

Lez 01 15/09/2025

Logbook per ricordare anche a 10 anni che cosa fare nell'esperimento. Metti tutti i dettagli

Jupyter Notebooks , svilupper notebook e faccio anche preliminary dati per trovare errori grossi.

Python m3
matlab analysis okti.

Analisi dati, solo cose significative

WaveForms

The Art of Electronics

Paul Horowitz
Winfield Hill

Visual studio Code

LabVIEW

Lab 1 : 1-15

Lab 2 : 16-30

Lez 02 (19/09/2025) → next week, solo martedì in lab.

DAQ - Digital Acquisition (sistemi di acquisizione digitale)

Analog Discovery

Retro → alimentazione + jack audio + USB port da collegare al PC - dati input output.

Fronte → porta:

input-output 16 digital input-output

- Readboard

righe sup. int. shortate

centrali - shortate su colonne

- Errori delle misure

flutt. FTs precisa → err. stat. basso
stat.

err. sist. FTs accurata → basso err. non stat.

→ difficile capire da dove viene

→ calibrazione, better instrument, altro..

1. Migliorare err. stat.

2. Individuare sistematici

- Analogico \rightarrow q. continue

\hookrightarrow misura \rightarrow discretizzazione \rightarrow data da risoluzione dello strumento.

\hookrightarrow scoppio fluttuazioni se ris. troppo grande

\hookrightarrow lo sfrutto in elet. digitale

per misura \leftarrow
non
fin.

\hookrightarrow butta via il rumore

- Errore di quantizzazione ($\approx 22:30$)

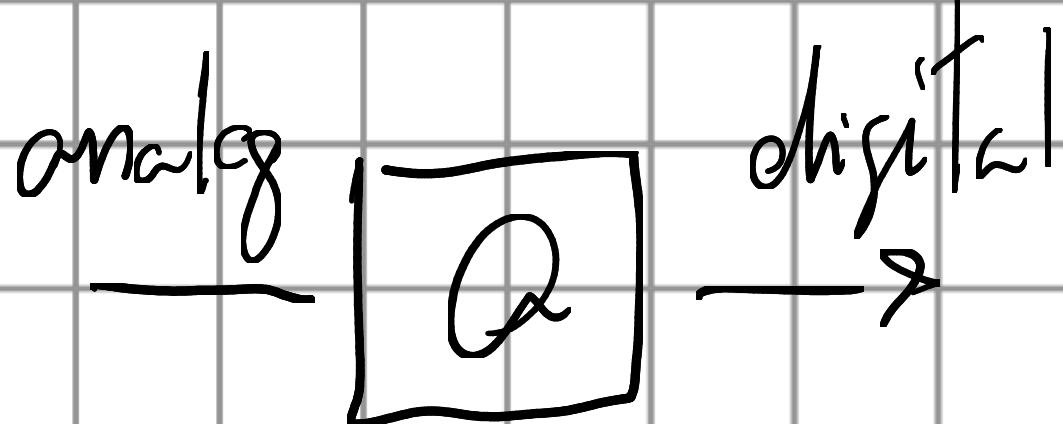
\hookrightarrow errore sistematico, ma dipende dai dati

\hookrightarrow per vederlo devi fare tante misure con parametri diversi.

- Perche' errore di quantizz.?

I fondo (clonica) \rightarrow analogico

ADC \rightarrow analogico \rightsquigarrow digitale (bit) interpretati da calcolatore



Sistema non ha possibilità di rappresentare valori non interi

Noise > KES \rightarrow digit. poco rilevante

Noise << KIS \rightarrow dithering ($\star 27:00$)

- Imm. analog \rightarrow discretizzzo in 0, 1

aggiungo rumore \rightarrow sfrutto sue fluttuazioni per far superare altre mis. il bottleneck della digit.
($\star 30:00$)

I nostri strumenti usano spesso il dithering

- Ris. \rightarrow range o intervallo di misura

$$Ris = \frac{\text{range}}{2^n} \quad n \rightarrow \text{n. bit a disposizione}$$

Non tutti i bit sono usati nella digitazione.

n_{fix} \rightarrow alto ris per basse pertute
 \rightarrow basso ris per alte pertute

DNL \rightarrow differential non linearity \rightarrow mi allontano da
LSD \rightarrow least significant bit L

- Al contrario \rightarrow DAC digital to analog converter.

- Digit.

Confronto parallelo ($\star 46:00$)

" iterativo

\rightarrow molt. bit

ADC flash \rightarrow parallelo ($\star 48:00$)

(iterativo)

SAR \rightarrow successive approximation register Pili lento

ADC tipo pipeline \rightarrow ibrido tra i 2

) errori
subdoli

Se sbaglio sulla prima iterazione ho sbagliato definitivamente.

- Conv. in filtri Sigma - Delta ($\star 52:00$)

$\overset{\uparrow}{\text{modulo}}$ $\overset{\uparrow}{\text{impulso}}$

- Conv. in Tmp. $\star(52:40)$

• Fit

Là propagare (stimate) errori sul parametro di fit.

$$\chi^2 = \sum \frac{[y_k - s(x_k, p)]^2}{\sigma_k^2}$$

residui
mis. indipendenti e gaussiane

$$p(\text{misura} | \text{fit}) \propto e^{-\frac{\chi^2}{2}}$$

$$p(f|m) = \frac{p(m|f) p(s)}{p(m)} \propto p(m|s) \propto e^{-\frac{\chi^2}{2}}$$

Teo. di Bayes

$$\vec{p} = \vec{p}_0 + \delta \vec{p}$$

parametri che deviano

$$\chi^2(p) = \chi^2(\vec{p}_0) + \delta \vec{p}^T H \delta \vec{p}$$

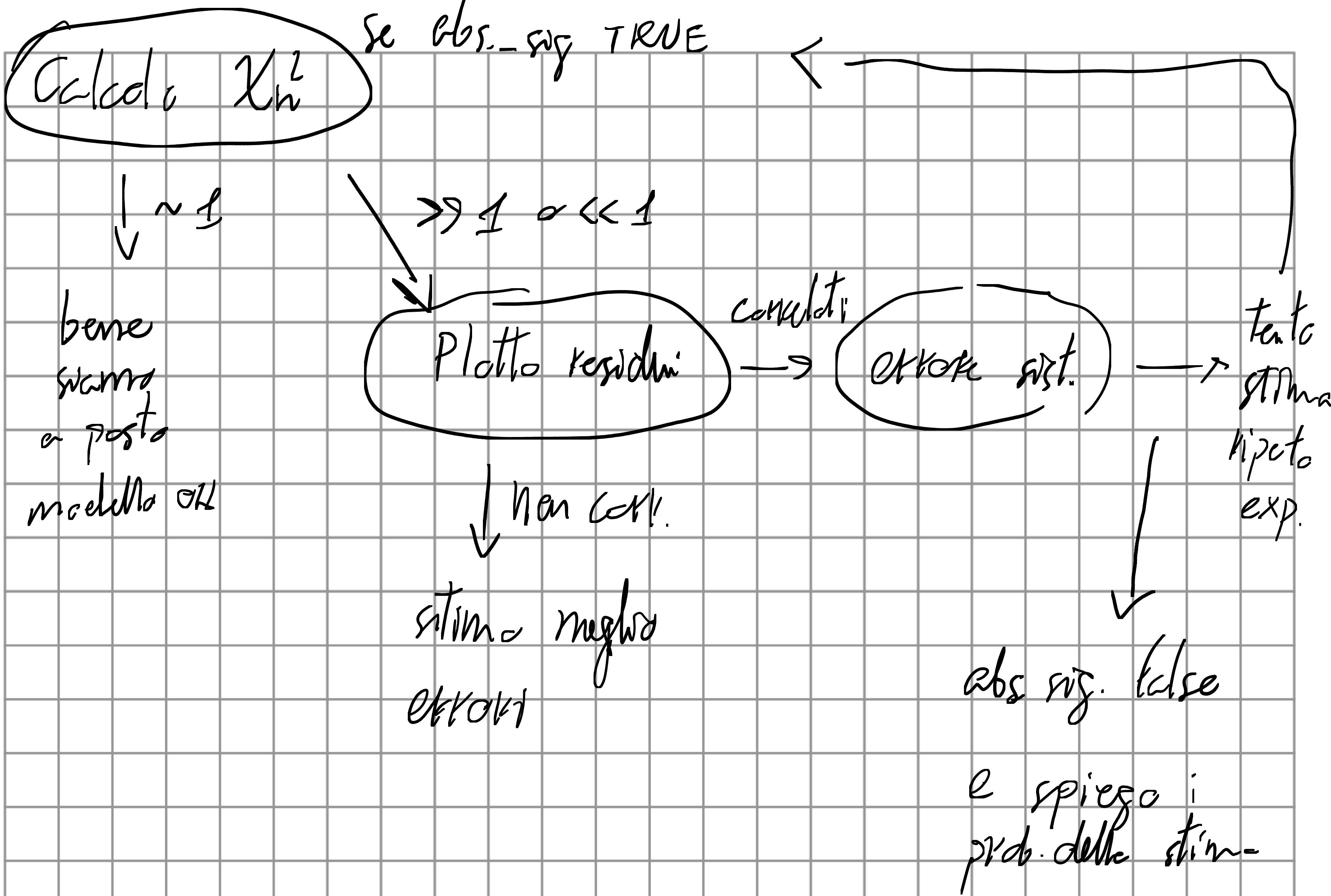
$H = \left[\int^i \frac{\partial}{\partial p} J \right]$

($\approx 1:00:00$) Mat. Hessiana

$\begin{matrix} \uparrow \\ \text{err. stat.} \end{matrix}$ $\begin{matrix} \uparrow \\ \text{Jacobiana} \end{matrix}$

Abschätzen grobe (ambige) Fehler
der Parameter

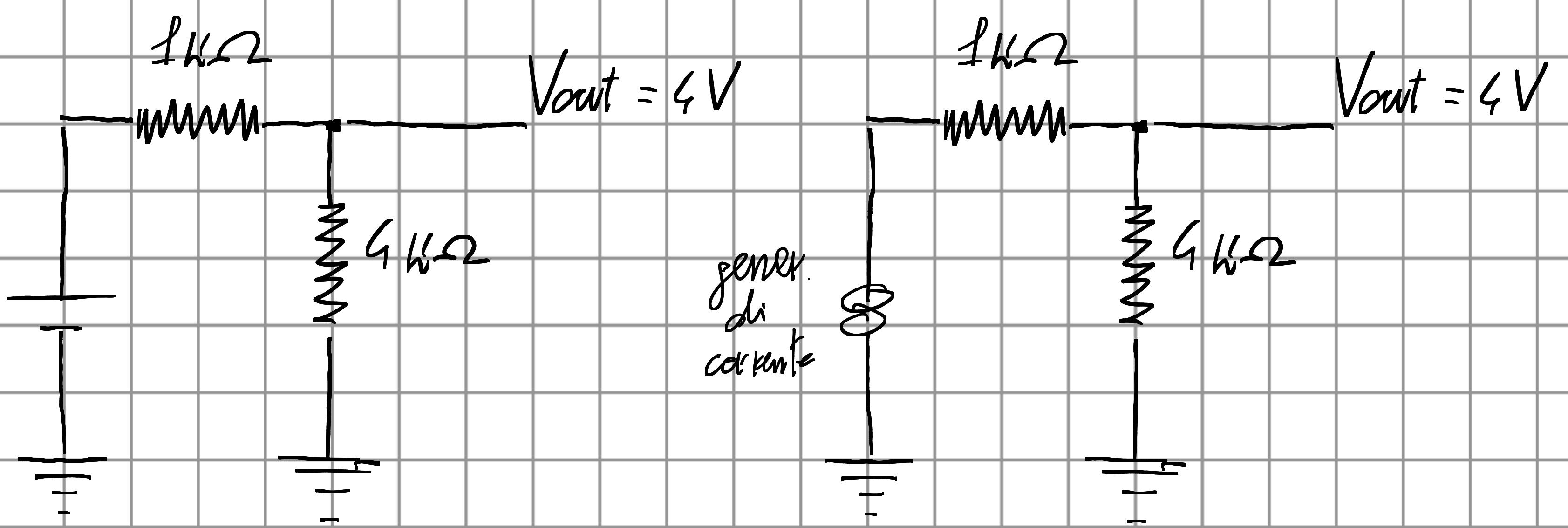
↳ uso truc quando ho sistematici importanti
perché inc. non sens. e non ihdwp.



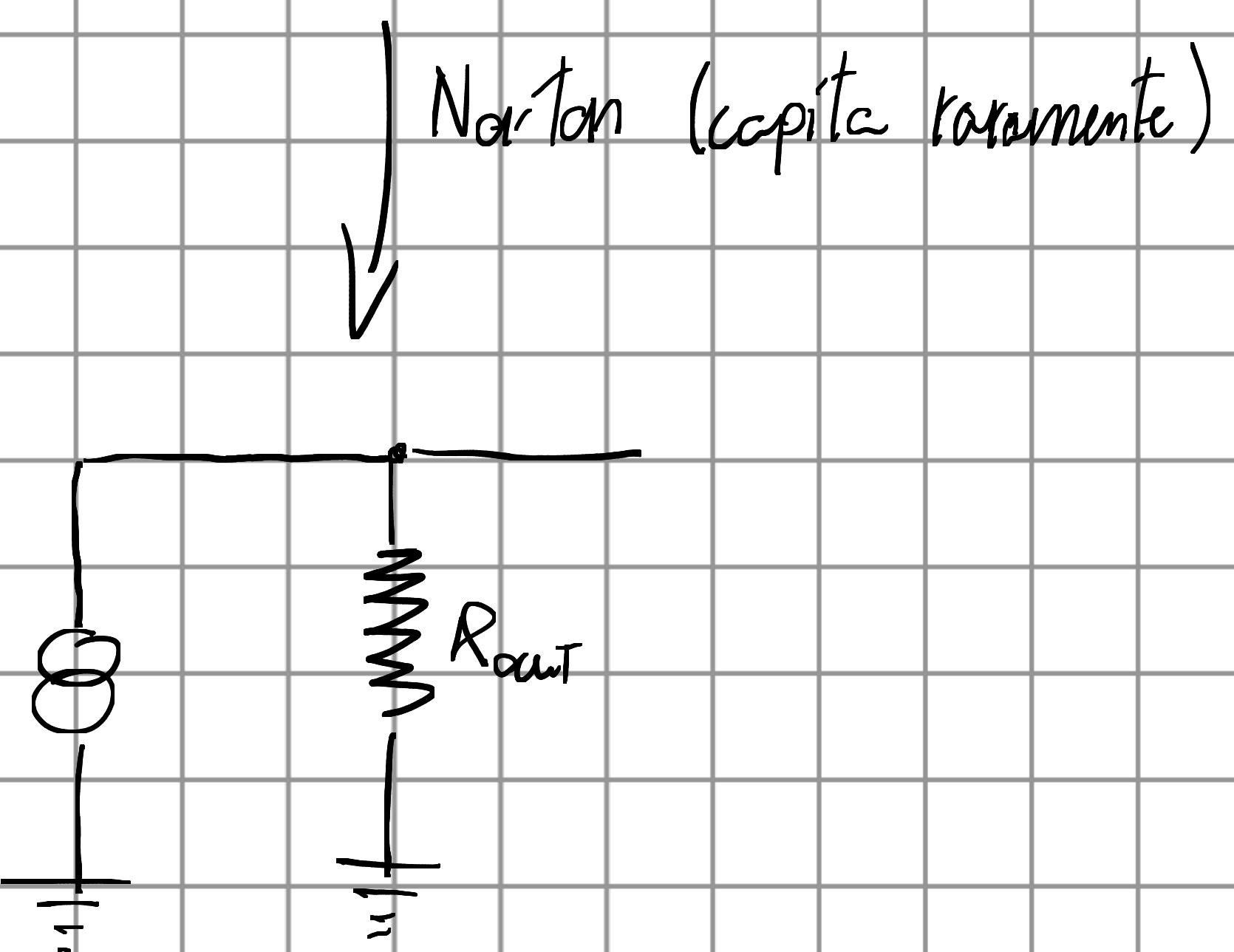
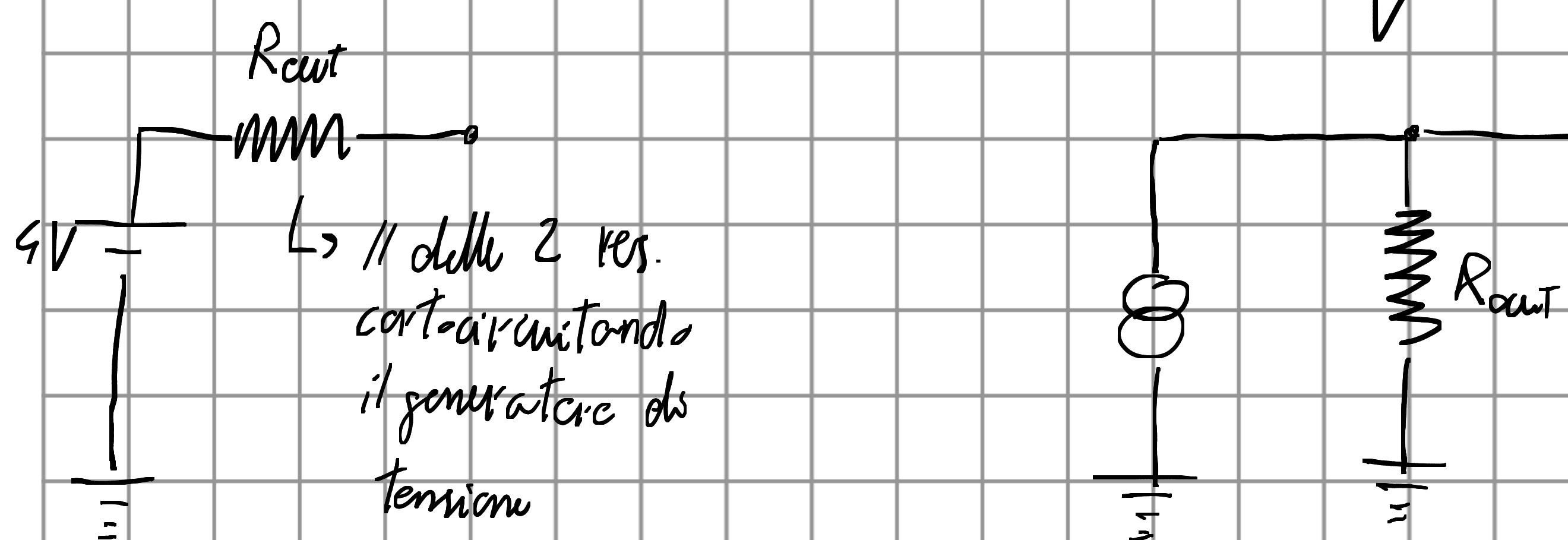
Guardare `nlmfit` di matlab per capire come fare un riscalamento errori

↳ matlab riscalata somma errori

Lez 03 (26/09/2025)



(Thévenin)



Sistema lineare \Rightarrow

vale principio
di sovrapposizione

Forzanti \rightarrow seguenti (generati)

Risposte \rightarrow correnti
(sust.)

Circuito \rightarrow attacco qualcosa \rightarrow asserbo corrente

\hookrightarrow aggiungo corrente I_{aut} assegnata dal circuito connesso (ha nuova sorgente al circuito)

Senza collegare niente ho V_{Th} associata a circ.

Per I_{aut} devo det. $\Delta V = R_{aut} I_{aut}$

\hookrightarrow ottenuto da circuito con carri ai generatori e aperti a curv. gen.

- Componenti non lineari.

! \rightarrow Determina punto di lavoro di diodo

Assumo ddp applicata a comp. non lin come

DC + $\text{piccolo sgn } \Delta C \rightarrow$ piccole oscillazioni attorno all'equilibrio.

\uparrow
resistenze dinamiche

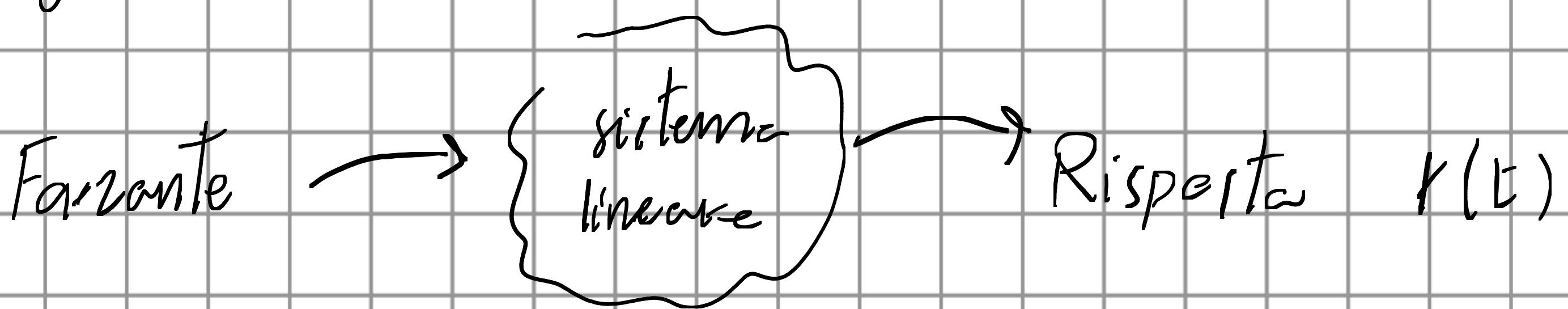
- Se entrano derivate della corrente nell'eq. delle maglie (induttori) risolvo in trasformata ed uso i fasori.

(* 03:00) per grand loop.

(* 05:00) per eccezioni ai nodi

- FUNZIONI DI RISPOSTA di un sist. lineare (per più colli sgn)

- Setting:



$$r(t) = \int G(t-t') s(t') dt' = G * s$$

funzione di
risposta

prodotto
di convoluzione

↳ dipende da come fosse la forzante in un tmp.
passato

$\Rightarrow G(t)$ causale

$$\tilde{F}(r(t)) = \tilde{F}(G * s) = \hat{G}(w) \hat{s}(w)$$

$$\tilde{F}\left(\frac{ds}{dt}\right) = (-iw) \hat{s} \quad (\stackrel{?}{=} iw \hat{s})$$

elettronica

$$\tilde{F}\left(\int s dt\right) = \frac{\hat{s}}{iw}$$

mmm

$$V = L \dot{I}$$

$$\underline{V} = jwL \underline{I}$$

\hat{I}

impedenza

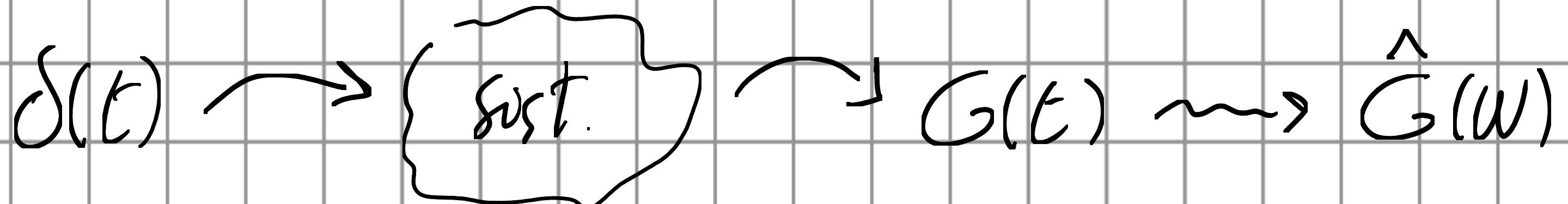
1. Come misuro $\hat{G}(W)$?

→ difficile realizzare δ nella realtà

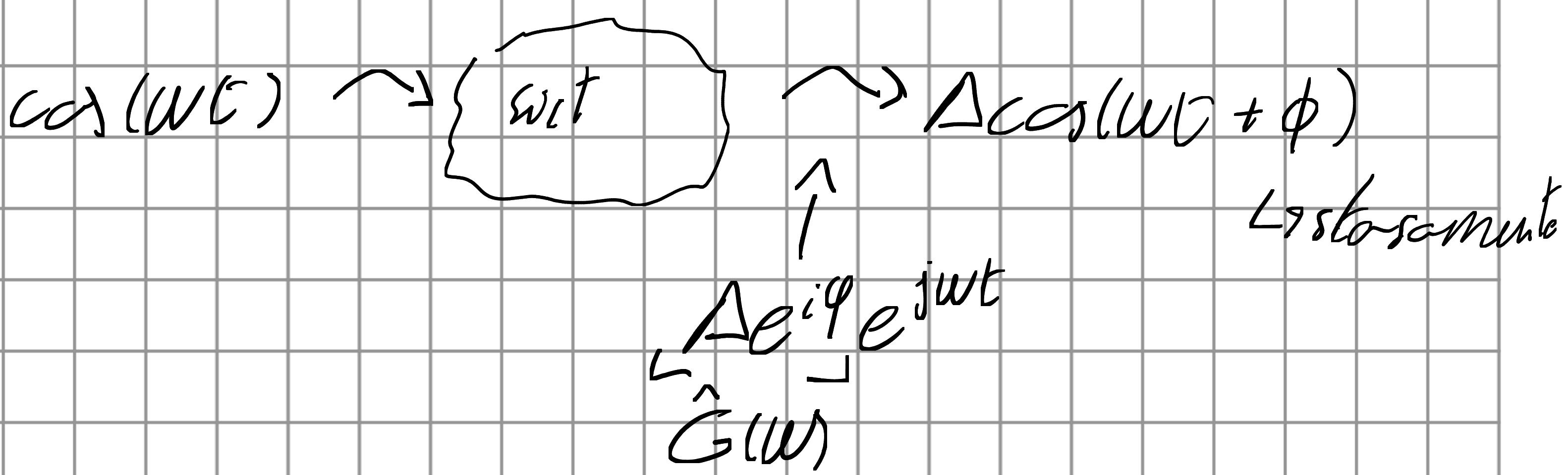
Perturba sistema con impulso (δ di Dirac)

IR = impulsive response

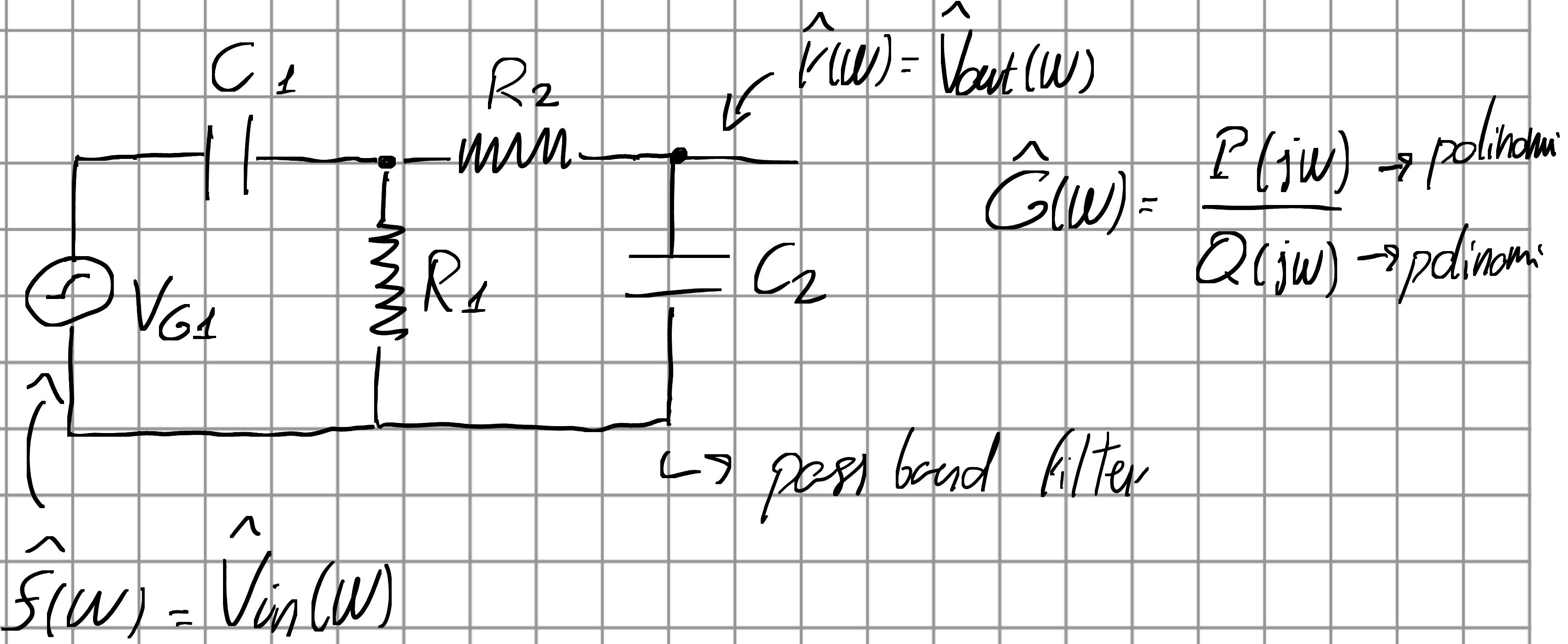
$$S(t) = \delta(t)$$



CW = continuous wave



2. Caso specifico studiato → reti elettriche passive



$$V_{\text{out}} = \frac{\frac{1}{j\omega C_2} V_2}{R_2 + \frac{1}{j\omega C_2}} = \frac{V_2}{1 + j\omega R_2 C_2}$$

- Esempio:

$$V_{\text{out}} = \frac{j\omega \tilde{C}_1 \cdot \hat{V}_{\text{in}}(\omega)}{(1 + j\omega \tilde{C}_1)(1 + j\omega \tilde{C}_2) + j\omega R_1 C_2} = \frac{P(j\omega)}{Q(j\omega)}$$

\hookrightarrow i 2 stadi
non sono indip.

* Sono polinomi perché da eq. nodi-maglie:

$$\left[\begin{matrix} \text{MATRICE} \\ \text{CORRENTI} \end{matrix} \right] = \left[\begin{matrix} \text{FORZANTI} \end{matrix} \right]$$

\hookrightarrow eq. nodi ± 1

\hookrightarrow eq. maglie $j\omega L, \frac{1}{j\omega C}$

Finché ho induttanze e conduttori e resistenze

- Int. c der. in FT portano a fatt. mult. $\pm j\omega$.

Introducendo componenti attive perdo questa cosa di polinomi

3. Come comunicare che $\hat{G}(w)$ (2)

Bode plot

$$\log [G(w)] = \log [\Delta(w)] + \log B - \log C \quad \text{vs } \log w$$

$$\therefore G(w) = \frac{\Delta(w) B(w)}{C(w)}$$

$$\textcircled{A} \quad \frac{1}{1+jw\zeta}$$

$\zeta \leftarrow \zeta$

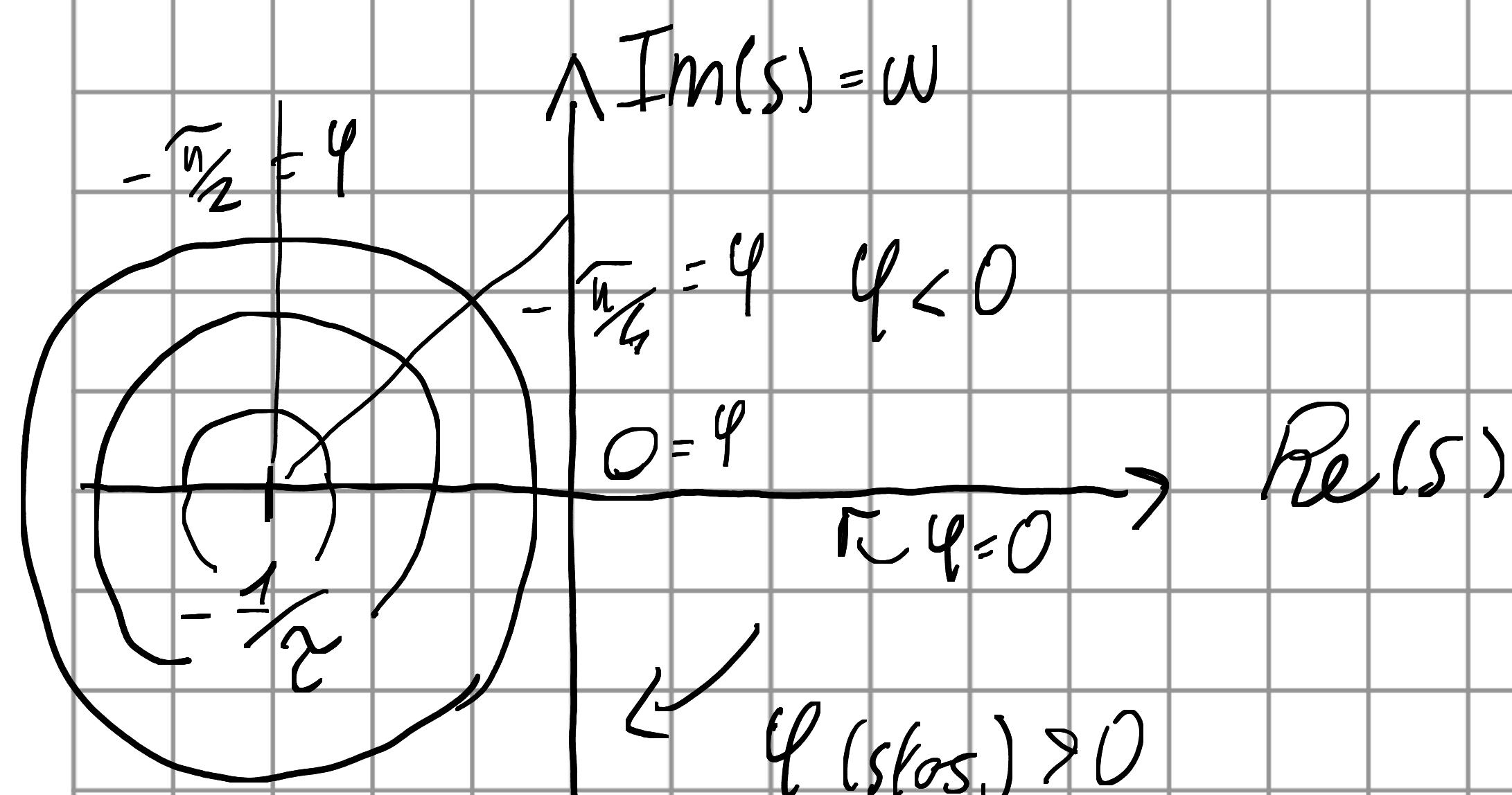
$\zeta \leftarrow \zeta \rightarrow S = jw$

moto frenato

$$\textcircled{B} \quad \frac{1}{w_0^2 - w^2 + jw\zeta}$$

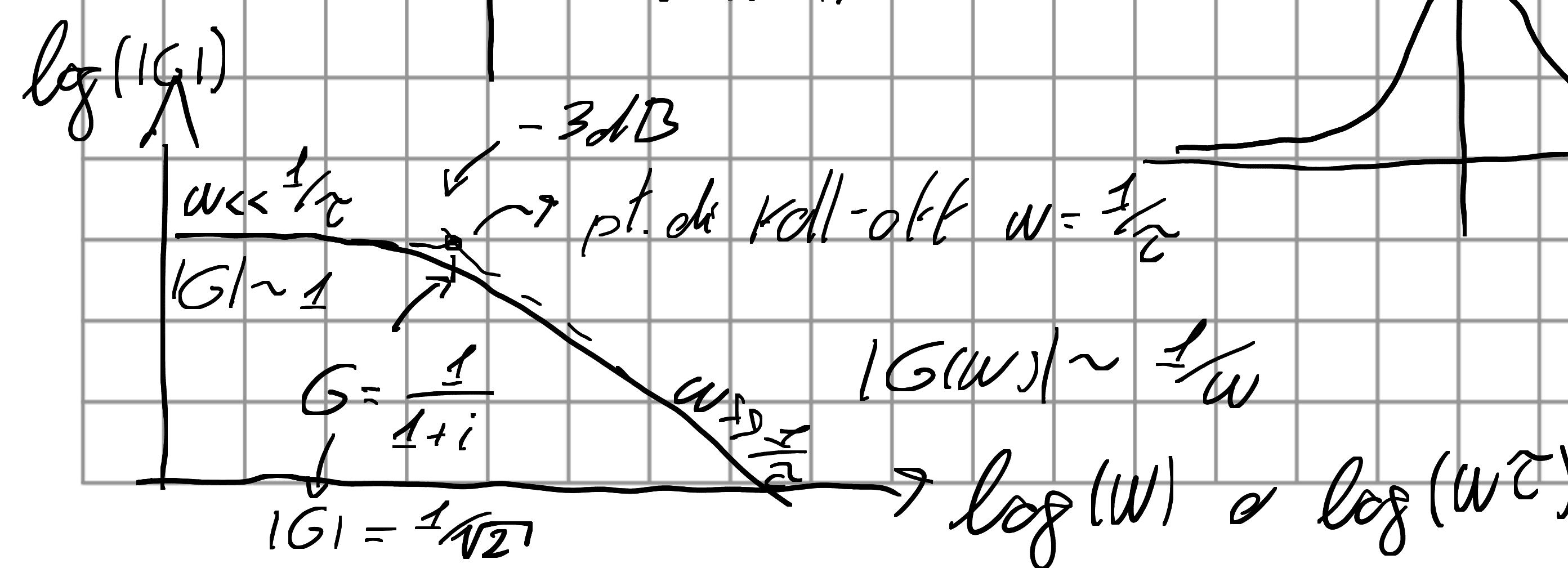
trasf. di Laplace

osc. arm. smorzato.



Parte $\text{Im} \equiv \varphi$

Parte $\text{Re} = \text{gain}$
(ampiozza)



$$20 \log_{10} \frac{V_{\text{out}}}{V_{\text{in}}}$$

\hat{I}
20 on segnali per recuperare il fattore 2 alle potenze $\text{dB}[W] = 10 \log_{10} \frac{P_1}{P_2}$

$$\omega = 2\pi f$$

$$\frac{1}{s} = H_2$$

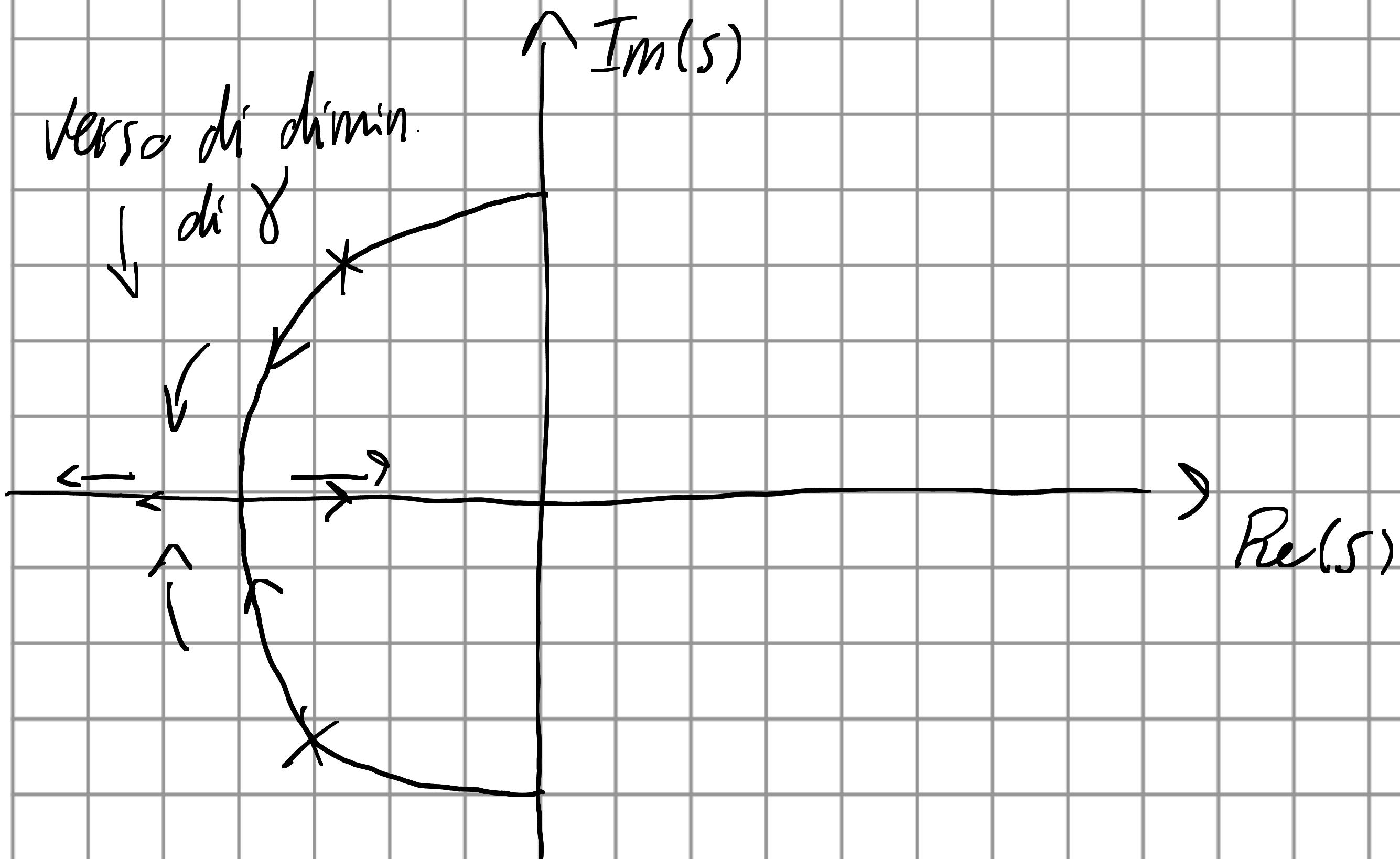
mettere unta di miglia giuste!

