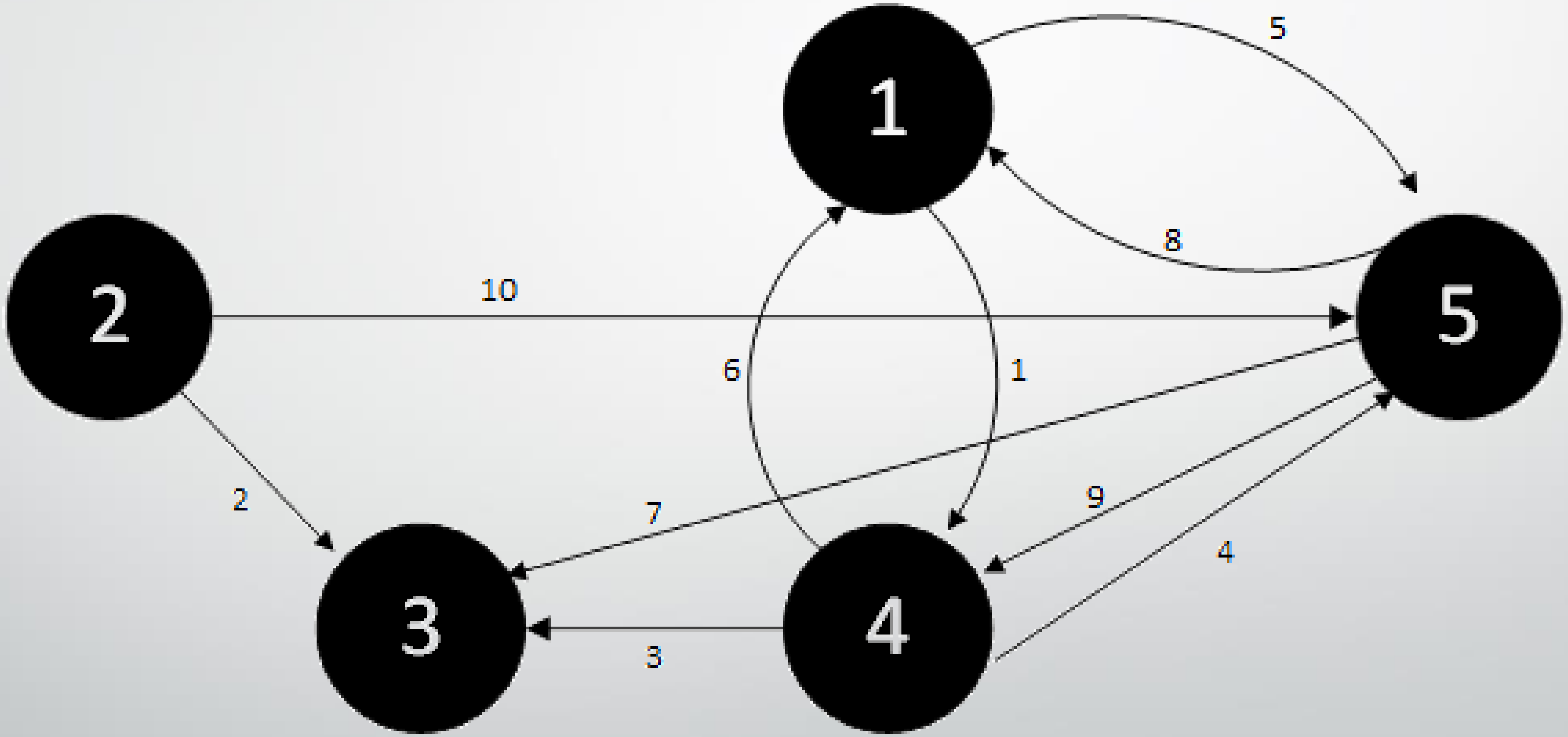
# Otimização e Algoritmos

## Reserving optimal link capacity in a network

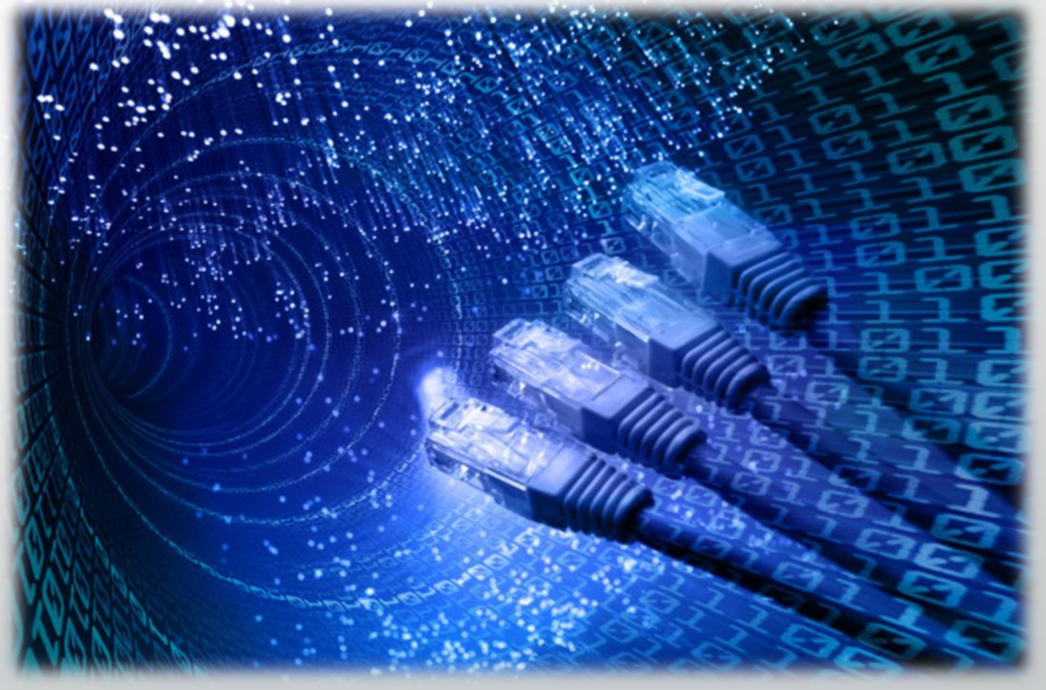
Marco Graça nº81036
João Loureiro nº81164
Pedro Vasco nº81880

TÉCNICO LISBOA

# Problema



# Motivação

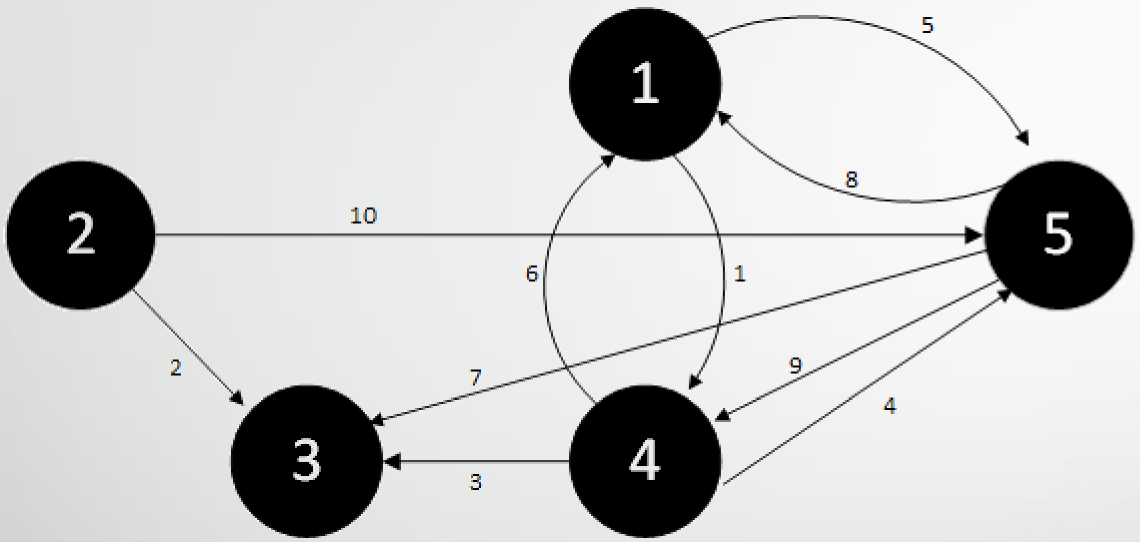
# Parte 1 : Formulação

$$\begin{array}{ll} \underset{f,r}{\text{minimize}} & p \cdot r \\ \text{subject to} & Af_i + s_i \leq 10^{-10} \\ & 0 \leq f_i \leq r \\ & r \leq c \end{array}$$

$$A = \begin{cases} 1 & \text{se a aresta entra no nó,} \\ -1 & \text{se a aresta sai do nó,} \\ 0 & \text{c.cc} \end{cases}$$

