Control II

Tarea 4. Control cinemático de un robot manipulador
14 de septiembre de 2020

Marco Antonio Esquivel Basaldua

14 de septiembre de 2020

El robot *puma 560* (figura 1) es un robot antropomorfo de la empresa Unimation cuya configuración presenta seis articulaciones rotacionales lo que le brinda gran destreza en su espacio de trabajo. Sus dimensiones, necesarias para la aplicación de la convención Denavit-Hartenberg, se muestran en la figura 2. En este robot la trama fija de referencia se encuentra sobre la base del robot, lo que correspondería al piso, donde z_0 corresponde al eje de rotación de la primera articulación. Este eje es ortogonal a los ejes z_1, z_2, y z_4, como lo muestra la figura 3, y estos últimos son paralelos entre sí, lo que simplifica la implementación de la convención Denavit-Hartenberg.

Figura 1. Robot PUMA 560 de la empresa Unimation.

El esquema cinemático utilizado para la implementación de la convención se muestra en la figura 3. En esta figura se dan las medidas de los eslabones en metros y se incluye la disposición usada de los ejes z_i y x_i donde $i = 0, 1, \cdots, 6$. Se puede observar que se usa un total de 6 articulaciones (6 grados de libertad) ya que se considera la muñeca del manipulador. En este caso no se tomará en cuenta la ubicación del efector final con el fin de simplificar los cálculos.

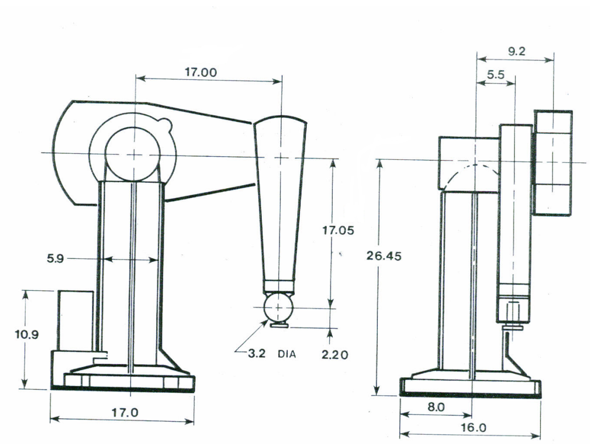

Figura 2. Dimensiones (en pulgadas) del PUMA 560.

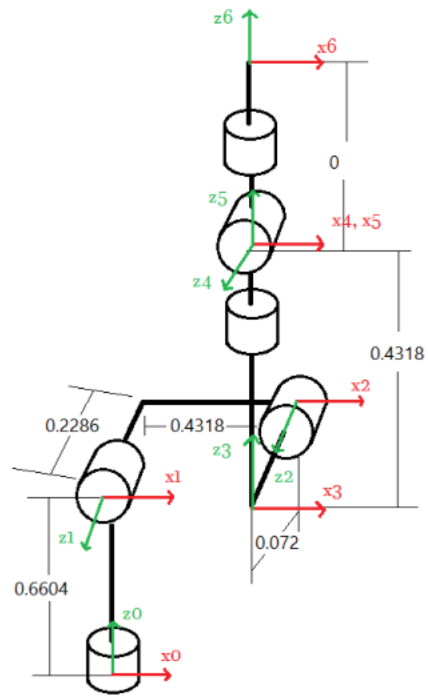

Figura 3. Esquema cinemático del Robot PUMA 560.

De acuerdo a lo establecido en la convención Denavit-Hartenberg se definen los parámetros

$$a_1 = 0,\ a_2 = 0{,}4318,\ a_3 = 0,\ a_4 = 0,\ a_5 = 0,\ a_6 = 0$$
$$\alpha_1 = \frac{\pi}{2},\ \alpha_2 = 0,\ \alpha_3 = -\frac{\pi}{2},\ \alpha_4 = \frac{\pi}{2},\ \alpha_5 = -\frac{\pi}{2},\ \alpha_6 = 0$$
$$d_1 = 0{,}6604,\ d_2 = -0{,}2286,\ d_3 = 0{,}072,\ d_4 = 0{,}4318,\ d_5 = 0,\ d_6 = 0$$

Los valores θ_1 con $i = 0, 1, \cdots, 6$ corresponden a los ángulos de rotacón de control para cada una de las articulaciones. Inicialmente estos ángulos son puestos a cero. Hacienndo uso del Robotics toolbox en matlab, el modelo cinemático en simulación obtenido se muestra en la figura 4.