- D: $\frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 + j\omega\gamma}$

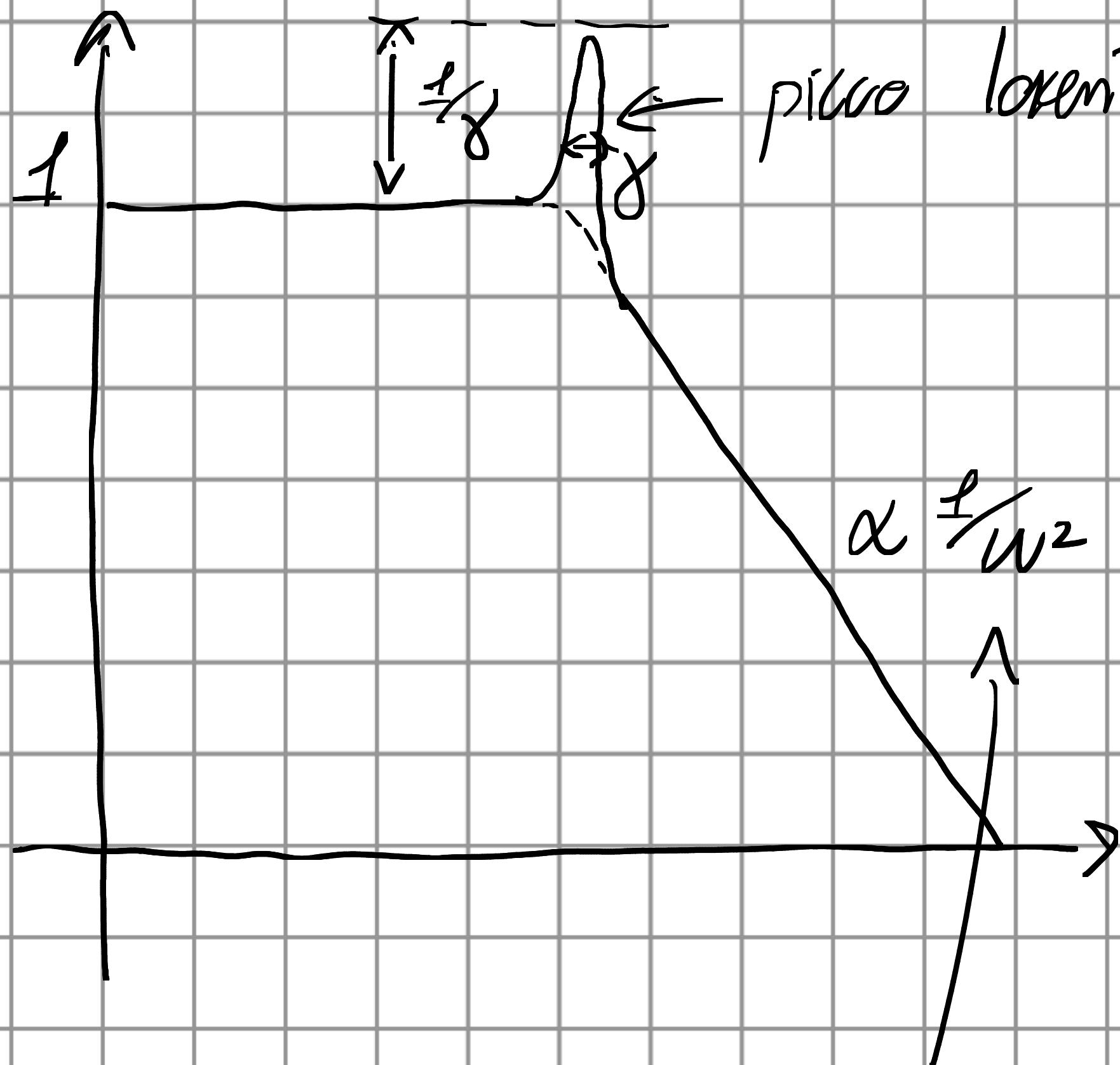
$$m \ddot{\vec{v}} = -\gamma \vec{v} + \vec{f} \quad \text{è moto frenato}$$

per Δ

\rightarrow osc. arm. smorzato.



-Bode plot



$$Q \text{ factor} = \frac{2w_0}{\gamma}$$

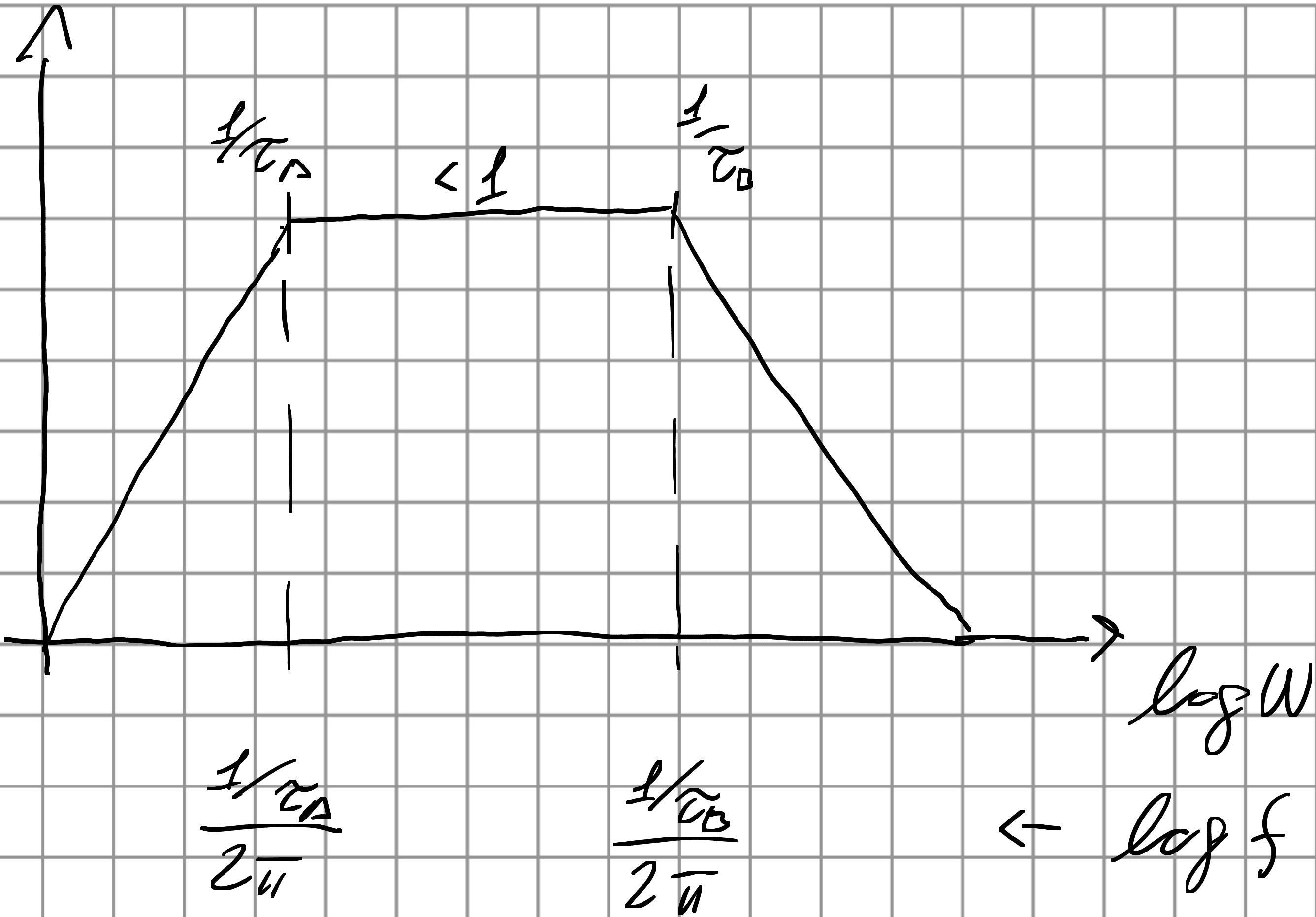
quanto esc. fa il sist.
prima che la sua ampiezza
scenda di un certo fattore.

pendolare doppia rispetto ad Δ

\hookrightarrow 2 decadi in G & 1 dec in w
in Δ ha 1 decade



-Per filtro passa banda ho:

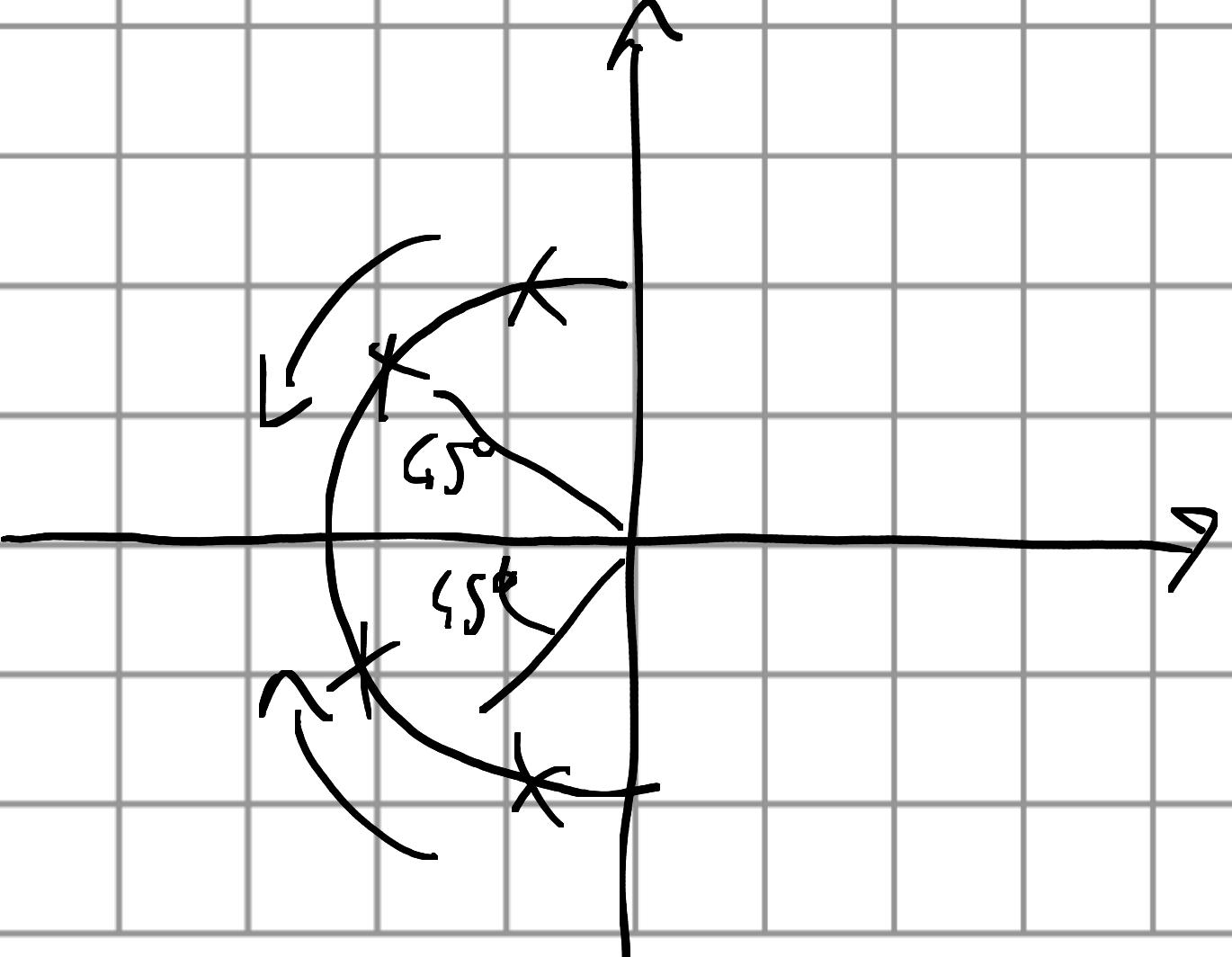
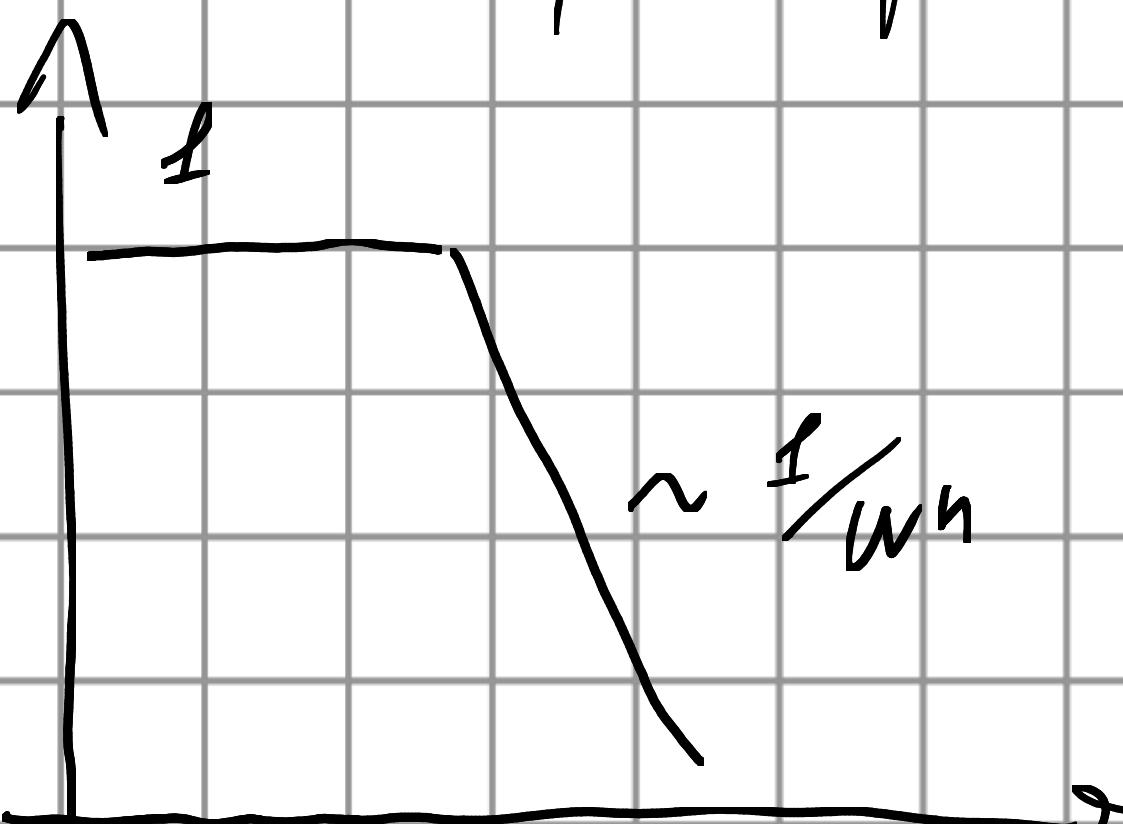


4. Dettagli aggiuntivi.

↳ Voglio att. il segnale per prendere solo 1 parte
 (una banda)

↳ vorrei una steep > di f_w

- Esistono filtri più ripidi: → posizionare cautamente i pozi della funz. di risposta



- Commenti pratici

$$\text{Hyp di CW} \rightsquigarrow \frac{1}{1+j\omega\tau}$$

$$V_{\text{out}}(W) = \frac{1}{1+j\omega\tau} V_{\text{in}}(W)$$

\hookrightarrow transiente $e^{j\omega t} \rightsquigarrow$ tmp. caratt. del sistema

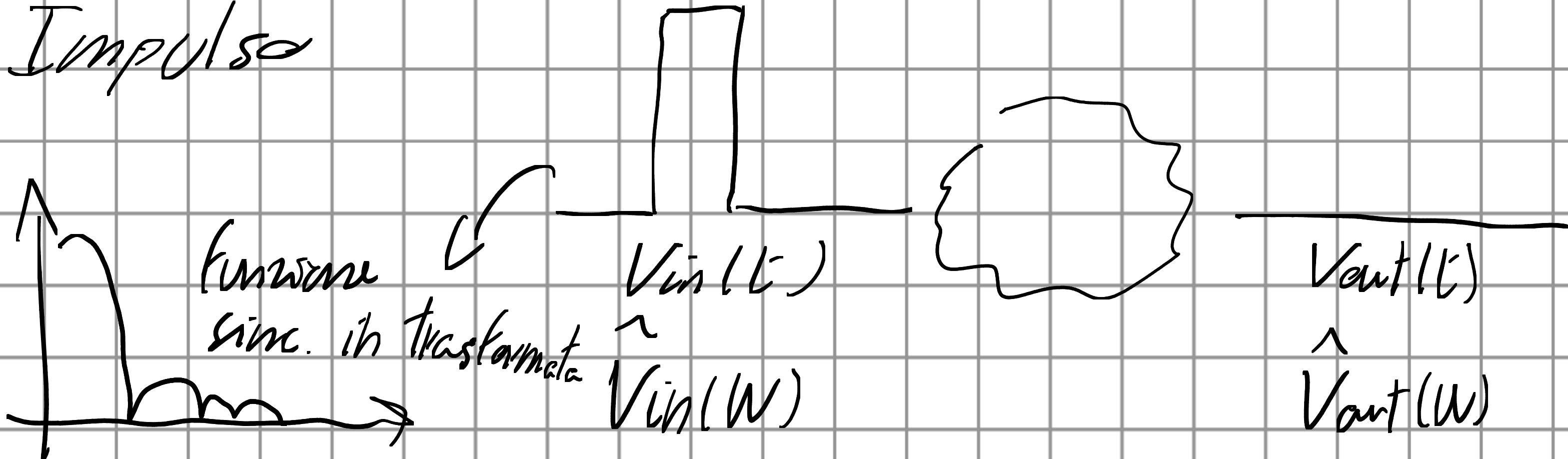
$$e^{-t/\tau}$$

$$m \ddot{\vec{v}} = -m\gamma \vec{v} + f$$

tolgo f \vec{v} decade esp. nel tempo.

- Deve far passare del tempo per fare una buona figura

- Impulso



Lecceage spettrale \rightarrow \rightarrow Effetti di un cattivo campionamento.
 Aliasing \rightarrow

Lecce 04 (29/09/2025)

DFT (discrete Fourier Transform)

$$f(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} f_k \exp \left[+j \frac{2\pi}{T} kt \right]$$

$$\hat{f}_k = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) \exp \left[-j \omega_k t \right] dt$$

coeff. di Fourier

Esprimi segn periodici.

- ESPANSIONI DA RICORDARE (o esercitare)
 term. dispari

$$f(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n+1} \sin \left[\frac{2\pi}{T} (2n+1)t \right]$$

espansione di
 onda quadra
 in serie di
 Fourier

\rightarrow spikies dove cambia livello la
 quadra

$$f(t) = -\frac{8}{\pi^2} \sum \frac{1}{(2n+1)^2} \cos \left[\frac{2\pi}{T} (2n+1)t \right] \quad \text{onda triangolare}$$

ci arriva dalla quadra con un integrale.

$$f(t) = -\frac{2}{\pi} \sum \frac{1}{n} \sin \left[\frac{2\pi}{T} nt \right] \quad \text{sawtooth}$$

L'onda si spezza dove l'onda è discontinua

• TRASF. E CONVOLUZIONE, ECC.

$$\hat{F} \hat{S}(\omega_w) = \int_{-\frac{T}{2}}^{T+\frac{T}{2}} f(t) e^{-j\omega_w t} dt$$



$$\hat{S}(w) = \int f(t) e^{-j\omega_w t} dt$$

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int \hat{S}(w) e^{+j\omega_w t} dw$$

- Risposta di un sist. lineare (rete passiva)

(non lineari \rightsquigarrow matriciali)

L'impulso \rightarrow facili \rightarrow più prihe. di sovrapposizione.

\hookrightarrow somma di 2 sol. di soluzioni.

$$r(t) = \int G(t, t') f(t') dt'$$

↑
risposta
↑
causale
↑
fazante

caso più generale
del principio di
sovrapp.

i.e. $G(t, t') \neq 0 \Leftrightarrow t > t'$

- Se sist. **invariante nel tempo**:

$$r(t) = \int G(t - t') f(t') dt' = (G * f)(t)$$

- Trasformato:

$$\begin{aligned} \hat{r}(w) &= \int \left[\int G(t - t') f(t') dt' \right] e^{-j\omega t} dt \\ &= \int \left[\int \underbrace{G(t - t')}_{FT \text{ di } G} \underbrace{f(t') dt'}_{FT \text{ di } f} \right] e^{-j\omega(t-t')} e^{-j\omega t} dt \\ &= \hat{G}(w) \hat{f}(w) \end{aligned}$$

- Derivata:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int \hat{f}(w) e^{j\omega t} dw$$

$$\frac{df}{dt} = \frac{1}{2\pi} \int j\omega \hat{f}(w) e^{j\omega t} dw$$

$$= j\omega \hat{f}^{-1}(\hat{f}(w))$$

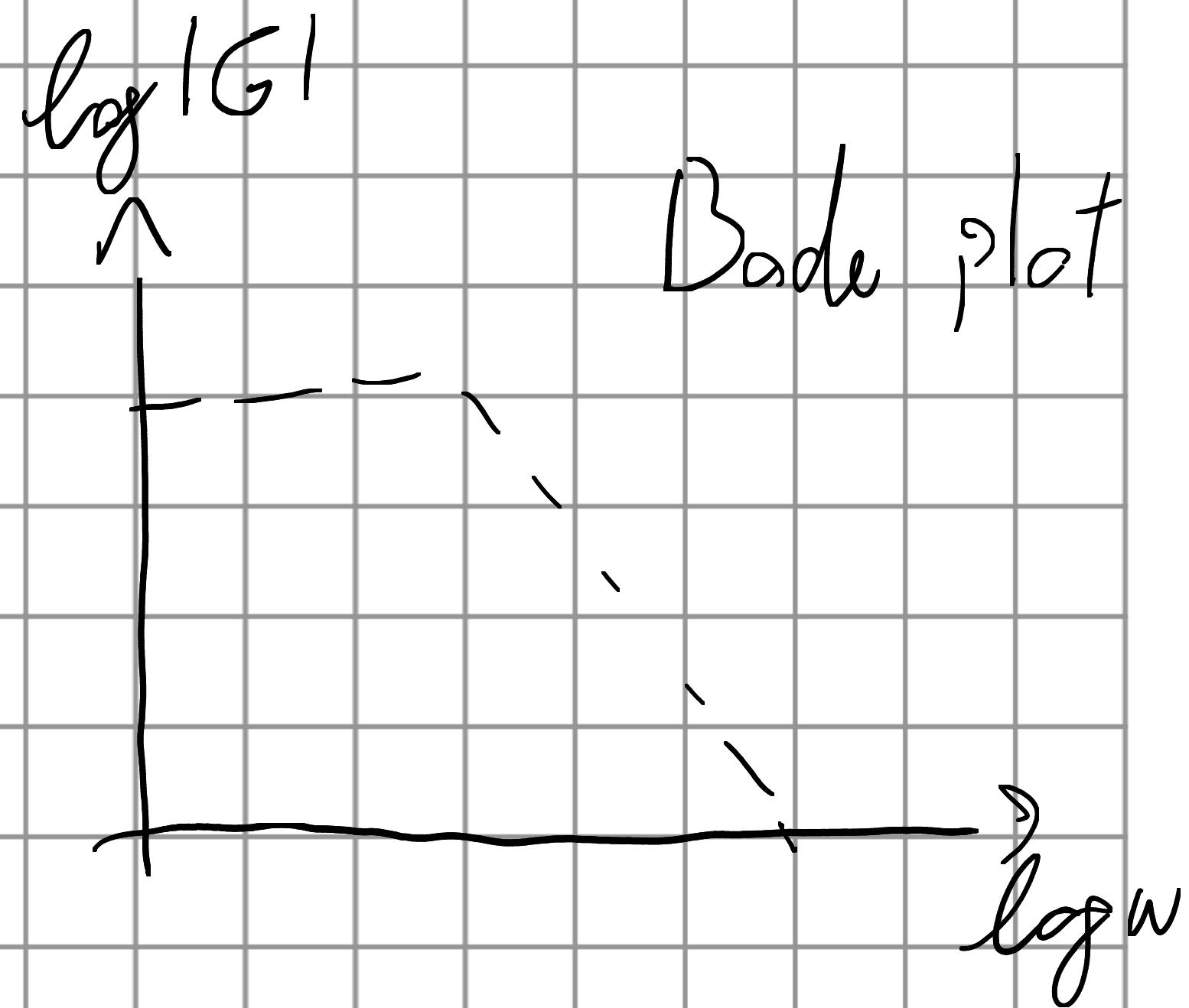
Ese. moto frenato:

$$m\ddot{v} = -m \frac{\dot{v}}{T} + s$$

$$j\omega \hat{v} = - \frac{\hat{v}}{T} + \frac{\hat{s}}{m}$$

$$(1 + j\omega T) \hat{v} = \frac{\hat{s}}{m}$$

$$\hat{v}(w) = \frac{1}{1 + j\omega T} \frac{\hat{s}}{m}$$



• DISCRETIZZAZIONE TEMPORALE.

Come portare il concetto di FT con tmp. discreti?

$N \rightarrow$ num. dati acquisiti

$\Delta t \rightarrow$ intervallo di campionamento.

$$f_s = \frac{1}{\Delta t} = \text{freq. di campionamento (sampling frequency)}$$

$T = N \Delta t \rightarrow$ tmp. tot. di campionamento

- Lavoro a tmp. discreti: n -esimo punto preso al
tmp: $t_n = n \Delta t$

$f(t) \rightsquigarrow f_n = f(t_n) = f(n \Delta t)$ dal continuo passo
ad N grandi punti.

- Def. DISCRETE FT

$$\hat{f}_k = \sum f(t_n) \exp[-j\omega_k t_n]$$

$$\hookrightarrow \frac{2\pi}{T} k \cdot n \Delta t = \frac{\omega_k}{N}$$

-Osservazioni:

1. Limite a $N \rightarrow \infty$ con T fisso.

DFT tende a serie di Fourier.

$$\frac{\hat{S}_k}{N} = \underbrace{\frac{1}{Nt}}_{\frac{T}{T}} \sum_{n=1}^N S(t_n) \exp[-j\omega_k t_n]$$

$$\rightarrow \frac{1}{T} \int_0^T S(t) \exp[-j\omega_k t] dt$$

→ assumo che sgn periodica quindi metto la zeta dove mi pare.

2. $\hat{S}_{k+N} = \hat{S}_k$ periodica in N !

$$\frac{2\pi k(n+k+N)}{N} = 2\pi k + 2\pi n$$

e periodica

Sgn cont. V trasf → freq. discet.

Sgn. discet → FT periodica

$$V_{k+N} = \frac{W_{k+N}}{2\pi} = V_k + \frac{1}{\Delta t} \xrightarrow{\text{fs}}$$

Si ripete tutto con una periodicità della freq. di comp.

battimento fra freq. sgn e freq. comp. ←

3. Invertibile !

$$S_n = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \hat{S}_k \exp\left[j \frac{2\pi n k}{N}\right] \rightarrow j w_k c_n$$

se sviloppa
la somma

$$\sum_{n'} S_n \exp\left[-j \frac{2\pi n' k}{N}\right]$$

$$\sum_{k=0}^{N-1} \exp\left[j \alpha_k (c_n - c_{n'})\right] = \sum_{k=0}^{N-1} \exp\left[2\pi j \frac{k(n-n')}{N}\right]$$

\rightarrow

$\begin{cases} N & \text{se } c_n = c_{n'} \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$

serie
geometrica

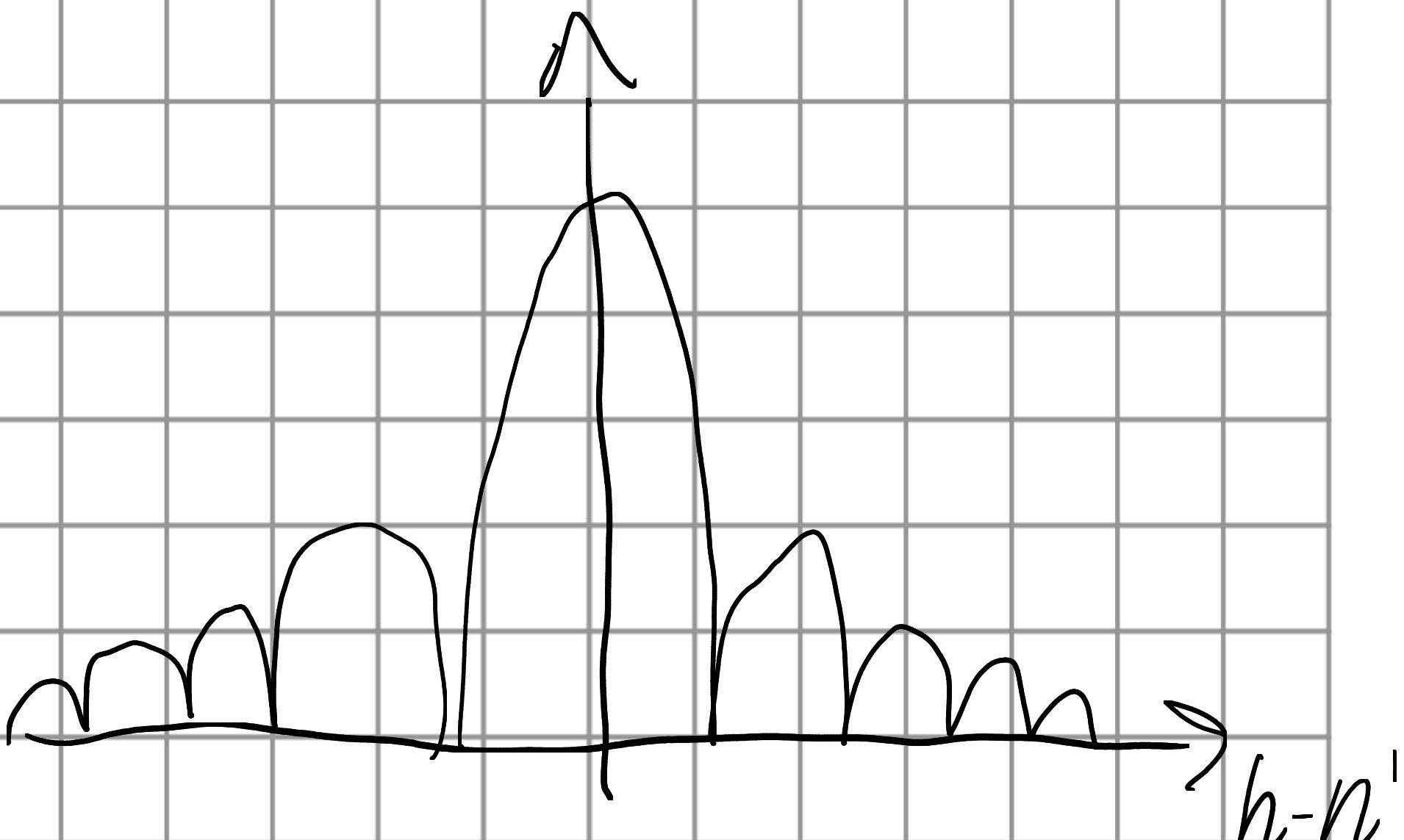
$$X = \exp\left[2\pi j \frac{(n-n')}{N}\right]$$

$$\left(\sum_0^{N-1} X^k \right) = \frac{1-X^N}{1-X}$$

$$X^N = \exp\left[2\pi j \frac{N}{N}(n-n')\right] = 1$$

intervalli

$$\exp\left[2\pi j \frac{1}{N}(n-n')\right] = 1$$



6. Non c'è altro che un cambio di base (nel senso di sp. vett.)

$$\vec{V} = V_x \hat{e}_x + V_y \hat{e}_y + V_z \hat{e}_z \quad V_z = \vec{V} \cdot \hat{e}_z$$

Sgn = vettore di valori $\Rightarrow \text{DFT} \rightarrow$ sviluppo del sgn su opportuna base.

$$\vec{\text{Sgn}} = \sum_k (\text{Sgn} \cdot \hat{e}_k^*) \hat{e}_k$$

\hookrightarrow base non nor. Mohizzata
Dim. N e comp/

$$= \underbrace{\sum_k (\vec{\text{Sgn}} \cdot \hat{e}_k^*)}_{\hat{e}_k \cdot \hat{e}_k^*} \hat{e}_k \quad \text{vettore discreto d/F}$$

$$\vec{f} = (f(t_0), f(t_1), \dots, f(t_{N-1}))$$

$$\vec{e}_k = (\exp(j\omega_k t_0), \dots, \exp(j\omega_k t_{N-1}))$$

$$\hat{e}_k \cdot \hat{e}_{k'}^* = \delta_{kk'} \quad \Rightarrow \text{sono vett. l. tra loro}$$

$$\vec{f} = \frac{1}{N} \sum_k (\vec{f} \cdot \hat{e}_k^*) \hat{e}_k = \frac{1}{N} \sum_n f_n \exp(j\omega_n t_n)$$

• LEAKAGE SPECTRALE

→ compare e scompare ogni volta che prendo un periodo intero.

Fatto periodo → Max

Periodo intero → Min

periodo dell'armonica

Potrà avere leakage sulle arm. pari o sulle dispari
e seconda di come campiona i periodi delle armoniche

- Distinguere repliche da cose vere:

Alcuni picchi, cambiando f_c , si "muovono"

Bisogna compionere bene e verificare che il segnale
abbia tante armoniche.

→ Uso Window function

→ Prima di IFFT → filtro anti aliasing
Manda giù power del segnale grande in avanti
che alla freq. di campionamento.

- Commento su campionamento.

Criterio di Nyquist

$$f_c > 2 f_{\max}$$

(2.5)

$$\leq f_{\max}$$

(4 punti per periodo)

$$10 f_{\max}$$

- Leakage spettrale, esempio con sonda.

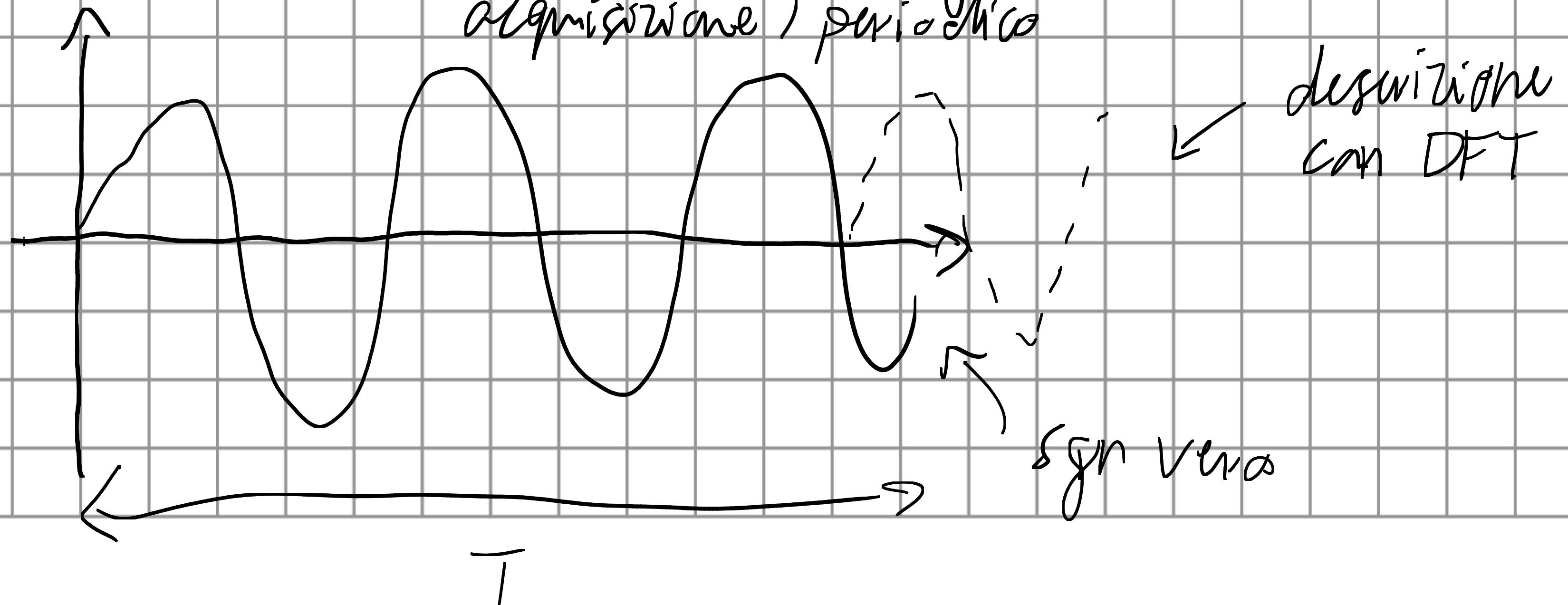
$$f_{\text{sig}} = \frac{1}{T_{\text{sig}}} \in \left\{ \frac{\omega_k}{2\pi} \right\} \quad \frac{\omega_k}{2\pi} = \frac{1}{T} k \stackrel{?}{=} \frac{1}{T_{\text{sig}}}$$

Mi chiede se $T = K T_{\text{sig}}$

i.e. periodo di acquisizione è numero intero di periodi.
 \hookrightarrow cond. per non avere leakage spettrale.

Perché?