- A[nº nós * nº arestas] - ligações na rede
- p [nº arestas]- custo de cada aresta
- c [nº arestas]– capacidade
- r [nºarestas]– reserva
- s [nº arestas * nº cenários]- flows

# Parte 1 : Resultados




$$s = \begin{bmatrix} 0 & 0.5 & 0 & -1 & 0.75 & 0 & -1.75 & 0.25 \\ 0.25 & 1.5 & 0.75 & 0.75 & 1.25 & 1.25 & 0.75 & 1.5 \\ -1 & -1 & -0.5 & -1.5 & -1.5 & -2.25 & -0.75 & -1.5 \\ 2 & 1 & -0.5 & 0 & 0 & 2 & 0.25 & 1.25 \\ -1.25 & -2 & 0.25 & 1.75 & -0.5 & -1 & 1.5 & -1.5 \end{bmatrix}$$

$$r = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.8732 \\ 0.8329 \\ 0.5352 \\ 0.7981 \\ 0.75 \\ 0.5439 \\ 1.0 \\ 0.5 \\ 0.666 \end{bmatrix}$$

# Parte 2 : Formulação

$$\begin{aligned} \underset{f,r,g}{\text{minimize}} \quad & p \cdot r + g \cdot E \\ \text{subject to} \quad & Af_i + s_i \leq 10^{-10} \\ & 0 \leq f_i \leq r \\ & r \leq g \cdot c \\ & 0 \leq g \leq 1 \end{aligned}$$

$$custo = \begin{cases} p \cdot r + E & \text{se } r \neq 0, \\ 0 & \text{se r = 0} \end{cases}$$

- E[nº arestas] – overhead da aresta

# Parte 2 : Resultados (Relaxação de Aresta)

- Overheads de 1 nas arestas 1, 6 e 7

$$g = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ 1.0 \\ 1.0 \\ 0.824 \\ 0.908 \\ \mathbf{0.75} \\ \mathbf{0.25} \\ 1.0 \\ 0.798 \\ 0.837 \end{bmatrix}, r = \begin{bmatrix} 0 \\ 1.0 \\ 1.0 \\ 0.581 \\ 0.799 \\ 0.75 \\ 0.25 \\ 1.0 \\ 0.5 \\ 0.620 \end{bmatrix}$$

critério 0,1

$$g = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ 1.0 \\ 1.0 \\ 1.0 \\ 1.0 \\ \mathbf{1.0} \\ \mathbf{1.0} \\ 1.0 \\ 1.0 \\ 1.0 \end{bmatrix}, r = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.8761 \\ 0.8335 \\ 0.5388 \\ 0.7975 \\ 0.75 \\ 0.5403 \\ 1.0 \\ 0.5 \\ 0.6637 \end{bmatrix}$$

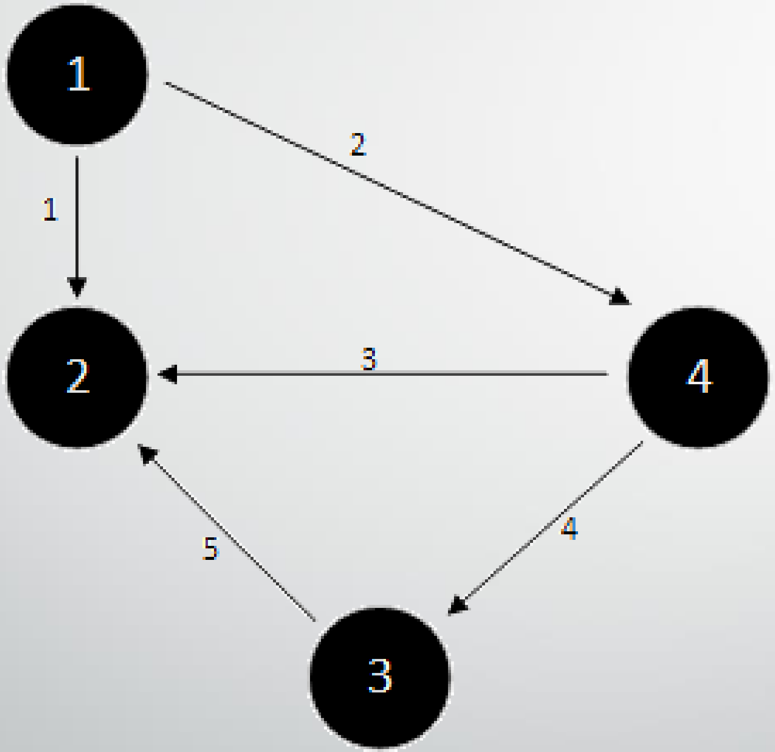
# Parte 2 : Resultados (Força Bruta)

