

# Performance Modeling Of Computer Systems And Networks

Marco Lorenzini  
0353515

Eugenio Di Gaetano  
0349278

Università degli studi di Roma Tor Vergata

## Abstract

Il presente studio analizza la gestione di un Pronto Soccorso, focalizzandosi in particolare sul centro Policlinico Tor Vergata. Il Pronto Soccorso è un'unità cruciale all'interno di un ospedale, dedicata all'accoglienza e alla prima assistenza di pazienti in condizioni urgenti e non programmabili. Nello studio viene analizzato l'intero processo che ogni paziente che si rivolge ad un Pronto Soccorso deve attraversare, partendo dal triage iniziale fino alla dimissione o al ricovero ospedaliero.

## 1. Introduzione

Il Pronto Soccorso deve gestire un flusso di pazienti derivanti da arrivo diretto in struttura o da arrivo tramite ambulanza, il primo contatto del paziente con la struttura è il triage, questa fase determina la priorità del trattamento in base alla gravità delle condizioni del paziente e all'urgenza del caso e assegna ai pazienti uno dei seguenti codici:

- **Livello 1 (Rosso):** Interruzione o compromissione di una o più funzioni vitali.
- **Livello 2 (Arancione):** Rischio di compromissione delle funzioni vitali. Condizione con rischio evolutivo o dolore severo.
- **Livello 3 (Azzurro):** Condizione stabile senza rischio evolutivo con sofferenza e ricaduta sullo stato generale che solitamente richiede prestazioni complesse.
- **Livello 4 (Verde):** Condizione stabile senza rischio evolutivo che solitamente richiede prestazioni diagnostiche terapeutiche semplici monospecialistiche.
- **Livello 5 (Bianco):** Problema non urgente o di minima rilevanza clinica.

Dopo il triage, il paziente deve svolgere la prima visita medica. Durante questa visita, il medico stabilisce le condizioni del paziente e pianifica gli esami diagnostici e i trattamenti necessari. Questa fase è fondamentale per garantire un'assistenza mirata e tempestiva, adeguata alle necessità specifiche del paziente. Terminati gli esami richiesti, il medico valuta gli esiti e decide se il paziente può lasciare il Pronto Soccorso con le adeguate indicazioni per il follow-up. In caso contrario, il paziente può essere ricoverato in ospedale per ricevere cure specialistiche continue e monitoraggio delle condizioni di salute.

## 2. Problematiche del sistema

Dall'analisi dei dati riportati nei vari annuari statistici della Regione Lazio, emerge che i tempi di attesa per la prima visita presso il Pronto Soccorso del Policlinico Tor Vergata risultano essere significativamente elevati. In particolare, i pazienti assegnati ai codici di priorità più bassi devono affrontare attese prolungate, che possono compromettere la qualità e tempestività delle cure. Di seguito i tempi medi di attesa per i diversi livelli di gravità relativi all'anno 2022:

- **Livello 2 (Arancione):** 57 minuti

- **Livello 3 (Azzurro):** 164 minuti
- **Livello 4 (Verde):** 154 minuti
- **Livello 5 (Bianco):** 148 minuti

Questi dati evidenziano un significativo disallineamento tra la domanda di servizi e la capacità del sistema di rispondere in tempi adeguati. Tali ritardi possono non solo generare disagi per i pazienti, ma anche impattare negativamente sugli esiti clinici, in particolare per i casi con urgenza intermedia.

### 3. Obiettivi

Nel 2019 sono state rilasciate delle nuove linee guida a livello nazionale con l'obiettivo di migliorare l'efficacia e l'efficienza del sistema di emergenza-urgenza. Queste linee guida stabiliscono tempi massimi di attesa che il pronto soccorso devono rispettare per garantire una rapida presa in carico e un avvio tempestivo del trattamento. I tempi massimi previsti per l'accesso all'area di trattamento sono:

- **Livello 1 (Rosso):** accesso immediato
- **Livello 2 (Arancione):** accesso entro 15 minuti
- **Livello 3 (Azzurro):** accesso entro 60 minuti
- **Livello 4 (Verde):** accesso entro 120 minuti
- **Livello 5 (Bianco):** accesso entro 240 minuti

Lo studio condotto sul sistema si propone di raggiungere come obiettivo quello di rispettare le linee guida presentate. Tale obiettivo richiede un'approfondita analisi dei processi interni e l'individuazione di strategie di miglioramento che possano essere implementate senza alterare la struttura organizzativa esistente. In particolare, l'intervento dovrà essere realizzato mantenendo invariato il numero di medici attualmente disponibili, ottimizzando dunque l'efficienza operativa attraverso una migliore gestione delle risorse e dei flussi di pazienti.

### 4. Modello Concettuale

In questa fase della trattazione, ci concentriamo sulla definizione astratta delle caratteristiche del sistema, ponendo particolare attenzione agli stati e agli eventi

che si verificano al suo interno. Come prima cosa, definiamo gli utenti del nostro sistema come tutte le persone che si rivolgono al Pronto Soccorso per ricevere assistenza medica. Ogni persona sarà rappresentata da un certo livello di urgenza. Successivamente possiamo suddividere il sistema in diverse macroaree funzionali, ognuna delle quali svolge un ruolo cruciale nel processo di gestione del paziente. Di seguito, descriviamo le principali aree:

- **Triage:** Il triage è la prima area di interazione tra il paziente e il sistema di pronto soccorso. Qui, il personale infermieristico valuta rapidamente la gravità delle condizioni del paziente e assegna un codice di priorità (rosso, arancione, azzurro, verde, bianco) che determina l'ordine con cui il paziente verrà visitato. Questa fase è fondamentale per garantire che i casi più urgenti vengano trattati tempestivamente.
- **Area di trattamento:** Dopo il triage, i pazienti vengono indirizzati all'area di trattamento. In questa fase, il paziente viene visitato da un medico che valuta la condizione generale e stabilisce un piano d'azione. Questo piano può includere l'esecuzione di esami diagnostici e ulteriori visite specialistiche. L'area di trattamento rappresenta il punto nevralgico del pronto soccorso, dove le decisioni cliniche vengono prese in base alla condizione del paziente.
- **Aree di analisi:** Se il medico ritiene necessario approfondire la diagnosi, il paziente viene indirizzato alle aree di analisi, dove vengono effettuati esami specifici. Queste aree sono suddivise in diverse sottoaree specializzate, ognuna dedicata a un tipo specifico di esame. Le principali aree di analisi includono:
  - **Emocromo:** Esecuzione di esami del sangue per valutare parametri fondamentali come i livelli di globuli rossi, globuli bianchi e piastrine.
  - **Ecografia:** Utilizzo di ultrasuoni per visualizzare organi e strutture interne, utile per diagnosticare varie patologie.
  - **Radiografia:** Esami radiologici per visualizzare ossa, organi e altre strutture corporee, spesso usati per diagnosticare fratture o infezioni.

- **TAC:** Esame avanzato che permette di ottenere immagini dettagliate delle strutture interne del corpo, spesso utilizzato in casi complessi.
- **Elettrocardiogramma(ECG):** Esame non invasivo che registra l'attività elettrica del cuore, essenziale per diagnosticare patologie cardiache.
- **Altro:** Questa categoria include tutte le altre visite specialistiche che non rientrano nelle categorie precedenti, come ad esempio l'endoscopia o la spirometria.

Una volta completato il triage e la prima visita medica nell'area di trattamento, il paziente viene inviato nelle varie aree di analisi in base alle necessità diagnostiche stabilite dal medico. In questa fase, il paziente può pas-

sare da un'area all'altra per completare tutti gli esami richiesti. Dopo aver effettuato gli esami necessari, il paziente torna nell'area di trattamento per una seconda valutazione medica. A questo punto, il medico può decidere se sono necessari ulteriori esami o se il paziente può essere dimesso. In caso di dimissione, al paziente vengono fornite le indicazioni per il follow-up e l'eventuale terapia da seguire. Se, invece, è necessario un monitoraggio o un trattamento più approfondito, il paziente può essere ricoverato o trasferito in altre strutture specialistiche. Il flusso del paziente all'interno del sistema può essere schematizzato in un diagramma che illustra le varie fasi, dall'ingresso al pronto soccorso fino alla dimissione o al ricovero. Questo schema rappresenta visivamente il percorso del paziente attraverso le diverse aree del sistema, evidenziando le decisioni chiave che determinano il percorso di cura.

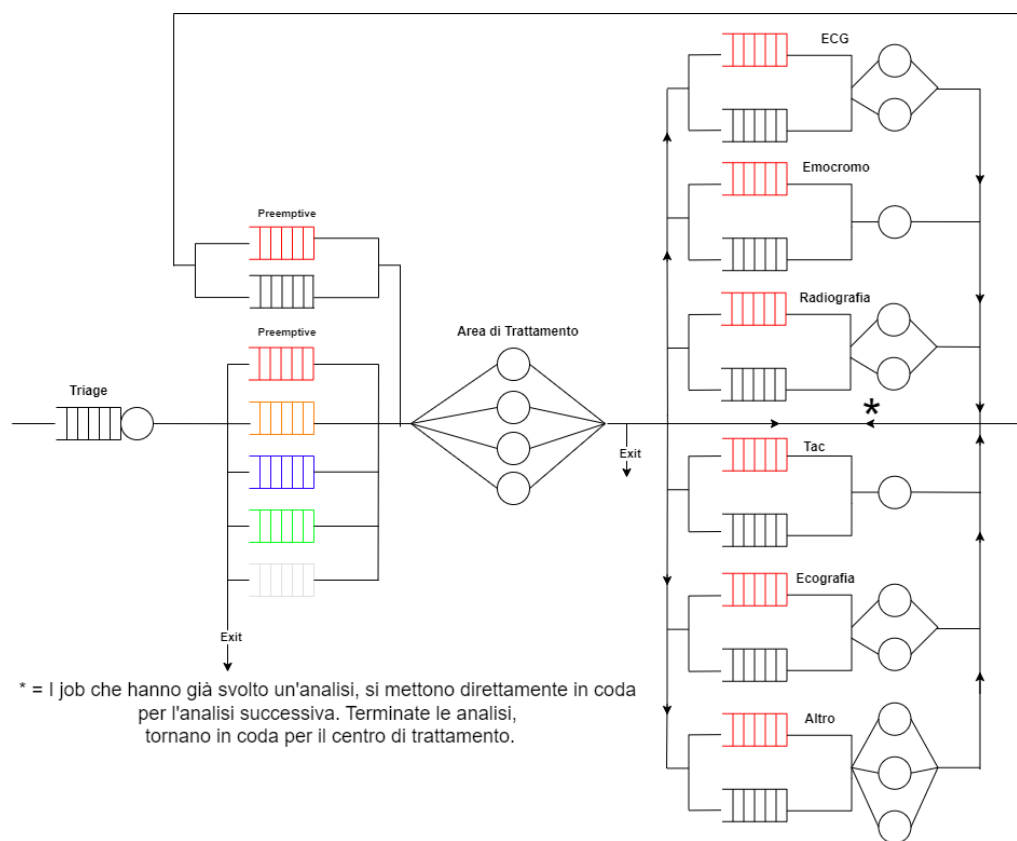


Figure 1: Schema del sistema in oggetto

## Eventi

In questa trattazione identifichiamo con il termine *paziente* il singolo job che entra nel sistema e che richiederà una prestazione medica.

Con il termine *sistema* intendenderemo l'insieme delle aree (triage, area di trattamento, area di analisi).

Gli eventi da noi considerati sono:

- **Per il sistema:**

- *Arrivo di un job*: è l'ingresso di un nuovo job nel sistema
- *Uscita di un job*: può avvenire prima o dopo la visita nel centro di trattamento.