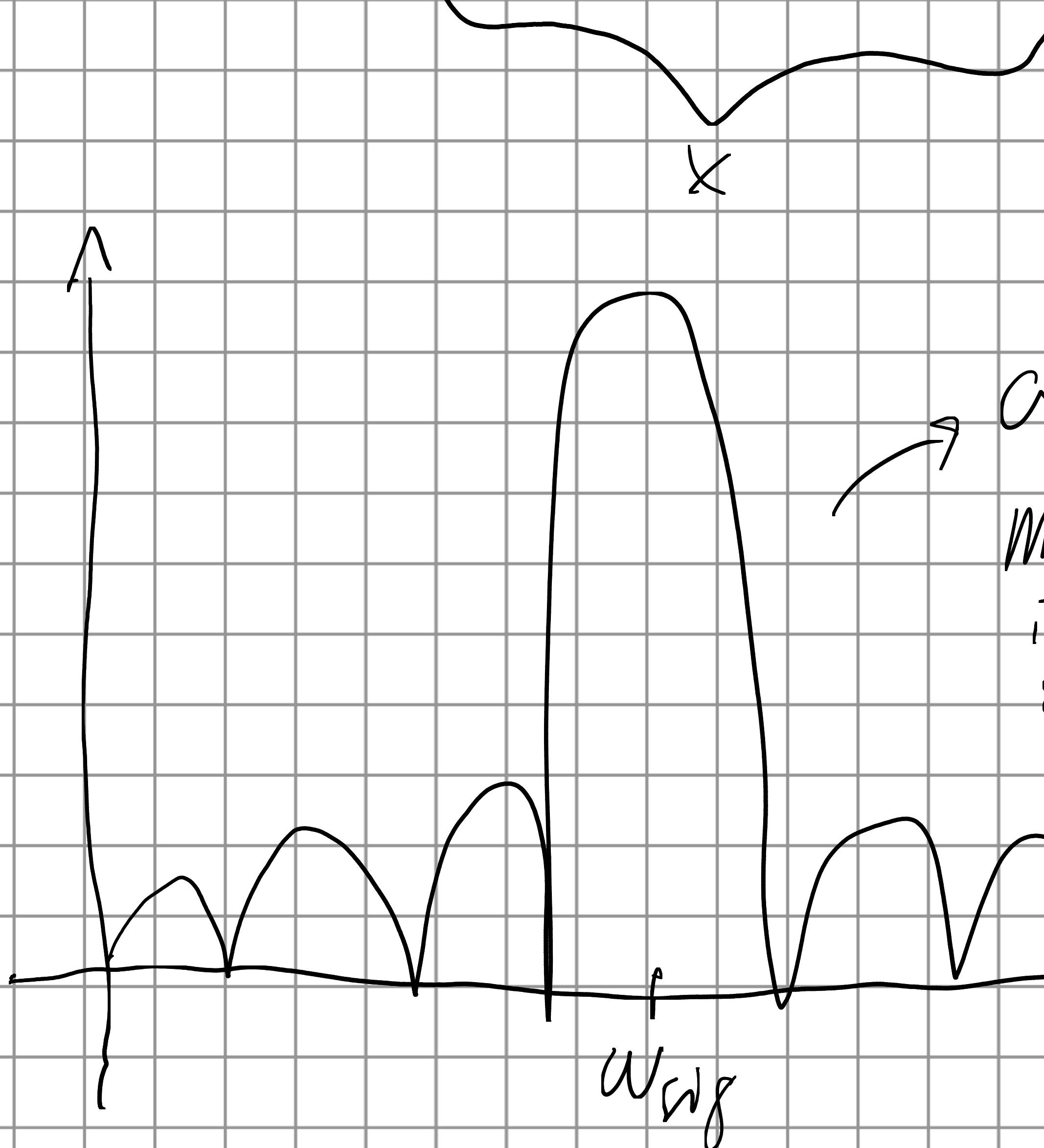
DFT assume che segn sia T (temp. Tot. di acquisizione) periodico



$$f_n = \exp[j\omega_{sg} t_n]$$

$$\hat{s}_w = \prod_{n=0}^{N-1} \exp[j(\omega_{sg} - \omega_w)t_n] \quad (* 8:00)$$

$$= \left[\prod_{n=0}^{N-1} \{ \exp[j(\omega_{sg} - \omega_w)\Delta t] \}^n \right]$$



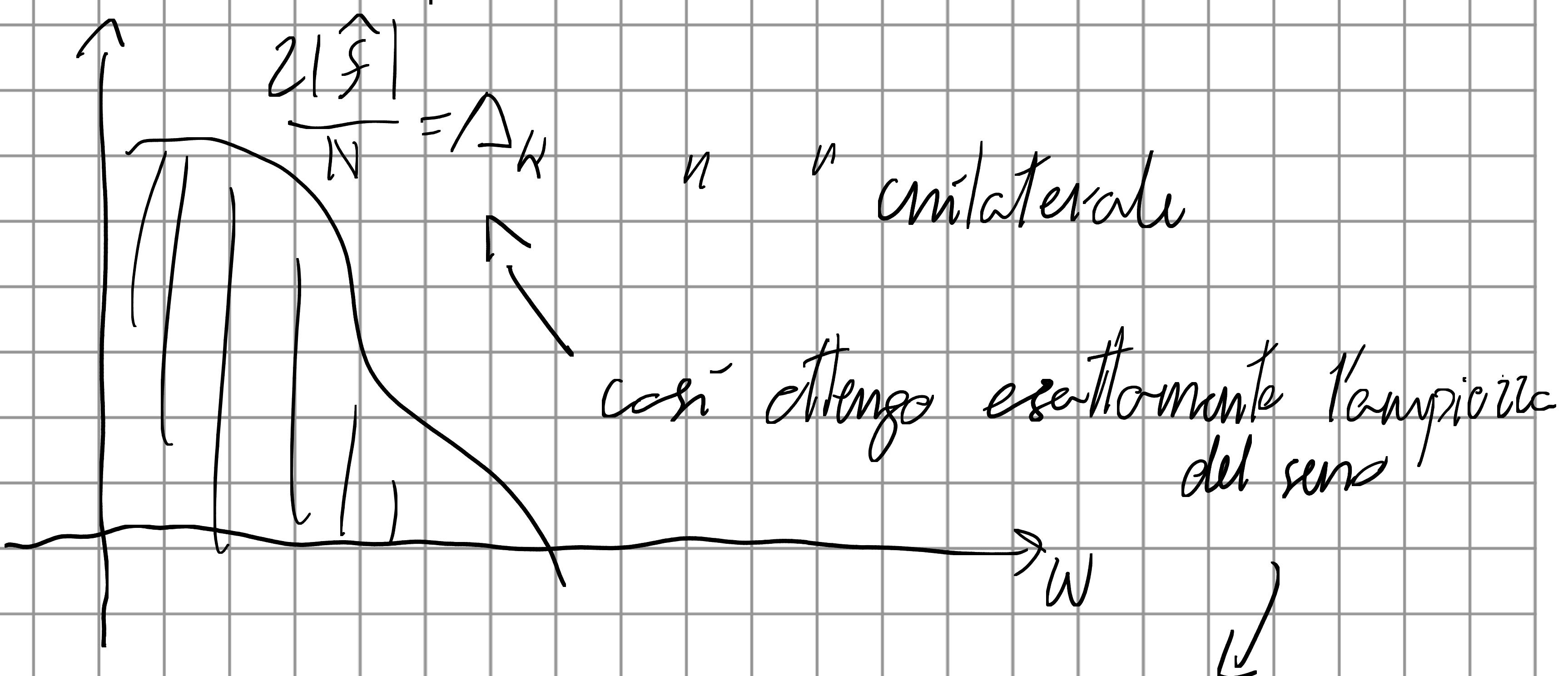
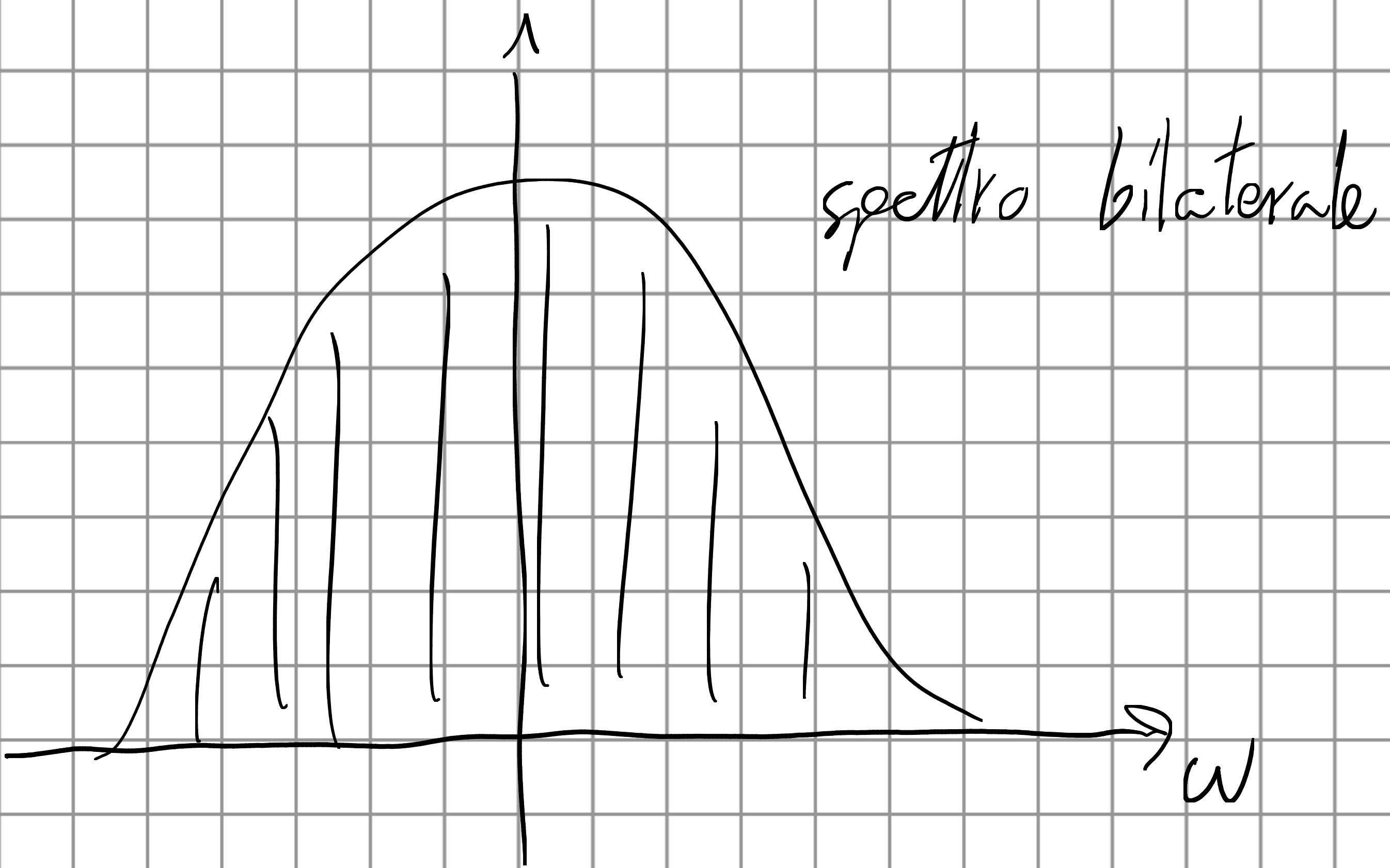
Amp! sign?
Modulo quadrato di tutti
i picchi sommato e
scotto radice.

Se ho picco vicino, perciò
i telegoni si sovrappongono
no e non c'è più
uno

se campiono in modo che $\omega_w = \omega_{sg}$, allora
gli altri w_k cascano nello zero.

$$f(t) \in \mathbb{R} \Rightarrow f^*(t) = f(t) \text{ e } \hat{f}_N = \hat{f}_N^*$$

Riunite FT simmetrica rispetto asse y.



Con unico camp. spett.

$$f(t) = \frac{1}{N} \hat{f}_N e^{j\omega_N t} + \hat{f}_N^* e^{-j\omega_N t}$$

$$f(t) = \frac{2}{\sqrt{2}} \left[\operatorname{Re}(\hat{s}_k) \cos(\omega_k t) - \operatorname{Im}(\hat{s}_k) \sin(\omega_k t) \right]$$

Weights = voltage $\begin{matrix} 1 \\ \sim \\ 0 \\ 2 \end{matrix}$

$$R = \text{res. passi} \quad \frac{y_k - s(t)}{\sigma_k}$$

$$MSE = \frac{R * R'}{N-p} \stackrel{\text{e}}{=} X \text{ ridotto}$$

$Cov(B)$ = cov errori rel.

Va trascalata per avere err. assoluti

$Cov(B) = C_p^2$ con errori in senso relativo

$\frac{Cov(B)}{MSE} \rightarrow$ errori assoluti

Lez 05 (06/10/2025)

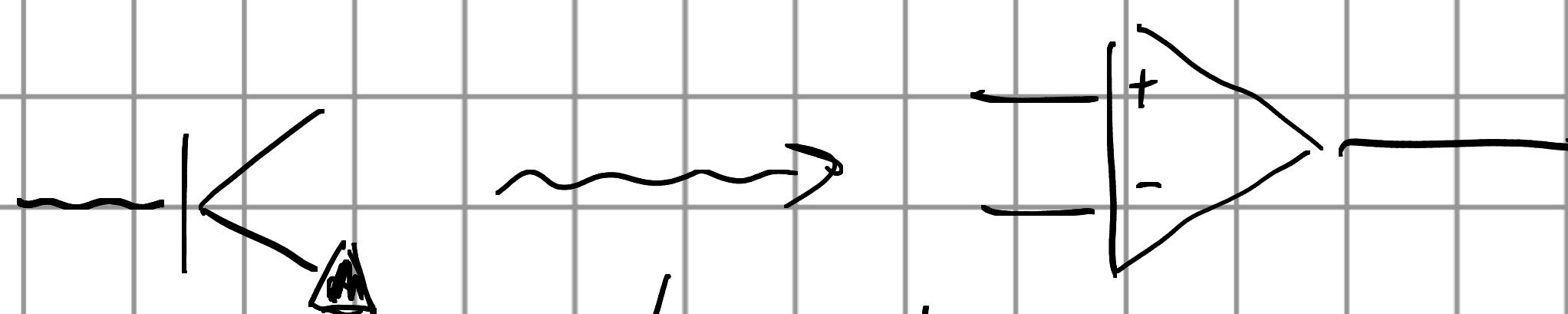
Altri 10 gg per presentazioni

Mer 15/10 → CAD I° feedback per logbook

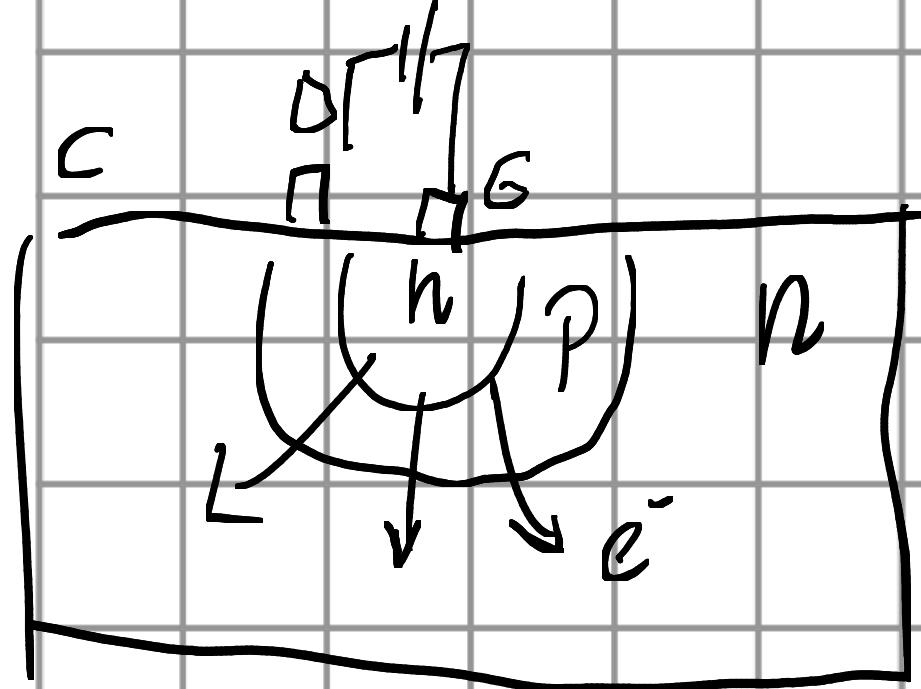
Ven 17/10 → LEZ

(Quindi sett. prox. NO LEZ. LUNEDI', NO LGZ. GIOV.)

OPAMP.

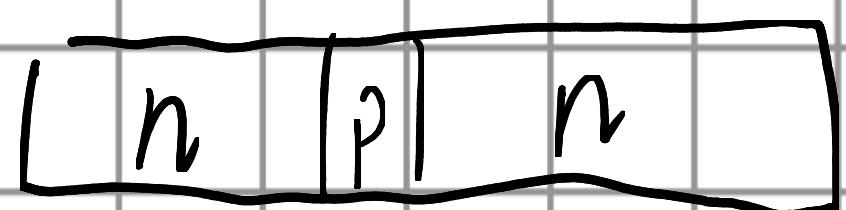


DJT
nph



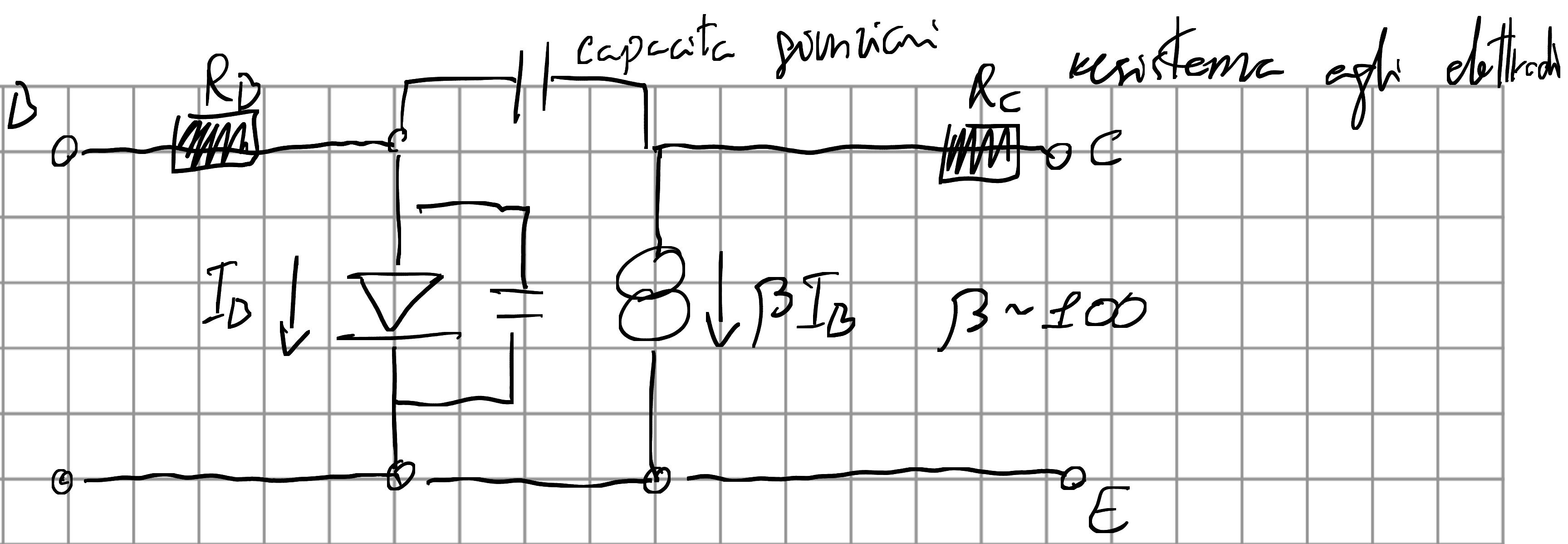
Da E un e⁻ emesso al 99% arriva a C

→ Funzione a DIFFUSIONE → e⁻ hanno un moto casuale.

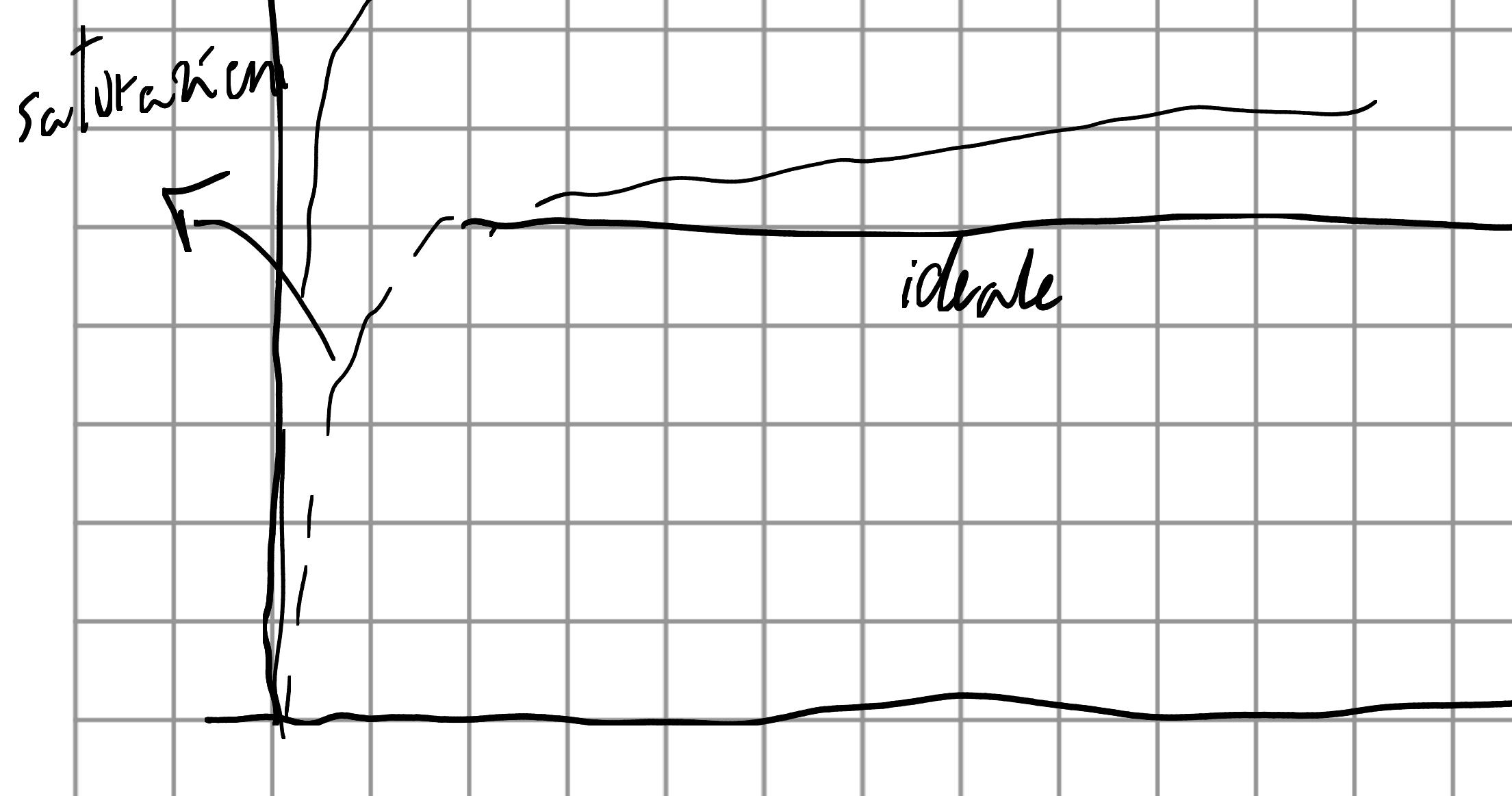


→ propagano per diffusione per differenza di concentrazione

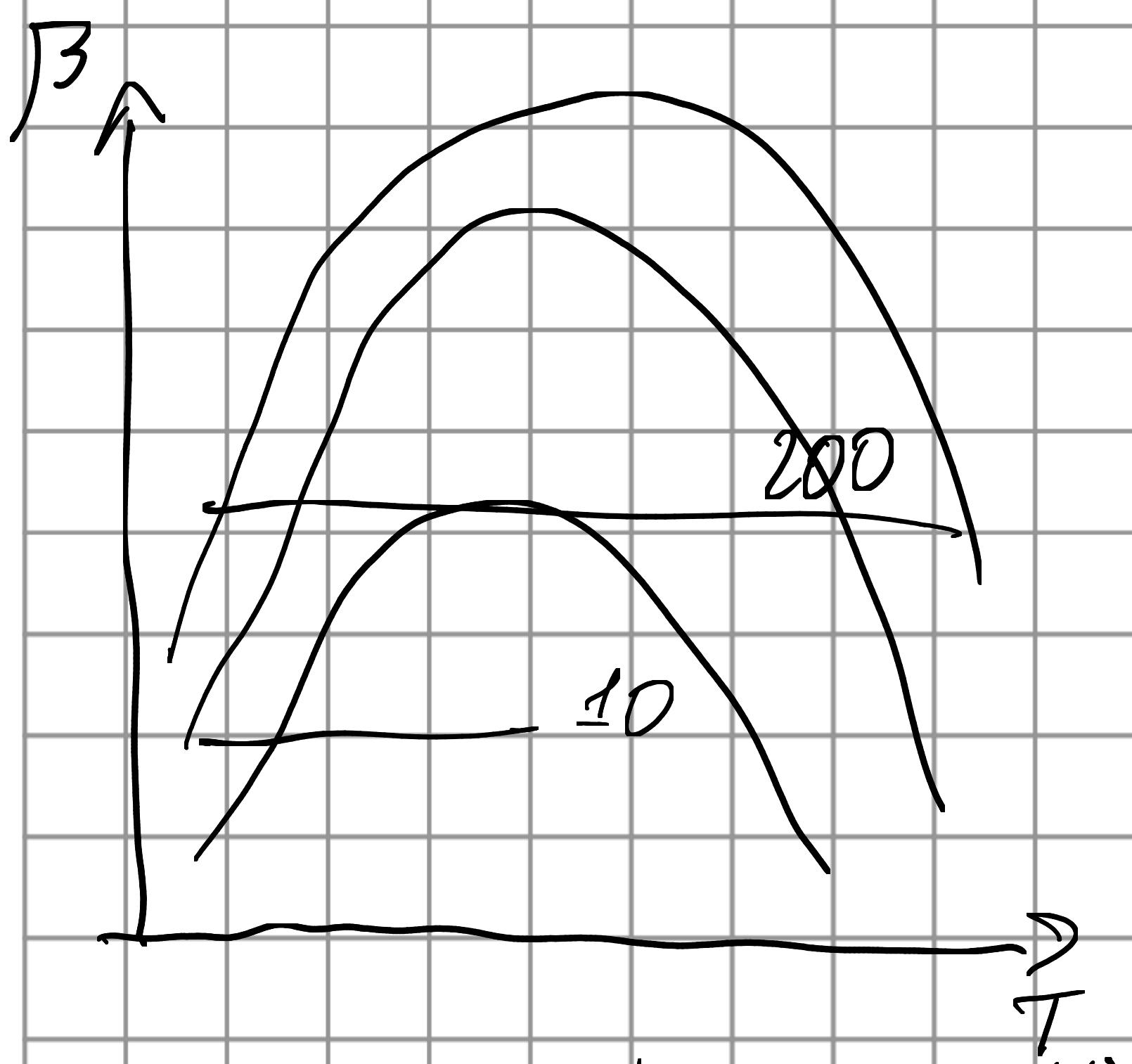
→ imp. E non c'entra perché e⁻ si ritrovano in conduttori a pot. cost.



$I_C \uparrow$
 effetto Early
 $\frac{V_A}{I_C} \rightarrow$ resistenza // a CE



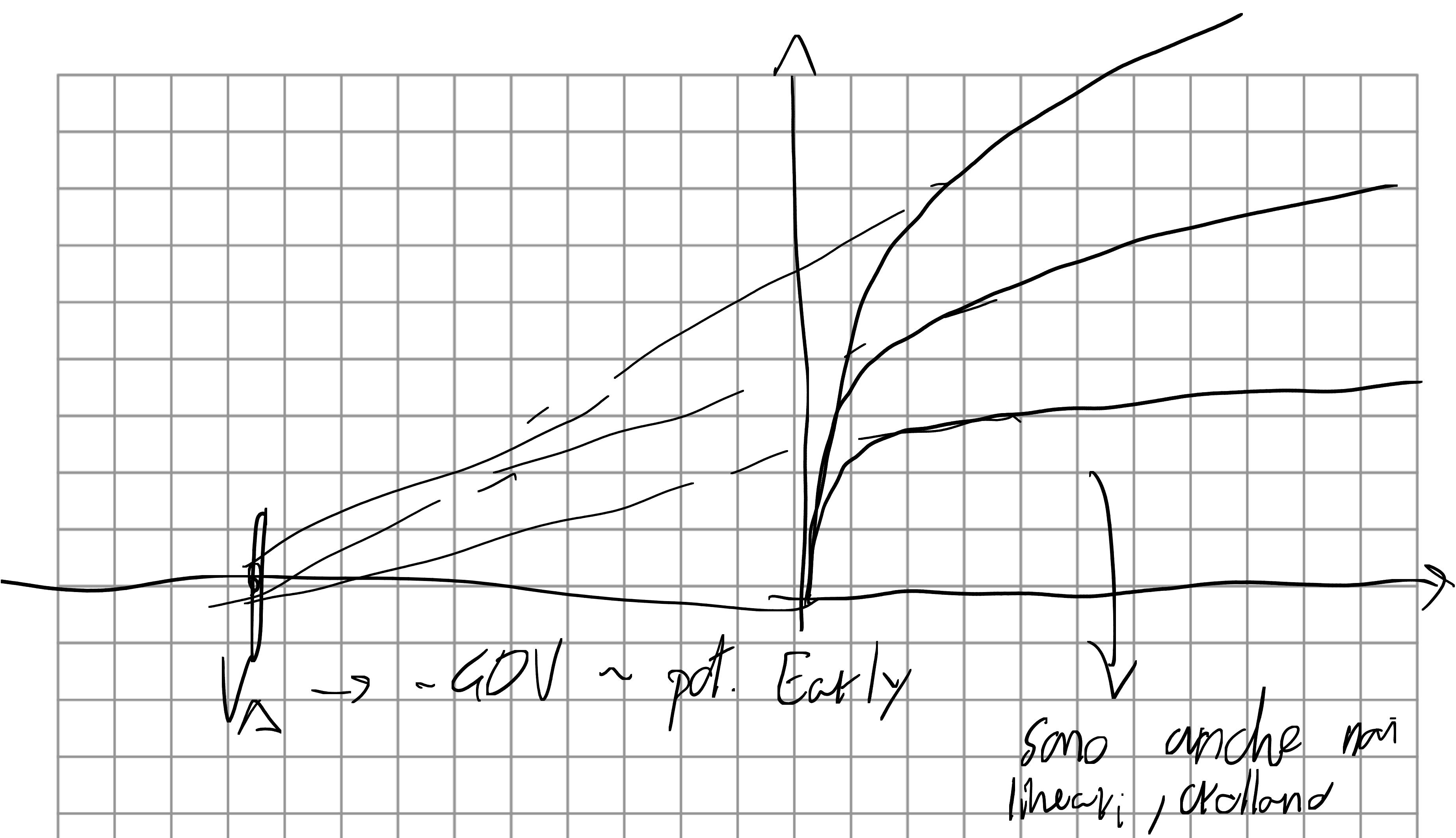
caratteristica d'usata



sono complicati

I BJT presentano
 capacita' (delle giunzioni)
 e resistenze (agli elettrodi)
 piu' dipendenze dalla temperatura di β .

Deviano molto dal comportamento ideale e dipendono strettamente dalla corrente che vi passa attraverso, hanno anche feedback forte.



- Studio circuito con BJT.

1. Cerco punto di lavoro - studio parte DC

↳ Assumo maglia con V_{in} disaccoppiata da maglie di bias.

↳ Ottengo stima grossolana del punto di polarizzazione del trnistor.

- Problemi dei circuiti con BJT (degli ampl. a BJT)

$$R_{in} < \infty$$

$$R_{out} > 0$$

$$\cdot \text{Gain} \approx 10 \left(\frac{R_C}{R_E} \right)$$

$R_E \rightarrow$ feedback neg. che blocca runaway termico del
transistor e aumenta di β con T

- Sistemi a più stadi:



ogni stadio influenza quella
successiva per il brutto match
tra R_{in} ed R_{out} .

- Δ AMPLIFICATORE IDGAZE.

Come lo voglio

- $R_{in} = \infty$

- $R_{out} = 0$

- $G = \frac{V_{out}}{V_{in}}$ regolabile
 $\gg 1$

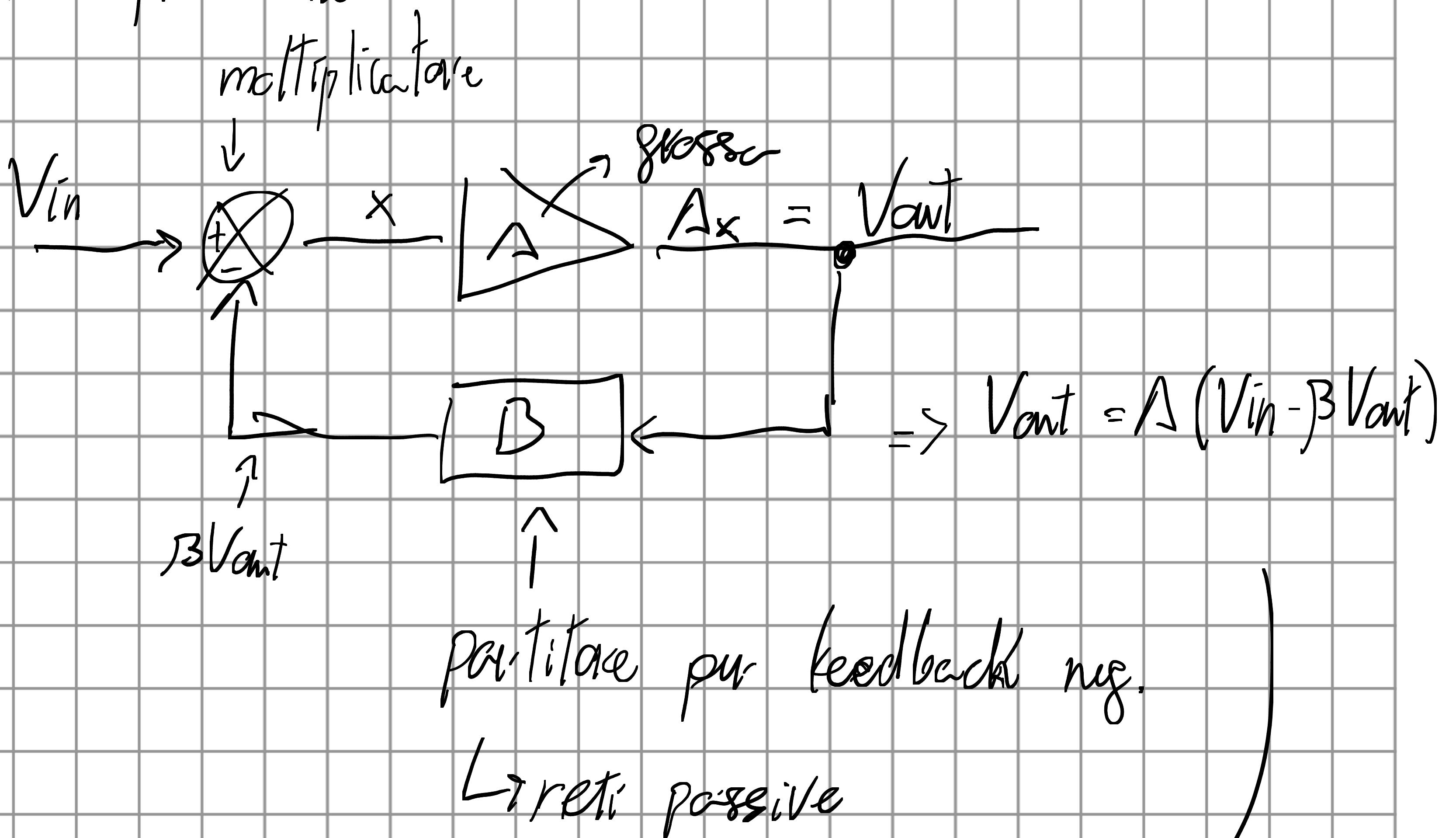
- $G(w) = \text{cost}$ o facilmente prevedibile

- Comportamento lineare.

- Indip. da T

- Soluzione: grossa amplificazione + feedback negativo prevedibile

Amplificatore fortissimo autoregolato con feedback neg.
Facilmente prevedibile.

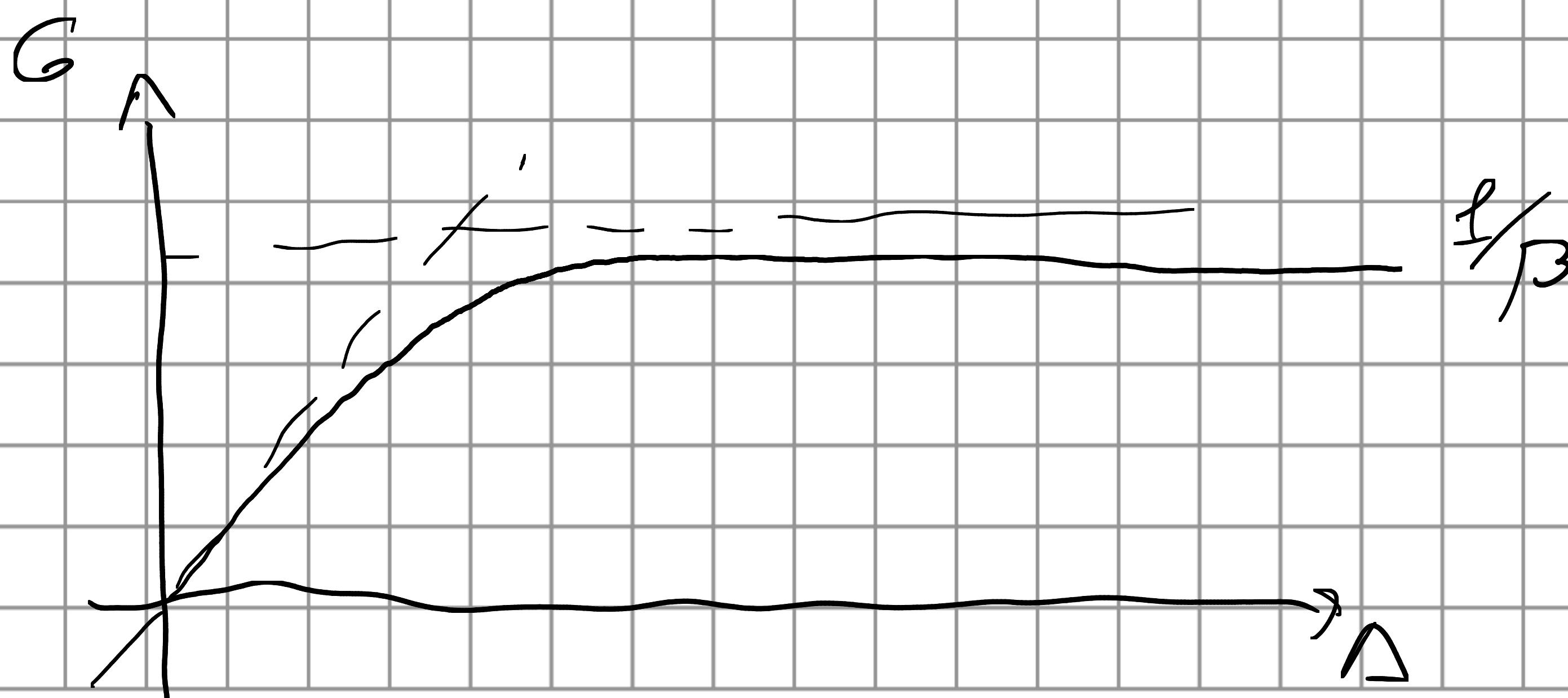


$$V_{out}(1 + \beta A) = A V_{in}$$

$$V_{out} = \frac{A}{1 + \beta A} V_{in}$$

open loop gain

$G \rightarrow$ closed loop gain \sim loop di feedback!