$$f2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \\ 1 & 1 \\ 1 & 1 \\ 1 & 1 \\ 1 & 1 \\ 1 & 1 \\ 1 & 1 \\ 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$r = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0.878 & 0.884 \\ 0.838 & 0.845 \\ 0.541 & 0.520 \\ 0.797 & 0.820 \\ 0.750 & 0.75 \\ 0.533 & 0.52 \\ 1.0 & 1.0 \\ 0.5 & 0.5 \\ 0.663 & 0.660 \\ = & = \\ 8.5 & 9.5 \end{bmatrix}$$

TÉCNICO LISBOA

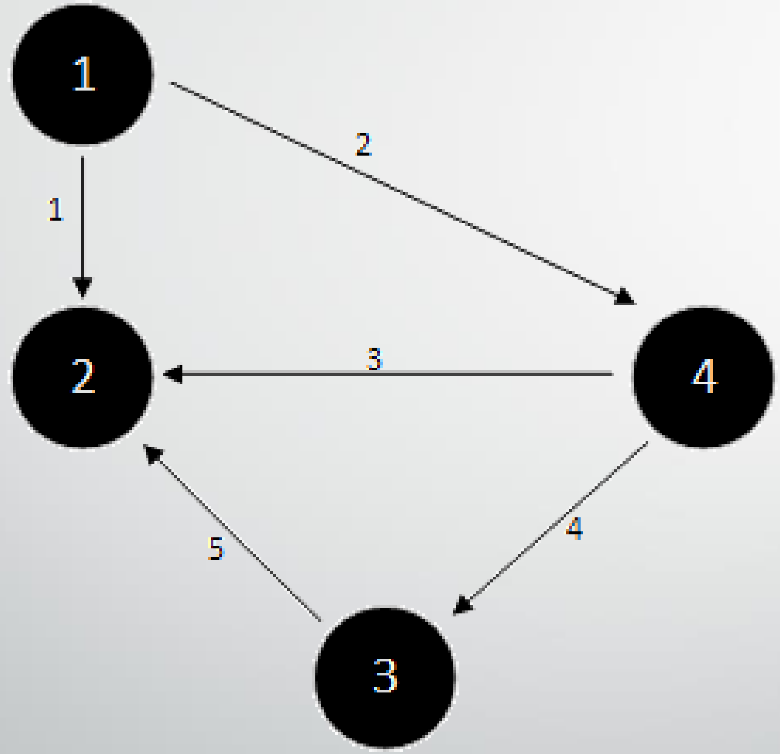
# Parte 2 : Resultados (Outro Exemplo)




$$s = \begin{bmatrix} 0.25 \\ -1 \\ 0 \\ 0.75 \end{bmatrix}$$

- Overhead na aresta 3

# Parte 2 : Resultados (Relaxação de aresta)




- Com overhead de 1 na aresta 3
- O flow de 0.75 passa na resta 3 com custo de 1.75 enquanto que pelas arestas 4 e 5 teria custo de 1.5

- Com overhead de 2 na aresta 3
- O flow de 0.75 passa nas arestas 4 e 5 com custo de 1.5