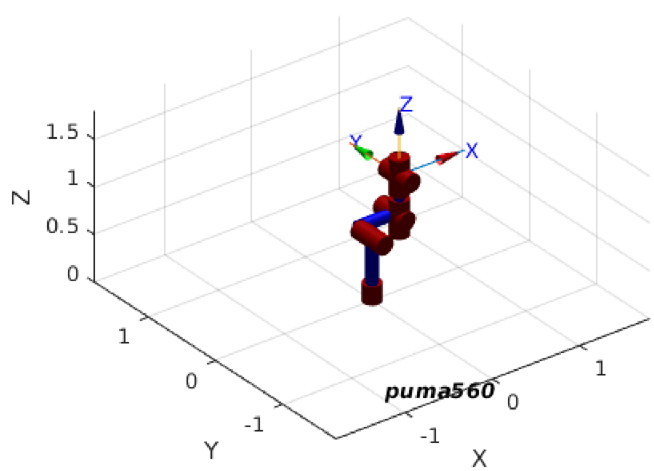

Figura 4. Esquema cinemático del Robot PUMA 560 en simulación de MatLab.

Se define A_i a la matriz de transformación homogénea que va desde la articulación $i-1$ a la articulación i de acuerdo a la conveción de Denavit-Hartenberg, donde $S_i = sin(\theta_i)$, $C_i = cos(\theta_i)$ y $S_{ij} = sin(\theta_i + \theta_j)$, $C_{ij} = cos(\theta_i + \theta_j)$.

$$A_i = \begin{bmatrix} C\theta_i & -S\theta_i C\alpha_i & S\theta_i S\alpha_i & a_i C\theta_i \\ S\theta_i & C\theta_i C\alpha_i & -C\theta_i S\alpha_i & a_i S\theta_i \\ 0 & S\alpha_i & C\alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{1}$$

Se definen las matrices A_i con $i = 0, 1, \cdots, 6$.

$$A_1 = \begin{bmatrix} C_1 & 0 & S_1 & 0 \\ S_1 & 0 & -C_1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad A_3 = \begin{bmatrix} C_3 & 0 & -S_3 & 0 \\ S_3 & 0 & C_3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad A_5 = \begin{bmatrix} C_5 & 0 & -S_5 & 0 \\ S_5 & 0 & C_5 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} C_2 & -S_2 & 0 & a_2C_2 \\ S_2 & C_2 & 0 & a_2S_2 \\ 0 & 0 & 1 & d2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad A_4 = \begin{bmatrix} C_4 & 0 & S_4 & 0 \\ S_4 & 0 & -C_4 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & d_4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad A_6 = \begin{bmatrix} C_6 & -S_6 & 0 & 0 \\ S_6 & C_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Sea ${}^0_6T$ la matriz de transformación que mapea un punto en el espacio de tres dimensiones expresado en el marco de referencia 6 al marco de referencia 0, se calcula como

$${}^0_6T = A_1 A_2 A_3 A_4 A_5 A_6$$

De acuerdo a esta configuración la ubicación del efector final se encuentra en la posición

$$p = \begin{bmatrix} {}^0_6T(1,4) \\ {}^0_6T(2,4) \\ {}^0_6T(3,4) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_1(d_2+d_3) - d_4C_1S_{23} + a_2C_1C_2 \\ -C_1(d_2+d_3) - d_4S_1S_{23} + a_2C_2S_1 \\ d1 + a_2S_2d_4C_{23} \end{bmatrix} \tag{2}$$

El cálculo de la matriz jacobiana es fundamental para el control cinemático de un brazo robótico cuya definición es

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial p_x}{\partial \theta_1} & \frac{\partial p_x}{\partial \theta_2} & \cdots & \frac{\partial p_x}{\partial \theta_n} \\ \frac{\partial p_y}{\partial \theta_1} & \frac{\partial p_y}{\partial \theta_2} & \cdots & \frac{\partial p_y}{\partial \theta_n} \\ \frac{\partial p_z}{\partial \theta_1} & \frac{\partial p_z}{\partial \theta_2} & \cdots & \frac{\partial p_z}{\partial \theta_n} \end{bmatrix}$$

$$J = \begin{bmatrix} C_1(d_2+d_3) + d_4S_1S_{23} - a_2S_1S_2 & -d_4C_1C_{23} - a_2C_1S_2 & -d_4C_1C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ S_1(d_2+d_3) - d_4C_1S_{23}a_2C_1C_2 & -d_4S_1C_{23} - a_2S_1S_2 & -d_4S_1C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_2C_2 - d_4C_{23} & -d_4S_{23} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{3}$$