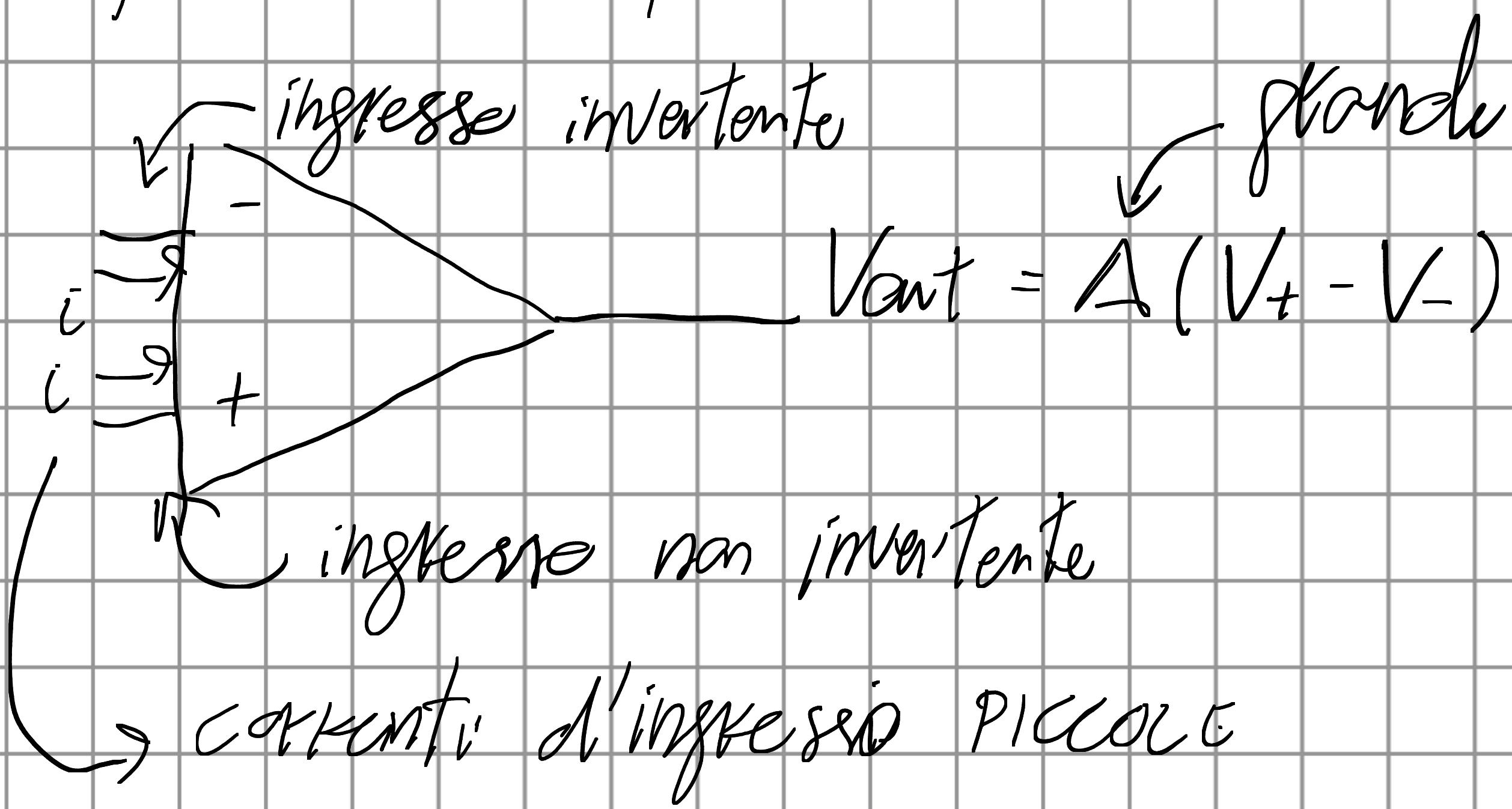


Trasferisco la risposta dell'amp. alla rete di feedback

→ l'importante è che metto $A > 1$ dove, grazie al feedback, $G \propto \frac{1}{\beta}$ (w. grafico prima).

$$G = \frac{A}{1 + \beta A}$$

- Implementazione pratica



OAMP ideal $A = \infty$ e $i = 0$

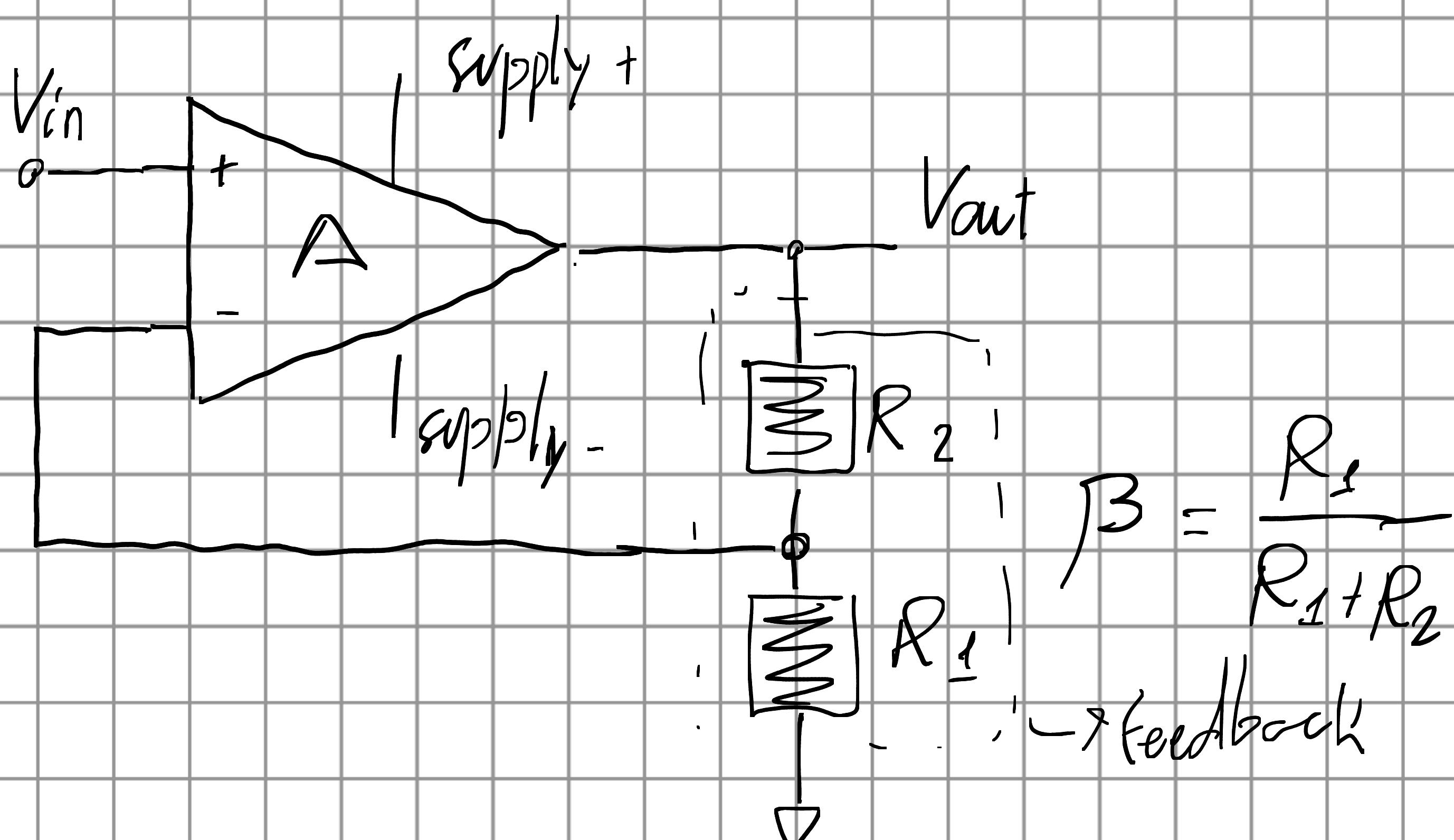
ampli infiniti
non costituisce corrente

Non idealità

$$A < \infty$$

$$i > 0$$

- Amplificatore non-invertente.

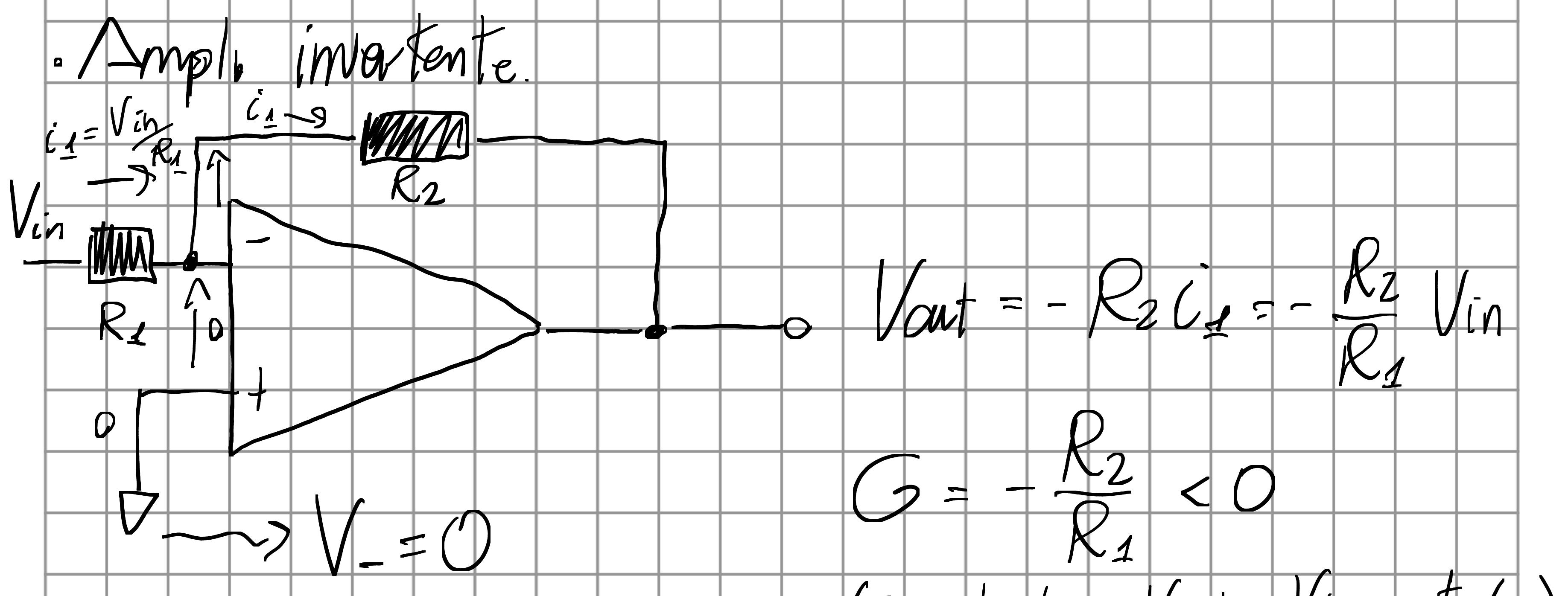
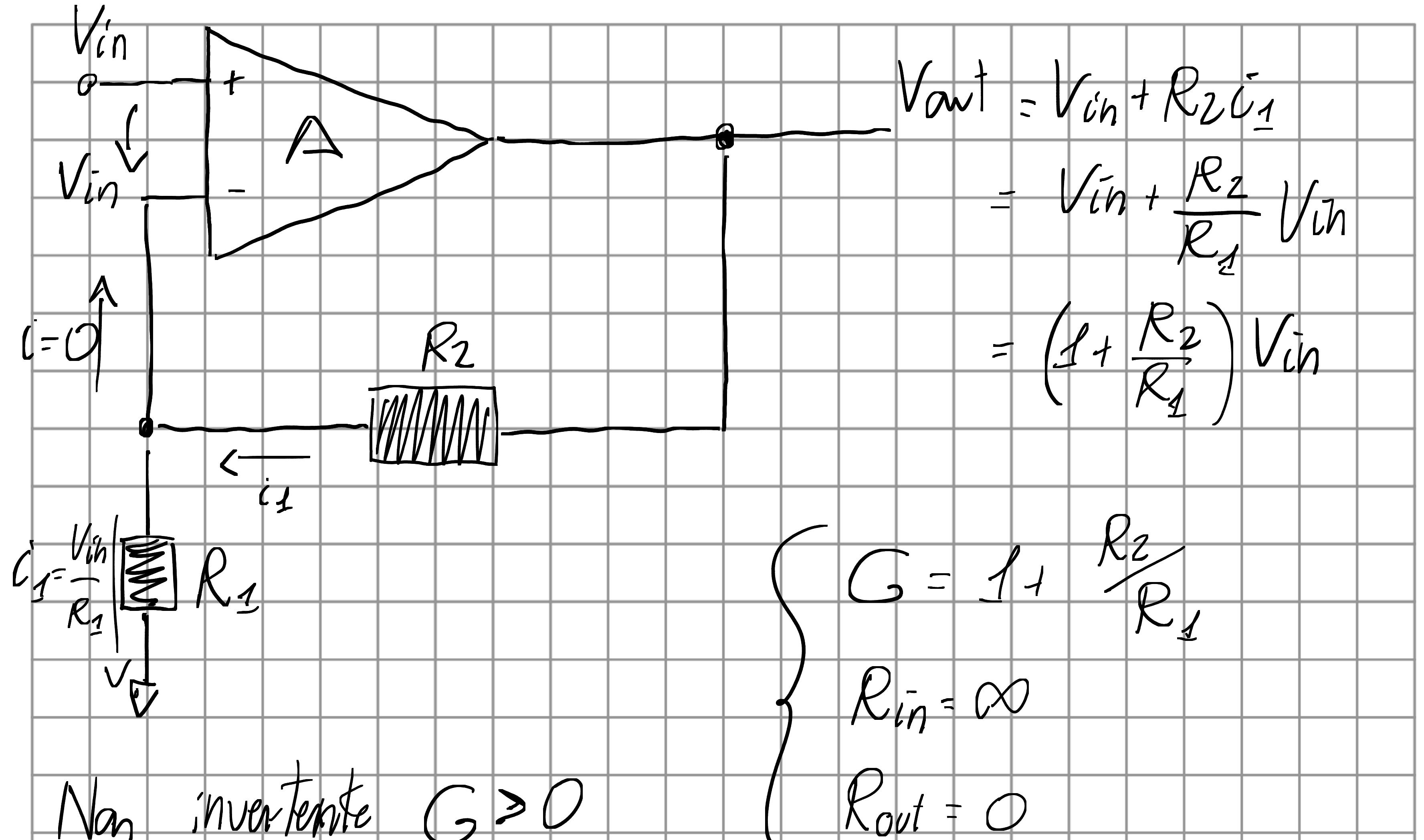


- Regole generali di analisi usando le:
 "REGOLE D'ORO DEGLI OPAMP".

1. $V_+ = V_-$ (Se feedback negativo)

2. zero cortante in output.

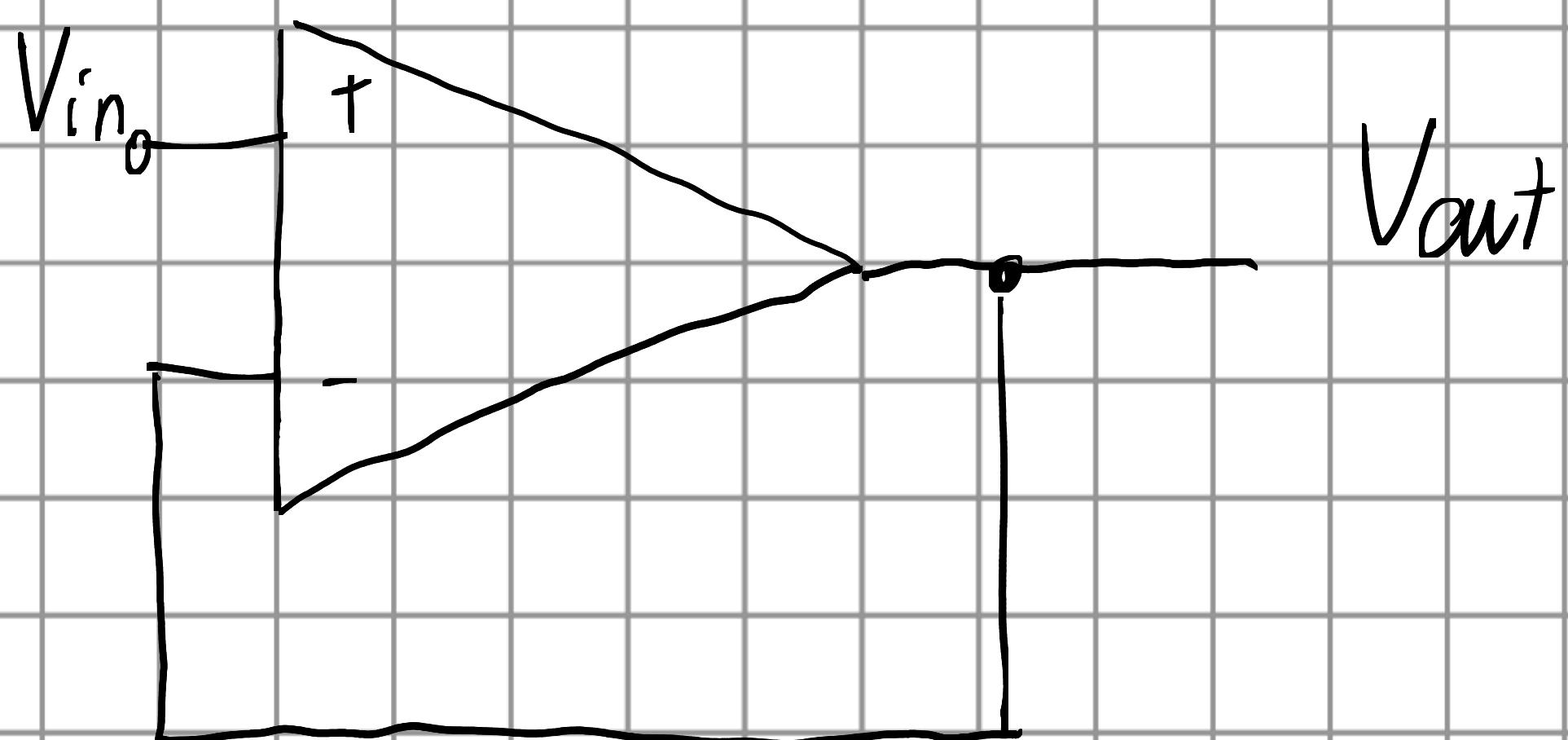
(Oss: $i_{out} \neq 0 \rightarrow$ OAMP è alimentato, funziono con alimentazione DUALIS ($+5, -5$)V)



$$R_{in} = R_1$$

$$R_{out} = 0$$

- BUFFERE (NON INVERTENTE)

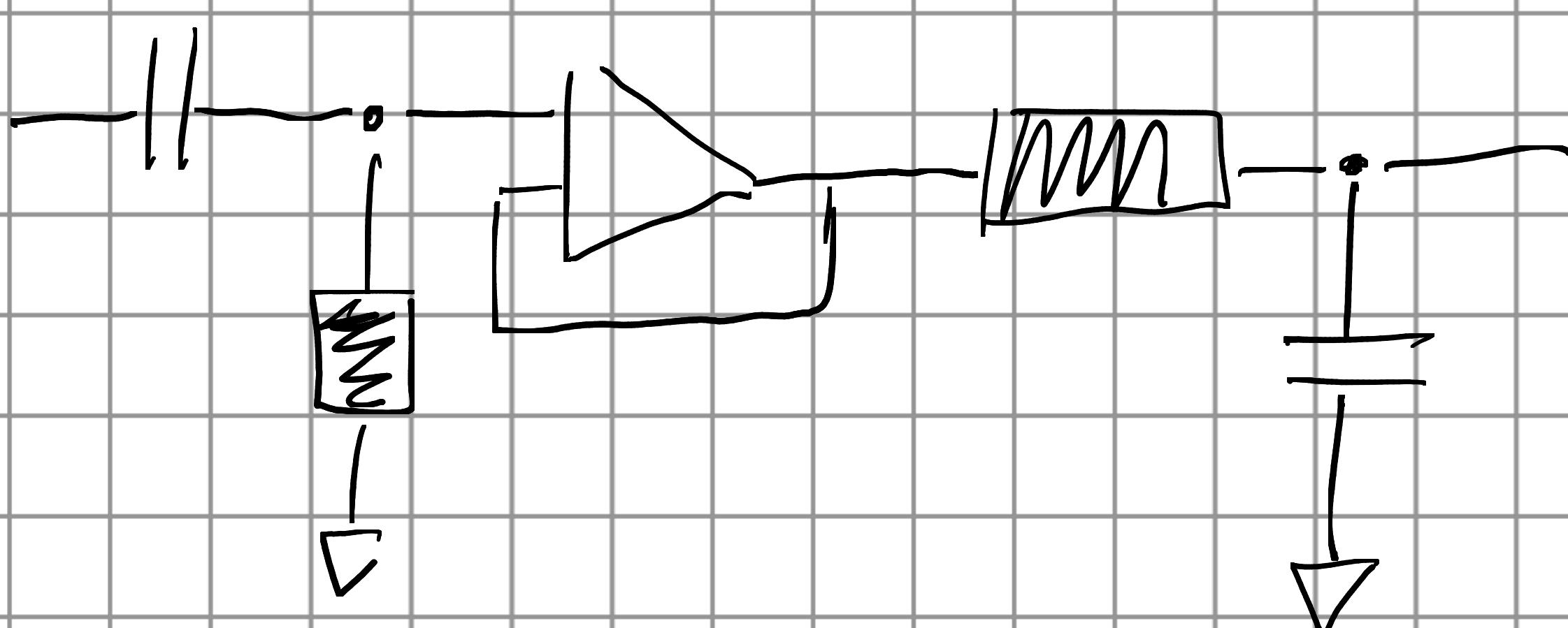


$$I^* \text{ leg. d'ara: } V_+ = V_- \Rightarrow V_{\text{out}} = V_{\text{in}}$$

Usata che riproduce l'ingresso \rightarrow per disaccoppiare
maggie dipendenti

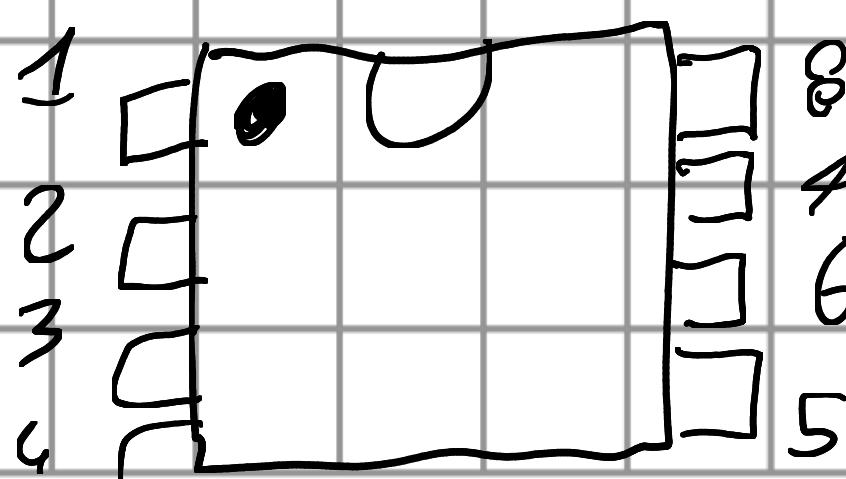
(modifica
CRRC)

$$R_{\text{in}} = \infty, R_{\text{out}} = 0$$



non assorbe
capacitante e
ne ridea quanta
me ne pone.

DUAL INLINE PACKAGE 8 (PIN) \rightarrow DIP 8

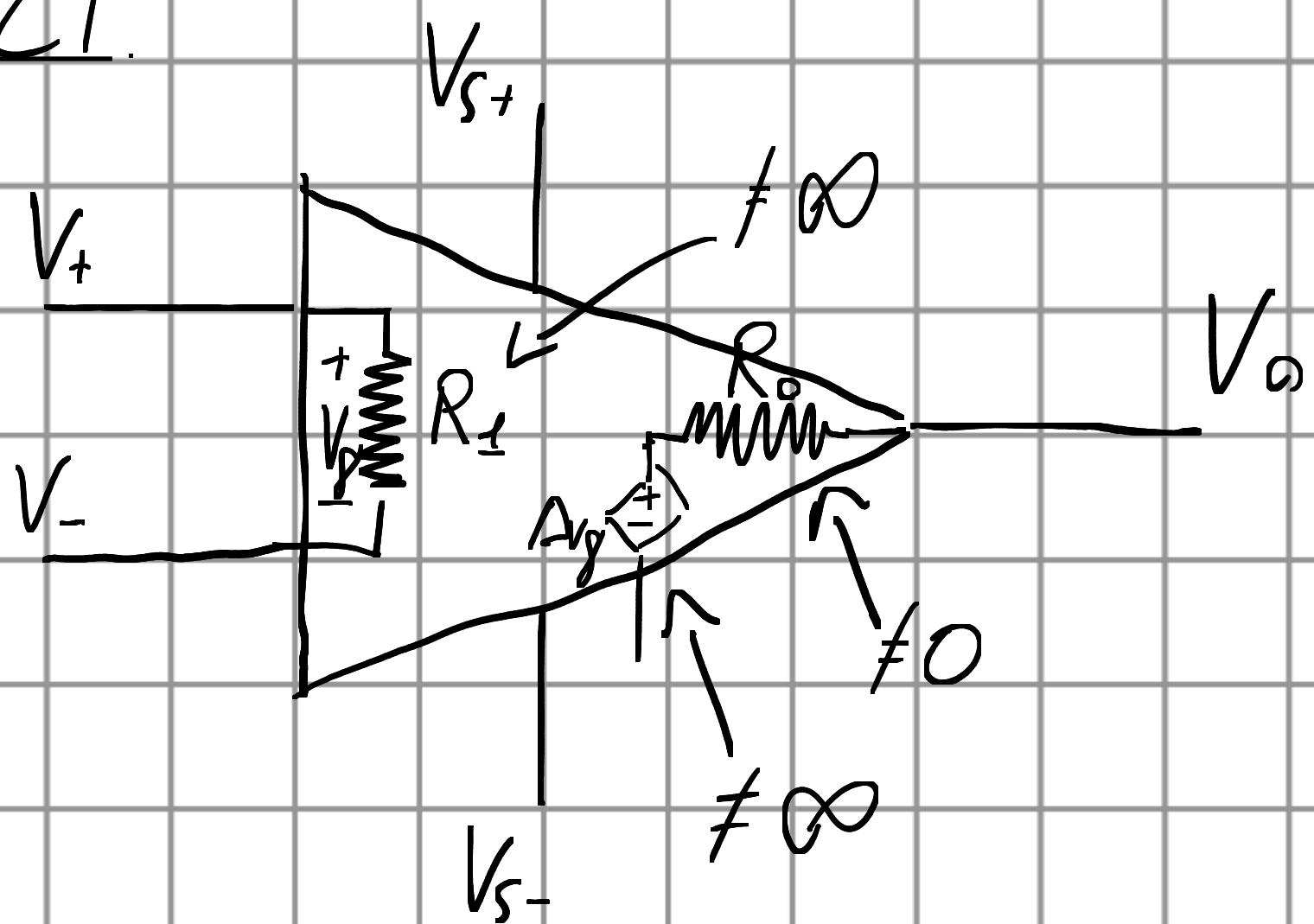


Pin si contano cercando in senso antiorario
partendo dalla rientrante o dal galluzzo

2.56 mm \rightarrow $\frac{1}{10}$ inch \rightarrow 100 minch

Lez 05 (17/10/2025)

OPAmp REALI.



i) Ha resistenza di ingresso finita: $R_i < \infty$

ii) " uscita non nulla

iii) Amplif. finita

- Non idealità:

i) Abbattute dal feedback (classe)

ii) Altre restano

iii) Altre sono volute \rightarrow Buffer \rightarrow autocou.

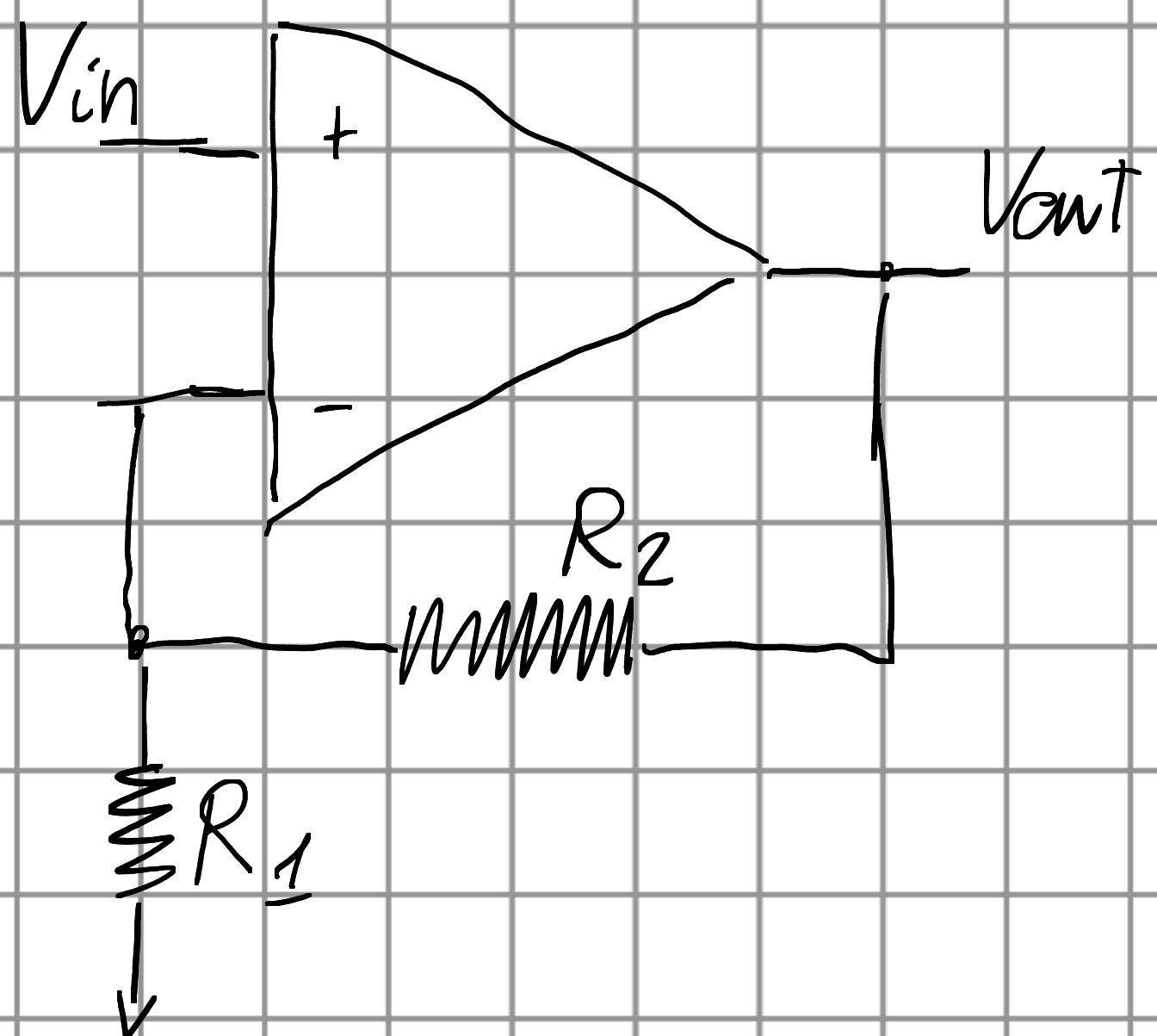
\Rightarrow servono modifiche nell'integrato per risolvere i problemi.

OpAmp → tecnologia CMOS, con trans. FET

- Non idealità, elenco:

1. Offset voltage → circuito ingresso [non simmetrico]

feedback entra sempre su $-$:



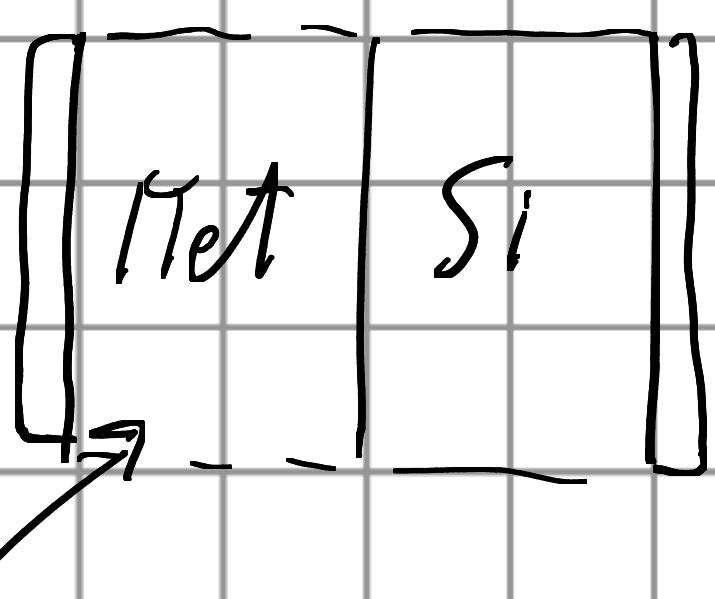
$$V_{out} = A(V_+ - V_- + V_{os})$$

$$V_{out} = G(V_{in} + V_{os})$$

non ideali non risalta dal feedback

Offset → Transistor non ignora $+ e -$ che si bilanciano gli ingressi da una parte o l'altra.

FET:

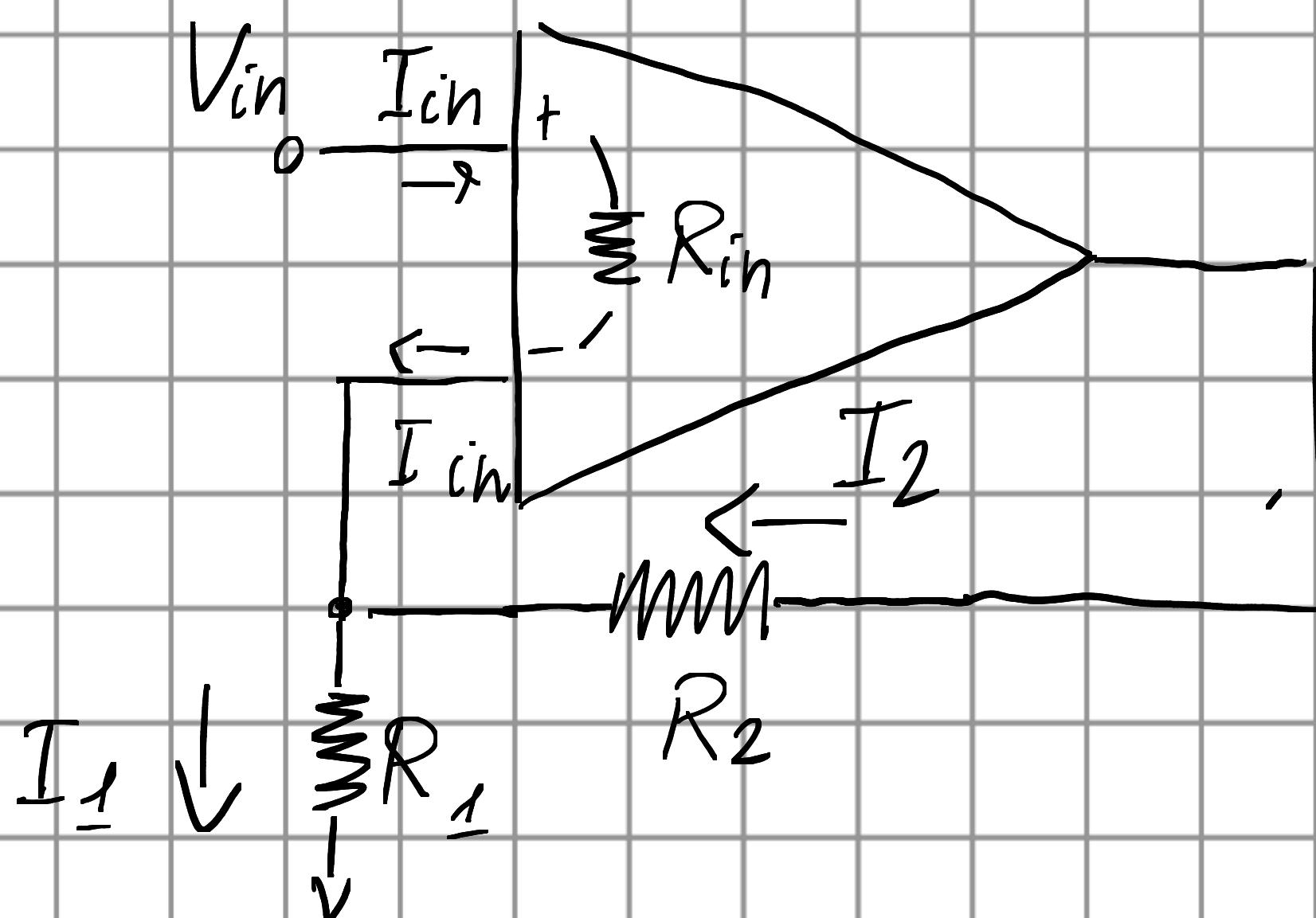


(MOS FET)

controllo carica
at will

elettrodi (capacitor-like)
uso per modulare condutività
del Si.

2. Res. ingresso (risultato al I° ordine)



I° golden rule:

$$V_+ \neq V_-$$

$$V_+ = V_- + R_{in} I_{in}$$

$$\Rightarrow I_2 \neq I_1$$

- Provare a risolvere in forma chiusa.

- Stima al I° ordine \rightarrow assume tutto ideale (no offset, perciò $\Delta < \infty$) tranne R_{in}

$$V_{out} = G V_{in}$$

$$\hat{G} = \frac{A}{1 + \beta A}$$

$$\text{Chiamando } \Delta V = V_+ - V_-$$

$$\text{Parto da } \Delta = \infty$$

$$\Delta V = \frac{V_{out}}{A} \quad \text{se } \Delta < \infty \text{ ha } \Delta V \neq 0$$

$$I_{in} = \frac{\Delta V}{R_{in}} = \frac{V_{out}}{\Delta R_{in}} = \frac{G V_{in}}{\Delta R_{in}}$$

$$\Rightarrow \frac{V_{in}}{I_{in}} = \frac{R_{in} \Delta}{G} = (1 + \beta \Delta) R_{in} \underset{\Delta \gg 1}{\sim} \beta \Delta R_{in}$$

se $\Delta \gg 1$ ponendo $R_{in} < \infty$

\hookrightarrow guadagno di chiusura

- Esercizio: ($A = \text{open loop gain}$)

$$\frac{V_{in}}{I_{in}} = R_{in} \left[1 + \beta \left(A + \frac{R_2}{R_{in}} \right) \right]$$

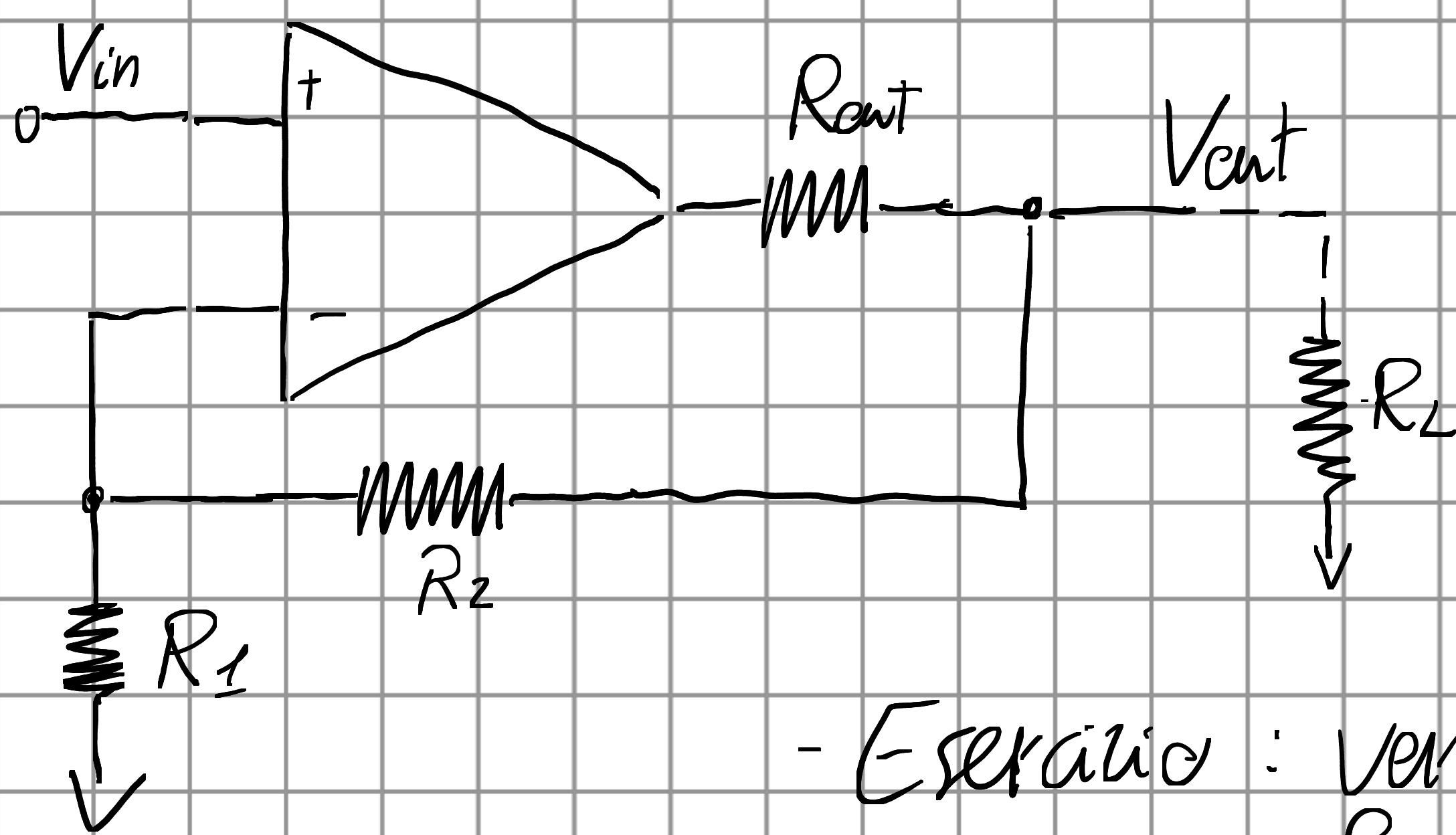
Risoluzione senza regole d'oro

verificare con
 $A \rightarrow +\infty$

- Questa non idealità soppressa da feedback ed amplificazione.

3. Res. di usita:

se aggiungo carico



Feedback che risolve cose

- Esercizio: Verificare che per $A \rightarrow +\infty$
Rout non cambia il comportamento dell'amplificatore.

