

Control II

Tarea 5. Modelo de proyección genérico 28 de septiembre de 2020

Marco Antonio Esquivel Basaldua

En este trabajo se generan imágenes sintéticas usando el modelo de cámara genérico para una escena plana de un rectángulo en el mundo, tomando en cuenta los cuatro puntos de sus esquinas. Se utilizan los casos planar e hipercatadióptrico.

I. CALIBRACIÓN DE LA CÁMARA

Se considera como ejemplo la cámara PULNIX de las diapositivas cuyas características son las siguientes.

- Tamaño del CCD
 - 752(H)*582(V)
 - Tamaño del pixel $0,0086mm \times 0,0083mm$
 - Tamaño del CCD en milímetros
 - $752 * 0,0086 \times 582 * 0,0083 = 6,467mm \times 4,831mm$
 - Las imágenes tienen 768×576 píxeles. El número de píxeles/mm en las imágenes utilizadas es
 - $m_x = 768/6,467 \text{ pixels/mm}$
 - $m_y = 576/4,831 \text{ pixels/mm}$
 - La distancia focal es $f = 6,14495mm$
- Adicionalmente se calculan los valores

$$\alpha_x = f * m_x$$

$$\alpha_y = f * m_y$$

$$x_0 = 768/2$$

$$y_0 = 576/2$$

Dado un punto 3D con coordenadas $X = [x, y, z]^T$, el punto proyectado en el plano de imagen normalizado se obtiene como

$$X^h = \begin{bmatrix} \frac{x}{z+\xi||X||} \\ \frac{y}{z+\xi||X||} \\ 1 \end{bmatrix}$$

La colineación final depende de los parámetros del espejo

$$X_{ic}^h = Kx^h$$

$$K = \begin{bmatrix} \alpha_x & s & x_0 \\ 0 & \alpha_y & y_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi - \xi & 0 & 0 \\ 0 & \psi - \xi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

En el caso planar

$$(\xi, \psi) = (0, 1)$$

mientras que en el caso hiperbólico

$$(\xi, \psi) = \left(\frac{d}{\sqrt{d^2 + 4p^2}}, \frac{d + 2p}{\sqrt{d^2 + 4p^2}} \right)$$

siendo d la distancia entre focos y $4p$ el *latus rectus*. Se proponen los valores $d = 10cm$, $p = 1cm$

II. COMPARACIÓN DE LAS IMÁGENES GENERADAS

Para cada tipo de cámara se generan tres imágenes marcando los puntos de la escena 3D y de los puntos proyectados para verificar el orden en que se observan en la imagen. Se presentan los resultados al observar la escena de frente, al acercar la cámara a la escena 3D y al alejarla. Se comparan los resultados obtenidos para cada una de las cámaras.

II-A. Imagen 1

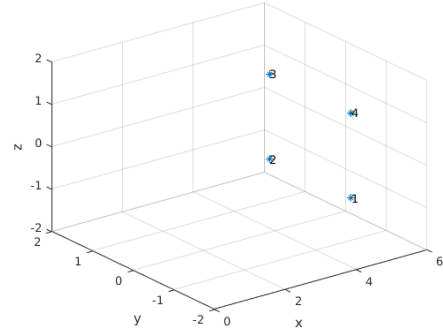


Figura 1.1. Rectángulo puesto en la escena 3D.

El rectángulo en este caso, es de dimensiones 2×2 y su centro se encuentra en la posición $[5, 0, 0]$. A continuación se muestran los resultados obtenidos para cada una de las cámaras, así como en los casos en que se aleja y se la escena.

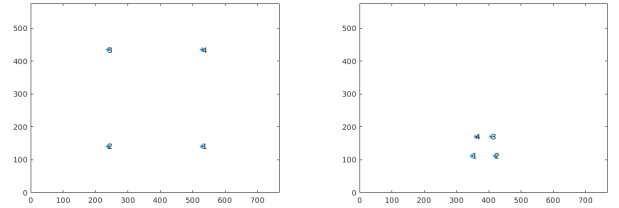


Figura 1.2. Vista de la escena en la cámara planar e hiperbólica.