- **Per il triage:**

- *Arrivo di un job*: coincide con l'arrivo di un nuovo job nel sistema.
- *Uscita di un job*: è dato dal processamento del job, che coincide con l'assegnazione del codice.

- **Per l'area di trattamento:**

- *Arrivo di un job*: coincide con l'evento di uscita dal triage o da un'area di analisi.
- *Uscita di un job*: è dato dall'abbandono della coda oppure dal processamento del job, che coincide con la terminazione della visita medica.

- **Per una singola area di analisi:**

- *Arrivo di un job*: coincide con l'evento di uscita dall'area di trattamento o con l'evento di uscita da un'altra area di analisi.
- *Uscita di un job*: è dato dal processamento del job, che coincide con lo svolgimento dell'esame.

## Descrizione degli eventi

1. Un paziente che entra nel sistema inizia con il triage, durante il quale gli viene assegnato un codice di priorità e viene indirizzato all'area di trattamento appropriata.
2. In base al codice ricevuto, il paziente dovrà attendere in una coda FIFO. Il sistema prevede sette code: le prime due sono preemptive e riservate ai codici rossi (la prima per i pazienti in condizioni critiche in attesa della prima visita e la seconda per i pazienti che escono dalle aree di analisi), la terza è riservata ai pazienti, con codice diverso dal rosso di rientro dalle aree di analisi. Le ultime quattro sono suddivise in base ai codici, rispettivamente: arancioni, azzurri, verdi e bianchi, che attendono la loro prima visita medica dopo il triage.
  - 2.1. Se l'attesa per la prima visita diventa troppo lunga, i pazienti possono decidere di abbandonare il sistema e rinunciare all'assistenza.
3. Dopo la visita medica, ai pazienti può essere richiesto di effettuare ulteriori accertamenti o possono essere dimessi dal sistema per continuare le cure a casa o essere ricoverati in ospedale.
4. I pazienti che devono eseguire degli esami entreranno nelle aree di analisi fino al completamento delle procedure prescritte.
5. Successivamente, rientreranno nell'area di trattamento per una nuova visita medica, ripartendo dal punto 2.

## 5. Modello delle specifiche

I dati utilizzati per la modellazione sono stati ricavati da report ufficiali redatti dalla Regione Lazio. A questo livello, il sistema è rappresentato come una collezione di variabili di stato (di tipo matematico) e da equazioni che descrivono le loro interrelazioni. Di seguito, presentiamo nuovamente la rappresentazione del sistema, evidenziando i vari flussi entranti in ogni centro e fornendo le relative equazioni di traffico.

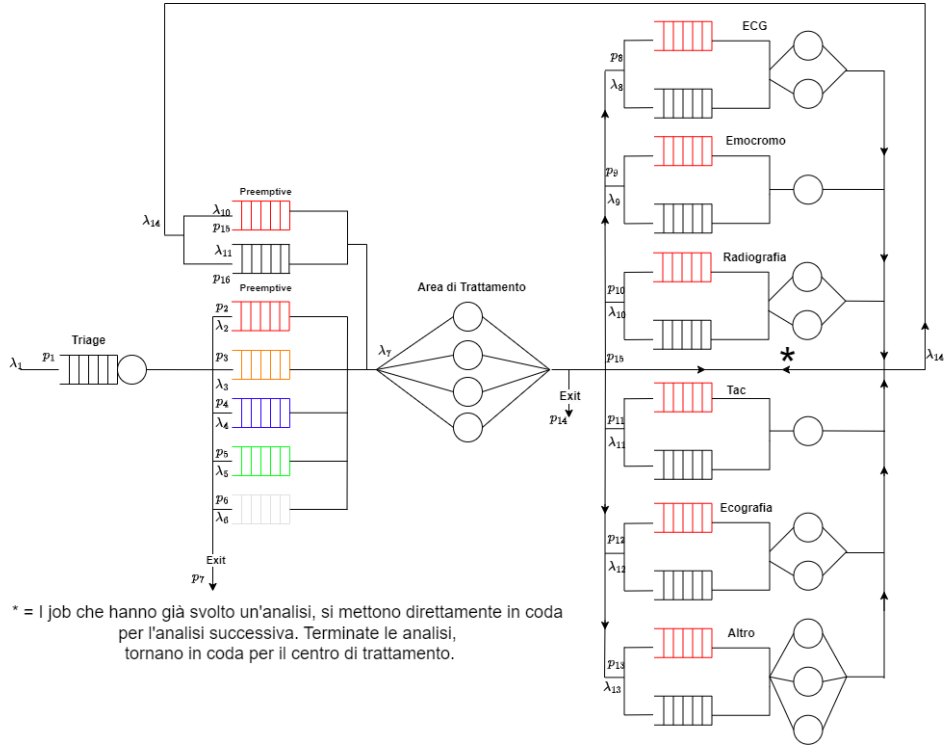


Figure 2: Schema del sistema in oggetto, con flussi e probabilità

### Equazioni di traffico

$$\begin{aligned}
 \lambda_2 &= \lambda_1 \cdot p_2 \\
 \lambda_3 &= \lambda_1 \cdot p_3 \\
 \lambda_4 &= \lambda_1 \cdot p_4 \\
 \lambda_5 &= \lambda_1 \cdot p_5 \\
 \lambda_6 &= \lambda_1 \cdot p_6 \\
 \lambda_7 &= \lambda_1 \cdot (1 - p_7) + \lambda_{14} \\
 \lambda_8 &= \lambda_7 \cdot p_8 \\
 \lambda_9 &= \lambda_7 \cdot p_9 \\
 \lambda_{10} &= \lambda_7 \cdot p_{10} \\
 \lambda_{11} &= \lambda_7 \cdot p_{11} \\
 \lambda_{12} &= \lambda_7 \cdot p_{12} \\
 \lambda_{13} &= \lambda_7 \cdot p_{13} \\
 \lambda_{14} &= \lambda_7 \cdot p_{15} \\
 p_8 + p_9 + p_{10} + p_{11} + p_{12} + p_{13} &= p_{15} \\
 p_{14} + p_{15} &= 1
 \end{aligned}$$

### Modellazione dei centri

In questa sezione analizzeremo le scelte di progettazione per ogni centro effettuate durante la modellazione del sistema.

### Triage

Il centro di Triage viene modellato con un server con coda M/G/1.

- La distribuzione dei tempi di interarrivo è Esponenziale di parametro  $\frac{1}{\lambda_1}$
- La distribuzione dei servizi è rappresentata da una Normale Troncata, avente come tempo di servizio medio  $E[S] = 5.5$  minuti. Questo tempo di servizio può oscillare tra un minimo di 2 e un massimo di 7 minuti.
- In questa fase non è presente nessuna possibilità di uscita.

### Centro di trattamento

Il centro di trattamento viene modellato con un multi-server con coda M/G/4.

- La distribuzione dei tempi di interarrivo è Esponenziale di parametro  $\frac{1}{\lambda_7}$ .

- La distribuzione dei servizi è rappresentata da una Normale Troncata, avente come tempo di servizio medio  $E[S] = 16$  minuti. Questo tempo di servizio può oscillare tra un minimo di 10 e un massimo di 27 minuti.
- In questa fase un job può abbandonare il sistema in due casi:
  - Con probabilità  $p_7$  prima di esser elaborato (valido solo per chi non ha ancora svolto le analisi).
  - Con probabilità  $p_{14}$  dopo essere stato elaborato.

### Elettrocardiogramma (ECG)

L'area di ECG viene modellata con un multiserver con coda M/G/2.

- La distribuzione dei tempi di interarrivo è Esponenziale di parametro  $\frac{1}{\lambda_8}$ .
- La distribuzione dei servizi è rappresentata da una Normale Troncata, avente come tempo di servizio medio  $E[S] = 5$  minuti. Questo tempo di servizio può oscillare tra un minimo di 3.5 e un massimo di 9 minuti.
- In questa fase non è presente nessuna possibilità di uscita.

### Emocromo

L'area di Emocromo viene modellata con un multiserver con coda M/G/2.

- La distribuzione dei tempi di interarrivo è Esponenziale di parametro  $\frac{1}{\lambda_9}$ .
- La distribuzione dei servizi è rappresentata da una Normale Troncata, avente come tempo di servizio medio  $E[S] = 5$  minuti. Questo tempo di servizio può oscillare tra un minimo di 3.5 e un massimo di 8 minuti.
- In questa fase non è presente nessuna possibilità di uscita.

### Radiografia

L'area di Radiografia viene modellata con un multiserver con coda M/G/2.

- La distribuzione dei tempi di interarrivo è Esponenziale di parametro  $\frac{1}{\lambda_{10}}$ .
- La distribuzione dei servizi è rappresentata da una Normale Troncata, avente come tempo di servizio medio  $E[S] = 25$  minuti. Questo tempo di servizio può oscillare tra un minimo di 20 e un massimo di 33 minuti.
- In questa fase non è presente nessuna possibilità di uscita.

### Tac

L'area di Tac viene modellata con un multiserver con coda M/G/2.

- La distribuzione dei tempi di interarrivo è Esponenziale di parametro  $\frac{1}{\lambda_{11}}$ .
- La distribuzione dei servizi è rappresentata da una Normale Troncata, avente come tempo di servizio medio  $E[S] = 25$  minuti. Questo tempo di servizio può oscillare tra un minimo di 17 e un massimo di 38 minuti.
- In questa fase non è presente nessuna possibilità di uscita.

### Ecografia

L'area di Ecografia viene modellata con un multiserver con coda M/G/2.

- La distribuzione dei tempi di interarrivo è Esponenziale di parametro  $\frac{1}{\lambda_{12}}$ .
- La distribuzione dei servizi è rappresentata da una Normale Troncata, avente come tempo di servizio medio  $E[S] = 15$  minuti. Questo tempo di servizio può oscillare tra un minimo di 10 e un massimo di 20 minuti.
- In questa fase non è presente nessuna possibilità di uscita.

### Altro

L'area adibita alle altre analisi viene modellata con un multiserver con coda M/G/2.

- La distribuzione dei tempi di interarrivo è Esponenziale di parametro  $\frac{1}{\lambda_{13}}$
- La distribuzione dei servizi è rappresentata da

una Normale Troncata, avente come tempo di servizio medio  $E[S] = 35$  minuti. Questo tempo di servizio può oscillare tra un minimo di 20 e un massimo di 40 minuti.

- In questa fase non è presente nessuna possibilità di uscita.

## 6. Modello computazionale

Il linguaggio di programmazione utilizzato è stato Python; la simulazione è di tipo Next-Event.

### Struttura

Il progetto è strutturato come segue:

- la directory controller, che contiene la logica della simulazione, relativa alla gestione dei job nel Triage, nell'area di Trattamento e nelle varie Aree di Analisi.
- la directory model contiene l'implementazione del singolo job come classe.
- la directory utility contiene tutte le facility e le librerie esterne utilizzate.

### Pseudo Random Number Generator

Per la generazione di numeri pseudo-casuali è stato utilizzato l'algoritmo di Lehmer contenuto nelle librerie prodotte da Steve Park e Dave Geyer. Viene utilizzato un approccio multi-stream che garantisce l'indipendenza tra i numeri generati.