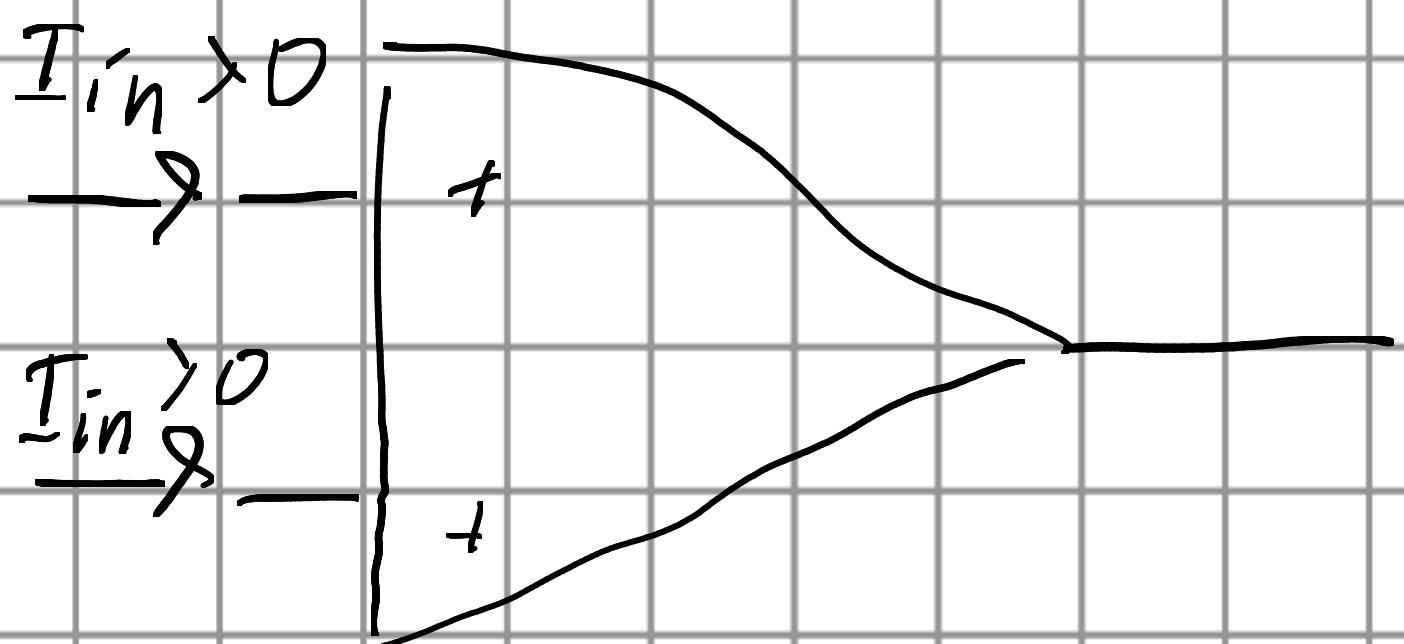
! →

- In pratica: limite concreto è corrente max ~ 10mA

Se $I > 10mA$ OpAmp non funziona:

- no Golden Rule
- no feedback

4. Corrente di bias: OpAmp assorbe o fornisce corrente.



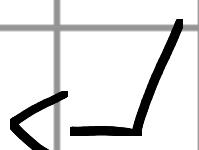
Alimentazione su rails

Gli OpAmp non ammettono
in genere rail-to-rail

Vedi imm. con OpAmp a 6 transistor Bare-Bone

2 tr. in ingresso \rightarrow coppia differenziale

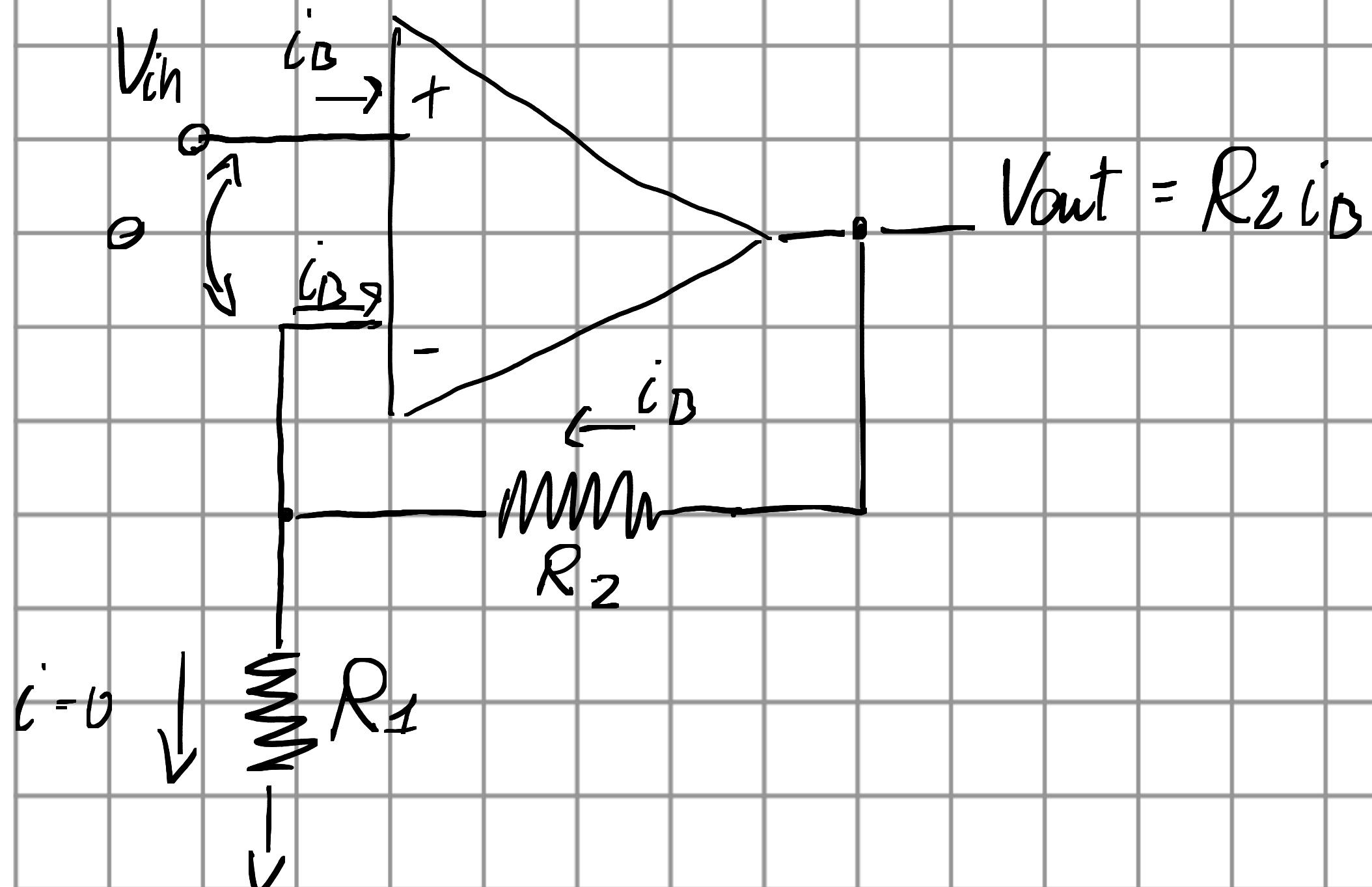
risponde bene a
differenze, ma non
a variaz. sincrone.



W. anche spettro di
corrente.

OpAmp a Fet \rightarrow bassa I_{in} perché sono FET \sim condensatori

- Corrente di bias \rightsquigarrow offset.



Anche con $V_{in} = 0$
 $\Rightarrow V_{out} = 0$

\Rightarrow di fatto ottengo
offset.

$$V_{out} = R_2 i_B \neq 0$$

$$I = \frac{G}{G} R_2 i_D$$

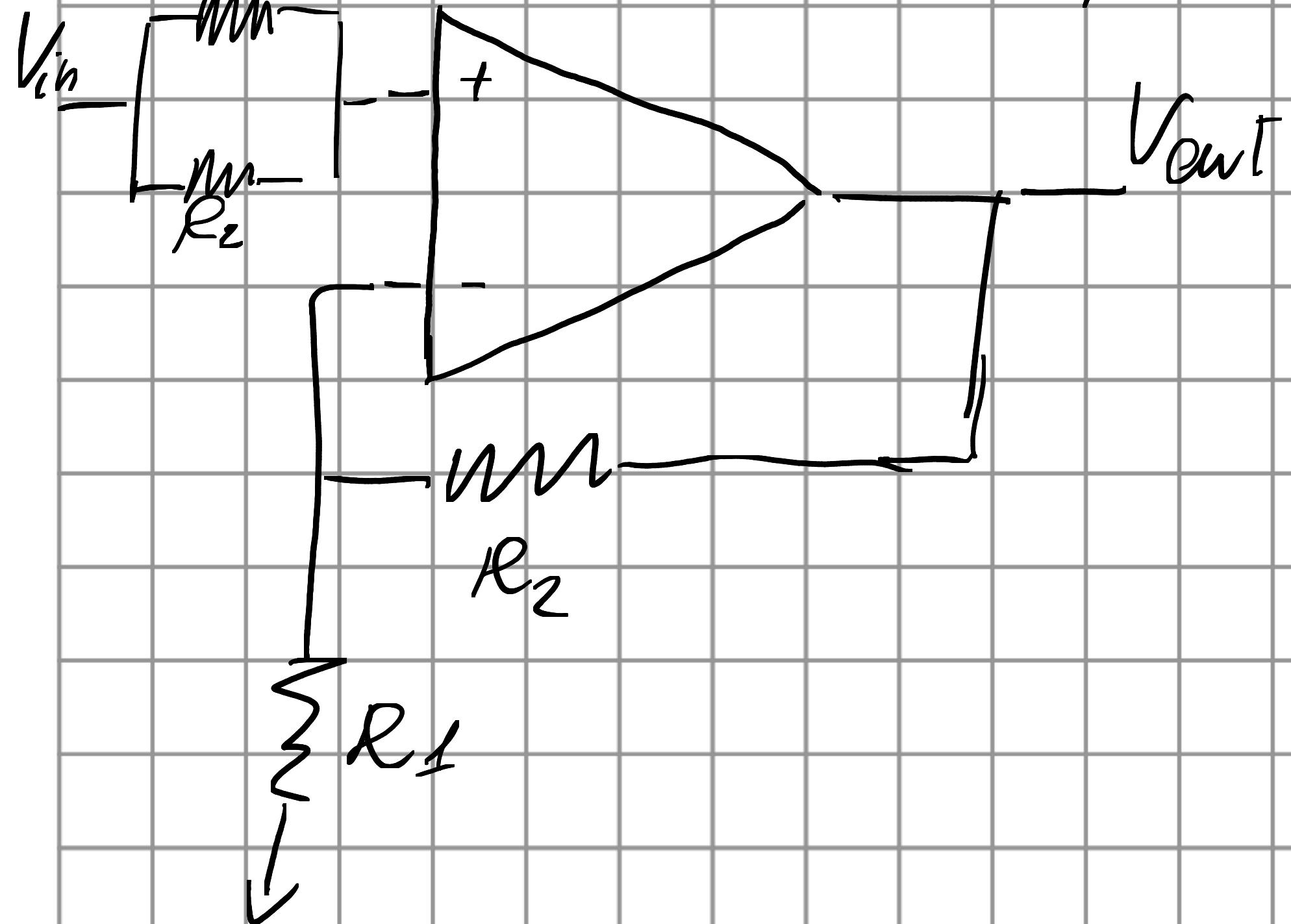
$$I = G \frac{R_1}{R_2 + R_1} R_2 i_B$$

$$I = G \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} i_B$$

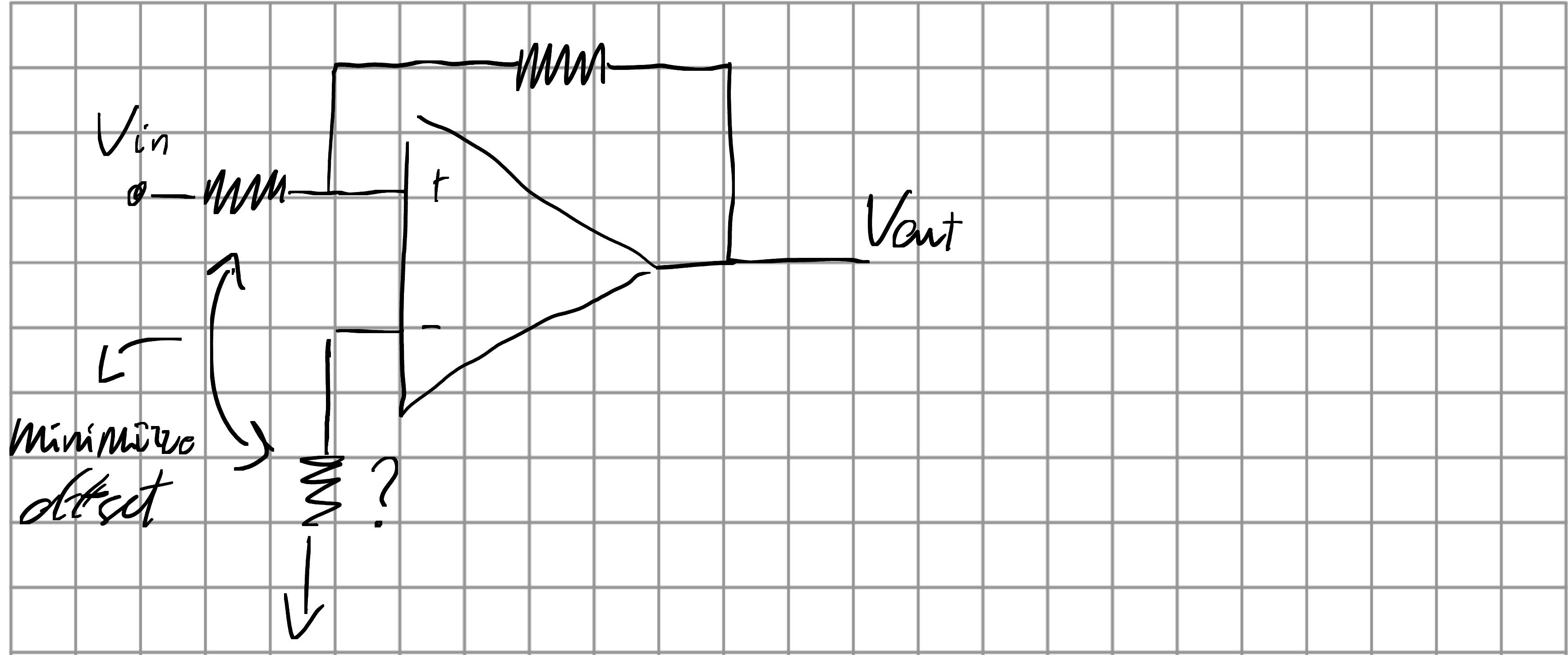
V_{offset} = parallelo tra R_2 ed R_1

- Risolvo con seguente config.

$R_1 \rightarrow$ resistenze di compensazione



- Capita anche in OpAmp invariante.



5. Il modello efficace (altri effetti e passato)

w. immagine (modello non accurato, nel senso non realistico)

- Non è detto che variando V_+ e V_- della stessa quantità, non cambi la corrente

- In common mode \rightarrow ha piccola ampl.

\hookrightarrow OpAmp non perfettamente differenziali

\rightarrow compensation in frequenza

$$- \Delta(W) = \frac{\Delta_0}{1 + jW^2_0} \rightarrow \text{OpAmp hanno un lage int config. a passo basso}$$

\hookrightarrow OpAmp tante capacità parassite.
 $\uparrow W \rightarrow$ uscite sfocate.

\Rightarrow Ecco il collapse l'ompl. ad alte freq.

- In generale avrò $\Delta(\omega)$ e $\beta(\omega)$, perciò:

$$G(\omega) = \frac{A(\omega)}{1 + \beta(\omega)\Delta(\omega)} \quad (*)$$

Se ho slavamento dovuto ad $\Delta(\omega)$ di 180° posso arrivare a feedback positivo.

MARGINI DI FASE E DI GUADAGNO

Obiettivo: fare in modo che (con $\beta > 0$ e $\beta < 1$, feedback con partitore) OpAmp non autocat.ii.

2 possibili condizioni:

1. $\Delta(\omega) = |\Delta(\omega)| e^{i\varphi(\omega)}$

Voglio arrivare a $\varphi(\omega) = \pi$ quando $|\Delta| < 1$

(quando è impossibile mandare a 0 il den in $(*)$)

Def. GAIN MARGIN

$$\frac{1}{|\Delta_{\text{des}}|}$$

2. Voglio arrivare a $|\Delta| = 1$ quando φ non è ancora π

Def. PHASE MARGIN $\tilde{\pi} - \varphi(w_f)$

- I 2 numeri definiti ci dicono quanto siamo lontani dai guai.

Lez 06 20/10/2025

- DESIGN WITH OPAMP AND ANALOG IC

Scigno Franco

McGraw Hill (così editrice)

- THE ART OF ELECTRONICS (Per usare l'elettronica)

- PHYSICS OF SEMICONDUCTORS -

Sze - Wiley (così editrice)

- SEMICONDUCTOR DEVICE FUNDAMENTALS

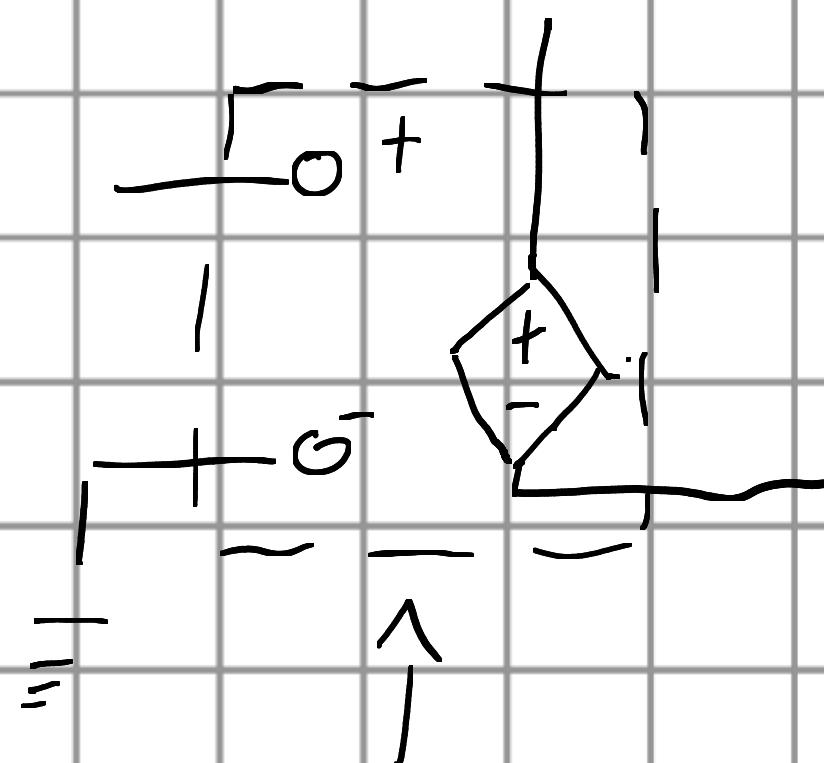
- Pierret , Pearson (così editrice)

(Hillman → per citarne i Transistor)

ANCORA NON IDEALITÀ

Large

$$V_{\text{out}} = \Delta_d (V_+ - V_-) + \underbrace{\Delta_{\text{CM}} (V_+ + V_-)}_{\approx 0}$$



amplificatore controllato da 2 ingressi diff.

$\frac{\Delta_{\text{CM}}}{\Delta_d}$ = reiezione di modo comune

è misura del ampl. di common-mode rispetto ampl. differenziale.

- L'amp. prima o poi inizia a sfasare.

- In generale $\rightarrow W_0 = \alpha + j\beta \rightarrow$ polo di $V_{\text{out}}(W)$

$\hookrightarrow \beta < 0 \Rightarrow$ ho oscillatore

- OpAmp con feedback resistivo con $\beta < 1$, per non avere autoosc. ha:

$$\left. \begin{array}{l} |\Delta(W_1)| = 1 \\ Q(W_1) < \pi \end{array} \right\}$$

Margine di fase

cond. da rispettare per non avere autoosc.

$$\left. \begin{array}{l} Q(W_{\tilde{n}}) = \pi \\ |\Delta(W_{\tilde{n}})| < 1 \end{array} \right\}$$

Margine di gain

$$A(w) \approx \frac{A_0}{1 + jw\tau_0}$$

DC

approx
di polo dominante

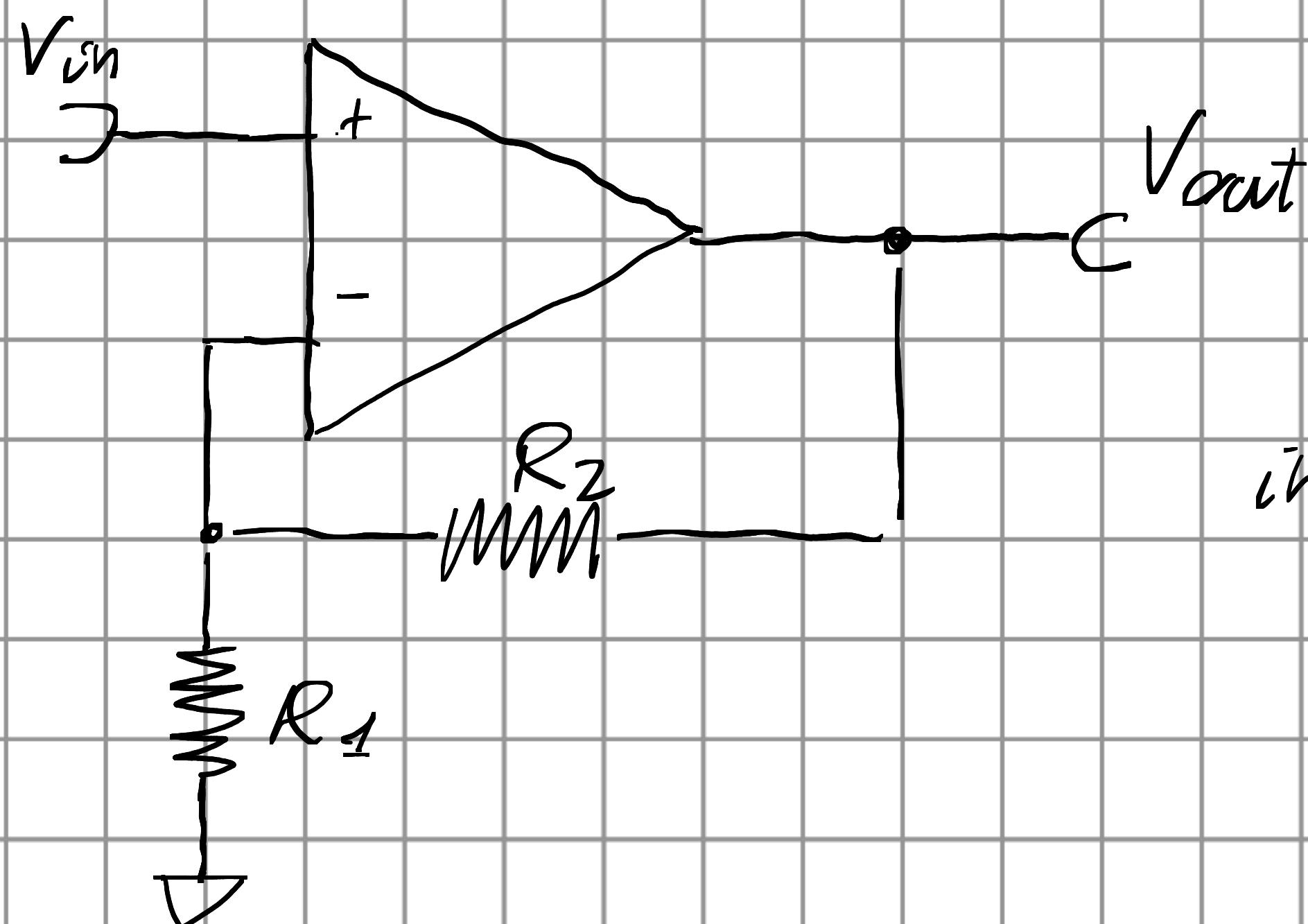
guarda w₀ dominante

l'effetto dell'altro lo
vedo a freq. molto
più alta.

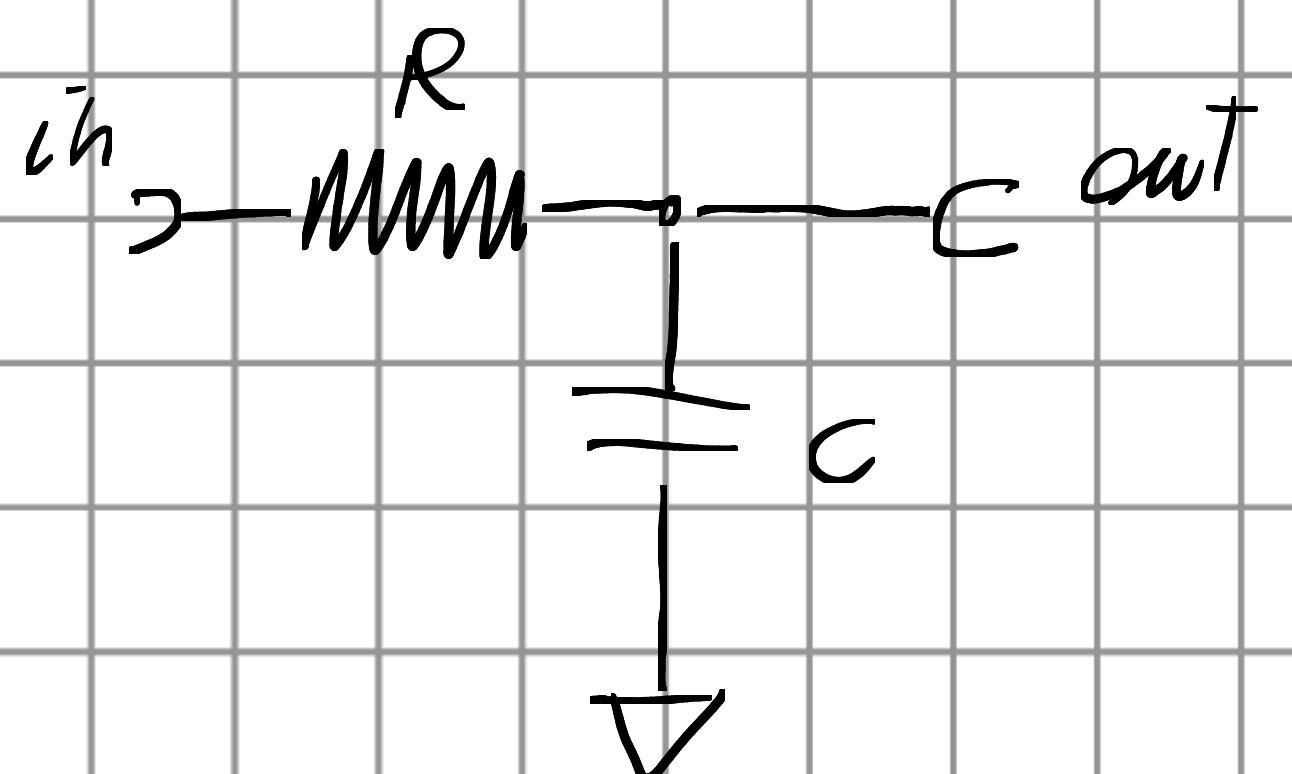
CONSEGUENZE:

i) Prodotto BANDA × GUADAGNO

Più amplifico, prima OpAmp taglia



Per studiare questi circuiti servirebbe la trasformata di Laplace



$$V_{out} = \frac{V_{in}}{1 + jw\tau}$$

$$e^{+jw_0 t} = e^{-t/\tau_0} \Rightarrow w_0 = \frac{1}{\sqrt{\tau}}$$

$$\beta = \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

$$G(W) = \frac{A(W)}{1 + \beta A(W)}$$

\hookrightarrow Assumo risposta in freq.
non banale.

$$\frac{\frac{A_0}{1 + jW\tau}}{1 + \frac{\beta A_0}{1 + jW\tau}} = \frac{A_0}{1 + jW\tau_0 + \beta A_0}$$

$$= \frac{A_0}{1 + \beta A_0} \cdot \frac{1}{1 + \frac{jW\tau_0}{1 + \beta A_0}}$$

polo Traslat

$$= G(0) \cdot \frac{1}{1 + \frac{jW\tau_0}{1 + \frac{G(0)}{A_0}}}$$

in DC

log G

G(0)

f_T cut off Frequency

$$f_T = \frac{1}{2\pi\tau} = \frac{A_0}{2\pi G(0)\tau_0}$$

di polo
dominante

log f

$$\Rightarrow G(0) S_T = \frac{A_0}{Z_L Z_0} = \boxed{G \text{BW P}} \rightarrow \text{product}$$

gain bandwidth \sim cut-off freq.

$\Rightarrow S \uparrow \Rightarrow \beta \downarrow$ se esce da bandwidth

Oss: $G(\theta) = \frac{1}{\beta} = 1 + \frac{R_2}{R_1}$ se $A(w) \gg \frac{1}{\beta}$

S_T non sarà uguale perché polo dominante è solo un'approx

LIMITE NON LINEARE

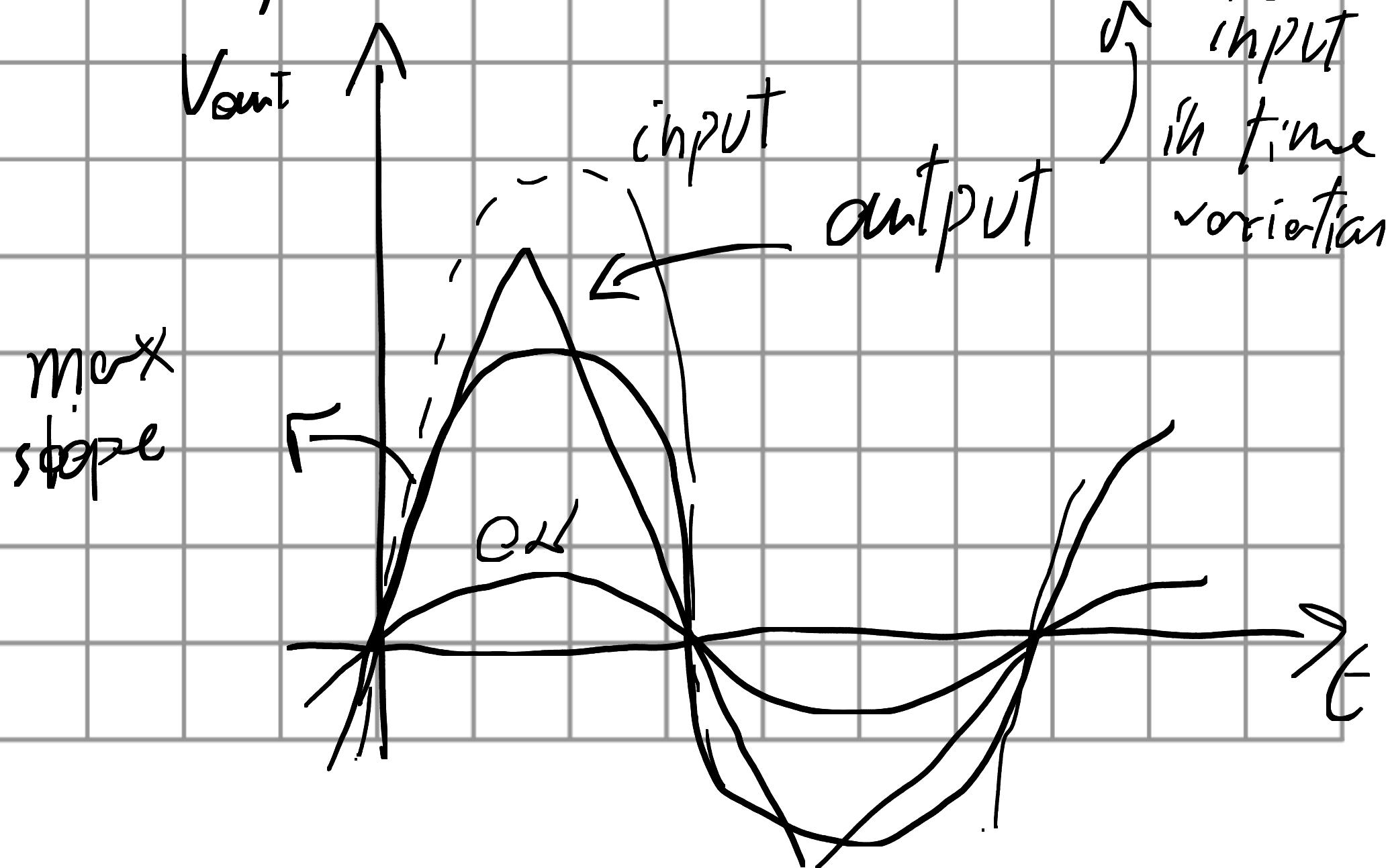
"Slew RATE" $\rightarrow \frac{dV_{out}}{dt}$ ha limite superiore

\hookrightarrow limite su velocità

$$\Rightarrow \left| \frac{dV_{out}}{dt} \right| < \text{limite sup.}$$

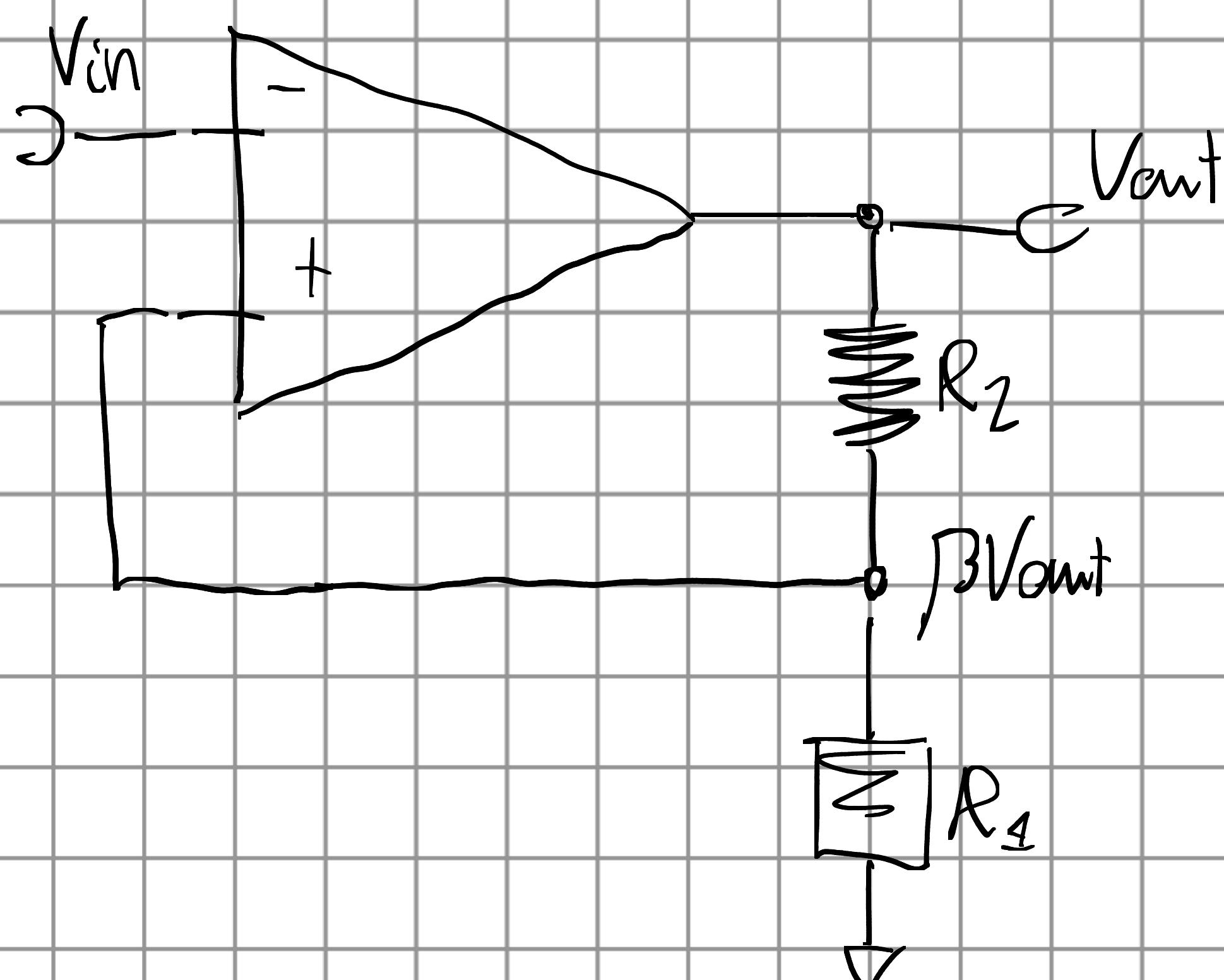
OpAmp non riesce a seguire

\uparrow input
in time variation



• OPAmp \rightarrow FEEDBACK POSITIVO (II^o parte esperienza)

- Oscillatore \rightarrow multivibratore a stadi



Soluzione

$$V_{\text{out}} = \frac{V_{\text{in}}}{\beta}$$

\rightarrow instabile

Se $V_{\text{out}} > \frac{V_{\text{in}}}{\beta}$ \rightarrow diverge \rightarrow realtà
SATURAZIONE

per fluttuazioni

\downarrow
satura a V_S^+ o V_S^-

$$V_{\text{out}} + \epsilon$$

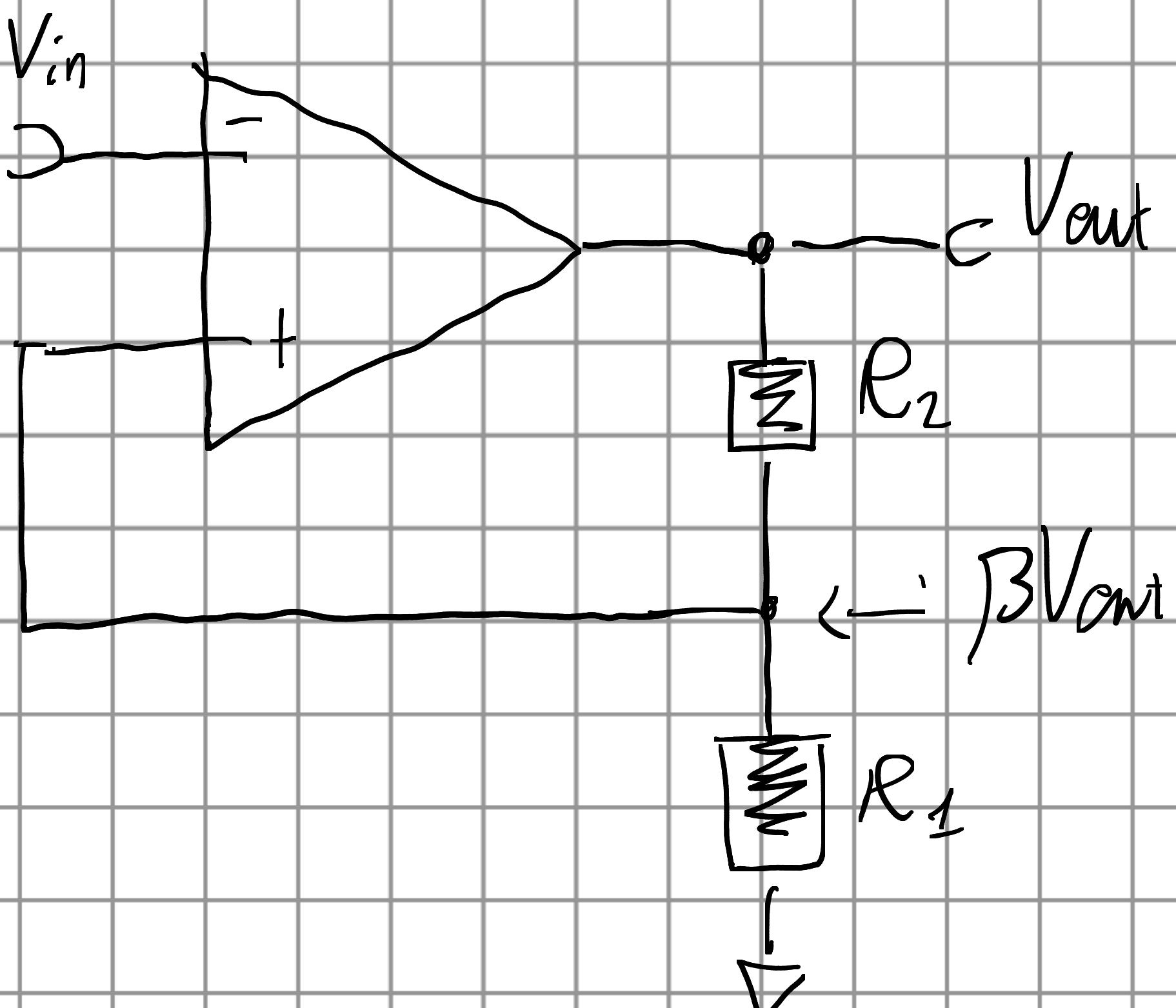
\hookrightarrow entra in '-' e viene ampl. Tantissimo
dal OPAmp