1. Estabilización a una pose

En base al ejemplo mostrado para la estabilización del robot planar de tres grados de libertad con articulaciones rotacionales se desarrolla un script para la estabilización a una pose para el robot puma de la figura 1. La posición de la muñeca en la configuación inicial cuando los valores de las articulaciones $\theta_1 = \cdots = \theta_6 = 0$ es

$$p_0 = \begin{bmatrix} 0{,}4318 \\ 0{,}1566 \\ 1{,}0922 \end{bmatrix}$$

En este caso se desea llevar el final de la cadena cinemática a la posición

$$p_d = \begin{bmatrix} 0{,}7 \\ -0{,}5 \\ 0{,}5 \end{bmatrix}$$

Aplicando la ley de control, se obtienen los siguientes resultados.

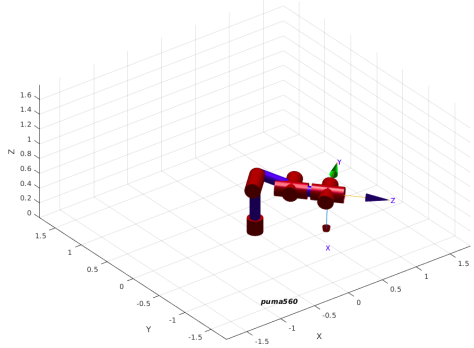

Figura 5. Robot *puma 560* en la posición final p_d.

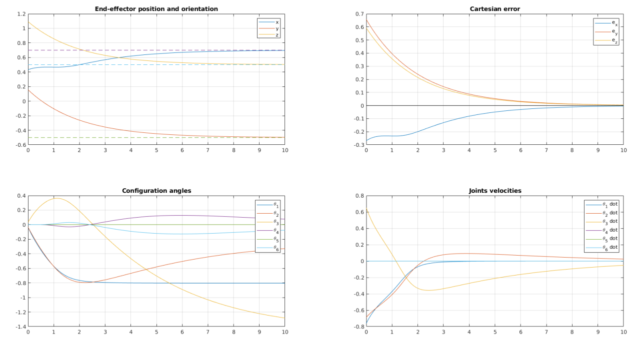

Figura 6. Resultados obtenidos en función del tiempo.

2. Jacobiano numérico

En la implementación mostrada en la sección I, se lleva a cabo el cálculo de la matriz jacobiana de manera analítica. Sin embargo, es posible realizar esta operación a partir de la función *jacob0* integrada en el toolbox de robotics. Este cálculo se lleva a cabo de la siguiente manera

$$J = puma.jacob0(q) \tag{4}$$

donde J es la matriz jacobiana y q representa la configuración actual del robot.

Se aplica esta función para el cálculo de la matriz jacobiana para los sigueintes puntos iniciales y finales.

2.1. Primer prueba

A manera de comparación se utilizan los puntos p_0 y p_d de la sección I, se recuerda que en este caso se utiliza el jacobiano calculado de forma numérica.

$$p_0 = \begin{bmatrix} 0{,}4318 \\ 0{,}1566 \\ 1{,}0922 \end{bmatrix}$$

$$p_d = \begin{bmatrix} 0{,}7 \\ -0{,}5 \\ 0{,}5 \end{bmatrix}$$

Los resultados obtenidos son los siguientes.

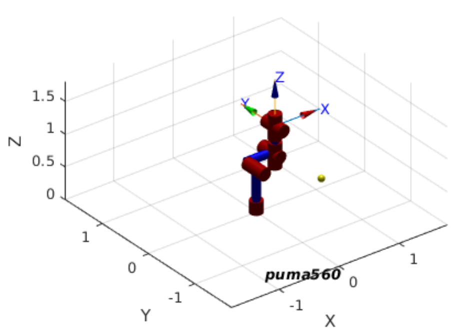

Figura 7. Configuración inicial del robot. La esfera amarilla representa el punto de destino.