### Realizzazione di una normale troncata

Di seguito riportiamo il codice per la realizzazione di una Normale Troncata seguendo le linee guida riportate nel libro di testo [3], il troncamento è necessario affinché non vi siano accumuli agli estremi.

```
def idfTruncatedNormal (m, s, lower_bound, upper_bound):  
    a = cdfNormal(m, s, lower_bound)  
    b = 1.0-cdfNormal(m, s, upper_bound)  
    u = idfUniform(a, 1.0-b, random())  
    return idfNormal(m, s, u)
```

### Descrizione del Simulation Controller

Il codice è stato sviluppato tramite un approccio decentralizzato per migliorare la modularità del codice. Di seguito la funzione *next\_event*, che seleziona in base ai valori dei vari clock qual è il prossimo evento da eseguire:

#### Selezione prossimo evento

```
def next_event(current_triage: int, current_queue: int, t_analisi: list):  
    prox_evento = INFINITY  
    for i in range(len(t_analisi)):
```

```

        if t_analisi[i].current > 0:
            prox_evento = min(prox_evento, t_analisi[i].current)

    if current_queue > 0:
        prox_evento = min(prox_evento, current_queue)

    if current_triage > 0:
        prox_evento = min(prox_evento, current_triage)

    if prox_evento >= INFINITY:
        prox_evento = -1

    return prox_evento

```

Mostriamo ora la funzione switch che sincronizza i clock, ed esegue l'evento selezionato da *next\_event*.

```

def switch(prox_operazione, t_triage, t_queue, t_analisi):
    t_triage.current = prox_operazione
    t_queue.current = prox_operazione
    for i in range(len(t_analisi)):
        t_analisi[i].current = prox_operazione

    if prox_operazione == t_triage.arrival:
        processa_arrivo_triage()
    elif prox_operazione == t_triage.min_completion:
        processa_completamento_triage()
    elif prox_operazione == t_queue.min_completion:
        processa_completamento_queue()
    else:
        for i in range(len(t_analisi)):
            if prox_operazione == t_analisi[i].min_completion:
                processa_completamento_analisi(i)
                break

```

## Gestione Code

Prendiamo come esempio la gestione dell'area di trattamento, potendo così mostrare la gestione delle code preemptive presenti. Mostriamo di seguito il metodo *arrival\_queue*, ovvero il metodo utilizzato per gestire l'arrivo di un nuovo job nell'area di trattamento.

```

def arrival_queue(t, servers_busy, queue_q):
    global job_att_inter_queue
    full = True
    index = -1
    codice = -1

    if t_queue.arrival > Parameters.STOP:
        t_queue.arrival = INFINITY

    for i in range(NUMERO_DI_SERVER_QUEUE):

```



```

if not servers_busy[i]: # check if server is free
    full = False
    job_to_serve = get_next_job_to_serve(queue_q, t_queue)
    if job_to_serve:
        servers_busy[i] = True
        server_queue[i] = job_to_serve
        if job_to_serve.get_tempo_rimanente() == 0:
            temp = GetServiceQueue()
            area_queue.service_color[
                get_queue(job_to_serve.get_codice(), job_to_serve.get_uscita())] += temp
            area_queue.service[i] += temp
            # print(area_queue.service)
            t_queue.completion[i] = t.current + temp
            job_to_serve.set_queue_time(t.current)

        else:
            job_att_inter_queue = job_att_inter_queue - 1
            t_queue.completion[i] = t.current + job_to_serve.get_tempo_rimanente()
            area_queue.service[i] += job_to_serve.get_tempo_rimanente()
            area_queue.service_preemption[get_queue(job_to_serve.get_codice(),
                job_to_serve.get_uscita())] += t.current - job_to_serve.get_interrotto()
            break

```

All'arrivo di un nuovo job si seleziona il prossimo job da servire, si verifica che ci siano server liberi e si inizia il processamento.

```

# preemption
if full and (len(queue_q[0]) + len(queue_q[1])) > 0:
    job_to_serve = get_next_job_to_serve(queue_q, t_queue)

for i in range(NUMERO_DI_SERVER_QUEUE):
    if isinstance(server_queue, list):
        temp = server_queue[i].get_codice()
        if temp > codice:
            codice = temp
            index = i

job_interrotto = server_queue[index]

if job_interrotto.get_codice() == 1 or t.completion[index] == t.current:
    coda_preemptive(queue_q, job_to_serve)

else:

    job_to_serve.set_queue_time(t.current)
    job_interrotto.set_interrotto(t.current)
    job_att_inter_queue = job_att_inter_queue + 1
    job_interrotto.set_tempo_rimanente(t.completion[index] - t.current)
    area_queue.service[index] -= (t.completion[index] - t.current)

```

```

server_queue[index] = job_to_serve
coda_preemptive(queue_q, job_interrotto)
temp = GetServiceQueue()
t_queue.completion[index] = t_queue.current + temp
area_queue.service_color[get_queue(job_to_serve.get_codice(),
job_to_serve.get_uscita())] += temp
area_queue.service[index] += temp

```

Se tutti i server sono occupati ma c'è un codice rosso si seleziona il job con codice meno grave e si procede con l'interruzione del suddetto job e l'inizio del processamento del job con codice rosso. Notiamo che i codici rossi occupano code di tipo preemptive, per tanto non è possibile interrompere la loro lavorazione.

Introduciamo ora la funzione `get_job_old` necessaria per la selezione del prossimo job, questa funzione va a controllare se un determinato job supera il tempo limite impostato a 7 ore, e se riceve esito positivo, lo seleziona come prossimo job da processare.

```

def get_job_old(list_of_queues, t):
    for queue in list_of_queues:
        if queue and queue[0] and (t.current - queue[0].get_id()) > TEMPO_LIMITE:
            return queue.pop(0)
    return None

```

Illustriamo ora il processo per la selezione del prossimo job da elaborare, esso avviene tramite la funzione `next_job_to_serve`. Andiamo innanzitutto a controllare se le due code preemptive, quindi di proprietà assoluta contengono job, e in caso negativo, andiamo a controllare se sono presenti job che superano il tempo limite di permanenza, se anche questo controllo risulta negativo, selezioniamo il prossimo job partendo dalla coda con priorità maggiore. All'interno della singola coda, lo scheduling utilizzato è di tipo FIFO.

```

def get_next_job_to_serve(list_of_queues, t: Time = 0):
    if len(list_of_queues) == 7:
        if (len(list_of_queues[0]) + len(list_of_queues[1])) <= 0:
            job = get_job_old(list_of_queues, t)
            if job:
                return job

    """Selects the next job to serve based on a priority policy"""
    for queue in list_of_queues:
        if queue:
            return queue.pop(0)
            # Simple FIFO (First In, First Out)
            # policy for each priority queue
    return None

```

## 7. Verifica

Per verificare la correttezza dell'implementazione del modello computazionale, effettuiamo la fase di verifica. Per poter effettuare un confronto analitico vengono utilizzati tempi di servizio di tipo esponenziale. Inoltre, per semplificare il calcolo, è stata utilizzata in ogni area una coda singola. Il confronto avverrà confrontando i risultati ottenuti con simulazione ad orizzonte infinito.

## Triage

$$\lambda_1 = 0.092163242 \text{ job/min}$$

$$E(S) = 5.5 \text{ min}$$

$$m = 1$$

$$\rho_1 = \lambda_1 \cdot E(S) = 0.506898 \text{ min}$$

$$E(T_S) = \frac{1}{\mu_1 - \lambda_1} = 11.153875 \text{ min}$$

```
Stats for triage:  
Rho: 0.499177  
E[Ts]: 10.852717 min
```

Figure 3: Statistiche del Triage dalla simulazione

## Area di trattamento

$$\lambda_{14} = \lambda_7 * p_{15}$$

$$\lambda_7 = \frac{\lambda_1 * (1 - p_7)}{1 - p_{15}} = 0.233620 \text{ job/min}$$

$$E(S_i) = 16 \text{ min}$$

$$m = 4$$

$$E(S) = 4 \text{ min}$$

$$\rho = 0.93448$$

$$p_7 = 0.02$$

$$p_{15} = 0.377141$$

$$p(0) = \left[ \sum_{i=0}^{m-1} \frac{(m \cdot \rho)^i}{i!} + \frac{(m \cdot \rho)^m}{m! \cdot (1 - \rho)} \right]^{-1} = 6.916827 * 10^{-3}$$

$$P_Q = \frac{(m \rho)^m}{m! (1 - \rho)} p(0) = 0.8587$$

$$E(T_Q) = 52.42373 \text{ min}$$

$$E(T_S) = 68.423729 \text{ min}$$

```

Stats for queue:
Rho: 0.934498
E[Tq]: 52.626304 min
E[Ts]: 68.620094 min

```

Figure 4: Statistiche dell'area di trattamento dalla simulazione

## Aree di Analisi

Dato il complesso funzionamento delle aree di analisi, dove ogni paziente può spostarsi tra le diverse analisi senza dover ripassare per il centro di trattamento, risulta impossibile testare quest'area in modo analitico. Pertanto, abbiamo semplificato il sistema, assumendo che ogni paziente, una volta superata l'area di trattamento, si sottoponga a una singola analisi.

## Elettrocardiogramma (ECG)

$$p_8 = 0.124126$$

$$E(S_i) = 5 \text{ min}$$

$$E(S) = 2.5 \text{ min}$$

$$m = 2$$

$$\lambda_8 = 0.028998 \text{ job/min}$$

$$\rho_8 = 0.0725$$

$$p(0) = \left[ \sum_{i=0}^{m-1} \frac{(m \cdot \rho)^i}{i!} + \frac{(m \cdot \rho)^m}{m! \cdot (1 - \rho)} \right]^{-1} = 0.864802$$

$$P_Q = \frac{(m \rho)^m}{m! (1 - \rho)} p(0) = 0.009802$$

$$E(T_S) = 5.02642 \text{ min}$$

```

Stats for ECG:
Rho: 0.077112
E[Ts]: 5.077760 min

```

Figure 5: Statistiche dell'ECG dalla simulazione

## Emocromo

$$p_9 = 0.145311$$

$$E(S) = 5 \text{ min}$$

$$m = 1$$

$$\lambda_9 = 0.033947 \text{ job/min}$$

$$\rho_9 = 0.169738$$

$$E(T_S) = 6.022174 \text{ min}$$

```
Stats for Emocromo:  
Rho: 0.169152  
E[Ts]: 6.071372 min
```

Figure 6: Statistiche dell'emocromo dalla simulazione

## Radiografia

$$p_{10} = 0.098751$$

$$E(S_i) = 25 \text{ min}$$

$$E(S) = 12.5 \text{ min}$$

$$m = 2$$

$$\lambda_{10} = 0.02307 \text{ job/min}$$

$$\rho_{10} = 0.288377$$

$$p(0) = \left[ \sum_{i=0}^{m-1} \frac{(m \cdot \rho)^i}{i!} + \frac{(m \cdot \rho)^m}{m! \cdot (1 - \rho)} \right]^{-1} = 0.55234$$

$$P_Q = \frac{(m \rho)^m}{m! (1 - \rho)} p(0) = 0.129095$$

$$E(T_S) = 27.26761 \text{ min}$$

```
Stats for Radiografia:
Rho: 0.328218
E[Ts]: 26.692143 min
```

Figure 7: Statistiche della radiografia dalla simulazione

## Tac

$$p_{11} = 0.030975$$

$$E(S) = 25 \text{ min}$$

$$m = 1$$

$$\lambda_{11} = 7.236379 * 10^{-3} \text{ job/min}$$

$$\rho_{11} = 0.180909$$

$$E(T_S) = 30.521656 \text{ min}$$

```
Stats for Tac:
Rho: 0.182388
E[Ts]: 31.181200 min
```

Figure 8: Statistiche della tac dalla simulazione

## Ecografia

$$p_{12} = 0.059289$$

$$E(S_i) = 15 \text{ min}$$

$$E(S) = 7.5 \text{ min}$$

$$m = 2$$

$$\lambda_{12} = 0.013851 \text{ job/min}$$

$$\rho_{12} = 0.103883$$

$$p(0) = \left[ \sum_{i=0}^{m-1} \frac{(m \cdot \rho)^i}{i!} + \frac{(m \cdot \rho)^m}{m! \cdot (1 - \rho)} \right]^{-1} = 0.811786$$

$$P_Q = \frac{(m \rho)^m}{m! (1 - \rho)} p(0) = 0.022279$$

$$E(T_S) = 15.186461 \text{ min}$$

```
Stats for Ecografia:
Rho: 0.115537
E[Ts]: 15.587382 min
```