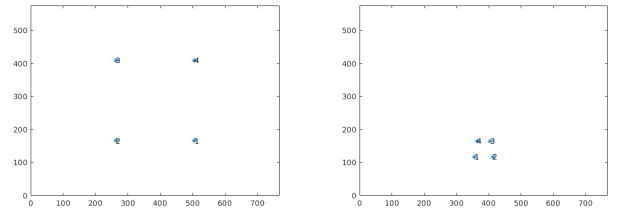


Figura 1.3. Vista de la escena en la cámara planar e hiperbólica alejada un metro de la posición original.

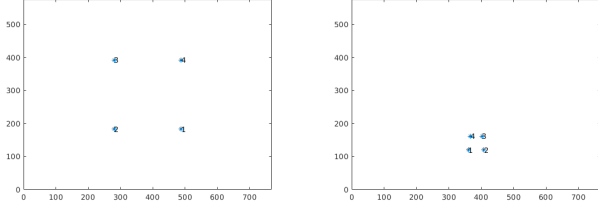


Figura 1.4. Vista de la escena en la cámara planar e hiperbólica alejada dos metros de la posición original.

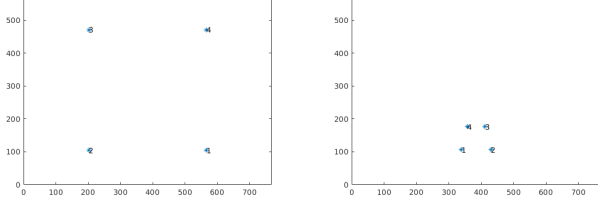


Figura 1.5. Vista de la escena en la cámara planar e hiperbólica acercada un metro de la posición original.

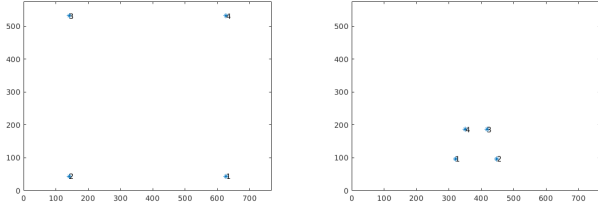


Figura 1.6. Vista de la escena en la cámara planar e hiperbólica acercada dos metros de la posición original.

II-B. Imagen 2

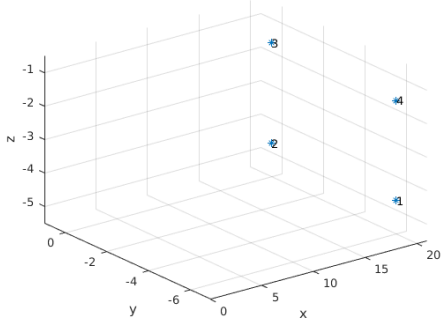


Figura 2.1. Rectángulo puesto en la escena 3D.

El rectángulo en el segundo caso, es de dimensiones 6×3 y su centro se encuentra en la posición $[20, -3, -3]$. A continuación se muestran los resultados obtenidos para cada una de las cámaras, así como en los casos en que se aleja y se la escena.

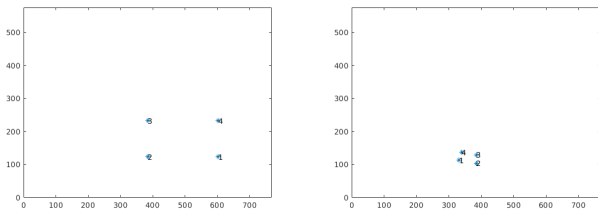


Figura 2.2. Vista de la escena en la cámara planar e hiperbólica.

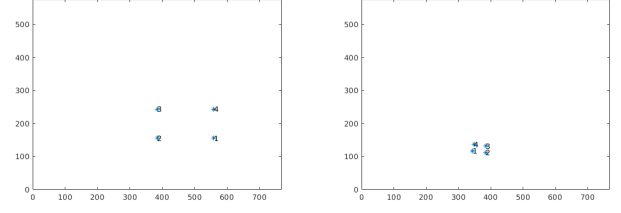


Figura 2.3. Vista de la escena en la cámara planar e hiperbólica alejada cinco metros de la posición original.