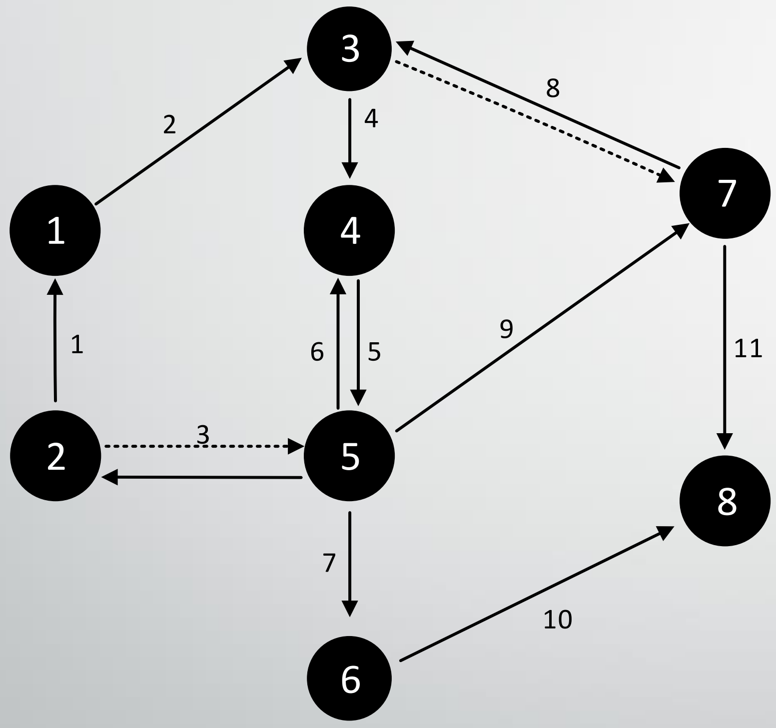
TÉCNICO LISBOA

# Parte 3 : Formulação

$$\begin{aligned}
\underset{f,h,r}{\text{minimize}} \quad & p \cdot r \\
\text{subject to} \quad & 0 \leq f_i <= r \\
& 0 \leq h_i <= r \\
& r \leq c \\
& A \cdot f_i + s_i \leq 10^{-10} \\
& As \cdot h_i + s_i \leq 10^{-10}
\end{aligned}$$

- A – rede original
- As – rede com arestas trocadas

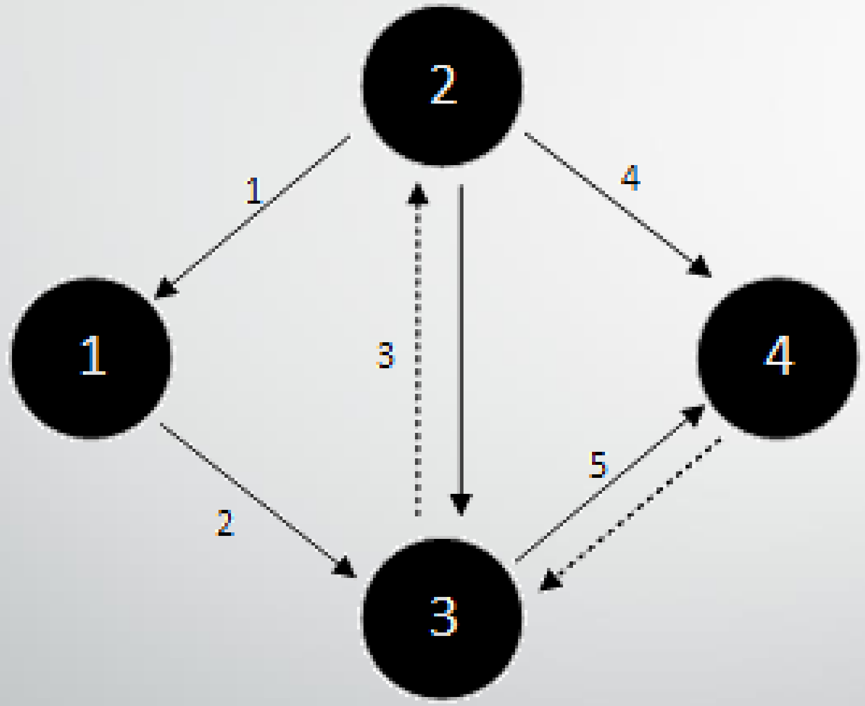
# Parte 3 : Resultados




- 1 unidade de 2 para 6
- 1 unidade de 2 para 7

$$r = \begin{bmatrix} 1.0 \\ 1.0 \\ 0 \\ 1.0 \\ 1.0 \\ 0 \\ 1.0 \\ 0 \\ 1.0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

