

Modelação Estocástica Problem Set 2

Marco Delgado Esperança, nº 110452 / Umeima Adam Mahomed, nº 99239

1.

O Passeio Aleatório é um caso particular do algoritmo de Metropolis-Hastings. Utiliza distribuições proponentes simétricas e a modelação da dependência entre passos é dada por $Y = X_t + Z$.

Pretende-se gerar 10000 NPA provenientes da distribuição $\chi^2_{(2)}$, a partir do qual se pretende que a cadeia convirja. O número proposto para X_{t+1} é obtido a partir de uma distribuição normal $N(\mu = X_t, \sigma^2)$ com o centro dado pelo estado anterior X_t .

- 1- Define-se um estado inicial, x_0 , n (número de iterações), o desvio-padrão da distribuição proponente, e os graus de liberdade para parametrizar $\chi^2_{(2)}$.
- 2- Gera-se um número aleatório, y , a partir da normal e calcula-se a probabilidade de aceitação, dada por: $\alpha(X_t, Y) = \min\left(\frac{f(Y)}{f(X_t)}, 1\right)$, onde $f(x)$ é a densidade da distribuição a partir da qual queremos gerar os NPA.
- 3- Se a $p(y) \geq I$, então o ponto seguinte é y . Caso contrário o ponto seguinte é x_0 .

Repete-se 2-3 até ter gerado o número desejado de pontos.

2.

Gerou-se 4 cadeias:

O gráfico da **cadeia 1** (menor desvio-padrão) é praticamente uma linha reta, indicando que o rácio de aceitação é relativamente alto, ou seja, a cadeia aceita mais facilmente pontos que se afastam do ponto (estado) anterior, encontrando-se longe da distribuição-alvo, visível pela distância da cadeia às bandas horizontais.

A **cadeia 4** tem maior desvio-padrão e por consequência apresenta várias oscilações em relação às bandas horizontais, sendo assim menos eficiente, significando que a função de aceitação é relativamente baixa. Contudo, converge muito rapidamente, visível pela aproximação das bandas horizontais.

As **cadeias 2 e 3** são relativamente semelhantes, no entanto a cadeia 3 possui mais oscilações que a cadeia 2 até convergir (rácio aceitação mais baixo).

Portanto conclui-se que a velocidade de convergência não depende apenas do desvio-padrão, mas também da função de aceitação e do n .