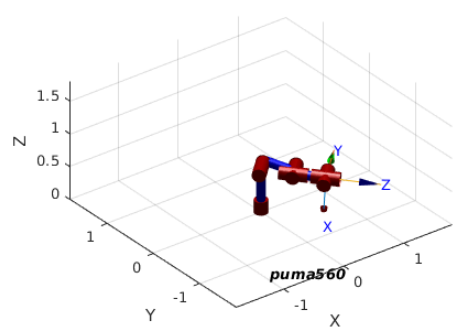

Figura 8. Configuración final del robot

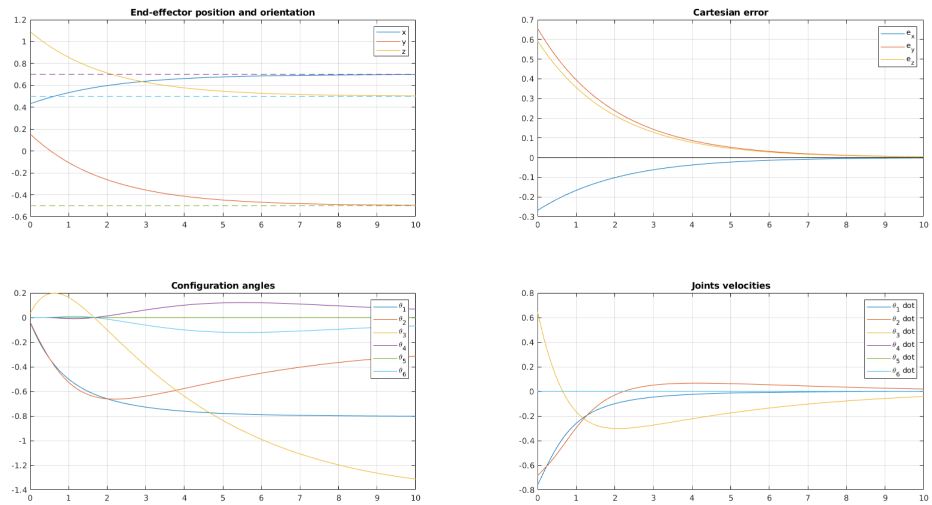

Figura 9. Resultados obtenidos en función del tiempo.

2.2. Segunda prueba

Como segunda prueba se proponen los puntos

$$p_0 = \begin{bmatrix} -0{,}0614 \\ 0{,}1449 \\ 1{,}107 \end{bmatrix}$$

$$p_d = \begin{bmatrix} 0{,}7 \\ 0{,}5 \\ 0{,}5 \end{bmatrix}$$

Los resultados obtenidos son los siguientes.

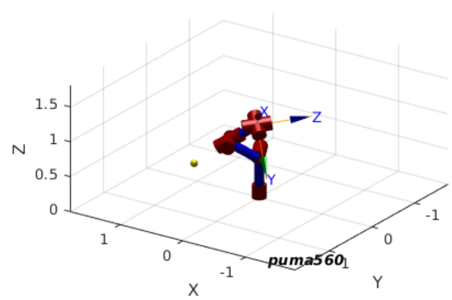

Figura 10. Configuración inicial del robot. La esfera amarilla representa el punto de destino.