\hookrightarrow Perché ϵ entra in V_t

- No golden rule per feedback positivo:

1) Hyp \rightarrow OPAmp satura o a rail pos o neg.

vedo quindi prov' verificarsi questa condizione.



$$\beta = \frac{R_1}{R_2 + R_1}$$

No reg. d'alc

1. Ipotizzo saturazione

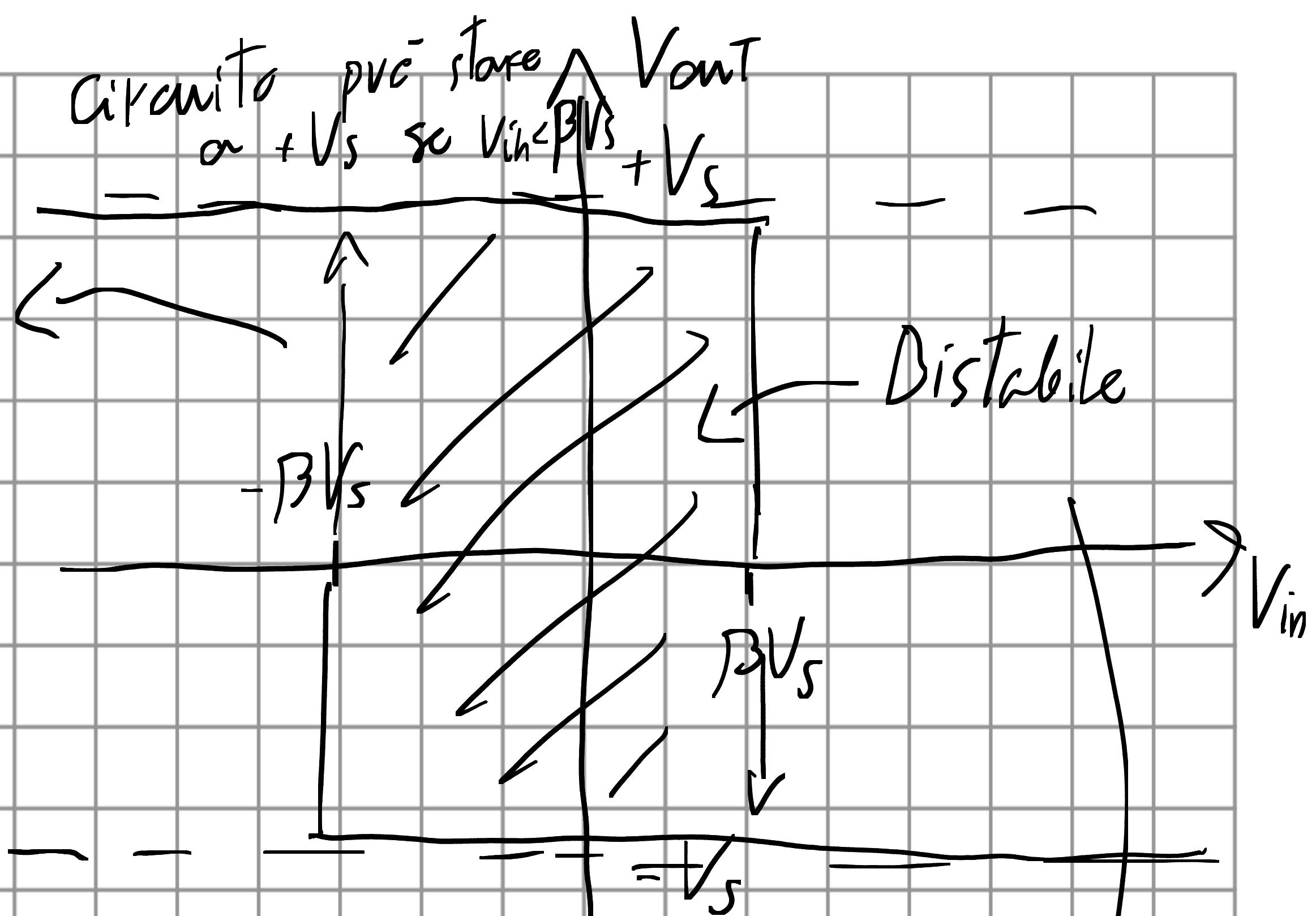
2. Verifichiamo se le condizioni si verifichino

• Caso A: $V_{out} = +V_s (+5V)$

\rightarrow richiede $V_+ > V_-$
(comparatore) \rightarrow satura a pos.

$$V_+ = \beta V_s$$

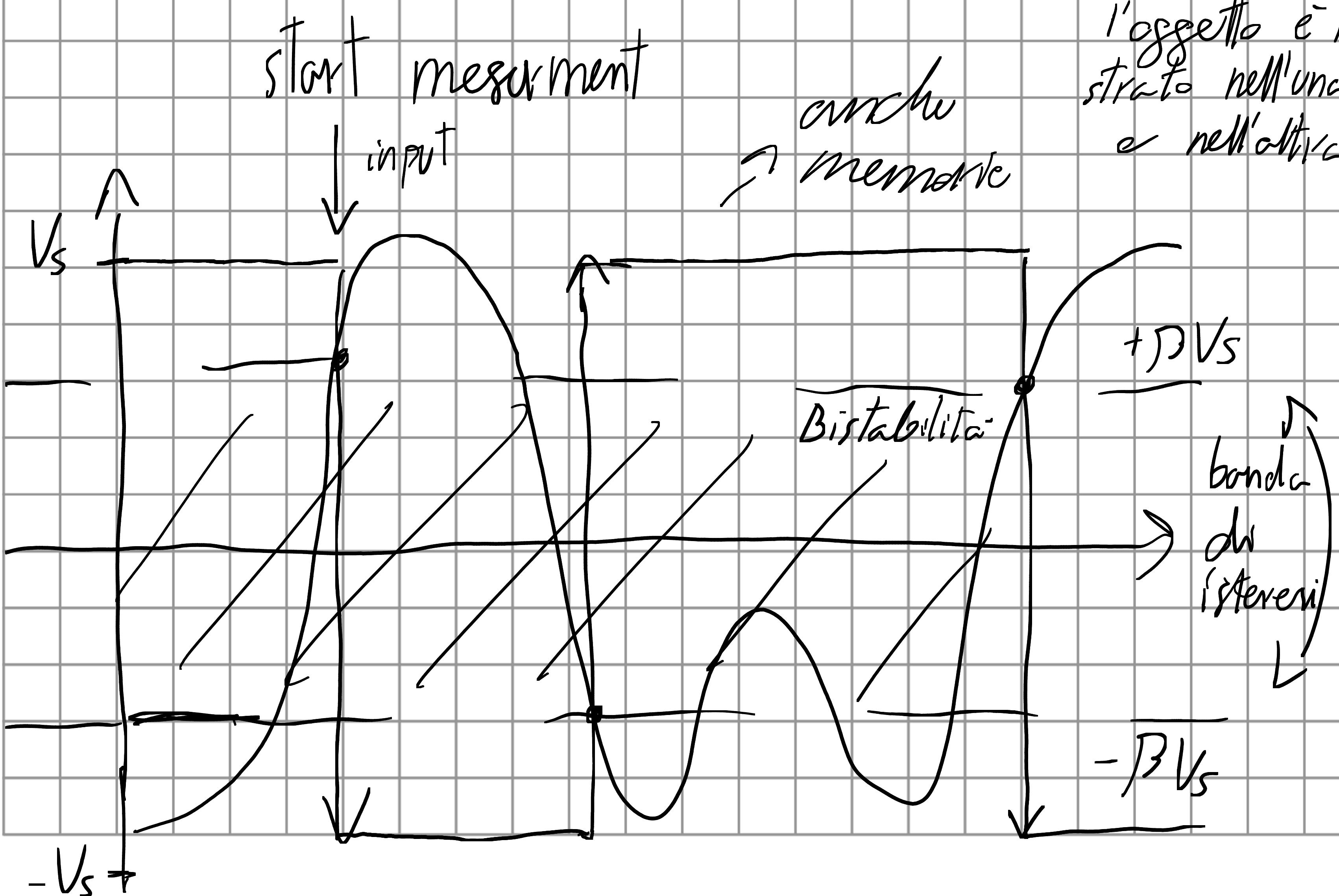
$$V_- = V_{in} < V_+ = \beta V_s \Rightarrow V_{in} < \beta V_s$$



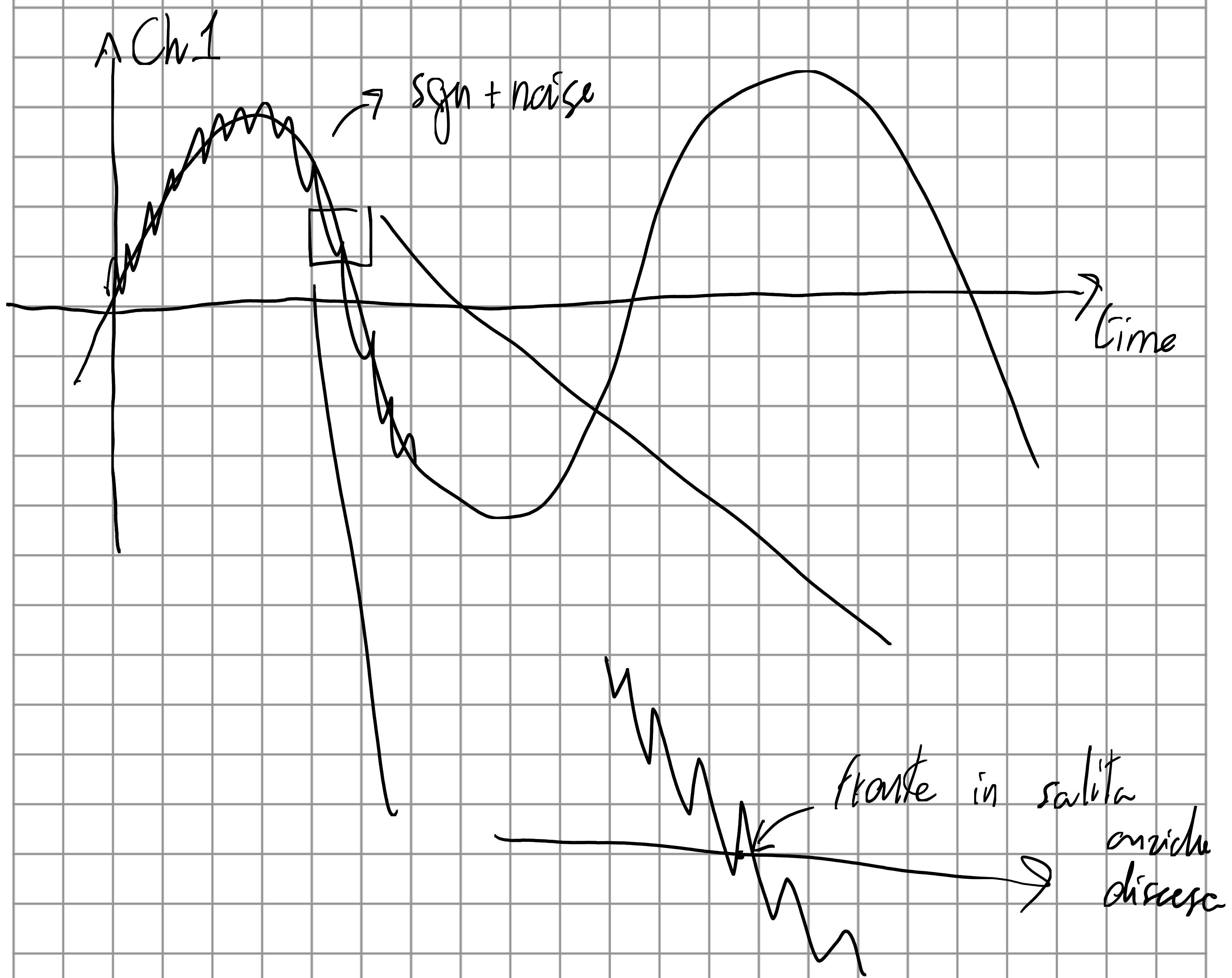
Caso B: $V_{out} = -V_s \Rightarrow V_- > V_+$

$$V_- = V_{in} \times V_t = -\beta V_s \Rightarrow V_{in} = -\beta V_s$$

non \exists entrambe
l'oggetto è inciso
nella una
o nell'altra



- Trigger analog discovery. \rightarrow parametro isteresi
- \hookrightarrow segn supera il salita livello di ddip \Rightarrow inizio misura.
- \hookrightarrow questo richiede isteresi

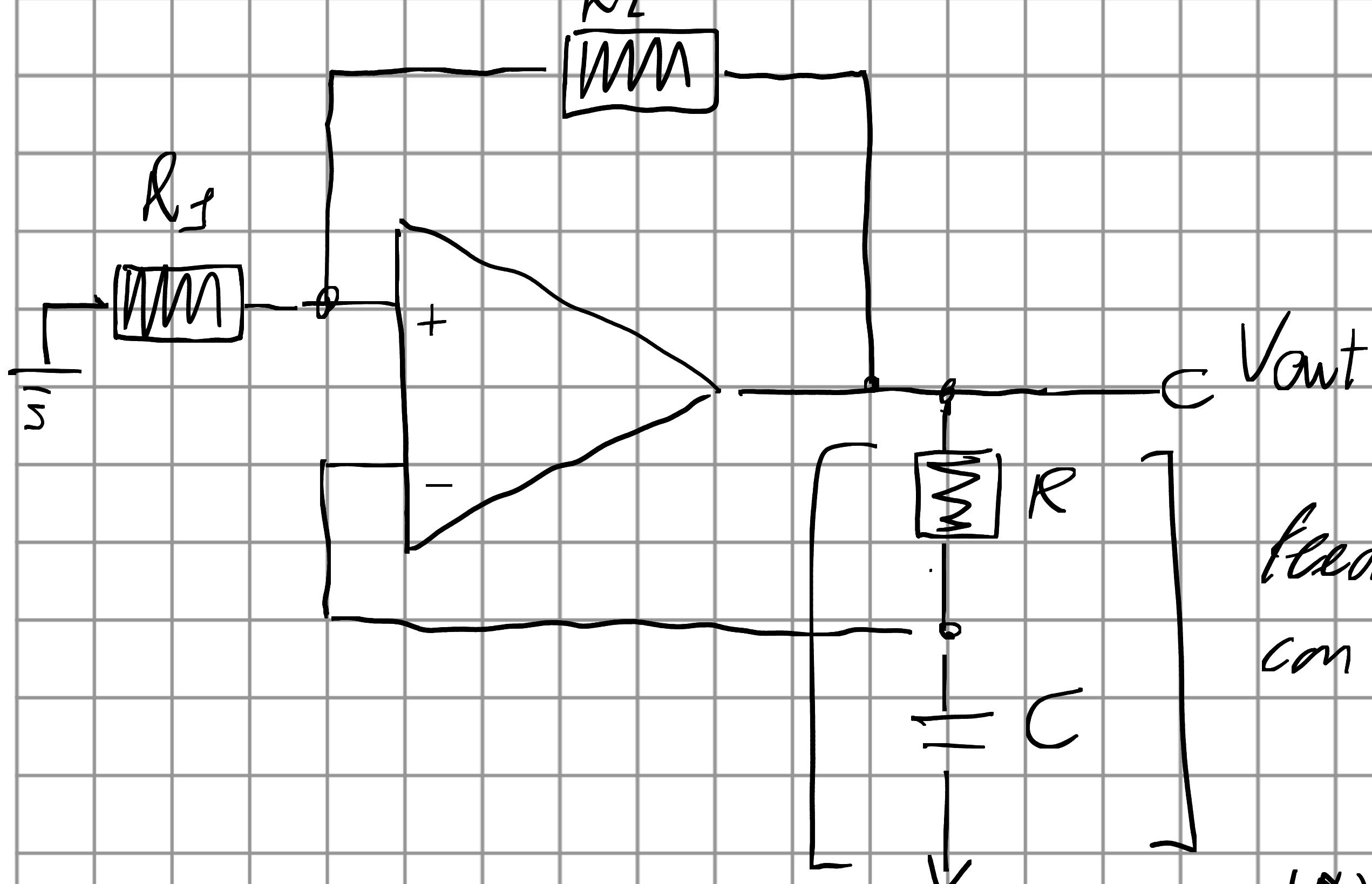


\Rightarrow Usa Trigger con isteresi abbastanza grande da non farsi triggere da rumore.

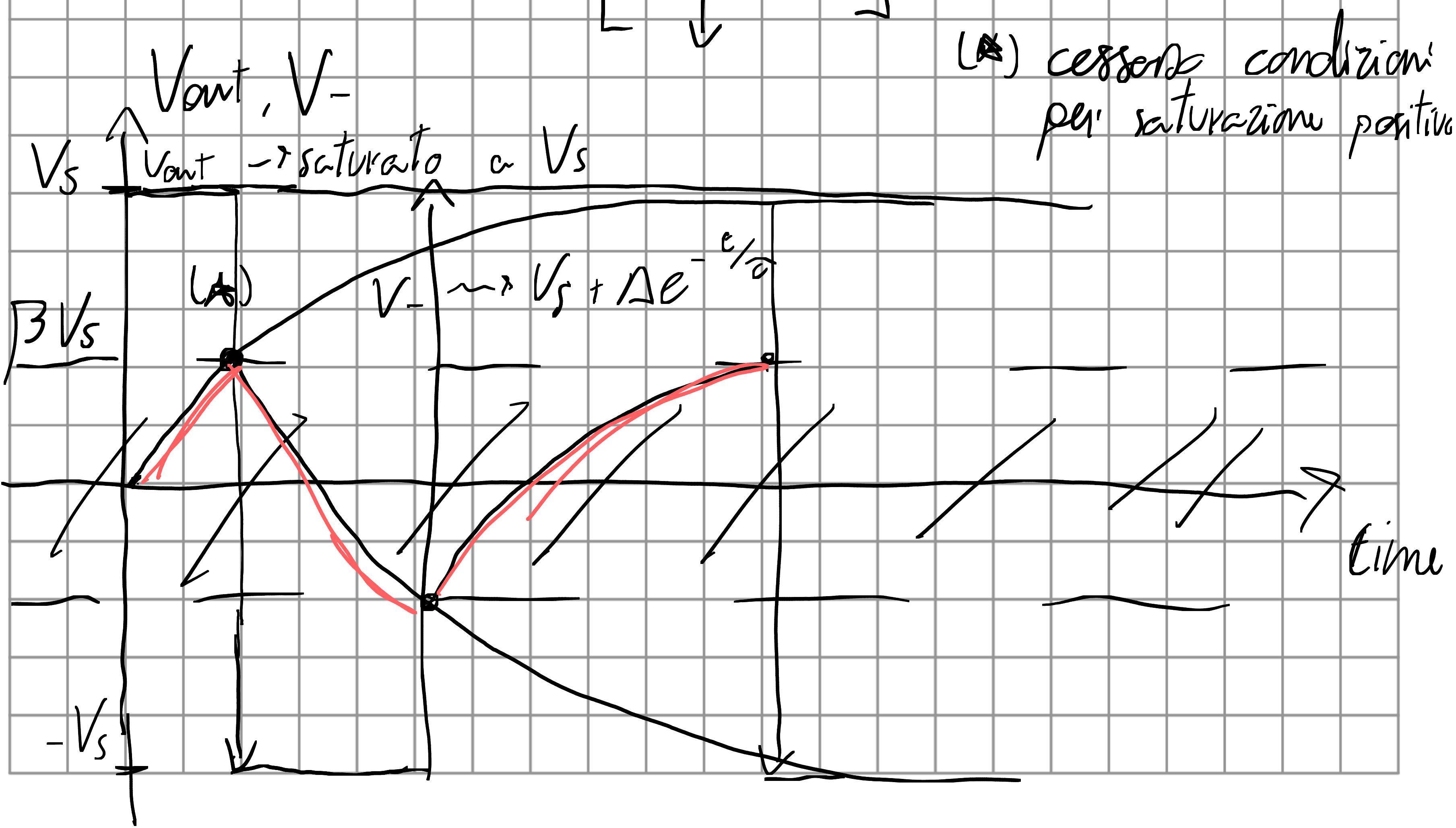
MULTIVIBRATORI ASTABILI (di solito sono nei sistemi logici)

→ 2 punti di equilibrio (memoria bistabile)

Trigger di Schmidt.



Feedback
con ritardo RC



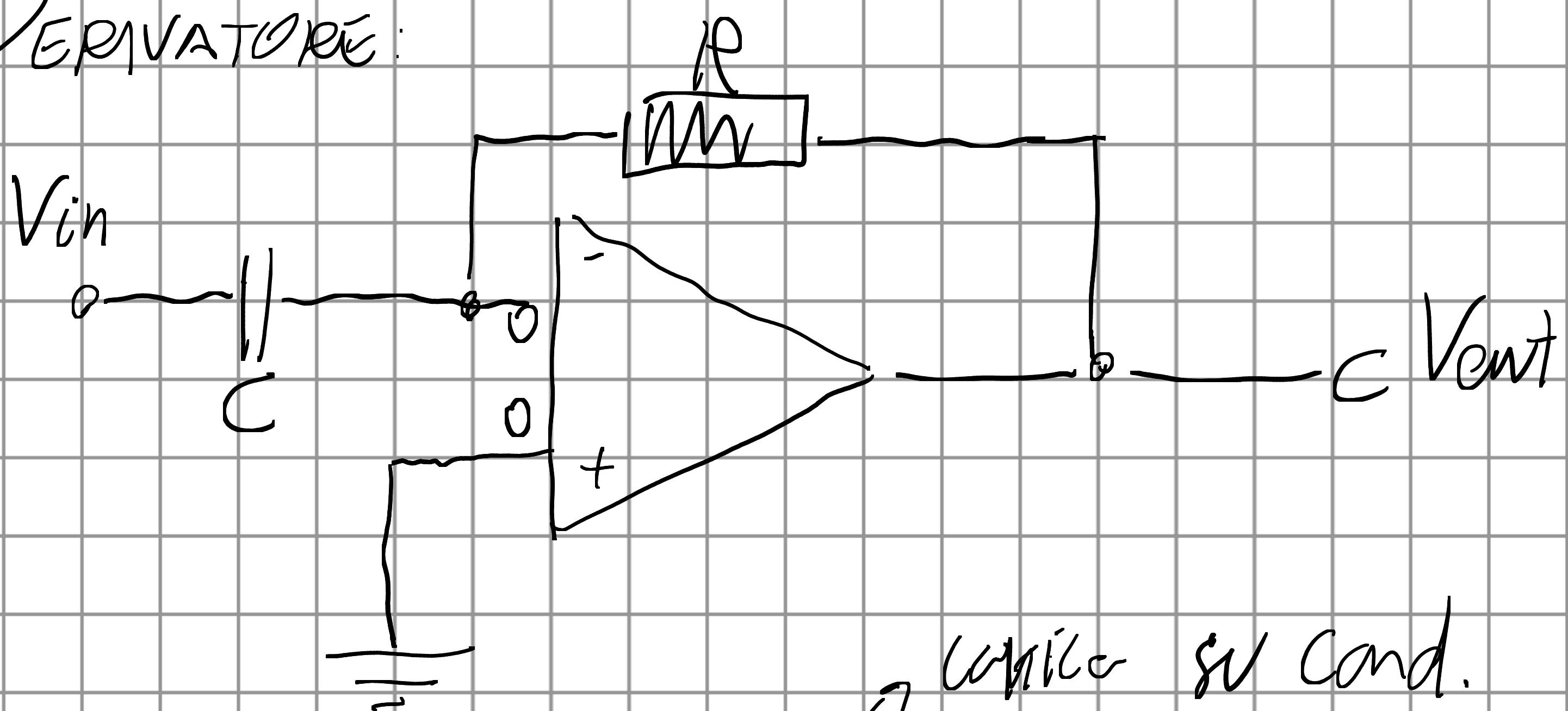
\Rightarrow sistema produce egocchio (V_{out}) e pinna di segnale
(su abbastanza piccola triangolare)

Feedback con ritardo T_c si che i 2 stati stabili
siano entrambi non stabili (non stabili per scorrere)

• DERIVATORI E INTEGRATORI.

\hookrightarrow migliora del RC ma non così bene (causa A(W))

- DERIVATORI:

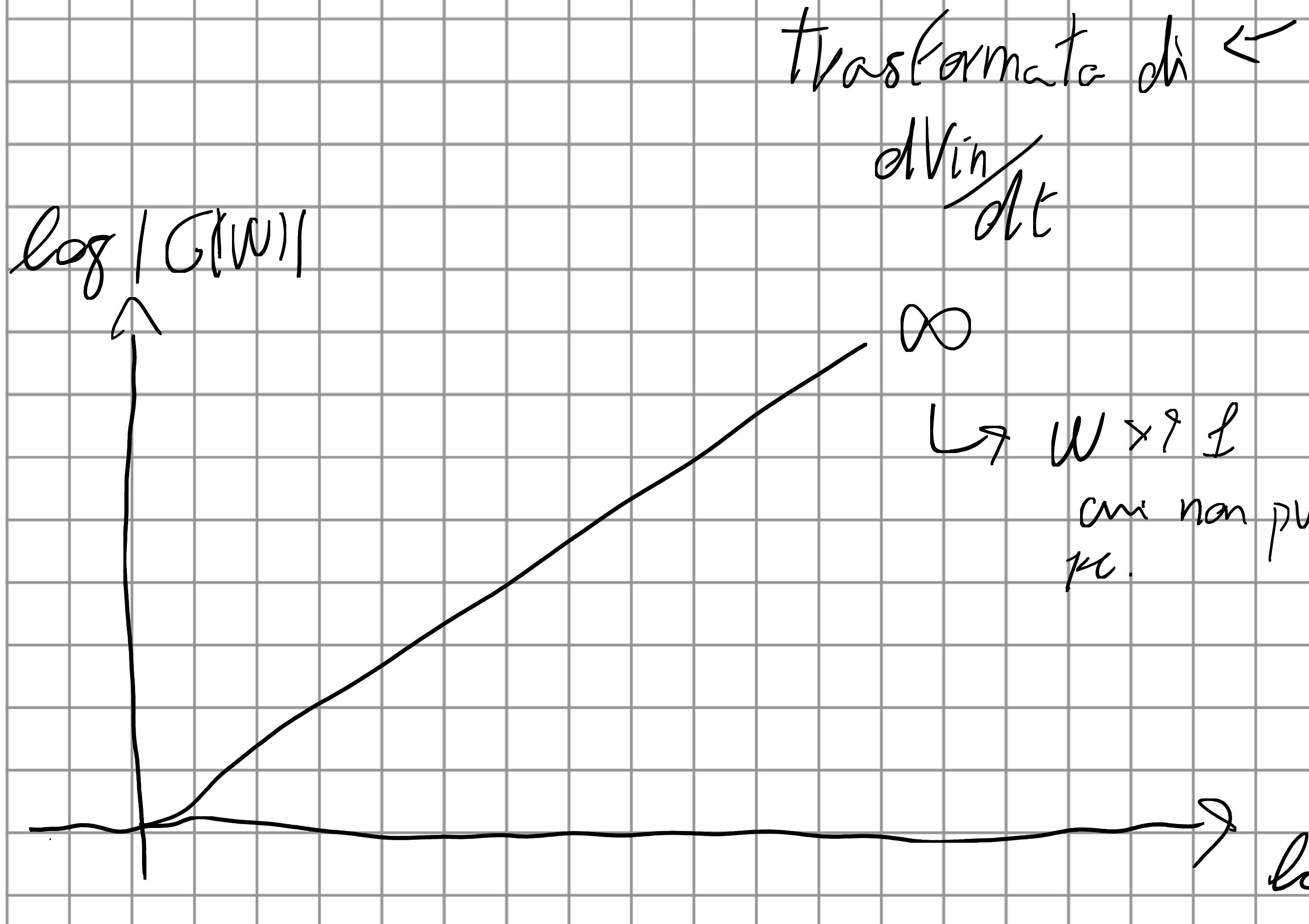


- Usu regole d'ele: $q = CV_{in} \Rightarrow i = C \frac{dV_{in}}{dt}$

$$V_- = V_+ \Rightarrow V_{out} = -Ri = -RC \frac{dV_{in}}{dt} = -\tilde{C} \frac{dV_{in}}{dt}$$

$$Z_C = \frac{1}{j\omega C} \Rightarrow V_{out}(W) = -\frac{R}{Z_C} V_{in}(W)$$

$$V_{\text{out}}(W) = -\frac{R}{Z_C} V_{\text{in}}(W) = -jW R C V_{\text{in}}(W) = -jW Z \boxed{V_{\text{in}}(W)}$$



- Come gestisco questa cosa?

Problema \rightarrow Assumere che $A \rightarrow \infty$ non è vero

$$\Rightarrow \text{Considero } A = A(W) = \frac{A_0}{1 + jW Z_0}$$

- No golden rule $\Rightarrow V_- \neq 0, V_+ = 0 \quad (V_- \neq V_+)$

$$\Rightarrow V_- = -\frac{V_{\text{out}}(W)}{A(W)}$$

(assumo no assorbitamento corrente)

$\hookrightarrow V_{\text{out}} = A(W)[X_+ - V_-] \Rightarrow V_{\text{out}} = A V_-$

$$V_{\text{out}}(W) = - \frac{V_{\text{out}}(W)}{A(W)} - R_L$$

2 eq. in 2 incognite

$$V_{\text{in}}(W) = - \frac{V_{\text{out}}(W)}{\Delta(W)} + \frac{i}{jWC}$$

$$V_{\text{out}}(W) = - \frac{R_i}{1 + \frac{i}{\Delta(W)}} = - \frac{iR\Delta(W)}{\Delta(W) + 1}$$

$$\text{limite} \rightarrow i \approx - \frac{1}{R}, \quad \Delta(W) \approx \frac{1 + \Delta}{\Delta} V_{\text{out}}$$

$$V_{\text{in}}(W) = - \frac{V_{\text{out}}}{A} - \frac{i}{jWC} (1 + \Delta) \frac{V_{\text{out}}}{\Delta}$$

$$\Delta V_{\text{in}} = -V_{\text{out}} - \frac{i}{jWC} (1 + \Delta) V_{\text{out}}$$

$$\Delta V_{\text{in}} jWC = -V_{\text{out}} [jWC + 1 + \Delta]$$

$$V_{\text{out}} = -jWC \frac{A(W)}{A(W) + 1 + jWC} V_{\text{in}}$$

$$= -jWC \frac{\frac{A_0}{(1 - jWC_0)}}{\frac{A_0}{(1 - jWC_0)} + 1 + jWC} V_{\text{in}}$$

$$V_{out} = -j\omega \tilde{C} \frac{A_0 V_{in}}{A_0 + (1+j\omega \tilde{C})(1+j\omega \tilde{C}_0)} \quad (\star)$$

$$\Rightarrow \omega > \omega_l, G(\omega) \propto \frac{1}{\omega}$$

- Dove è la risonanza?

$$A_0 \gg f$$

\Rightarrow (denominator (\star))

$$den(\star) = A_0 + j\omega \tilde{C} - j\omega \tilde{C}_0 = \omega^2 \tilde{C} \tilde{C}_0$$

$$\approx A_0 - \omega^2 \tilde{C} \tilde{C}_0$$

$$\Rightarrow \omega \approx \sqrt{\frac{A_0}{\tilde{C} \tilde{C}_0}}$$

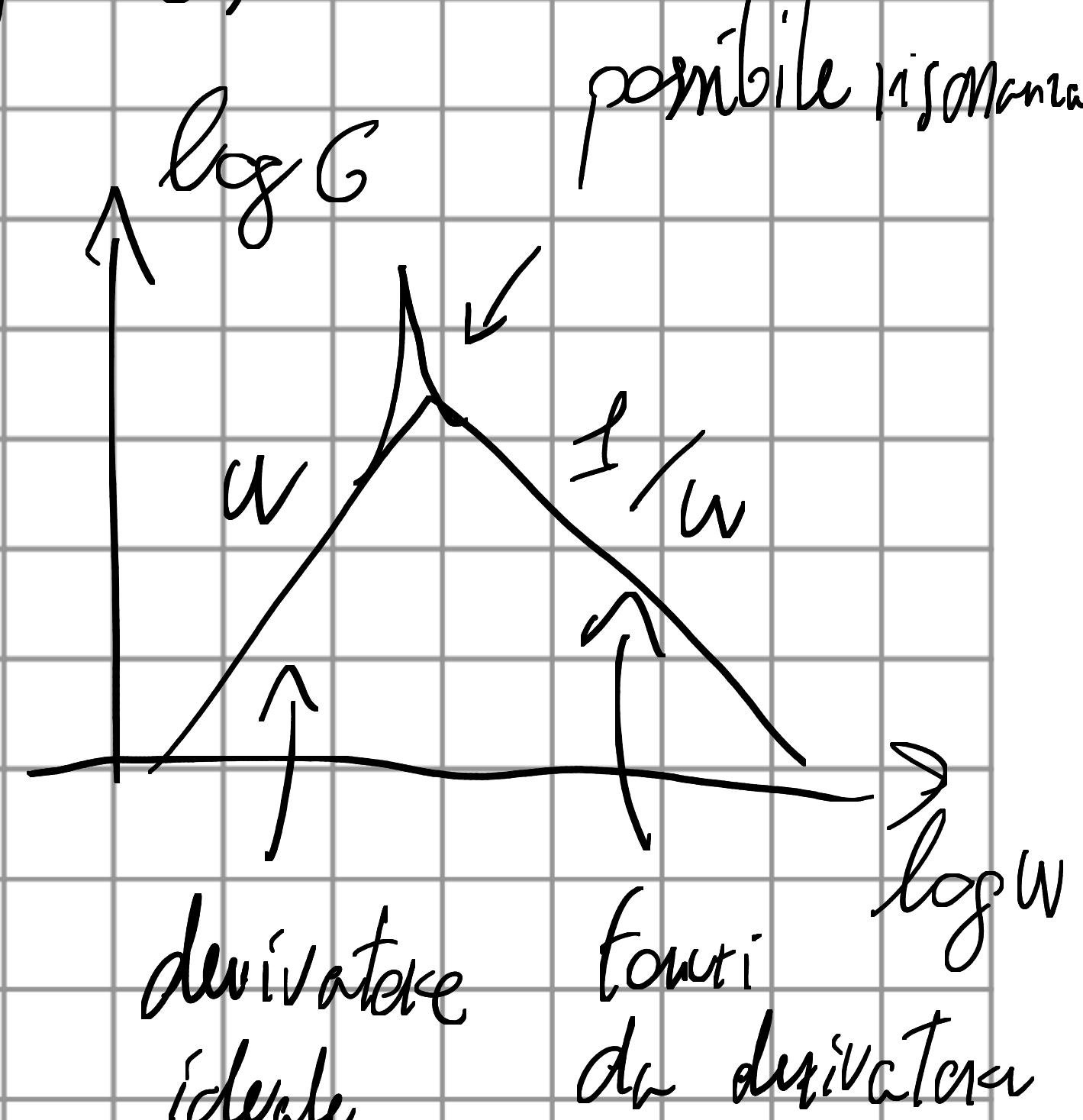
$$\Rightarrow f_{ris} = \sqrt{\frac{A_0}{(Z_{II})^2 \tilde{C} \tilde{C}_0}}$$

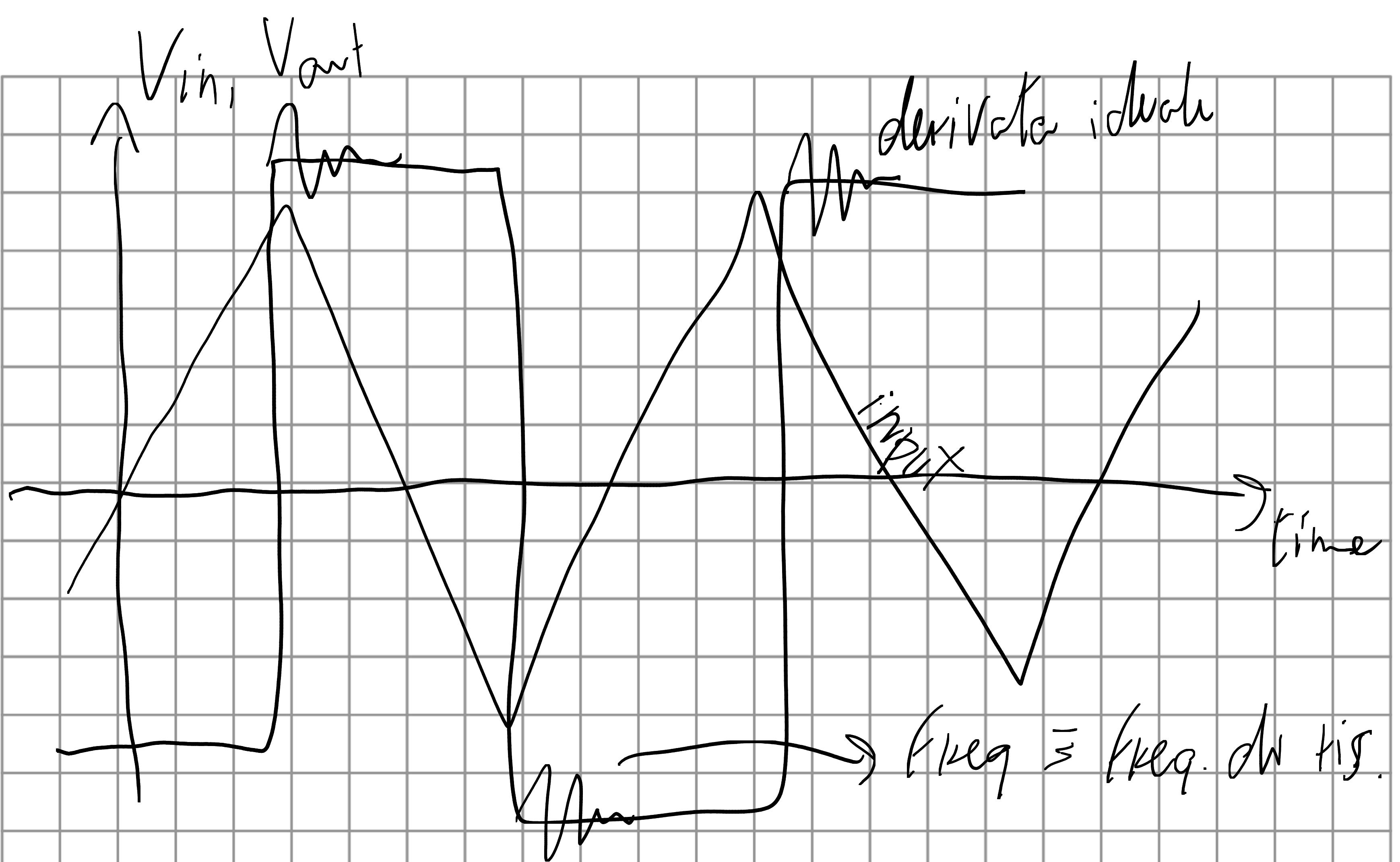
Che freq. ha l'oggetto?

RC + GBP

$$f_{ris} \approx \sqrt{\frac{A_0}{2 \tilde{C} \tilde{C}_0}} \cdot \frac{1}{2 \pi \tilde{C}}$$

\rightarrow media armonica
2 freq.





