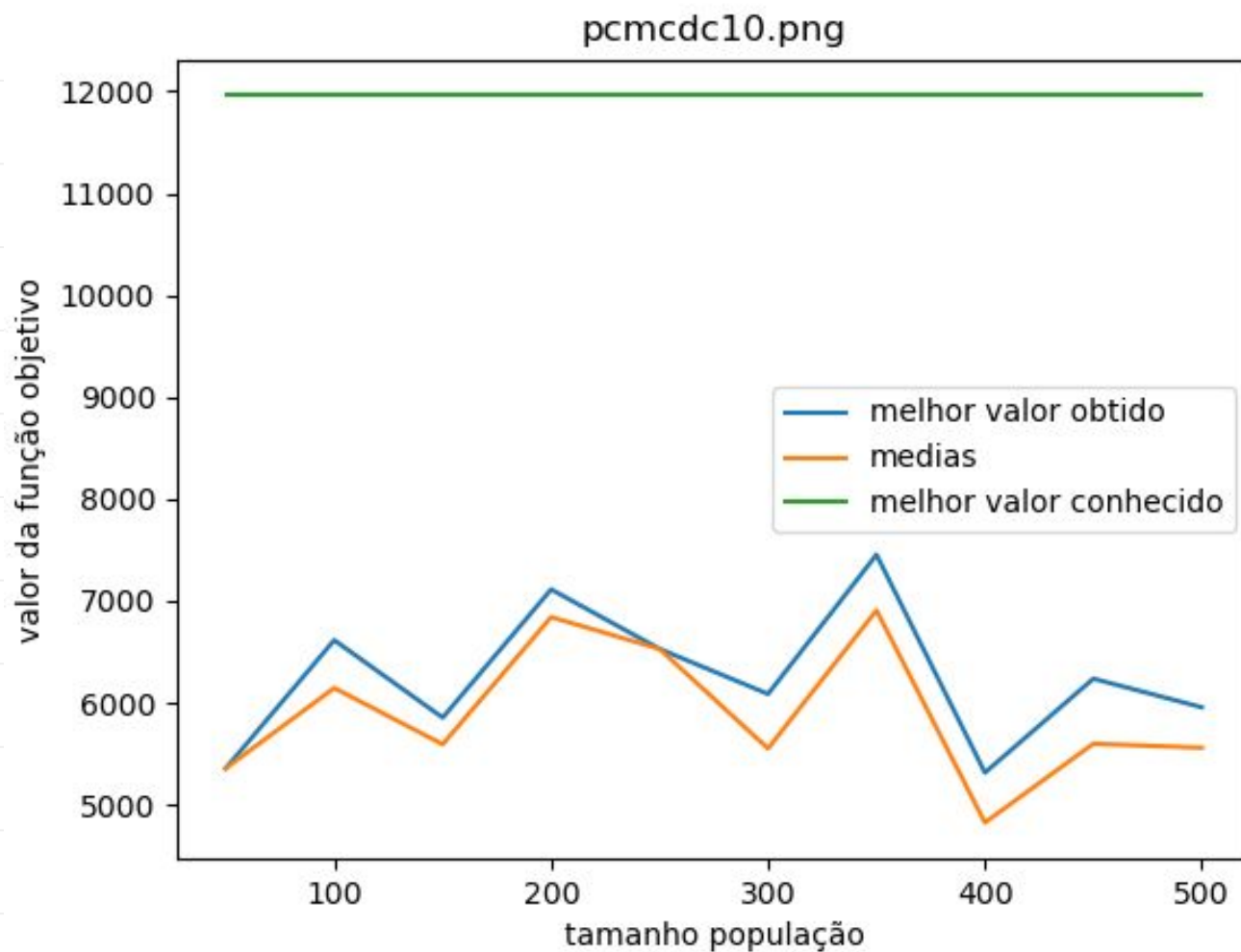


**PCMCD10**

Melhor valor  
obtido: 7454

Melhor valor  
conhecido: 11958

D.P.: 0.37



## PCMDC - FORMULAÇÃO MATEMÁTICA - RESULTADOS

Inst.	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
BKV	7992	5985	7604	8610	7132	8935	10984	8154	10385	11958
O.F.M	6649	5585	6544	7222	6380	7922	8734	6972	8905	10095
D.P. F.M.	0,1680	0,0668	0,1394	0,1612	0,1054	0,1133	0,2048	0,1449	0,1425	0,1557
M.O.H	4243	2315	3030	4575	2419	4288	5750	2861	4600	7454
D.P. H.	0.46	0.61	0.6	0.46	0.66	0.52	0.47	0.64	0.55	0.37

Instância (Inst.). Melhor valor conhecido (BKV). Valor obtido pela formulação matemática (O.F.M.). Diferença percentual da formulação matemática (D.P.F.M.). Melhor valor obtido pela heurística (M.O.H). Diferença percentual da heurística (D.P.H).

## PCMDC - CONCLUSÃO

A IMPLEMENTAÇÃO DA FORMULAÇÃO MATEMÁTICA APRESENTOU RESULTADOS SATISFATÓRIOS, COM RESULTADOS DE ATÉ 6% DA OTIMALIDADE EM APENAS 4 HORAS DE EXECUÇÃO. POR OUTRO LADO, A HEURÍSTICA APRESENTOU RESULTADOS CONSIDERAVELMENTE RUINS, COM O VALOR MAIS PRÓXIMO DA OTIMALIDADE SENDO APENAS 37%.