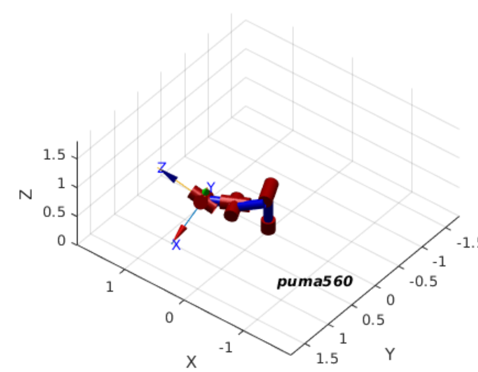

Figura 11. Configuración final del robot

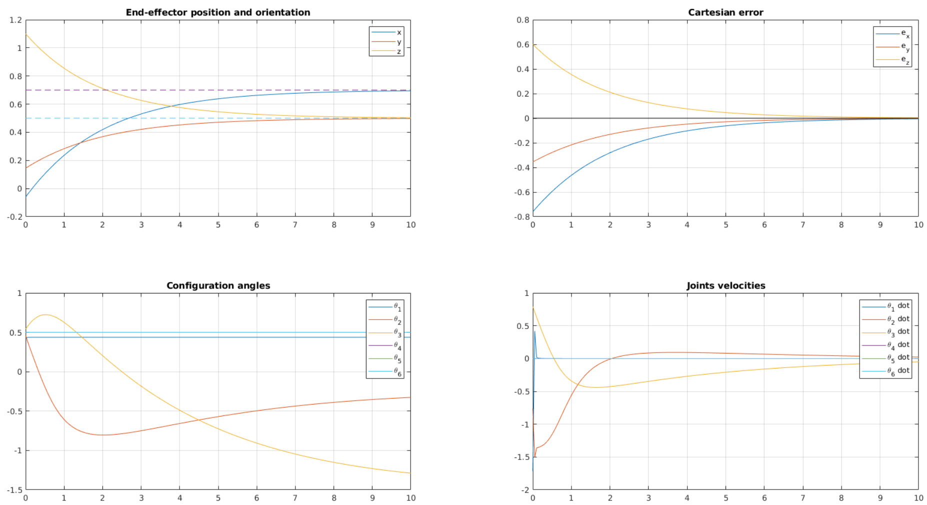

Figura 12. Resultados obtenidos en función del tiempo.

2.3. Tercer prueba

Como tercera prueba se proponen los puntos

$$p_0 = \begin{bmatrix} 0{,}7265 \\ -0{,}2184 \\ 0{,}6867 \end{bmatrix}$$

$$p_d = \begin{bmatrix} 0{,}3 \\ -0{,}2 \\ 1{,}0 \end{bmatrix}$$

Los resultados obtenidos son los siguientes.

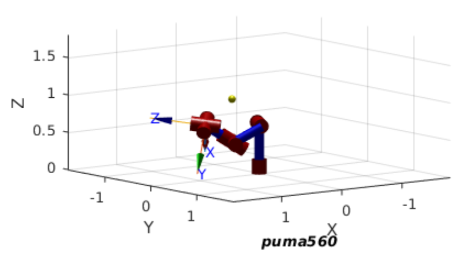

Figura 13. Configuración inicial del robot. La esfera amarilla representa el punto de destino.

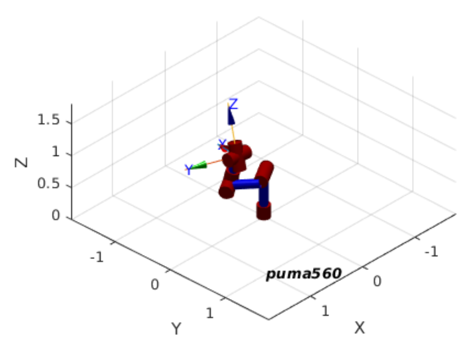

Figura 14. Configuración final del robot

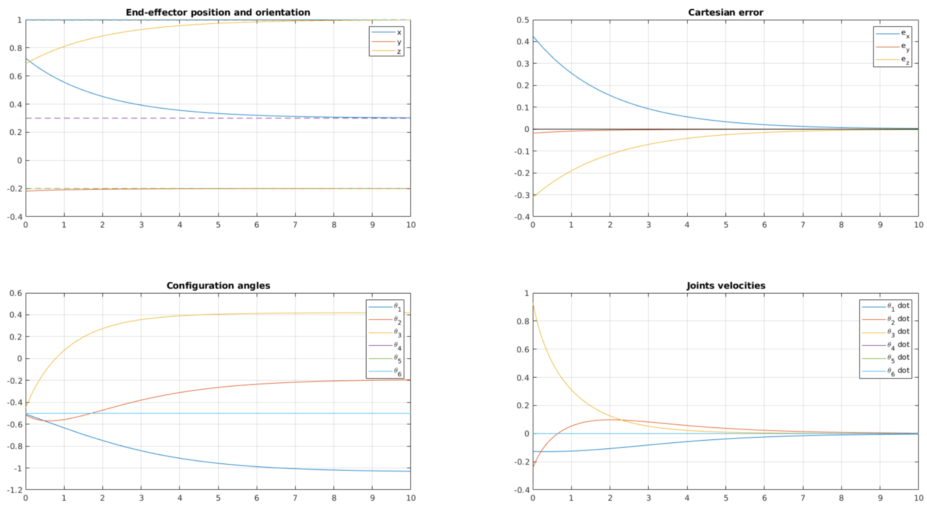

Figura 15. Resultados obtenidos en función del tiempo.