Non riesce \rightarrow amplifica delle armoniche

- Per togliere osc. bisogna aggiungere resistenza:



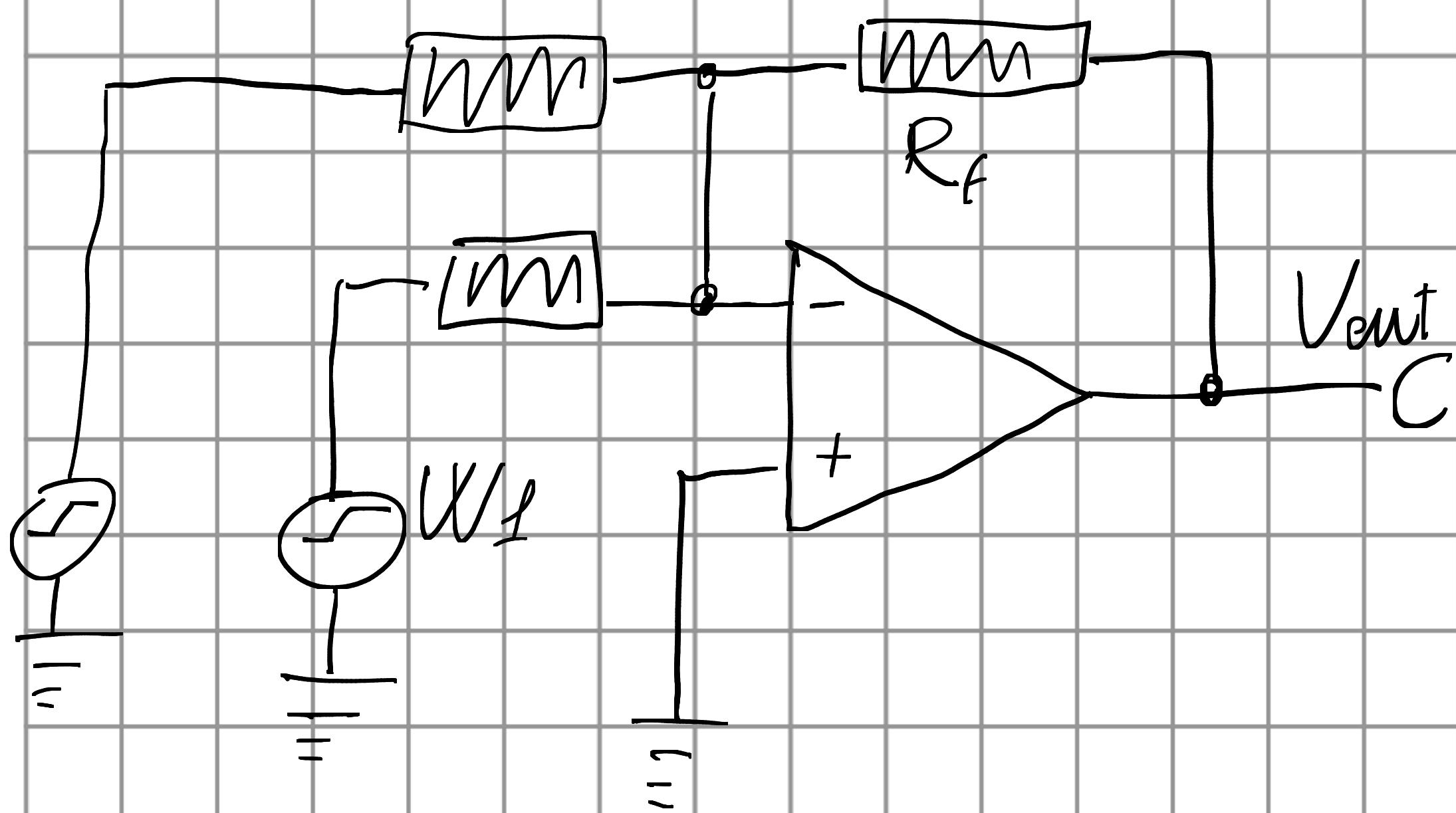
OpAmp per eq diff. risolto analogamente.

Lez OF (26/10/2025)

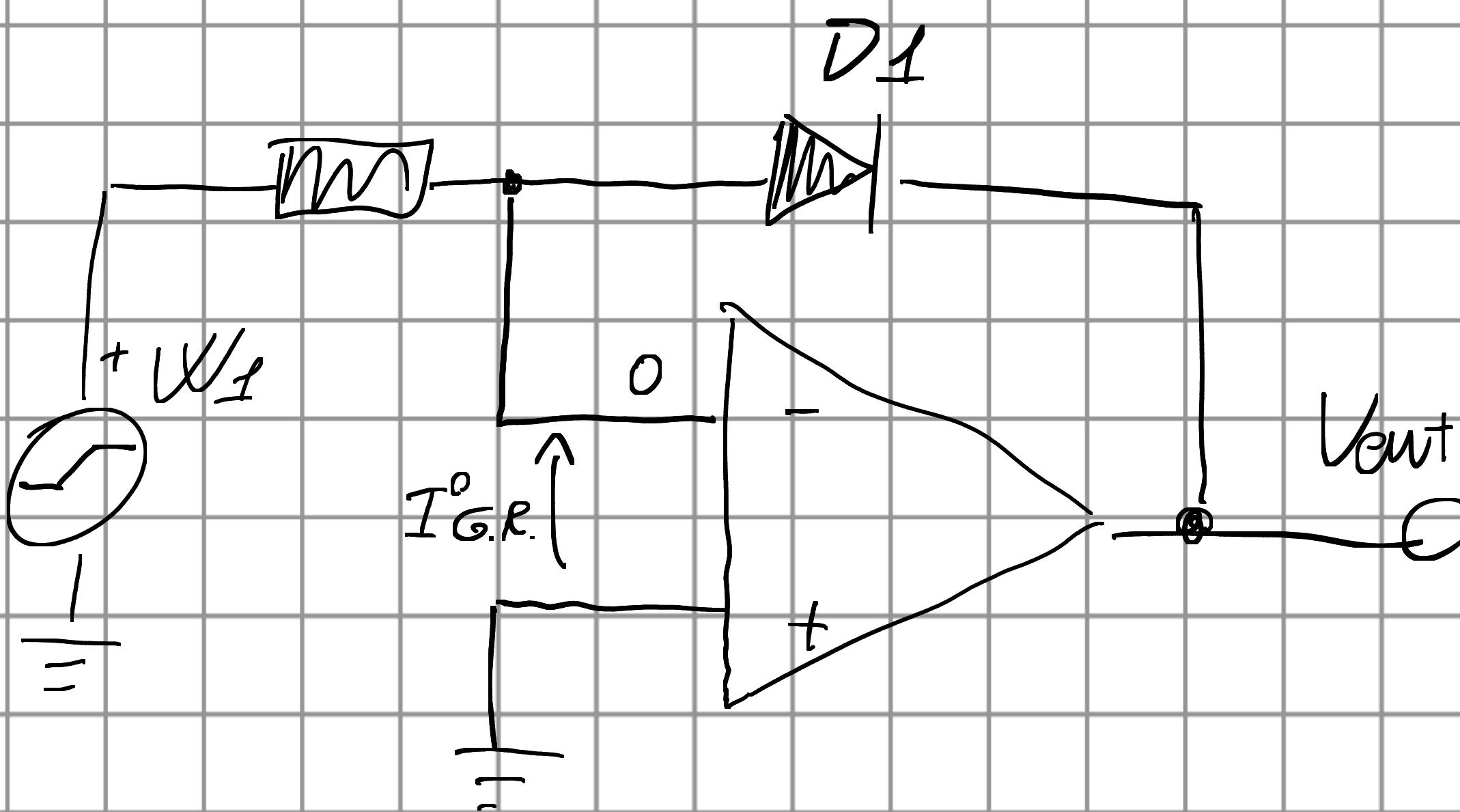
- CIRCUITI OPAMP

1. OPERAZIONI CON OPAMP.

Sommatore $V_{out} = -\frac{R_f}{R_1} U_1 - \frac{R_f}{R_2} U_2$



2. AMPL. ESPONENZIALE O LOGARITMICO



- V_{out} = Tensione su diodo

$$I_{D1} = I_s \left[\exp \left(\frac{eV_o}{k_B T} \right) - 1 \right]$$

$$\frac{V_1}{R} = I_S \left[\exp\left(-\frac{eV_{out}}{2kT}\right) - 1 \right]$$

relazione tra
Vin e Vout

- Circuito funziona in modo che:

Se $|V_{out}| \gg 2 \frac{kT}{e} \sim 25 - 50 \text{ mV}$, addendo $-I$ in seq.
Trascurabile

$$\Rightarrow V_{out} = -2V_T \log\left(\frac{V_1}{R I_S}\right)$$

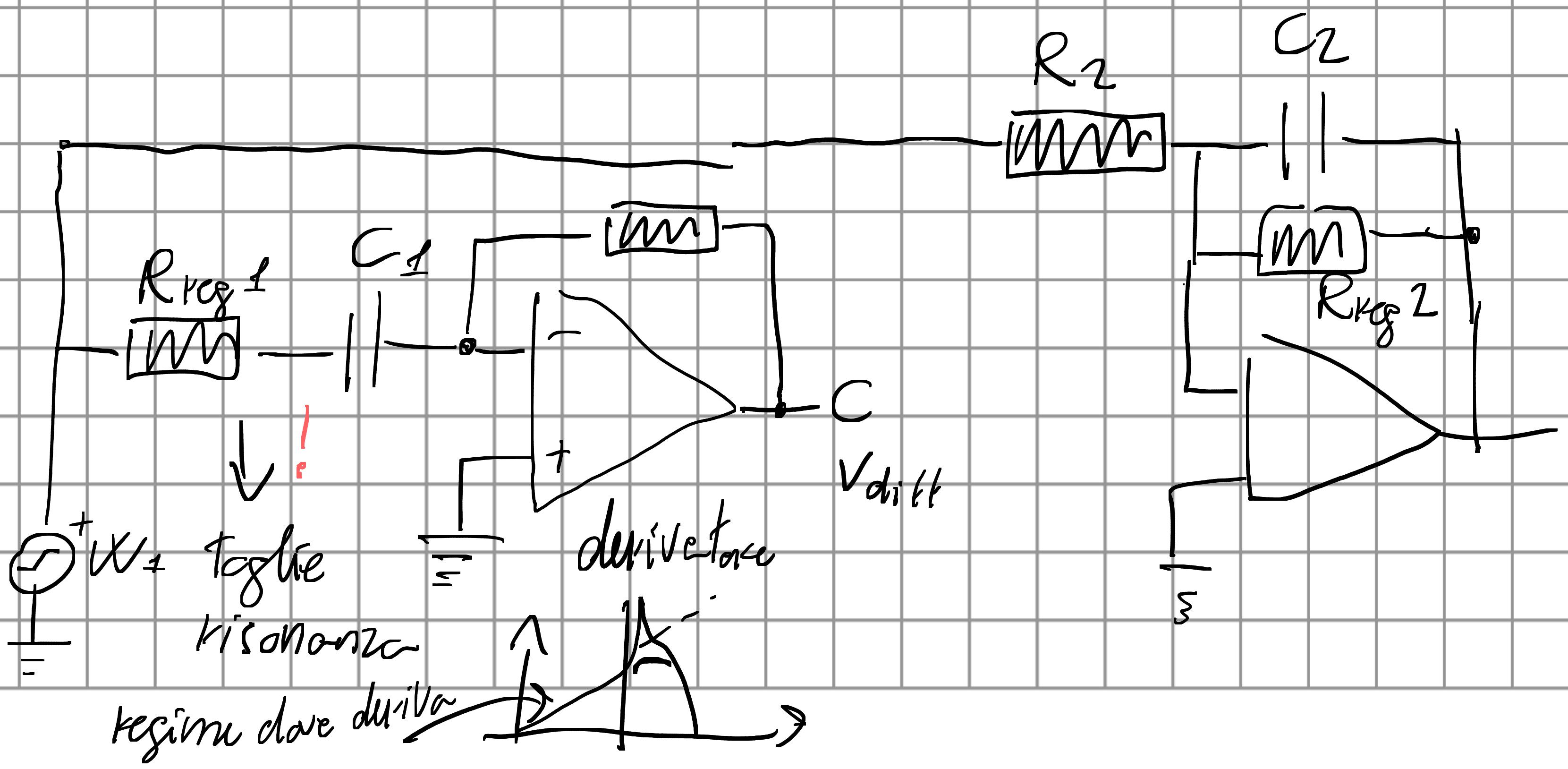
ampl. logaritmico

Oss: Funziona solo in un verso

Se $V_1 < 0$ diodo satira e puoi OpAmp

\Rightarrow non funziona

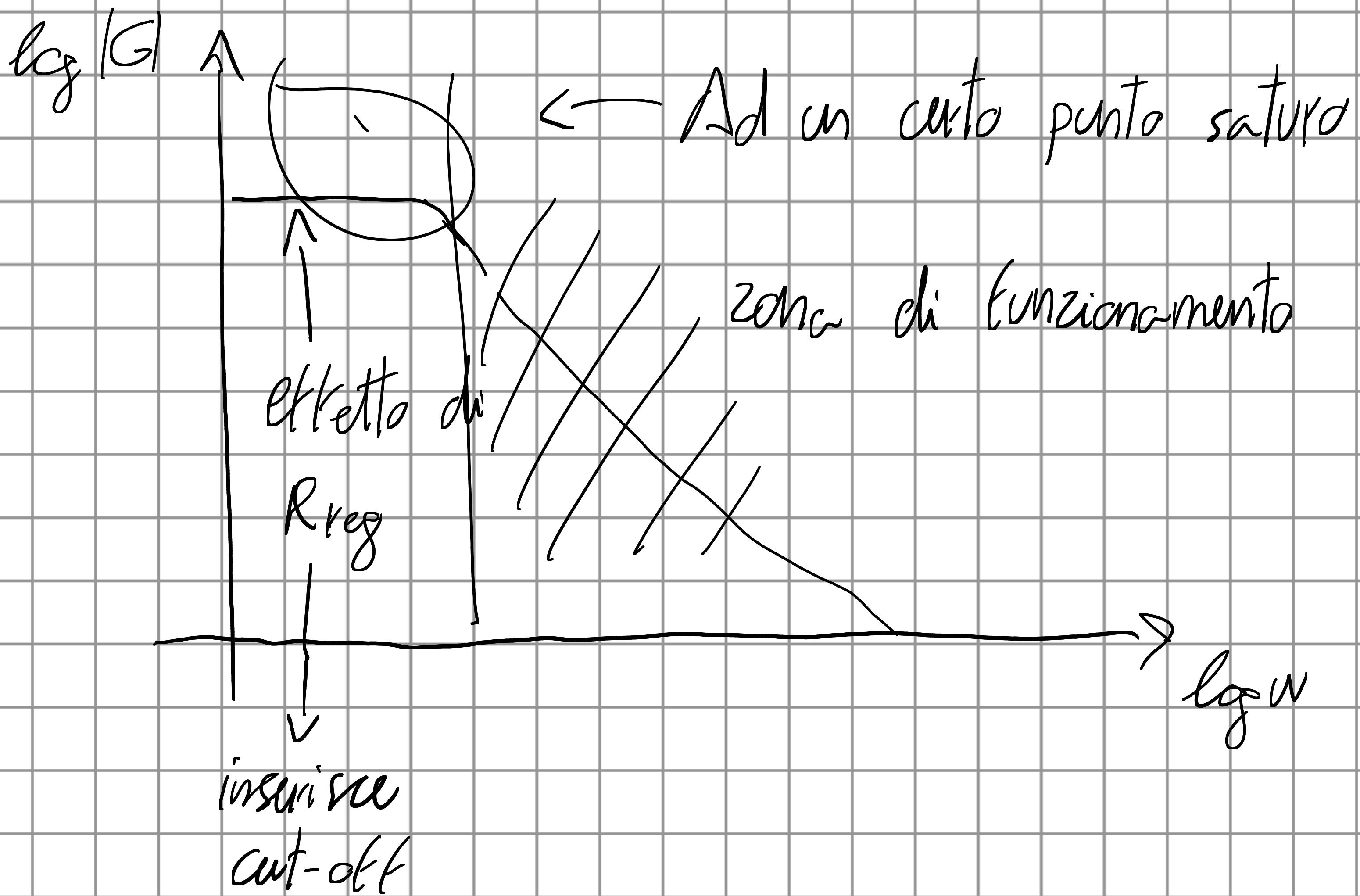
• DERIVATORE-INTEGRATORE



Per integratore:

$$V_{out} = -\frac{1}{T} \int V_{in} dt$$

$R_{reg} \rightarrow$ toglie offset, evitare che OpAmp saturi



Oss: Derivatore \rightarrow in visione il rumore viene amplificato (se fai FFT sgn ampl. rumore non smigenerà)

3. GYRATOR $\simeq RL$

\hookrightarrow Non ha bobina, ma ha risposta simile a bobina

$$V_+ = V_{in} \frac{R}{R + \frac{1}{j\omega C}}$$

equivalente di induttanza
GROSSA

- Metto Z davanti

$C \rightarrow RLC \rightarrow$ risonanza (più stretta possibile)

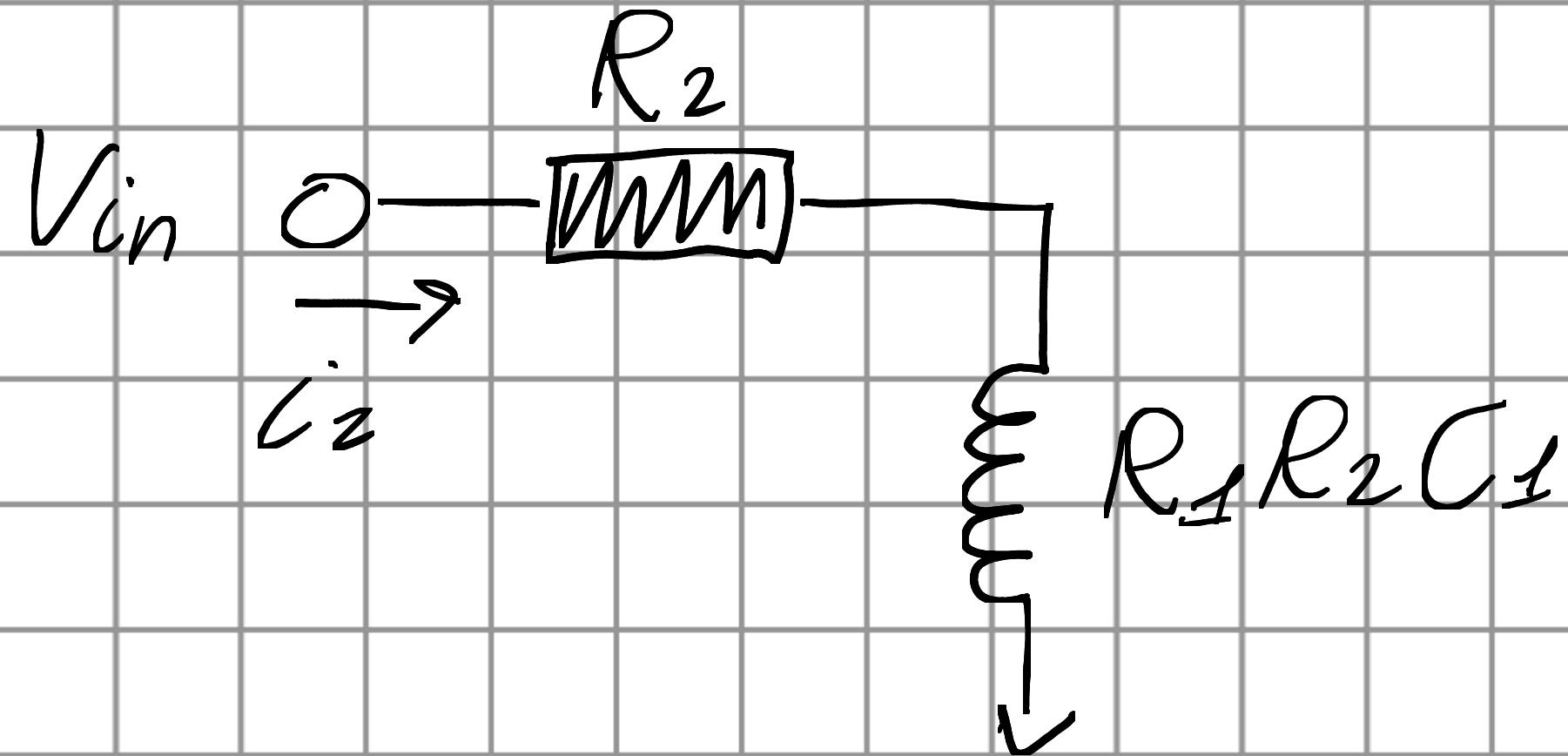
$$V_+ = V_{in} \frac{R_1}{R_1 + \frac{1}{j\omega C_1}} = V_{in} \frac{j\omega Z_1}{1 + j\omega Z_1}$$

$$i_2 = \frac{V_{in} - V_+}{R_2} = \frac{V_{in}}{R_2} \left(1 - \frac{j\omega Z_1}{1 + j\omega Z_1} \right)$$

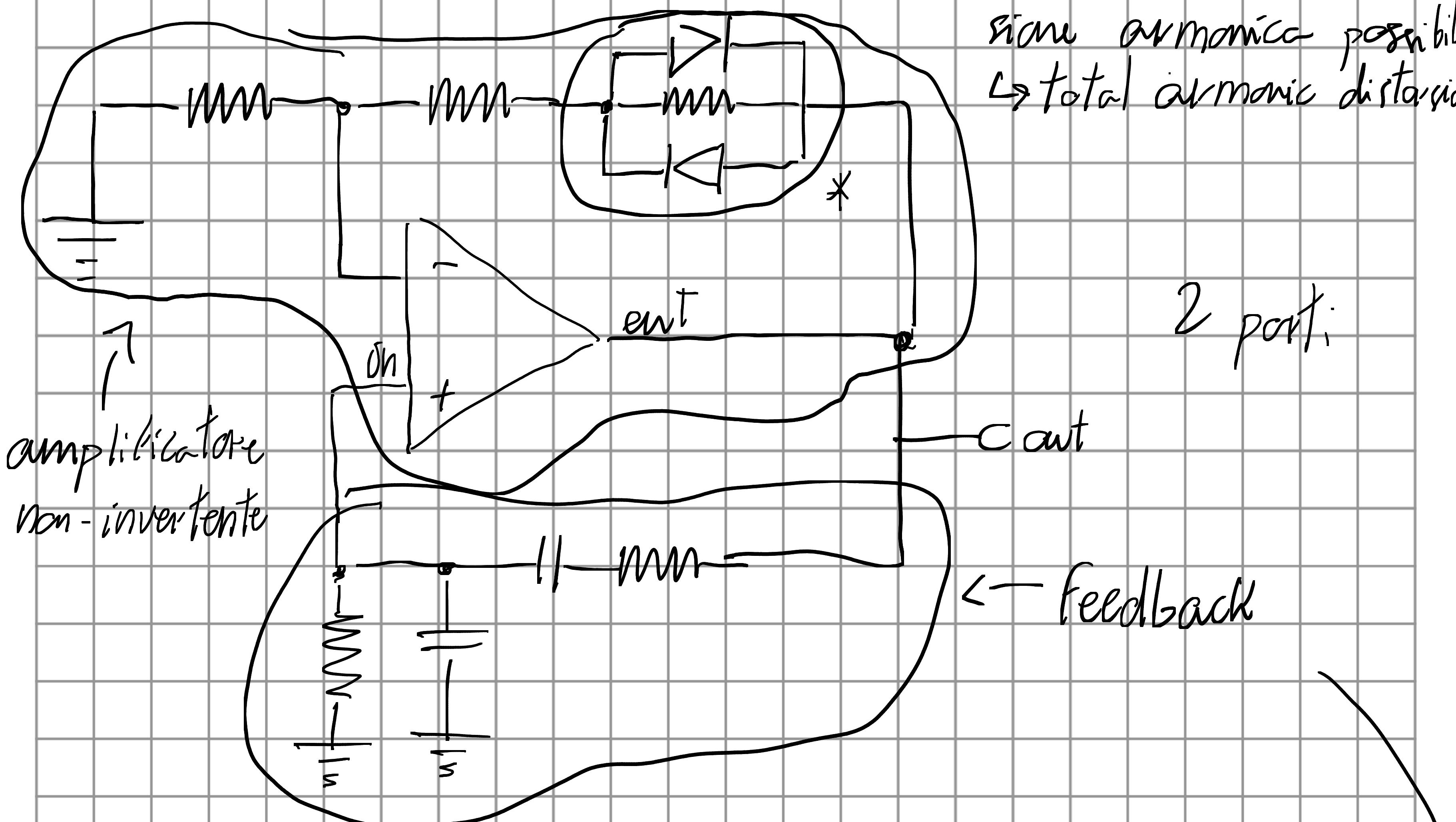
$$= \frac{V_{in}}{R_2 + j\omega Z_1 R_2}$$

$$\frac{V_{in}}{i_2} = R_2 + j\omega R_1 C_1 R_2$$

circuito eq.



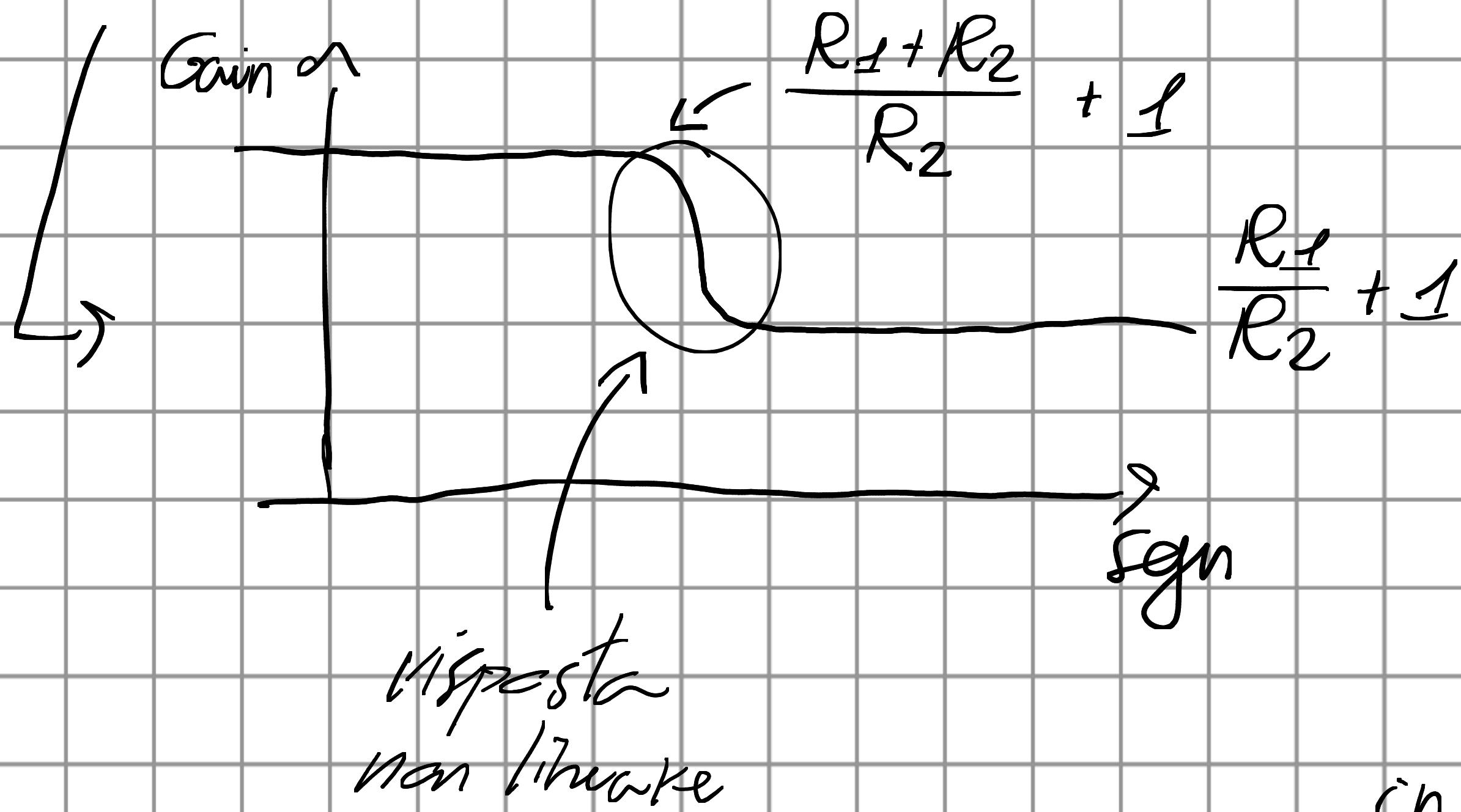
L. OSCILLATORE A PONTE DI WIEN. (osc. con meno distorsione armonica possibile)



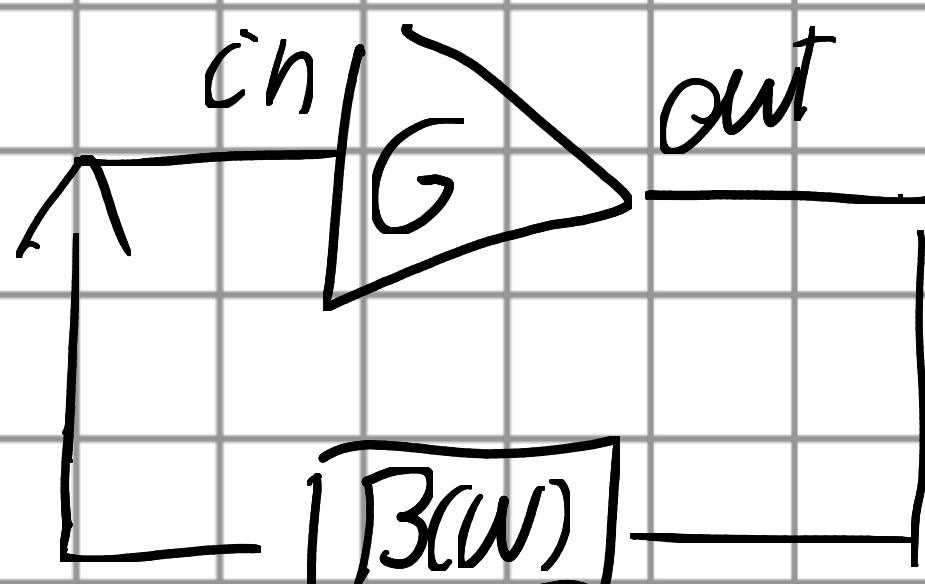
* Se $V_{out} \ll V_{in}$ diodi non entrano in gioco

Altrimenti inizia a condurre

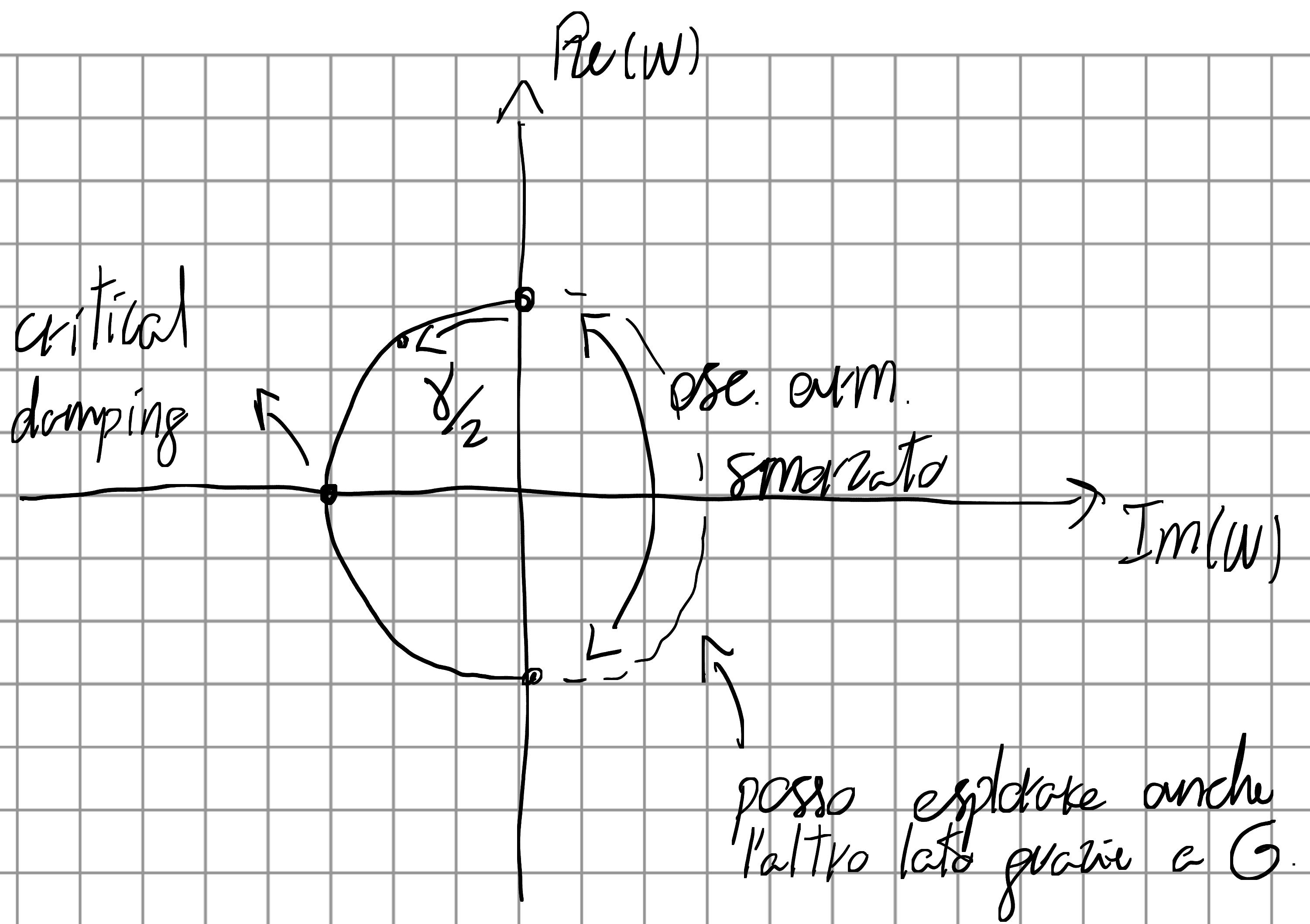
Ponte di Wien



$$G\beta(\omega) = 1, \text{ per quale } \omega?$$



$\omega \in \mathbb{C}$, parte Imm. mi dice se oggetto cresce o decresce



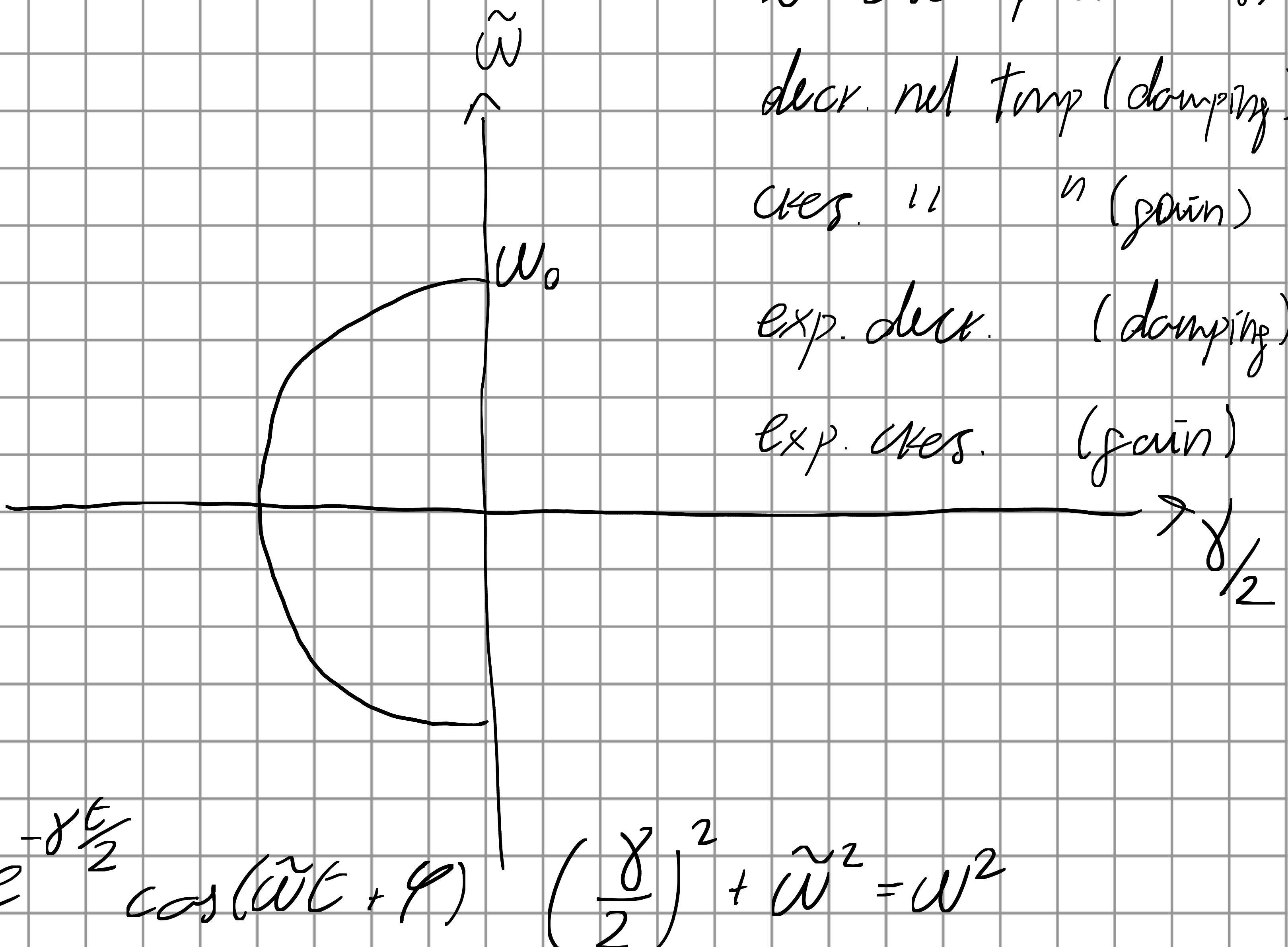
posso esplorare anche
l'altro lato grazie a G

\Rightarrow le osc. possono essere
decr. nel temp (damping)

overs. " " gain

exp. decr. (damping)

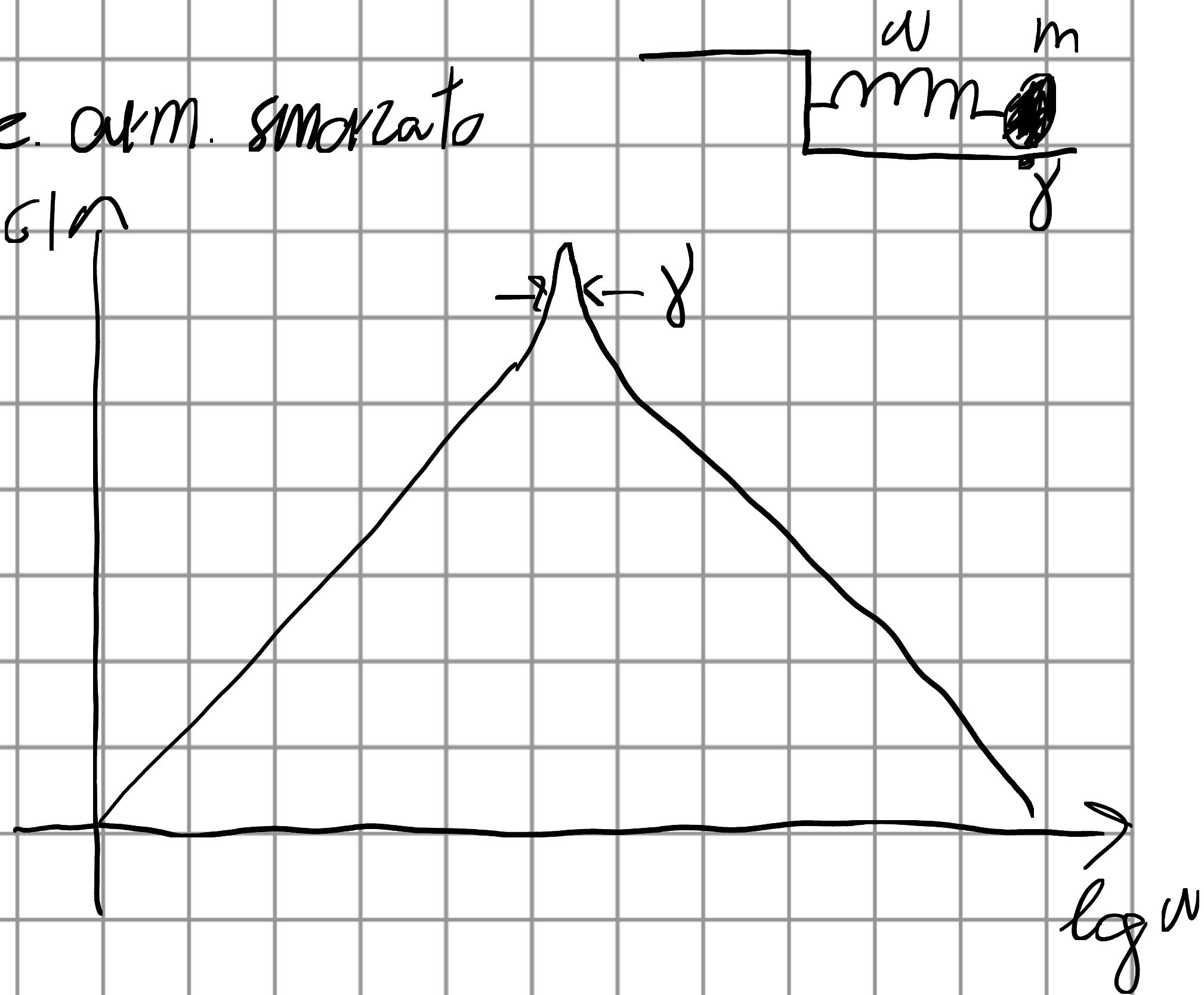
exp. overs. (gain)



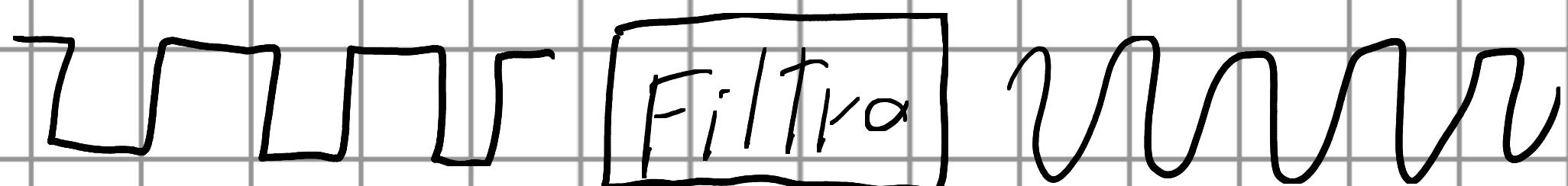
5. FILTRO RISONANTE

equivalente mecc. \rightarrow osc. arm. smorzato

$\log |G| \uparrow$

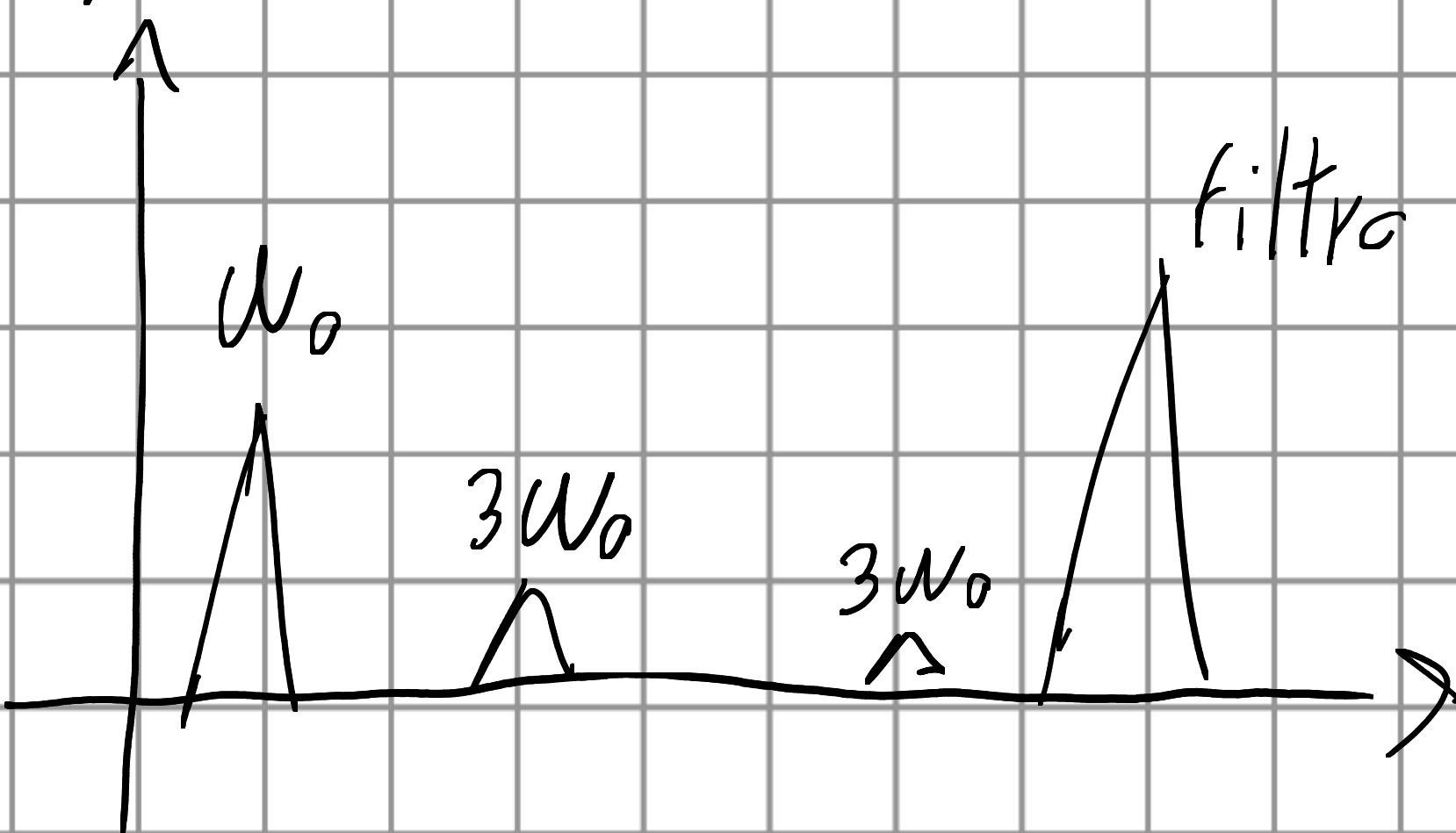


Regola i parametri da stringere il più possibile la campana di risonanza.