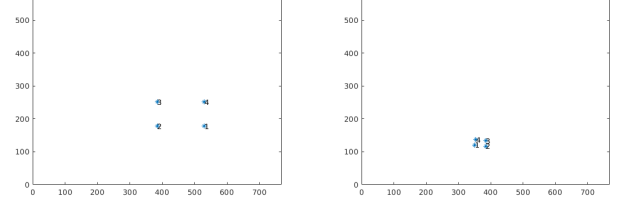


Figura 2.4. Vista de la escena en la cámara planar e hiperbólica alejada diez metros de la posición original.

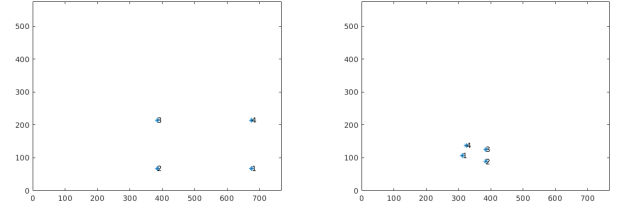


Figura 2.5. Vista de la escena en la cámara planar e hiperbólica acercada cinco metros de la posición original.

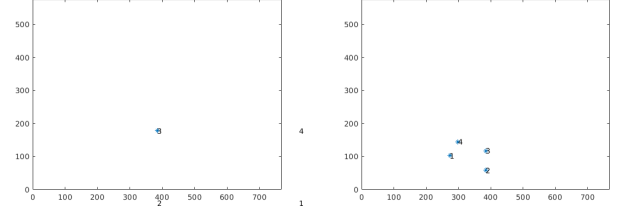


Figura 2.6. Vista de la escena en la cámara planar e hiperbólica acercada diez metros de la posición original.

II-C. Imagen 3

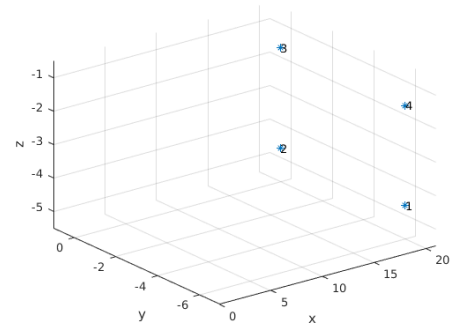


Figura 3.1. Rectángulo puesto en la escena 3D.

El rectángulo en el segundo caso, es de dimensiones $0,5 \times 1$ y su centro se encuentra en la posición $[5, 1, 1]$. A continuación se muestran los resultados obtenidos para cada una de las cámaras, así como en los casos en que se aleja y se la escena.

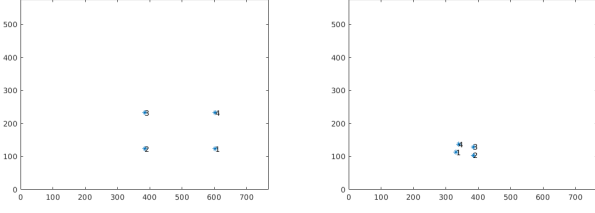


Figura 3.2. Vista de la escena en la cámara planar e hiperbólica.

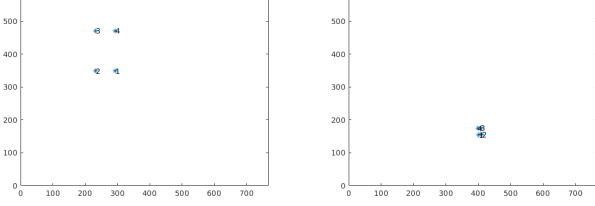


Figura 3.3. Vista de la escena en la cámara planar e hiperbólica alejada un metro de la posición original.

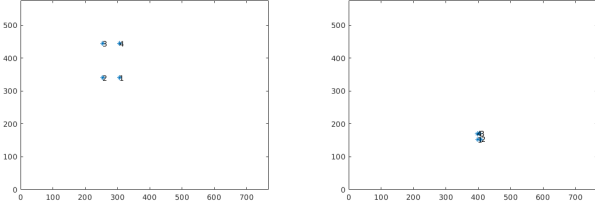


Figura 3.4. Vista de la escena en la cámara planar e hiperbólica alejada dos metros de la posición original.