Figure 9: Statistiche dell'ecografia dalla simulazione

## Altro

$$p_{13} = 0.158199$$

$$E(S_i) = 35 \text{ min}$$

$$E(S) = 11.67 \text{ min}$$

$$m = 3$$

$$\lambda_{13} = 0.036958 \text{ job/min}$$

$$\rho_{13} = 0.431177$$

$$p(0) = \left[ \sum_{i=0}^{m-1} \frac{(m \cdot \rho)^i}{i!} + \frac{(m \cdot \rho)^m}{m! \cdot (1 - \rho)} \right]^{-1} = 0.265654$$

$$P_Q = \frac{(m \rho)^m}{m! (1 - \rho)} p(0) = 0.03865$$

$$E(T_S) = 35.792945 \text{ min}$$

```
Stats for Altro:
Rho: 0.539056
E[Ts]: 39.018222 min
```

Figure 10: Statistiche delle altre analisi dalla simulazione

## 8. Validazione

Arrivati a questo punto ci chiediamo se il modello computazionale è consistente con il sistema analizzato. Possiamo effettuare questo controllo andando a controllare i dati riportati nel report effettuato dalla Regione Lazio che riportano:

- **Livello 2 (Arancione):** 57 minuti

- **Livello 3 (Azzurro):** 164 minuti
- **Livello 4 (Verde):** 154 minuti
- **Livello 5 (Bianco):** 148 minuti

Possiamo confrontarli con i nostri dati che invece riportano:

```
Delay Time Metrics Queue:
E[Tq] per coda Rossa = 0.000000 +/- 0.000000
E[Tq] per coda Arancione = 44.806592 +/- 24.208421
E[Tq] per coda Azzurro: 4 = 83.651043 +/- 26.095426
E[Tq] per coda Verde: 5 = 207.080806 +/- 33.528570
E[Tq] per coda Bianco: 6 = 476.535784 +/- 259.405288
```

Considerando le ipotesi adottate, la complessità del sistema composto da molteplici centri e con presenza di feedback, e l'elevata variabilità degli arrivi, la differenza tra i dati del report e i risultati della simulazione è imputabile a fattori non prevedibili e non simulabili.

## 9. Design degli esperimenti

Segue la sezione dedicata agli esperimenti sul sistema in esame.

### Analisi del transitorio

La prima analisi effettuata è l'analisi del transitorio che ci permette di verificare se il sistema converge. Per svolgere questa analisi effettuiamo più simulazioni con seed indipendenti per verificare che la convergenza non sia casuale. Mostriamo ora i grafici ottenuti durante l'analisi:

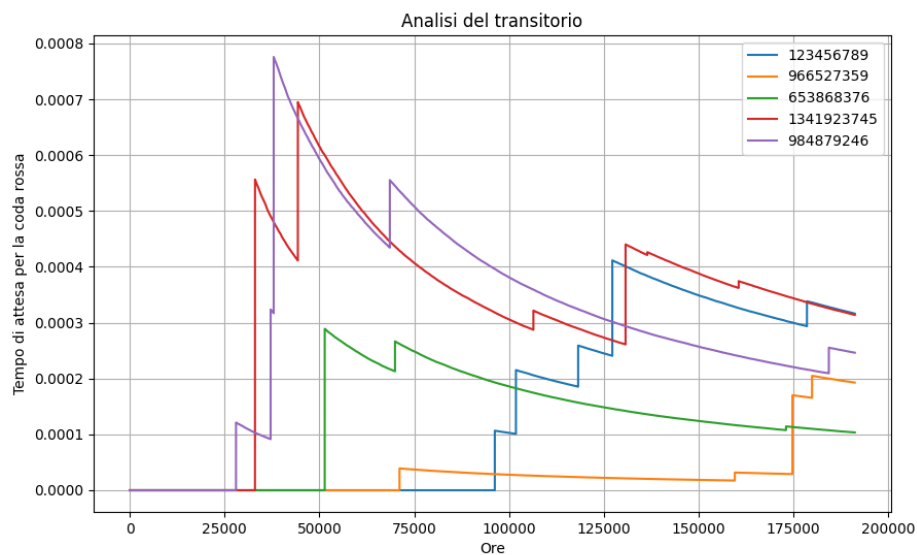


Figure 11: Analisi del transitorio: Coda rossa



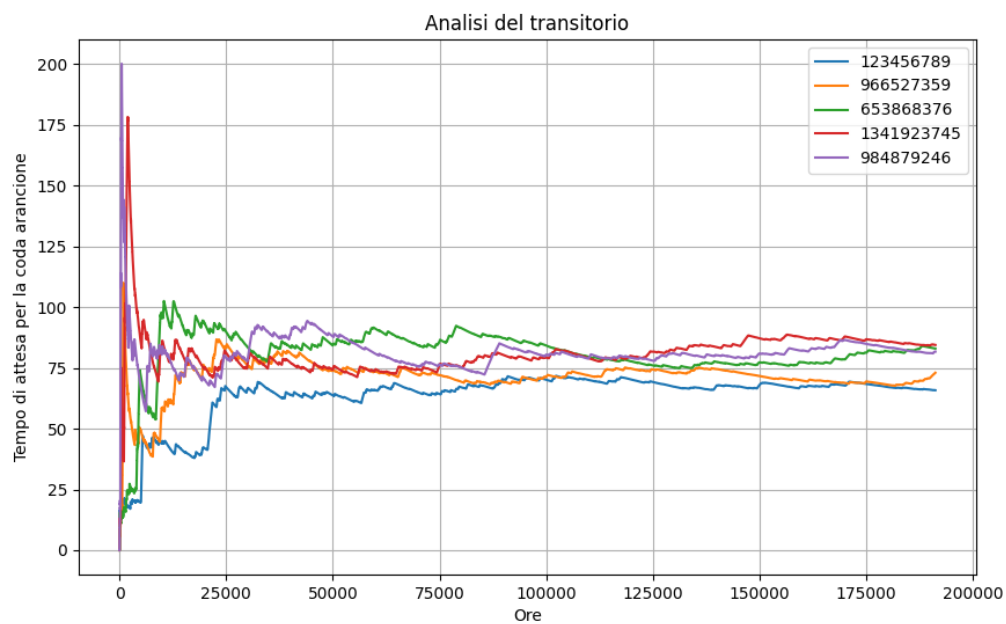


Figure 12: Analisi del transitorio: Coda Arancione

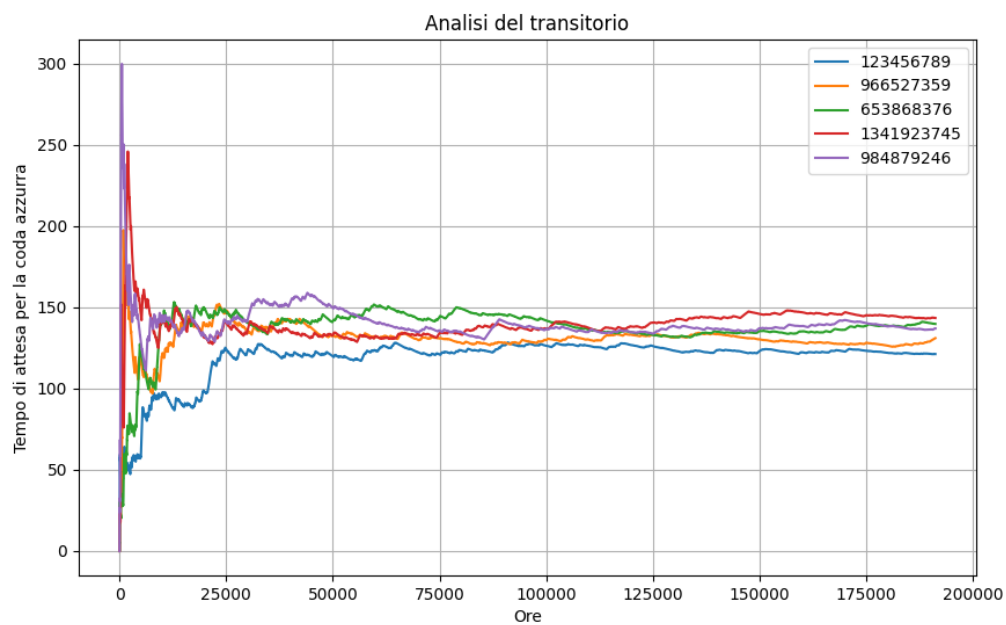


Figure 13: Analisi del transitorio: Coda Azzurra

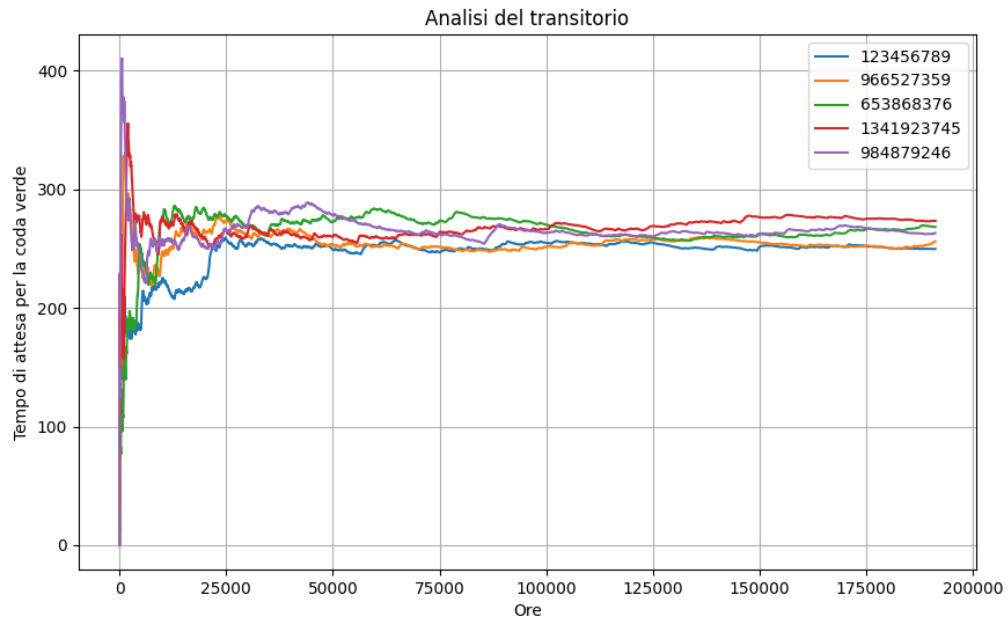


Figure 14: Analisi del transitorio: Coda Verde

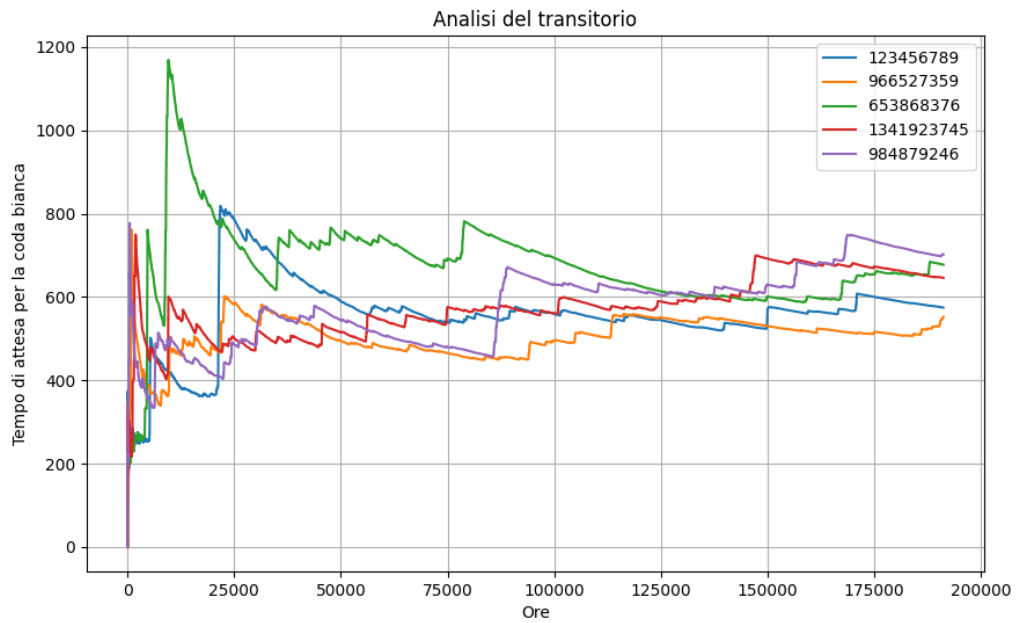


Figure 15: Analisi del transitorio: Coda bianca

## Simulazione ad orizzonte finito

La simulazione ad orizzonte finito viene effettuata con la tecnica della Replicazione, in modo da ottenere stime indipendenti per le statistiche transitorie. Il seed viene inizializzato esternamente al ciclo che ripete le simulazioni. L'intervallo di confidenza viene individuato seguendo i passi descritti dall'algoritmo 8.1.1. del libro di testo [3]. Scegliendo come livello di confidenza  $95\% = (1 - \alpha\%)$ , considerando il tipico valore  $\alpha = 0.05$ , e computando le statistiche campionarie quali media e deviazione standard, si calcola il valore  $t^* = \text{idfStudent}(n - 1, 1 - \frac{\alpha}{2})$ , con il quale si identificano gli estremi degli intervalli. Dato un numero di ripetizioni sufficientemente grande possiamo affermare di essere al  $(1 - \alpha) \cdot 100\%$  confidenti che la media ricada nell'intervallo definito, ovvero, se andassimo a considerare molteplici intervalli di confidenza, approssimativamente il  $(1 - \alpha) \cdot 100\%$  di questi coprirebbe il vero valore della media. Tuttavia, in uno studio di questo tipo, orientato al soddisfacimento dei QoS in condizioni di regime stazionario, l'analisi del sistema durante la fase transitoria risulta priva di significato.

## Simulazione ad orizzonte infinito

La simulazione a orizzonte infinito vede il comportamento del sistema per un tempo tendente all'infinito. Per studiare il comportamento del sistema nello stato stazionario, è stato adottato il metodo Batch Means, che aiuta a eliminare il bias dovuto allo stato iniziale del sistema. Questo metodo prevede che le statistiche di ogni batch, eccetto il primo, vengano inizializzate allo stato terminale del batch precedente.

Per scegliere i parametri  $b$  e  $k$ , rispettivamente il numero di batch e il numero di elementi per batch, è stato utilizzato il programma *acs.py*. Questo programma ha fornito indicazioni sui valori ottimali per questi parametri, al fine di garantire una stima affidabile e precisa delle statistiche del sistema. I valori determinati sono stati  $b = 512$  e  $k = 4096$ , indicando che il tempo di simulazione è stato suddiviso in 512 batch, ciascuno contenente 4096 job. Questi parametri sono stati scelti per bilanciare l'accuratezza delle stime con la variabilità all'interno dei batch e tra i batch, assicurando così risultati robusti e rappresentativi dello stato stazionario del sistema.

Table 1: Tempi di attesa e risposta nelle code

Colore	Attesa	Risposta
Rosso	0.0005 +/- 0.0003	16.5329 +/- 0.0187
Arancione	67.9448 +/- 6.0376	84.5434 +/- 6.0391
Azzurro	124.6084 +/- 7.2344	141.833 +/- 7.2399
Verde	251.3208 +/- 8.9988	270.7792 +/- 9.0096
Bianco	541.6481 +/- 79.7361	565.7939 +/- 80.0485

Table 2: Utilizzazione nei centri

Centro	Utilizzazione
0	0.9817 +/- 0.0007
1	0.9764 +/- 0.001
2	0.9686 +/- 0.0013
3	0.9572 +/- 0.0018

Di seguito invece riportiamo il numero di violazioni registrate durante la simulazione suddivise per codici:

Table 3: Violazioni

Coda	Numero violazioni	Percentuale
Rossa	20	$1.47 \times 10^{-2} \%$
Arancione	191975	45.50 %
Azzurra	332588	40.3 %
Verde	404769	61.34 %
Bianco	74080	66.35 %

Riportiamo ora i grafici sviluppati durante la simulazione ad orizzonte infinito:

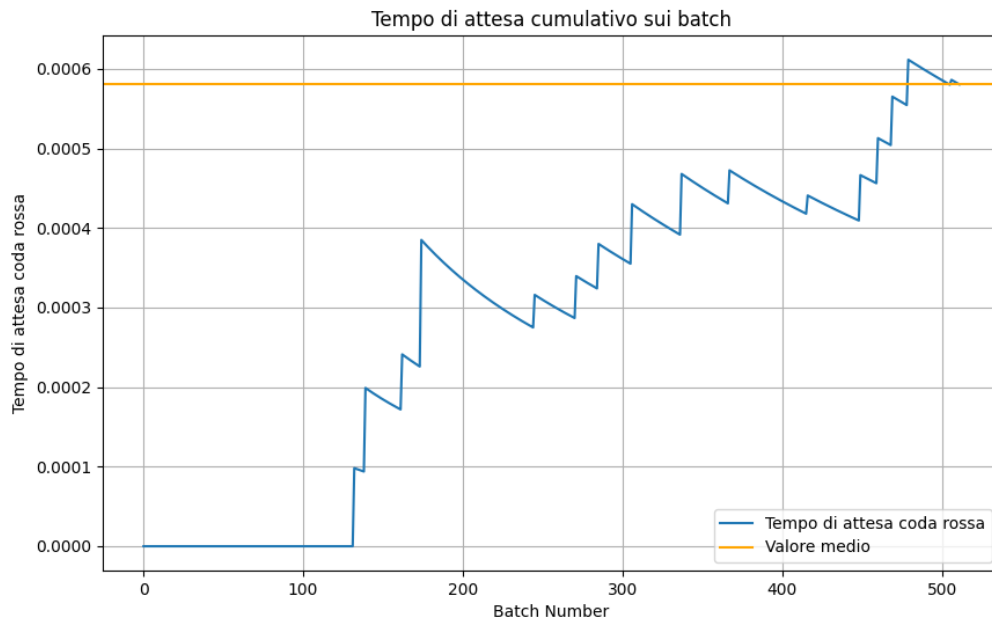


Figure 16: Tempi di attesa medi nella coda rossa

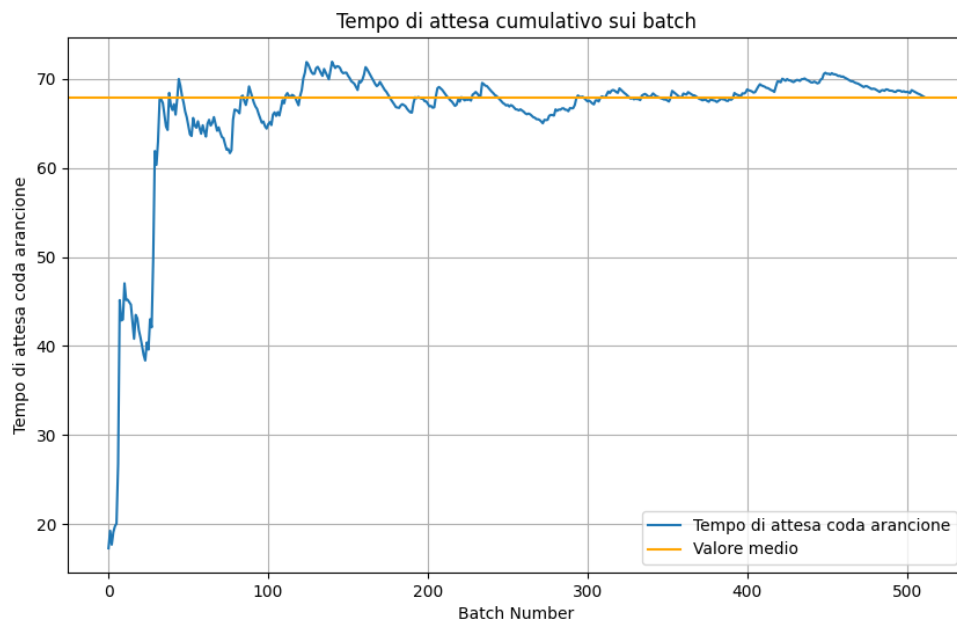


Figure 17: Tempi di attesa medi nella coda arancione

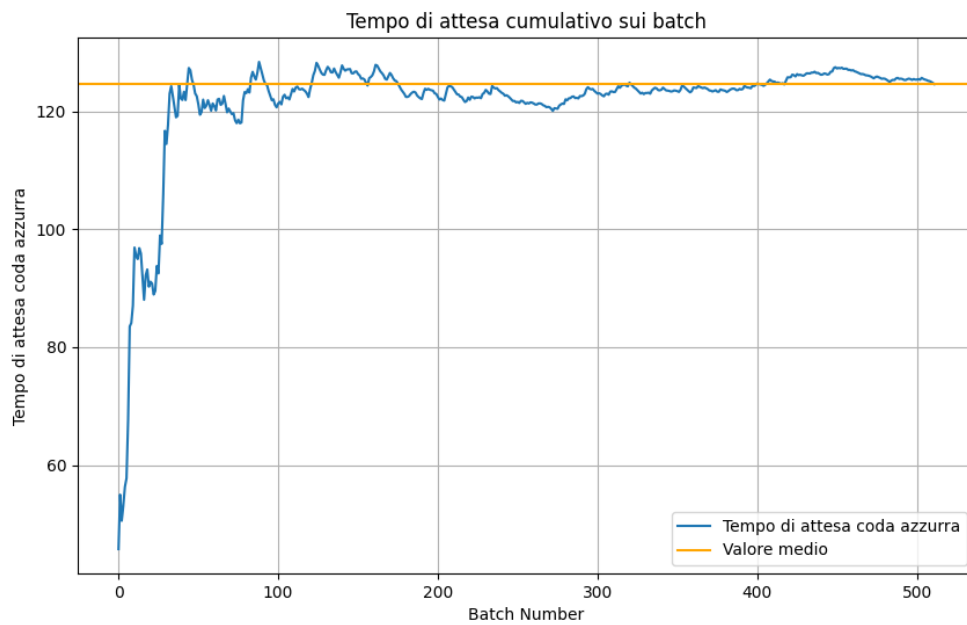


Figure 18: Tempi di attesa medi nella coda Azzurra

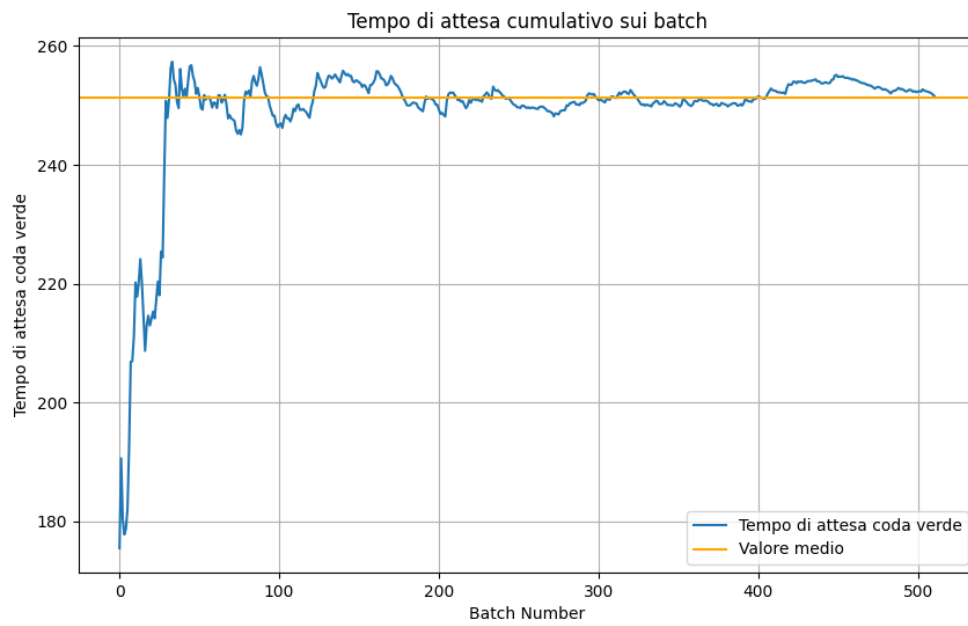


Figure 19: Tempi di attesa medi nella coda verde

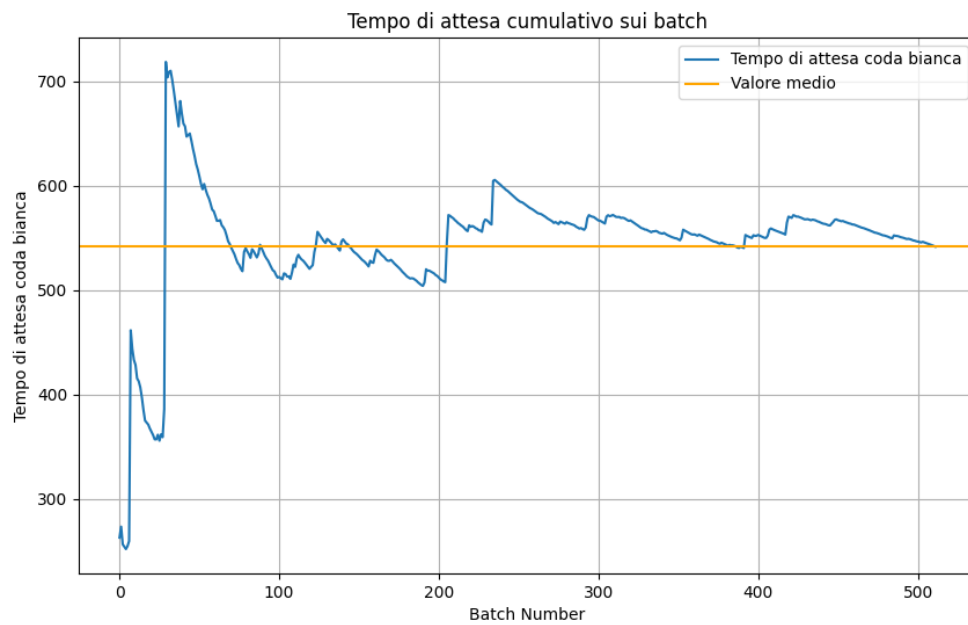


Figure 20: Tempi di attesa medi nella coda bianca

## 10. Considerazioni

Dall'analisi del sistema di pronto soccorso emergono considerazioni significative riguardo l'efficienza e l'efficacia del servizio. I dati relativi alla simulazione ad orizzonte infinito indicano che una percentuale elevata di pazienti (job) non riesce ad accedere all'area di trattamento entro i tempi limite stabiliti. In particolare, i dati mostrano che il 45.50% dei pazienti con codici di priorità arancione fino al 66.35% di quelli con codici bianchi non ricevono il trattamento entro il tempo previsto. Questa evidenza sottolinea una problematica critica nella gestione del flusso dei pazienti, suggerendo che il sistema attuale non è sufficientemente adeguato a garantire il rispetto delle tempistiche di trattamento.

## 11. Modello migliorativo

Le precedenti considerazioni hanno portato allo sviluppo di un modello migliorativo mirato a ottimizzare il processo di gestione dei pazienti. Il modello proposto non si concentra sull'aumento del personale medico, ma piuttosto su una riorganizzazione strategica del sistema di scheduling. L'idea centrale è quella di migliorare l'efficienza del sistema attraverso la ristrutturazione delle procedure di assegnazione dei pazienti ai trattamenti, ottimizzando così l'uso delle risorse disponibili. Modificando le modalità di scheduling, si intende ridurre i tempi di attesa e garantire un accesso più tempestivo alle aree di trattamento, specialmente per i casi urgenti e critici. I codici rossi, che rispettano già le tempistiche e necessitano di una priorità assoluta, sono esclusi da questo miglioramento.

### Schedulazione dei Job

La nuova politica prevede che i job che abbiano superato il nuovo tempo limite, impostato specificamente per la coda di appartenenza, abbiano la precedenza. Questo criterio viene applicato a partire dalla coda arancione, mantenendo quindi la priorità tra i nuovi job che devono essere serviti. Il nuovo tempo limite è pari all'obiettivo da raggiungere a cui sono stati sottratti dieci minuti. Il numero di minuti è stato scelto simulando vari scenari, e scegliendo quello che produce i migliori risultati in termini di violazioni totali.

```
def get_job_old(list_of_queues, t):
    """Selects the next job to serve based on a priority policy"""
    if Parameters.migliorativo:
        for queue in list_of_queues:
            if queue and queue[0] and (t.current - queue[0].get_id()) > OBIETTIVO_MIGLIORATIVO[
                queue[0].get_codice() - 1]:
                    return queue.pop(0)
```

In questo codice, il parametro OBIETTIVO\_MIGLIORATIVO è popolato nel seguente modo:

```
OBIETTIVO_MIGLIORATIVO = [0, 5, 50, 110, 230]
```

I tempi indicati rappresentano il limite imposto dal governo, a cui vengono sottratti 10 minuti per ogni codice di priorità. Questo approccio mira a ridurre le tempistiche, garantendo che i pazienti, sebbene non in condizioni critiche, ricevano comunque assistenza nei tempi previsti.

## 12. Verifica

Per poter eseguire una verifica sul modello migliorativo, dovremmo applicare alcune semplificazioni, che ci porterebbero, con parametri diversi, nelle stesse condizioni del modello standard. Per queste motivazioni concludiamo che anche in questo caso la verifica conferma la coerenza tra risultati analitici e dati dalla simulazione,

come indicato nel paragrafo 7.

## 13. Validazione

Poiché il modello proposto rappresenta un miglioramento rispetto alle attuali pratiche e non è ancora stato implementato in nessun pronto soccorso, non è possibile condurre una validazione completa e definitiva.

## 14. Design degli esperimenti

Segue la sezione dedicata agli esperimenti sul sistema in esame.

### Analisi del transitorio

La prima analisi effettuata è l'analisi del transitorio che ci permette di verificare se il sistema converge. Per svolgere questa analisi effettuiamo più simulazioni con seed indipendenti per verificare che la convergenza non sia casuale. Mostriamo ora i grafici ottenuti durante l'analisi:

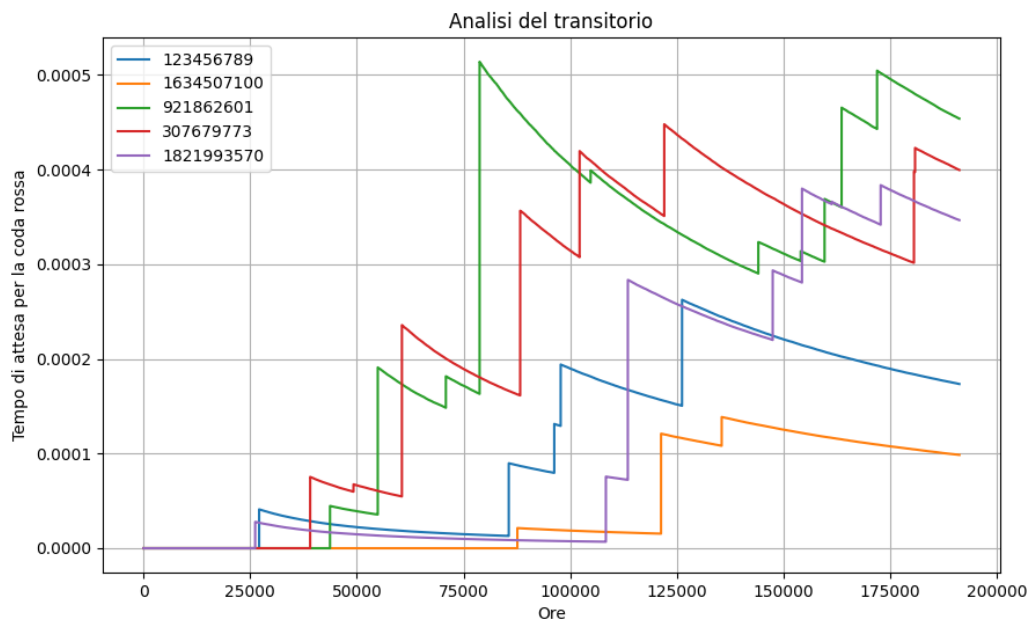


Figure 21: Analisi del transitorio: Coda Rossa



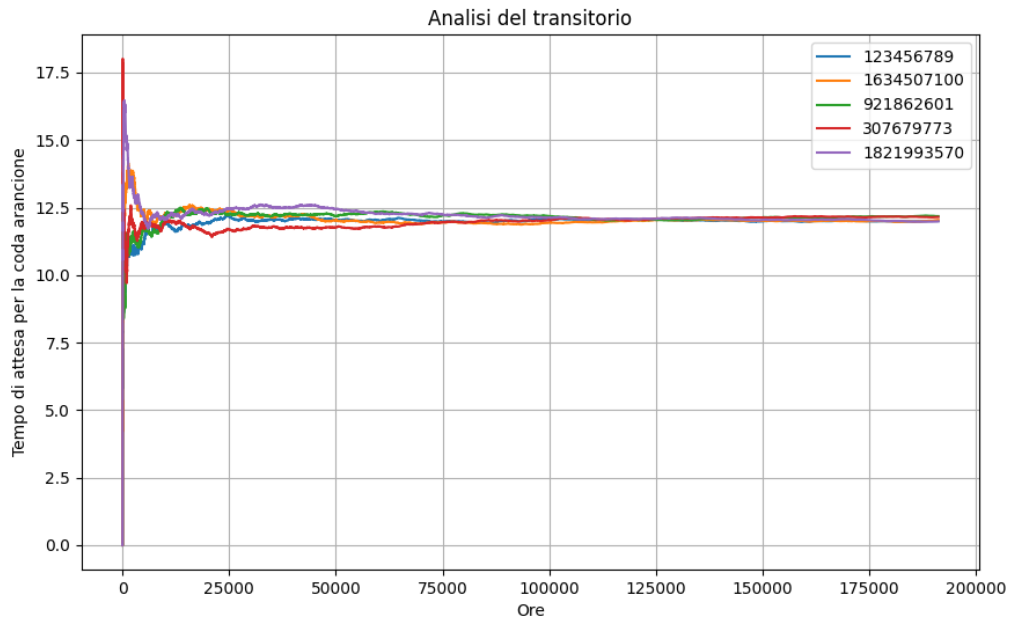


Figure 22: Analisi del transitorio: Coda Arancione

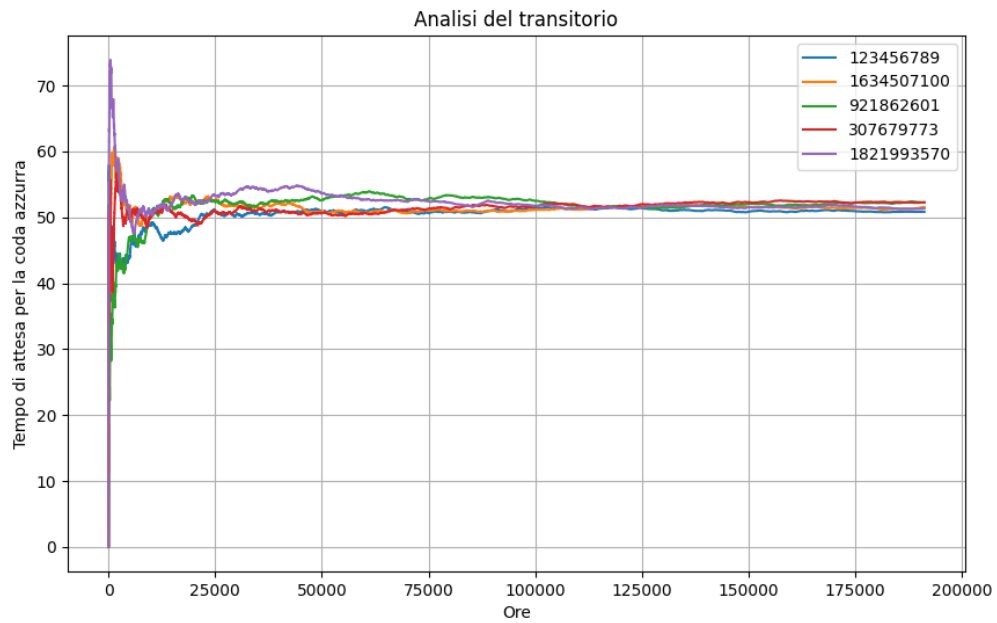


Figure 23: Analisi del transitorio: Coda Azzurra

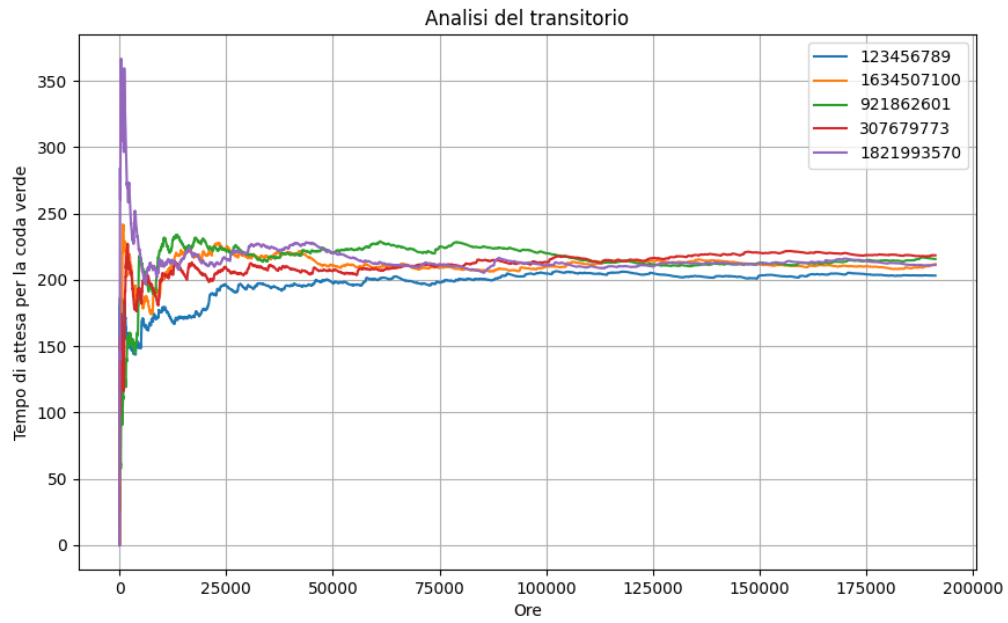


Figure 24: Analisi del transitorio: Coda Verde

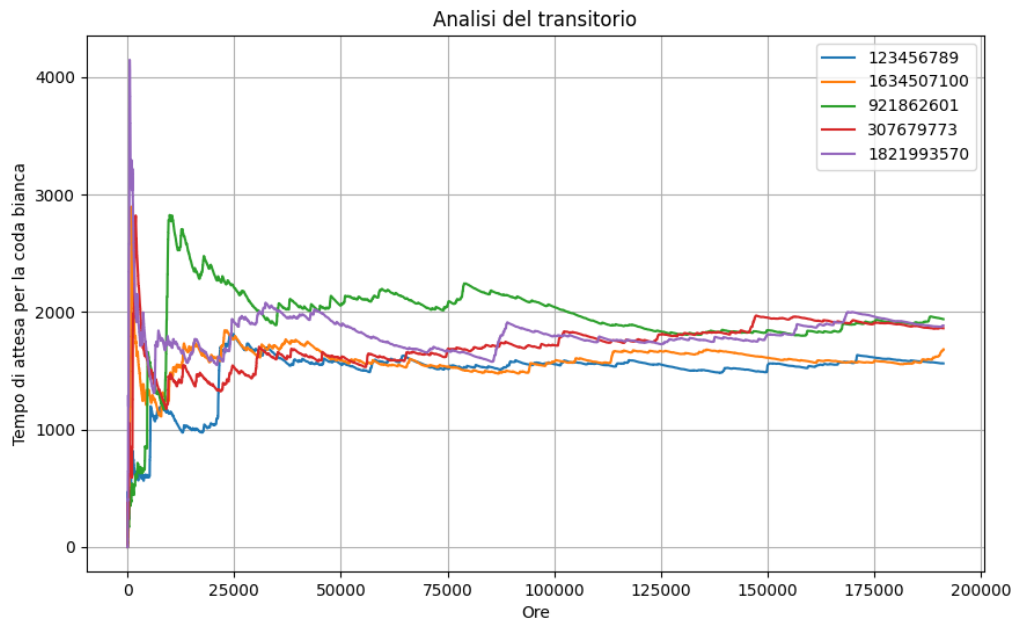


Figure 25: Analisi del transitorio: Coda Bianca

## Simulazione ad orizzonte infinito

Per mantenere coerenza con la simulazione del modello standard abbiamo utilizzato gli stessi parametri  $b$  e  $k$ . Andiamo quindi a studiare anche per il sistema migliorativo il comportamento nello stato stazionario.

Table 4: Tempi di attesa e risposta nelle code

Colore	Attesa	Risposta
Rosso	0.0002 +/- 0.0001	16.53 +/- 0.1934
Arancione	11.9988 +/- 0.1295	28.5612 +/- 0.1311
Azzurro	50.9357 +/- 0.8525	68.0385 +/- 0.8603
Verde	204.3922 +/- 6.8145	224.5949 +/- 6.8523
Bianco	1531.8898 +/- 149.6749	1570.3316 +/- 150.1254

Table 5: Utilizzazione nei centri

Centro	Utilizzazione
0	0.9815 +/- 0.0008
1	0.9761 +/- 0.001
2	0.9684 +/- 0.001
3	0.9568 +/- 0.001

Di seguito invece riportiamo il numero di violazioni registrate durante la simulazione suddivise per codici:

Table 6: Violazioni

Coda	Numero violazioni	Percentuale
Rossa	11	$8.11 \times 10^{-3} \%$
Arancione	112692	26.71 %
Azzurra	289113	35.03 %
Verde	372405	56.43 %
Bianco	67891	60.8 %

Riportiamo ora i grafici sviluppati durante la simulazione ad orizzonte infinito:

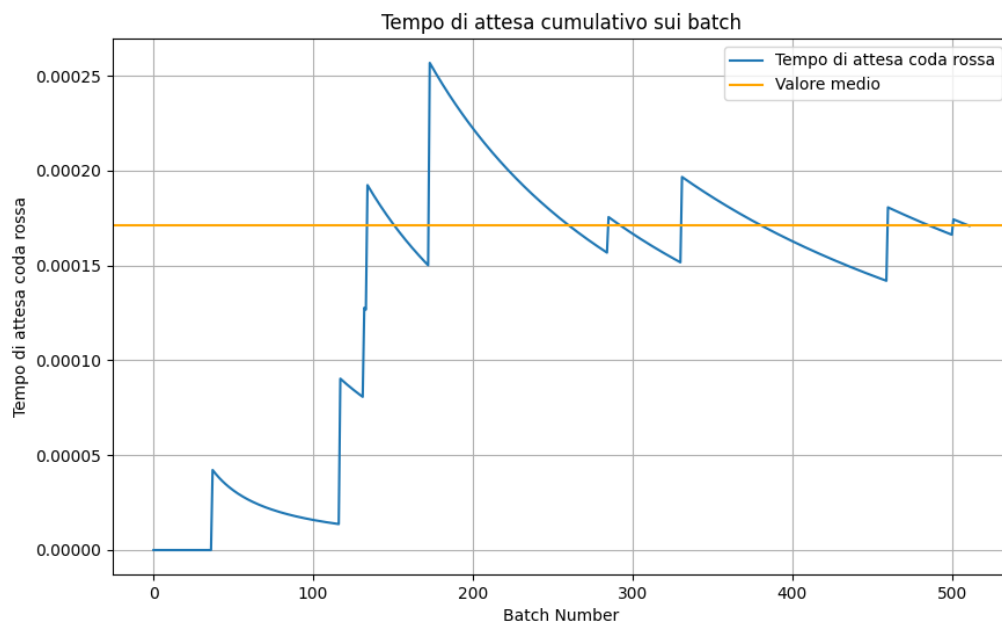


Figure 26: Tempi di attesa medi nella coda rossa

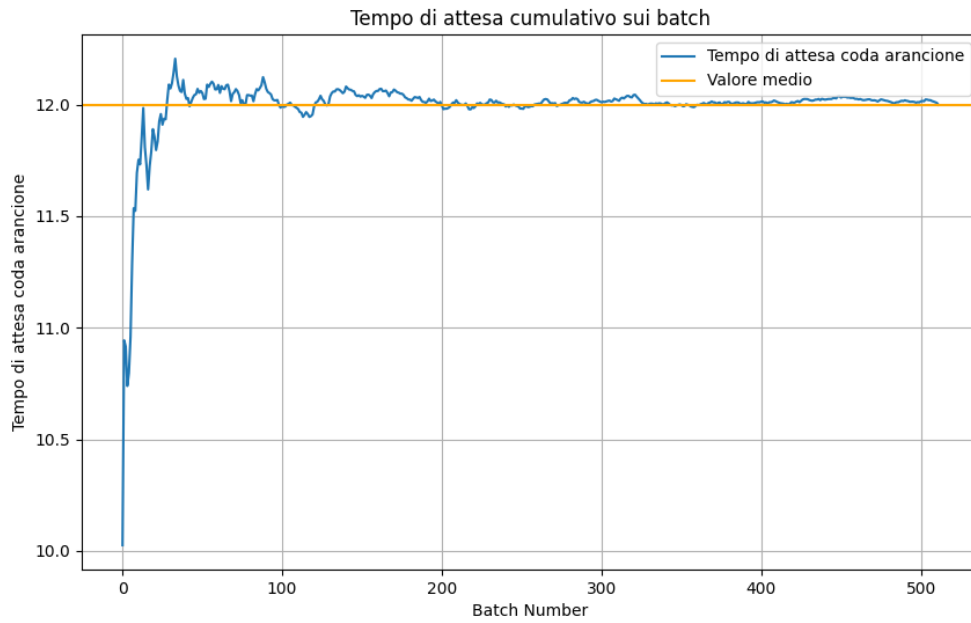


Figure 27: Tempi di attesa medi nella coda arancione

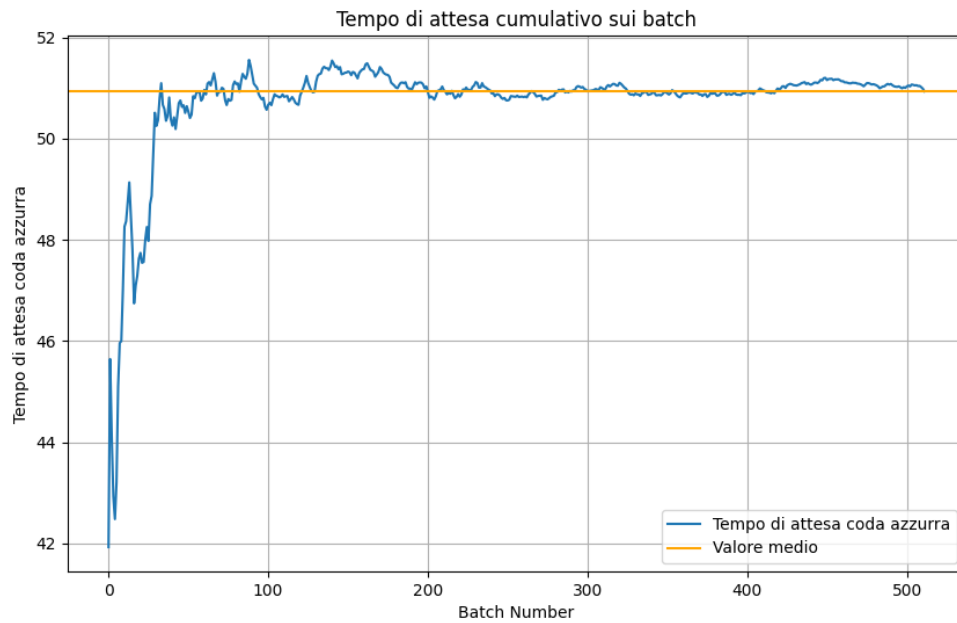


Figure 28: Tempi di attesa medi nella coda azzurra

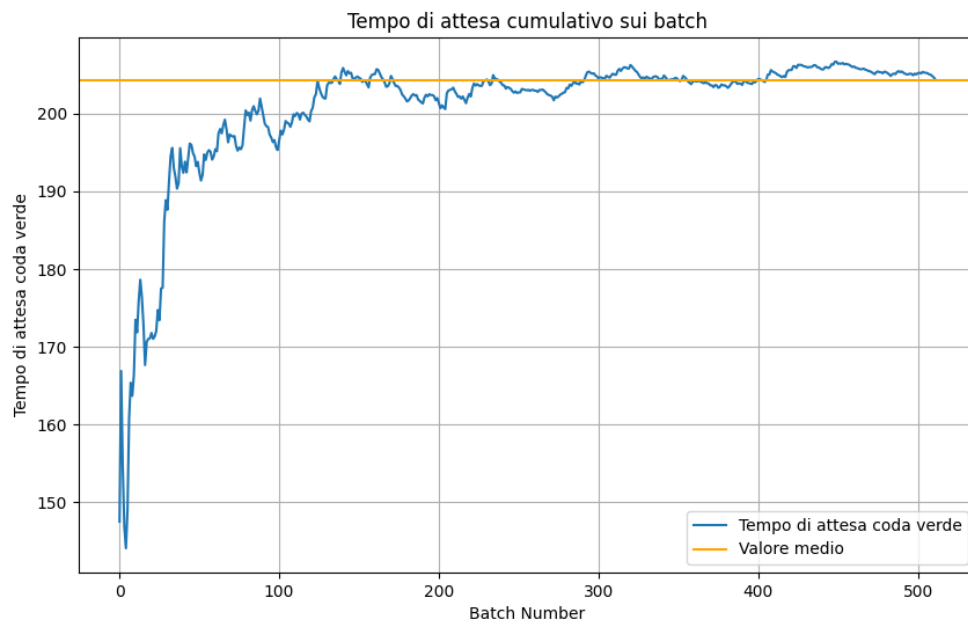


Figure 29: Tempi di attesa medi nella coda verde

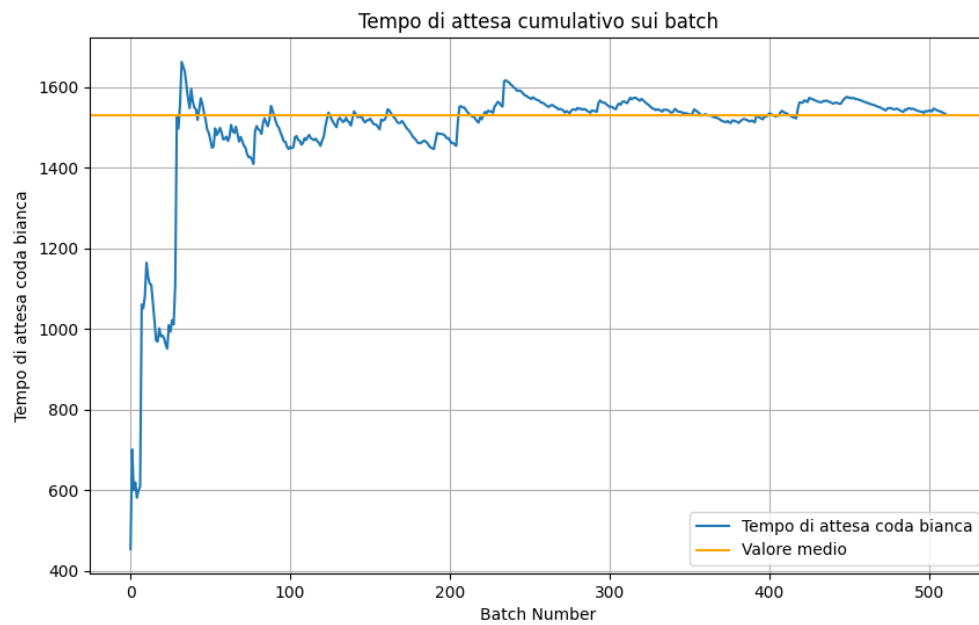


Figure 30: Tempi di attesa medi nella coda bianca

## Risultati del modello migliorativo

Vediamo che sono stati registrati, utilizzando il modello migliorativo i seguenti miglioramenti in punti percentuali rispetto al modello standard:

- **Livello 2 (Arancione):** 41.2967%
- **Livello 3 (Azzurro):** 13.0769%
- **Livello 4 (Verde):** 8%
- **Livello 5 (Bianco):** 5.55%

Questi miglioramenti dimostrano l'efficacia del modello migliorativo nell'ottimizzare la gestione delle risorse e nel ridurre le violazioni dei tempi di attesa. Sebbene le percentuali di miglioramento varino tra i diversi livelli di priorità, l'adozione del nuovo modello ha portato a una riduzione complessiva delle attese per tutti i codici di gravità, contribuendo a un sistema di pronto soccorso più efficiente e reattivo.

## 15. Considerazioni sul personale

Per completezza, abbiamo effettuato una simulazione ad orizzonte infinito aumentando il numero di medici, e garantendo quindi un medico in più per ogni turno di lavoro. Dai risultati della nostra simulazione, è emerso che

Table 7: Violazioni

Coda	Numero violazioni	Percentuale
Rossa	2	$1.47 \times 10^{-3} \%$
Arancione	7848	1.86 %
Azzurra	2078	0.25 %
Verde	2246	0.34 %
Bianco	295	0.26 %

il potenziamento del personale nel pronto soccorso ha avuto un impatto significativo su vari aspetti operativi e clinici. L'incremento del personale ha consentito di ridurre significativamente i tempi di attesa, migliorando l'accesso alle cure. Questi risultati confermano l'importanza di investire nel personale sanitario per garantire un servizio efficiente e di qualità.

## 16. Considerazioni sugli accessi al pronto soccorso

Recenti dichiarazioni, riportate dall'Ansa [5], riportano che la percentuale di accessi evitabili, identificati tramite i codici bianco e verde, supera il 40% del totale. In risposta a questi dati, abbiamo condotto una simulazione mirata a ridurre la frequenza di tali codici bianchi di circa il 50%. Questo approccio ci consente di valutare l'impatto di una significativa diminuzione degli accessi evitabili sui risultati complessivi e sull'efficienza del sistema sanitario. Riportiamo di seguito il numero di violazioni registrate durante questa simulazione ad orizzonte infinito, effettuata utilizzando il modello migliorativo:

Come vediamo dai risultati, la riduzione dei codici bianchi, porta ad una significativa diminuzione delle violazioni su tutti i codici.

Table 8: Violazioni

Coda	Numero violazioni	Percentuale
Rossa	10	$7.376 \times 10^{-3} \%$
Arancione	92046	21.82 %
Azzurra	197807	23.97 %
Verde	259664	39.35 %
Bianco	22385	40.13 %

## 17. Risultati e Confronto

Attraverso un’ottimizzazione del modello, concentrata sulla gestione dello scheduling nell’area di trattamento, siamo riusciti a ridurre significativamente le violazioni del limite imposto. Vediamo il confronto tra i risultati del modello standard, del modello migliorativo, del modello migliorativo con l’aggiunta di un medico e del modello migliorativo dopo aver dimezzato il numero di codici bianchi ottenuti nelle simulazioni ad orizzonte infinito e riassunti nella tabella seguente:

Table 9: Numero di violazioni per colore delle code per i vari modelli

Colore	Standard	Migliorativo	Aumento Personale	Bianchi dimezzati
Rosso	$1.47 \times 10^{-2} \%$	$8.11 \times 10^{-2} \%$	$1.47 \times 10^{-3} \%$	$7.376 \times 10^{-3} \%$
Arancione	45.50%	26.71%	1.86%	21.82%
Azzurro	40.3%	35.03%	0.25%	23.97%
Verde	61.34%	56.43%	0.34%	39.35%
Bianco	66.35%	60.8%	0.26%	40.13%

I risultati evidenziano come il modello migliorativo, specialmente quando combinato con l’aumento di personale o la riduzione degli accessi non urgenti, porti a significative riduzioni delle violazioni dei tempi limite. Queste strategie di ottimizzazione dimostrano l’importanza di una gestione più efficiente delle risorse per migliorare le performance del pronto soccorso in modo sostenibile.

## Bibliografia

- [1] <https://www.salute.gov.it/portale/prontoSoccorso/dettaglioContenutiProntoSoccorso.jsp?lingua=italiano&id=1190&area=118%20Pronto%20Soccorso&menu=vuoto&tab=1>
- [2] <https://github.com/pdsteele/DES-Python/tree/master>
- [3] Leemis, Lawrence M., and Stephen Keith Park. Discrete-event simulation: A first course. Upper Saddle River: Pearson Prentice Hall, 2006.
- [4] [https://www.comune.roma.it/web-resources/cms/documents/04\\_SaluteSanita\\_Annuario\\_2023\\_AGGPDF\\_NON\\_A.pdf](https://www.comune.roma.it/web-resources/cms/documents/04_SaluteSanita_Annuario_2023_AGGPDF_NON_A.pdf)
- [5] [https://www.ansa.it/canale\\_salutebenessere/notizie/sanita/2024/02/20/-evitabile-oltre-il-40-degli-accessi-al-pronto-soccorso\\_9247fe1e-fdbf-483c-9697-d7a5b07d5600.html](https://www.ansa.it/canale_salutebenessere/notizie/sanita/2024/02/20/-evitabile-oltre-il-40-degli-accessi-al-pronto-soccorso_9247fe1e-fdbf-483c-9697-d7a5b07d5600.html)
- [6] [https://github.com/MarcoLor01/PMCSN\\_Project/](https://github.com/MarcoLor01/PMCSN_Project/)