3. Seguimiento de trayectorias

Para el desarrollo de un control de trayectorias se parte de la definición del error e, donde p es la posición del efector final del robot, p_d es la posición deseada, J es la matriz jacobiana y $\dot{q}$ son las velocidades de las articulaciones rotacionales.

$$\begin{aligned} e &= p - p_d \\ \dot{e} &= \dot{p} - \dot{p}_d \\ &= J\dot{q} - \dot{p}_d \end{aligned}$$

Ya que se desea controlar la posición del efector final mediante las articulaciones q se toma como control las velocidades de las mismas.

$$\dot{q} = J^{-1}(\dot{p}_d + \dot{e})$$

Reemplazando $\dot{e} = -ke$ se obtiene

$$\dot{q} = J^{-1}(\dot{p}_d - ke) \tag{5}$$

En simulaci'on se muestra la trayectoria generada por el roboot al seguir la curva parametrizada en el tiempo expresada por el vector p_d

$$p_d = \begin{bmatrix} \frac{t}{15}cos\left(\frac{2t}{5}\right) + 0{,}4 \\ \frac{t}{15} + 0{,}1 \\ \frac{t}{15}sin\left(\frac{2t}{5}\right) + 1 \end{bmatrix} \tag{6}$$

y cuya derivada en el tiempo es

$$\dot{p}_d = \begin{bmatrix} \frac{1}{15}cos\left(\frac{2t}{5}\right) - \frac{2t}{75}sin\left(\frac{2t}{5}\right) \\ \frac{1}{15} \\ \frac{1}{15}sin\left(\frac{2t}{5}\right) + \frac{2t}{75}cos\left(\frac{2t}{5}\right) \end{bmatrix} \tag{7}$$

Aplicando esta ley de control al robot *puma 560* de las secciones anteriores a partir de su configuración inicial se obtienen los siguientes resultados.

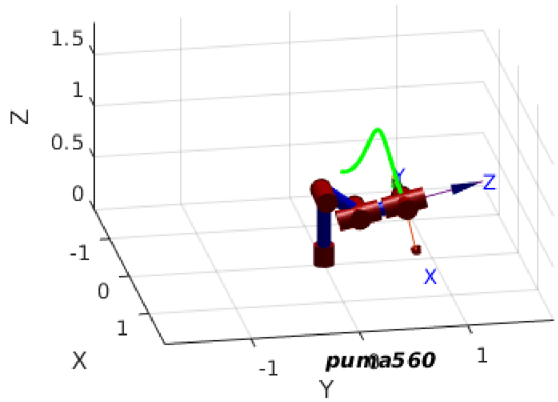

Figura 16. Segumieento de trayectoria del robot *puma 560*. La línea en verde es la trayectoria a seguir.

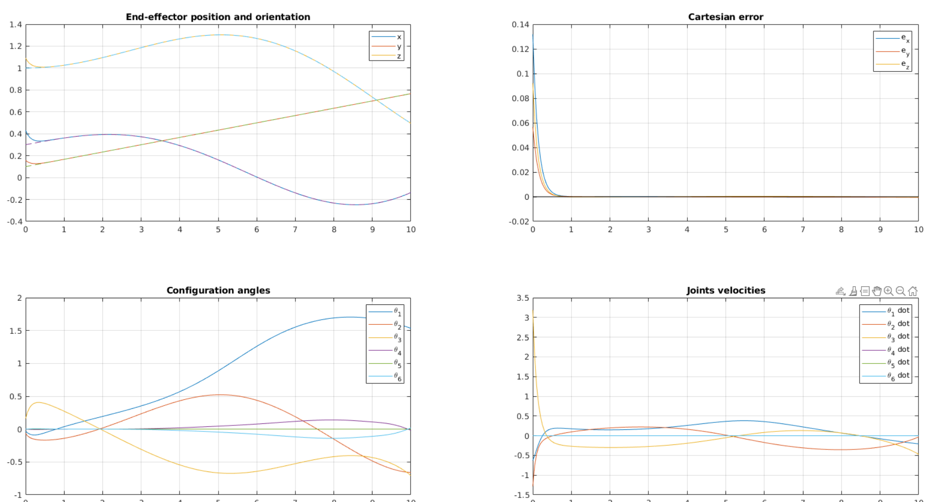

Figura 17. Resultados obtenidos en función del tiempo.

Cabe señalar que los errores se van rápidamente a cero ya que el punto de salida está cerca del punto de partida de la trayectoria a seguir en la configuración inicial del robot.