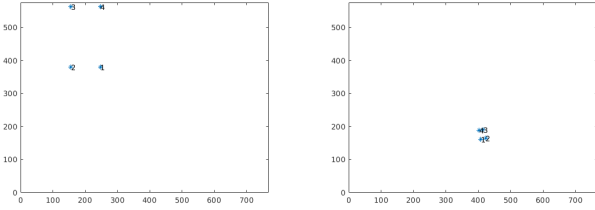


Figura 3.5. Vista de la escena en la cámara planar e hiperbólica acercada un metro de la posición original.

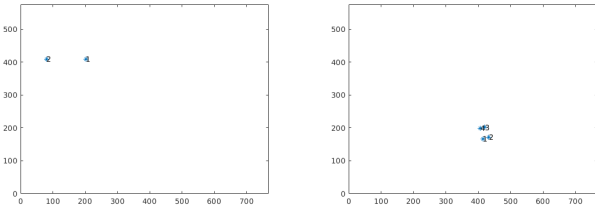


Figura 3.6. Vista de la escena en la cámara planar e hiperbólica acercada dos metros de la posición original.

III. RECUPERACIÓN DE LA DIRECCIÓN DE UN PUNTO

En el caso de la cámara hipercatadióptrica es posible recuperar la dirección en la que se encuentra un punto en el espacio tridimensional, a partir de su ubicación en la imagen generada. Dadas las coordenadas de imagen

$$x_{ic} = \begin{bmatrix} p_x \\ p_y \\ 1 \end{bmatrix}$$

se tiene

$$X_c = (\eta^{-1} + \xi)\bar{x}$$

donde

$$\bar{x} = \left[\mathbf{x}^\top \frac{1}{1 + \xi\eta} \right]^\top$$

$$x^h = \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} = K^{-1}x_{ic}$$

$$\eta = \frac{-\gamma - \xi(x^2 + y^2)}{\xi^2(x^2 + y^2) - 1}$$

$$\gamma = \sqrt{1 + (1 - \xi)(x^2 + y^2)}$$

Se obtienen las direcciones de los puntos 1 en los casos hiperbólicos de las figuras 1.2, 2.2 y 3.2. Se compara además los resultados obtenidos con la información real.

III-A. Imagen 1

En este caso el punto 1 se encuentra en la posición $(5, -1, -1)$, por tanto el vector unitario desde el origen es

$$X_c^{real} = \begin{bmatrix} 0,9623 \\ -0,1925 \\ -0,1925 \end{bmatrix}$$

El vector unitario X_c que indica la dirección de 1 punto 1 obtenido a partir de la imagen es

$$X_c^{real} = \begin{bmatrix} 0,9625 \\ -0,1933 \\ -0,1903 \end{bmatrix}$$

Se puede observar la similitud entre ambas direcciones. Se debe recordar que se pierde información a partir de la imagen debido a que la ubicación en píxeles en la imagen es en números enteros.

III-B. Imagen 2

En este caso el punto 1 se encuentra en la posición $(20, -3, -3)$, por tanto el vector unitario desde el origen es

$$X_c^{real} = \begin{bmatrix} 0,9363 \\ -0,2809 \\ -0,2107 \end{bmatrix}$$

El vector unitario X_c que indica la dirección de 1 punto 1 obtenido a partir de la imagen es

$$X_c^{real} = \begin{bmatrix} 0,9366 \\ -0,2794 \\ -0,2116 \end{bmatrix}$$

Se puede observar la similitud entre ambas direcciones. Se debe recordar que se pierde información a partir de la imagen debido a que la ubicación en píxeles en la imagen es en números enteros.

III-C. Imagen 3

En este caso el punto 1 se encuentra en la posición $(5, 1, 1)$, por tanto el vector unitario desde el origen es

$$X_c^{real} = \begin{bmatrix} 0,9841 \\ 0,1476 \\ 0,0984 \end{bmatrix}$$

El vector unitario X_c que indica la dirección de 1 punto 1 obtenido a partir de la imagen es

$$X_c^{real} = \begin{bmatrix} 0,9837 \\ 0,1508 \\ 0,0983 \end{bmatrix}$$

Se puede observar la similitud entre ambas direcciones. Se debe recordar que se pierde información a partir de la imagen debido a que la ubicación en píxeles en la imagen es en números enteros.