# Parte 3 : Resultados



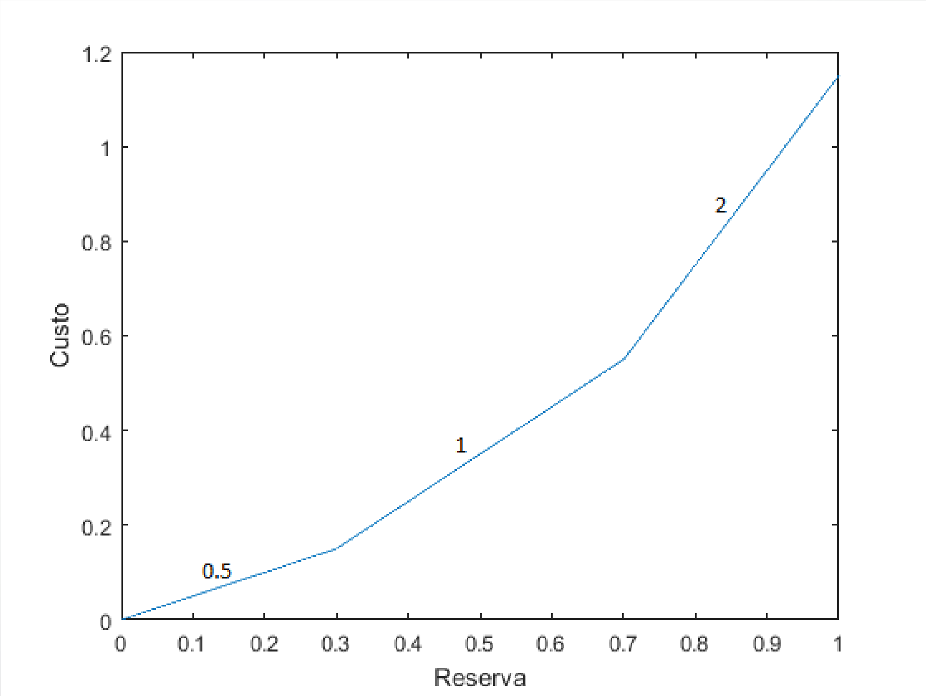

- Queremos transportar uma unidade de fluxo de 1 para 4
- São reservadas as arestas 2, 3, 4 e 5.

# Parte 4 : Formulação

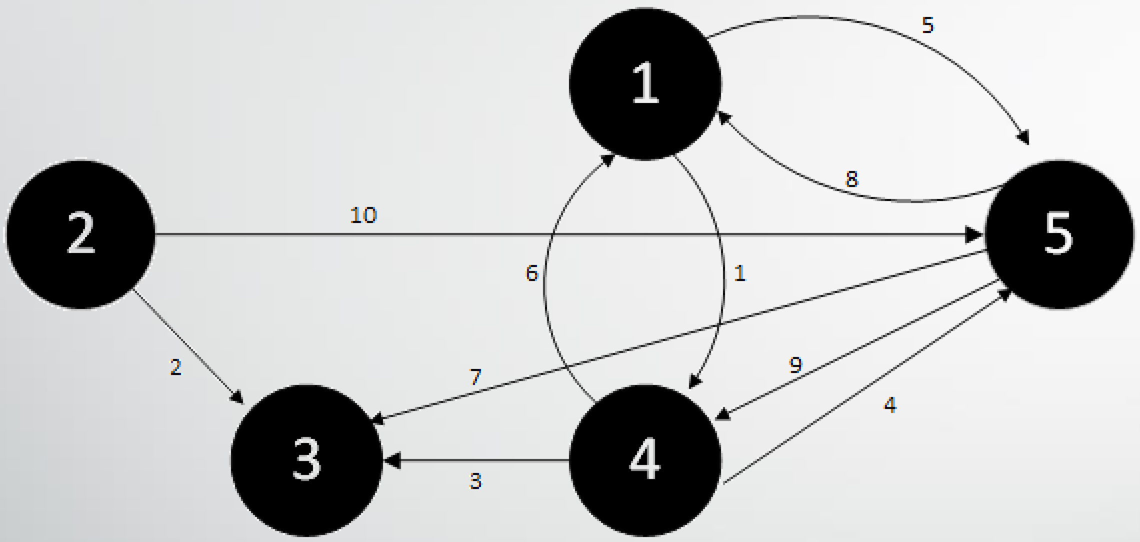
$$\begin{array}{lll} \underset{f,r}{\text{minimize}} & l_{i2} \cdot \sum_i r_{ik} & \\ \text{subject to} & 0 \leq f_{ijk} \leq r_{ik} \leq l_{k1}, & \forall i,j,k \\ & A\sum_k f_{ijk} + s_j \leq 10^{-10}, & \forall i,j \end{array}$$

- l[3*2] – matriz com declives

$$l = \begin{bmatrix} 0.3 & 0.5 \\ 0.4 & 1 \\ 0.3 & 2 \end{bmatrix}$$



# Parte 4 : Resultados




$$r = \begin{bmatrix} 0.050 \\ 0.820 \\ 0.719 \\ 0.611 \\ 0.700 \\ 0.750 \\ 0.711 \\ 1.0 \\ 0.500 \\ 0.689 \end{bmatrix}$$

$$r = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.8732 \\ 0.8329 \\ 0.5352 \\ 0.7981 \\ 0.75 \\ 0.5439 \\ 1.0 \\ 0.5 \\ 0.666 \end{bmatrix}$$

Reservas parte 1

TÉCNICO LISBOA