\hookrightarrow Uso per isolare singole armoniche di un segnale

- Square waveform



6. CONVERTITORI TENSIONE - CORRENTE

Preamplificatore

driver

amplificatore di corrente

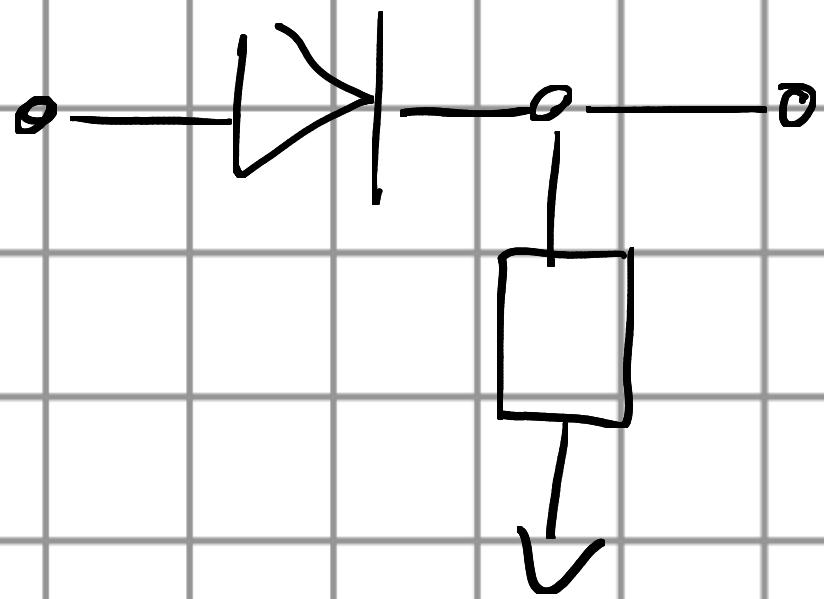
Generatore di corrente

Usati per optoelettronica

Alimentatore
sorgente
di luce

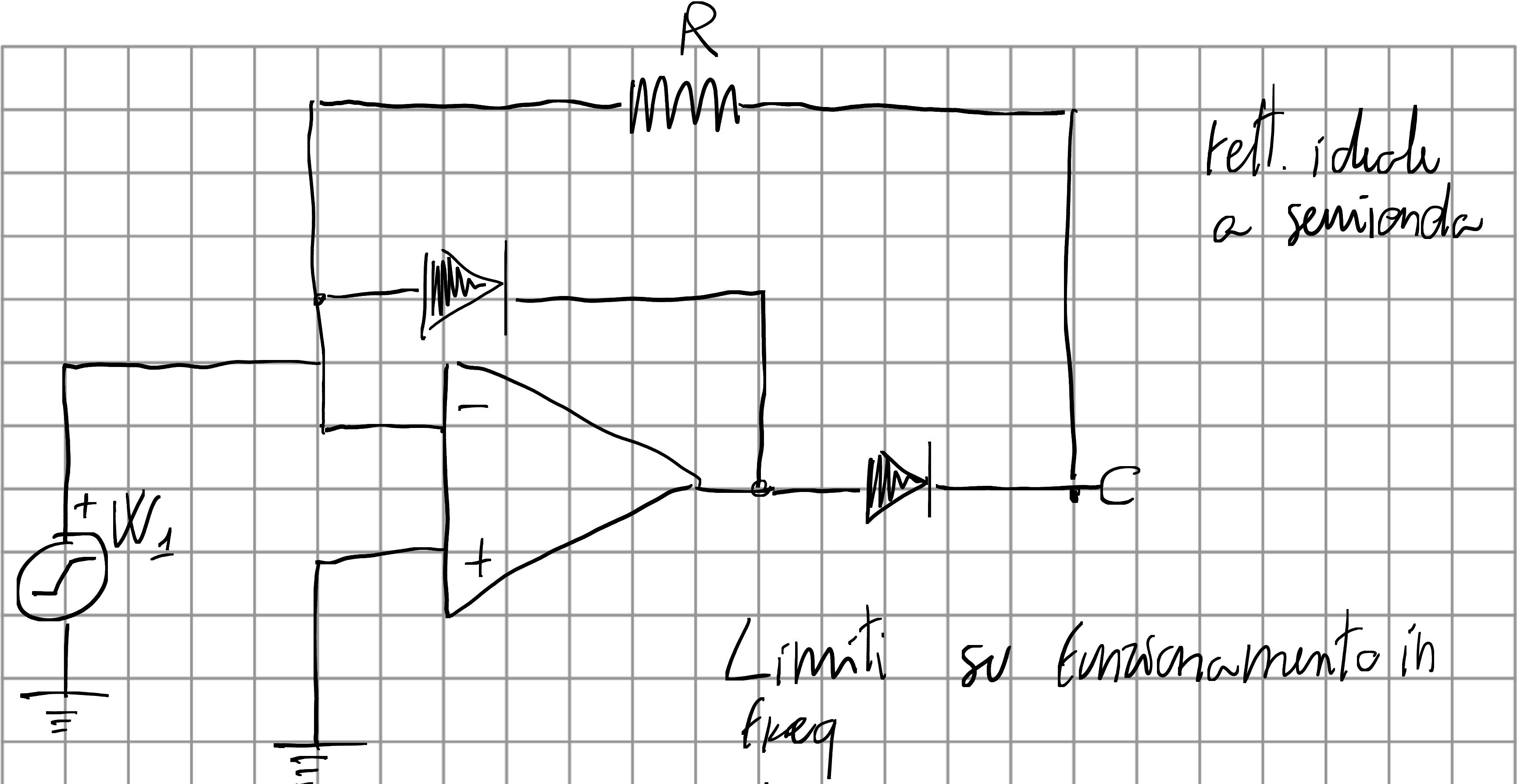
Controllore fotodiodo

6. RETTIFICATORE



Passivo → poco efficacia (gli attacchi qualcosa cambia la risposta, ecc...)

→ meglio attivo.



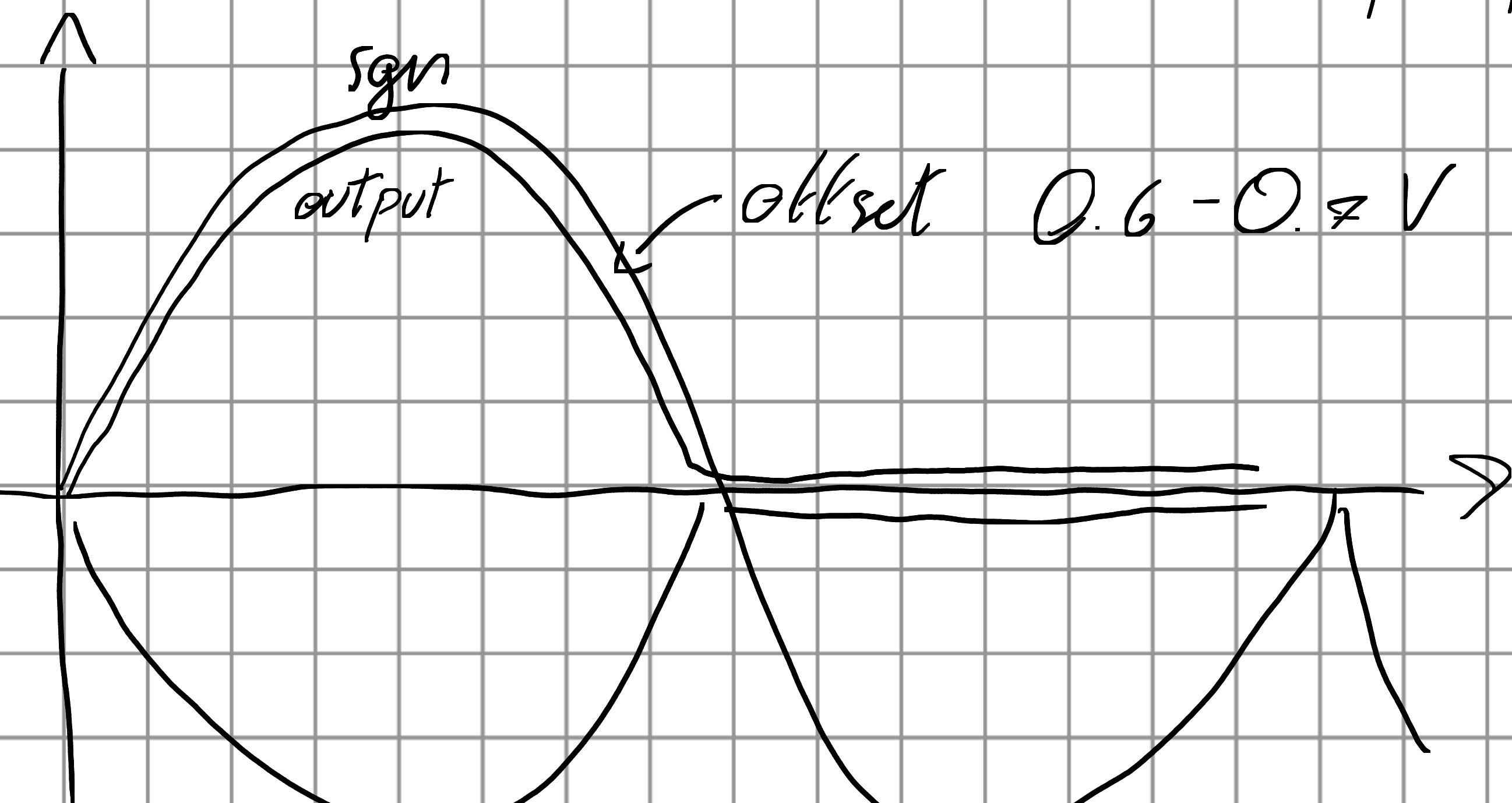
rett. idroca
a semionda

Limiti su funzionamento in
freq
↓

Anomie in Transizione in passaggi tra
conduttori e saturazione



Causa SLOW RATE dell' OpAmp.



Lez 08 (27/10/2025)

(9:00) Impostazione presentazione.

Slide di scorte

Paper → prima scrivo le figure e poi ci scrivo intorno
il testo

↳ Figure con senso sul paper, han e cosa

DISPOSITIVI A GIUNZIONE.

C'è tanta TIQ in them.

CMOS → complementary metal oxyde semiconductor

Clementi a giunzione → funzionamento dettato principalmente da

(più da elettrostatica o dinamica) Eq. di drift-diffusione

Si \rightarrow cristallo \rightarrow atomi arrengiati in modo periodico e deterministico.

↓
atomi arrengiati in retico periodico.

↳ Lo vedi con microscopi a trasmissione elettronica.

- Posso descrivere tutto il cristallo partendo da cella unitaria
↳ simmetria traslazionale discreta

$Q\Gamma + p\Gamma$ per \rightarrow onde di Bloch + bande energetiche

D'Vude $\rightarrow e^-$ in metallo \rightarrow propagano per multiple scattering

e^- in vist. con ITQ \rightarrow onde delocalizzate su cristallo
onde di Bloch + simmetrie e teo. di Wigner

↳ Ogni tratt. che preserva le prop. di transizioni e^- descritta o da un op. unitario o antiumitario.

Pot. di \hat{H} ha simm. \Rightarrow tutti gli autostat. di \hat{H}
hanno la stessa simmetria
↳ \hat{H} simmetrica rispetto piano

\Rightarrow autostat. simm. o antisimm. rispetto al
stesso piano.

- Se il lattice ha una certa simmetria \rightarrow entanti che \hat{H} hanno quelle simm.

e- onde delocalizzate con simm. sopra

L'urto solo su imperfezioni del lattice.

1D



a

\uparrow

possibili

\rightarrow simm: traslazioni discrete

Da tec. di Wigner:

$$[\hat{H}, \hat{S}] = 0 \Rightarrow \hat{H}|\psi\rangle = E|\psi\rangle \text{ sono anche} \\ \hat{S}|\psi\rangle = \pm \alpha |\psi\rangle$$

q. di trasf.
che commuta
con H

- Denude \rightarrow generalizzazione combinazione orbitali atomici
al caso di atomi infiniti

- Funzioni di Bloch: $U_{nk}(\vec{r}) = \exp(i\vec{k} \cdot \vec{r}) u_{nk}(\vec{r})$

Fase

\vec{k} -> vettore d'onda \rightarrow (vettore sp. reciproco)

\vec{r} -> pos. spaziale

periodica ds
periodo a

$n \rightarrow$ indica la banda \rightarrow come orbitali s,p,d,f...

Atomi si avvicinano ed interagiscono

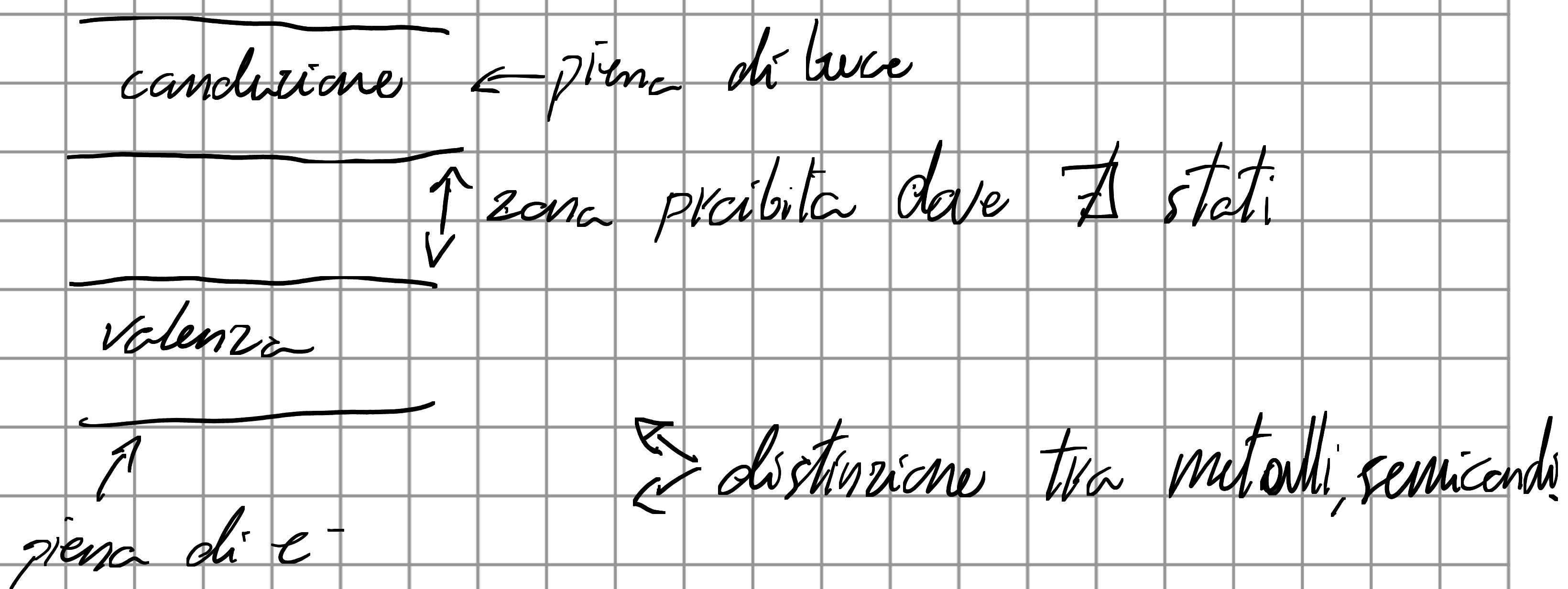
$\hookrightarrow 2 \rightarrow p\ s$ interazione \rightarrow orb. molecolari

$\hookrightarrow \infty \rightarrow$ distribuzione continua di bande data da sovrapp. tra orb. p ed s

(57:00)

Onde di B. \rightarrow d'b. simm. e a-simm. per atomi

- Semicond. \rightarrow Tante bande



- nei metalli bande valenza e conduzione che si sovrappongono

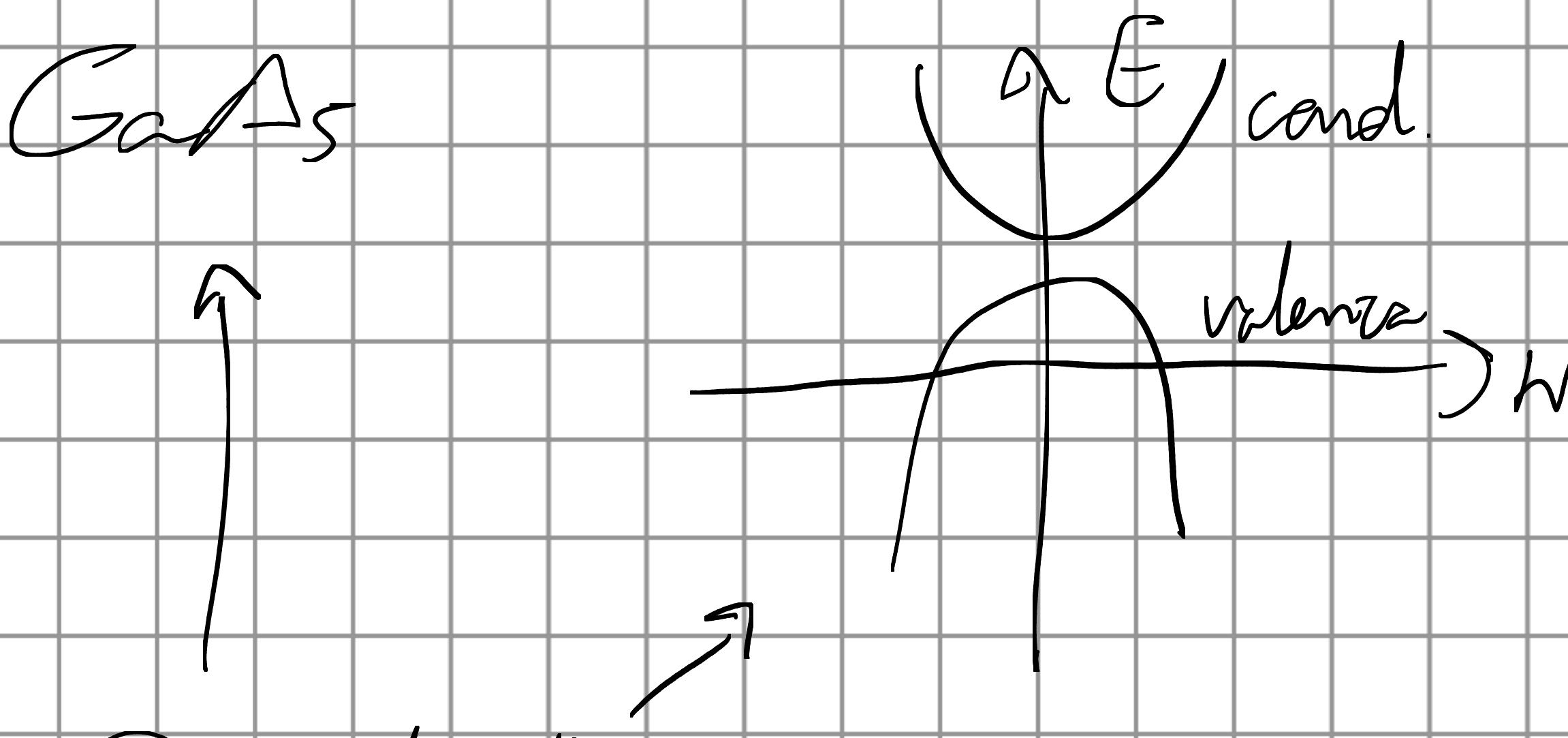
- grafene (semimetalli) \rightarrow valenza e cond. si toccano in 1 punto solo

(* 01:00:00)

- Il concetto alla base è quello di orbitali generalizzati
↳ sovrapp. di orbitali

- Attenzione: le bande del Si non sono così nette, sono ebbasta curve ed il salto di energia (band gap) non è uguale ovunque
 $\sim 1 \text{ eV}$ per Si

bande dip. da T (dip. solo da struttura cristallina)
↳ popolazione bande dip. da T



Gap diretto

- Disp. semicond. \rightarrow prendo e' da val e lo metto in cond.

Per Si non riesco

\Rightarrow Gap indiretto

↳ per farlo ho anche bisogno di un momento

- Gap \rightarrow interferenza.

\hookrightarrow bande \rightarrow int. costruttiva

\hookrightarrow Gap \rightarrow int. distruttiva

(* 1:15:00)

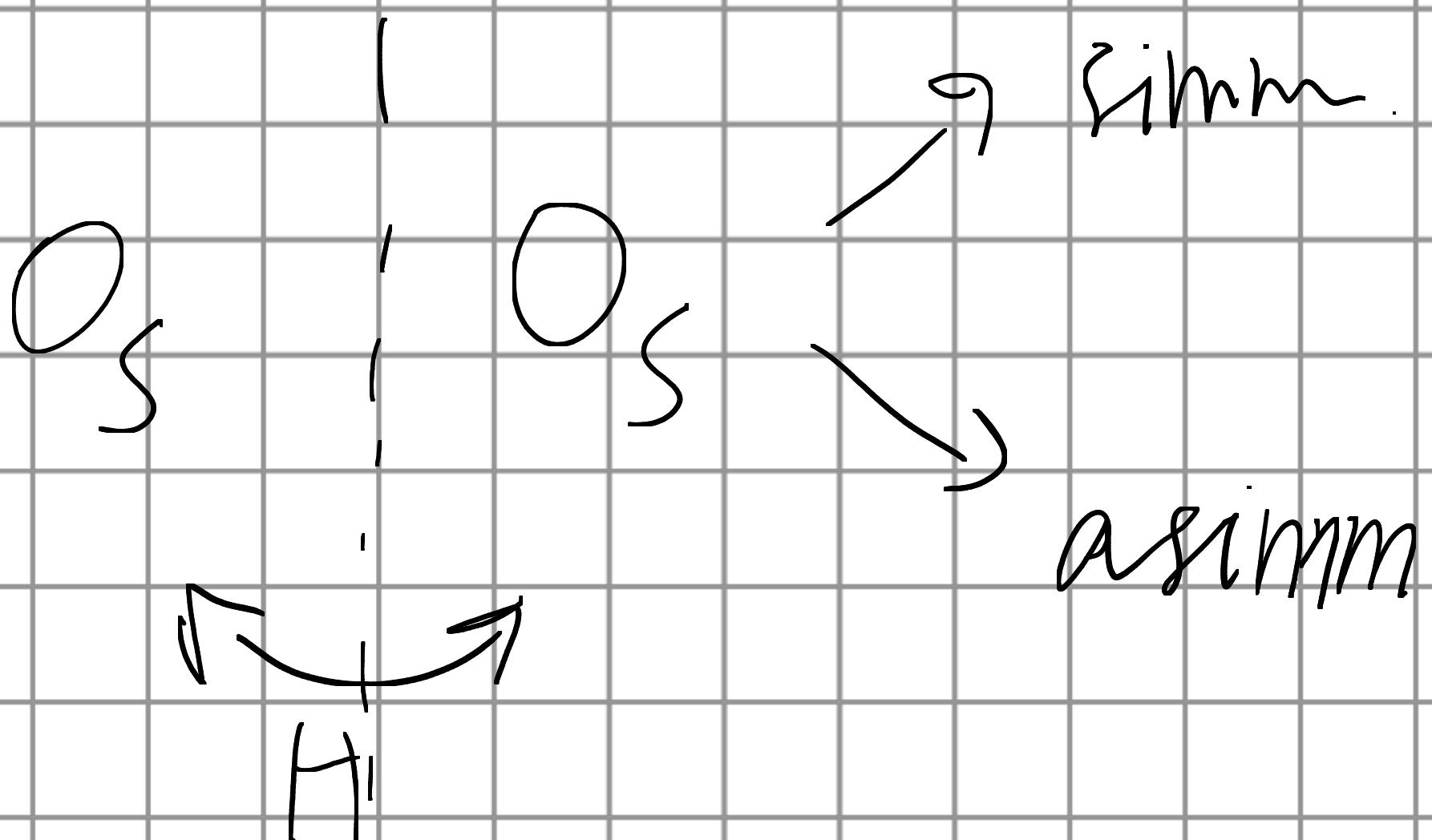
MQ \rightarrow teo. di Fose
(tec. coerente)

Spedire riflessioni a dielettrici sovrapposti

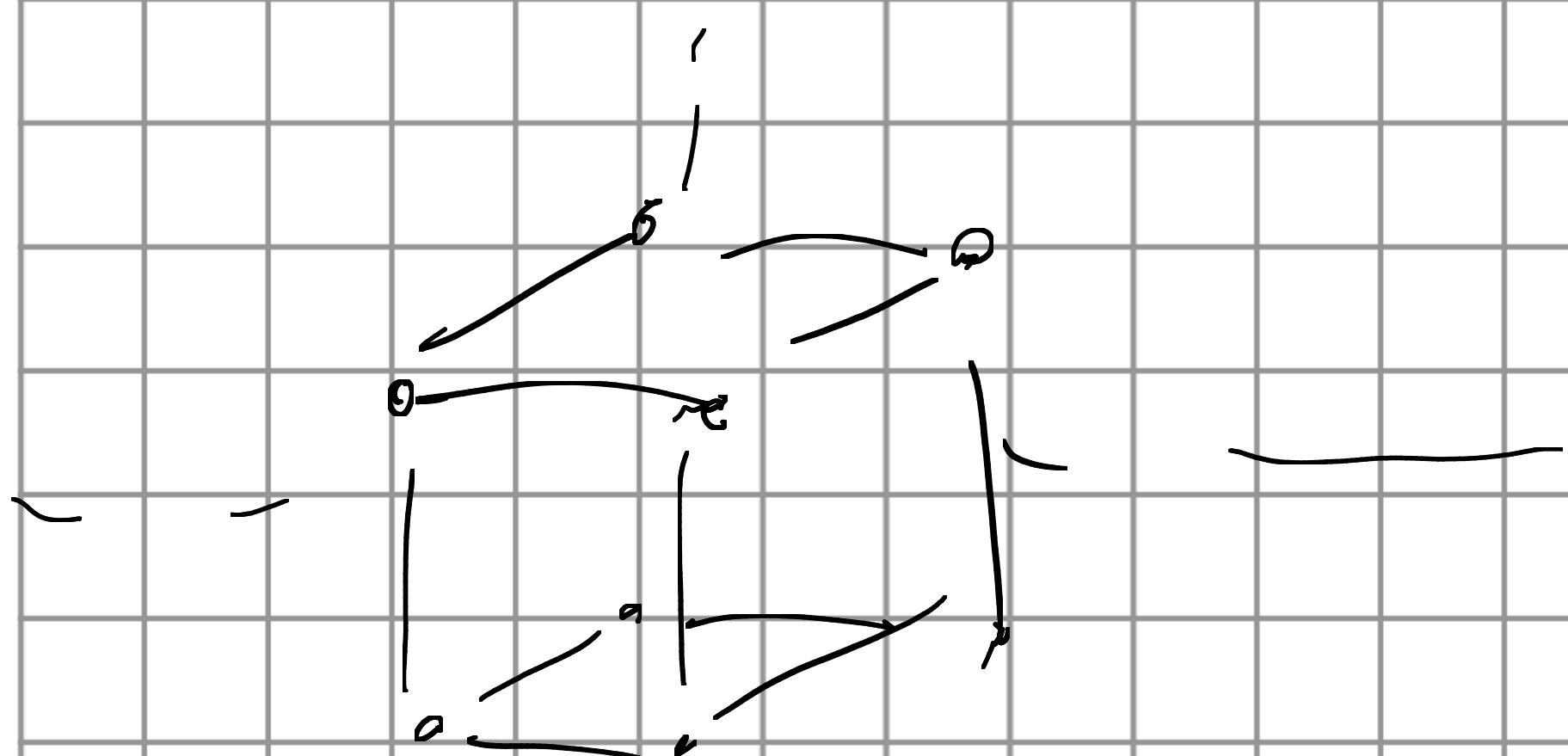
\hookrightarrow band gap. atomico.

Lez PITA NTI 2

Oggetto molecolari \rightarrow simmetria di mappatura.



Situazione analoga ih ket. arist.



Su NB. periodica-
mente

\hookrightarrow simm sotto trasl.
finite

\Rightarrow autovalori = funz. di Bloch

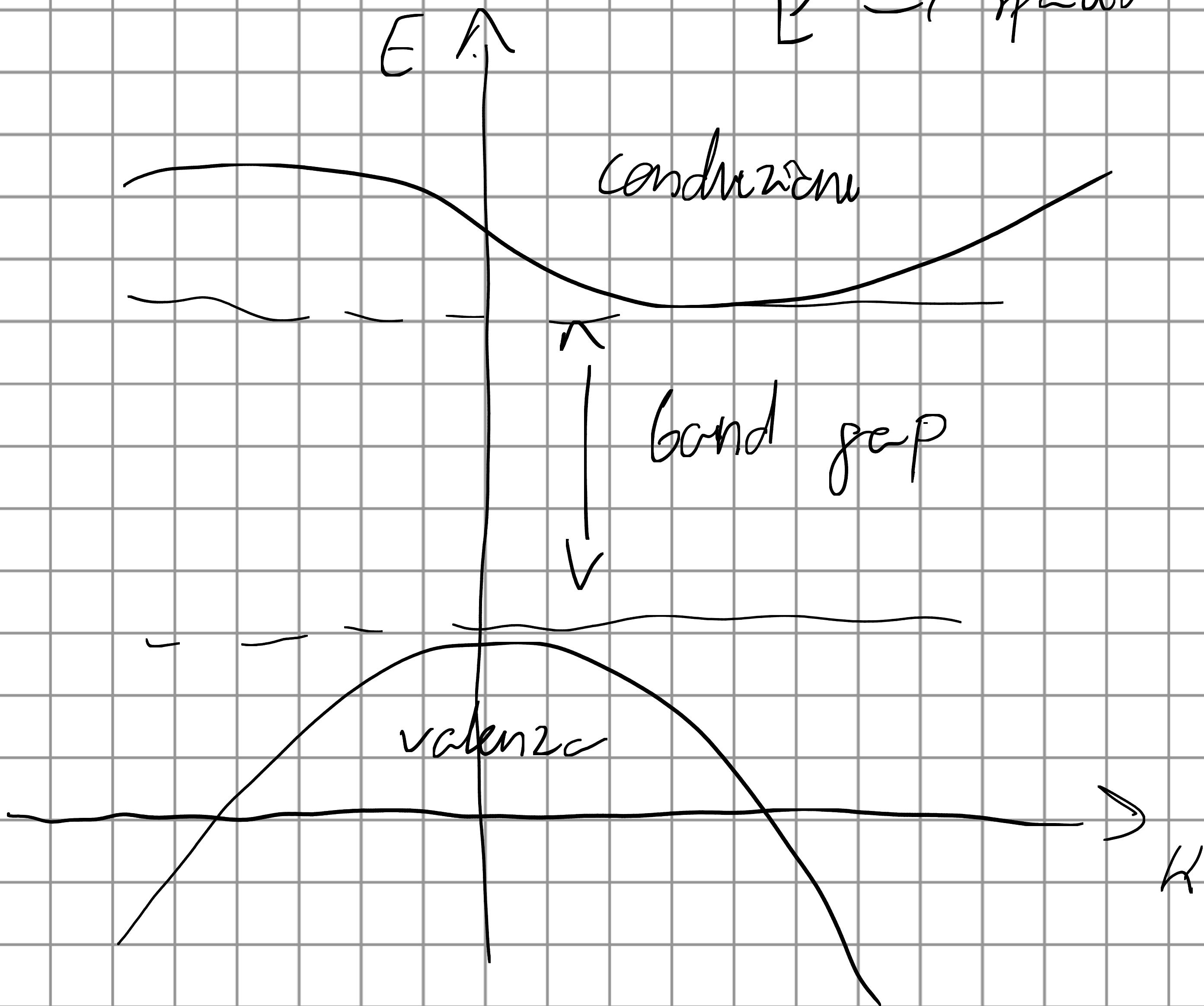
$$e^{i\hbar z} U_n(\hbar z) \leftarrow \text{onde}$$

\Rightarrow c' onde delocalizzate
ovunque nel ketolo

- Nei reticoli tanti atomi

↳ orb. si organizzano in bande

↙ → spazio reciproco



→ La struttura a bande DATA SOLO DA STRUTTURA ATOMICA

↳ indip. da quanti atomi (e^-) nel sist.

↳ pop. dip. da T

($\propto 5^{\circ} \text{C}$)

Max vel c min cond = vett. d'onda \vec{f} !

\Rightarrow Si band gap. indiretto

\hookrightarrow mi serve energia E MOMENTO per saltare band gap.

\hookrightarrow c' non scatterano con nuclei atomici

Ho commegno scattering (ogni μm) su IMPERFEZIONI

$1 \mu\text{m} \gg$ passo reticolare

- Grafene \rightarrow pas. ret. 1.5 \AA^0

\hookrightarrow le onde possono esistere in Tanti siti atomici ed ogni tanto scatterano su imperfezioni.

- Semiconduttori

e^- liberi \rightarrow e che possono interagire (pragmati) sul cristallo

Icarne \rightarrow articolici di calore.



Setting: Semicond. 1D (metallico \Rightarrow con e^- liberi)

bucco nel lattice \Rightarrow spazio e^- per muoversi.

\Rightarrow applico \vec{E} $\Rightarrow e^-$ si spostano.

Rappresento come Δ GENZA DI e^- CHE SI PROPAGA VERSO DX



Particella canica + \rightarrow hole

hole (data 1D) si muove in senso opposto agli e^-

• APPROX CLASSICA

Part. in part. \rightarrow spost. $F\delta x = \delta E$ lavoro fatto

$$\frac{d\vec{E}}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v} ; \quad \frac{d^2\vec{E}}{dt^2} = \vec{F} \cdot \vec{a}$$

\hookrightarrow Velocità di gruppo \rightarrow vel. e^- : $\frac{1}{\hbar} \frac{d\vec{E}(\vec{k})}{d\vec{k}}$

bande \rightarrow localmente paraboliche.

e^- su fondo banda energia ha $\vec{v}_{e^-} = \vec{0}$

\hookrightarrow per questo $\frac{d^2\vec{E}}{dt^2} = \vec{F} \cdot \vec{a} > 0$

Se $\vec{F} > 0$ allora $\vec{a} > 0$

vicinanza



$$\vec{F} < \vec{0} \Rightarrow \vec{a} < \vec{0}$$

- Stirrappano è da Valenza ha buca in Valenza

Buca in Valenza → $\partial^2 \vec{E} = \vec{F} \cdot \vec{a} < \vec{0}$

WEIRD

⇒ Massa buche NEGATIVA

↳ combina sign both carica and massa

- Prendo n e⁻ e passo da valenza a cond.

↳ ho n buche V^{inval.}

per poter far shiftare gli altri e⁻ in val.

Quindi ho corrente come:

$$\vec{J} = \sum_{\text{occ}} (-e) |\psi|^2 \vec{V}$$

oppure

$$\vec{J} = \sum_{\text{all}} (-e) |\psi|^2 \vec{V} - \sum_{\text{free}} (-e) |\psi|^2 \vec{V}$$

$$\Leftrightarrow \vec{J} = \vec{J}_{\text{buche}} = \sum_{\text{free}} (+e) |\psi|^2 \vec{V}$$

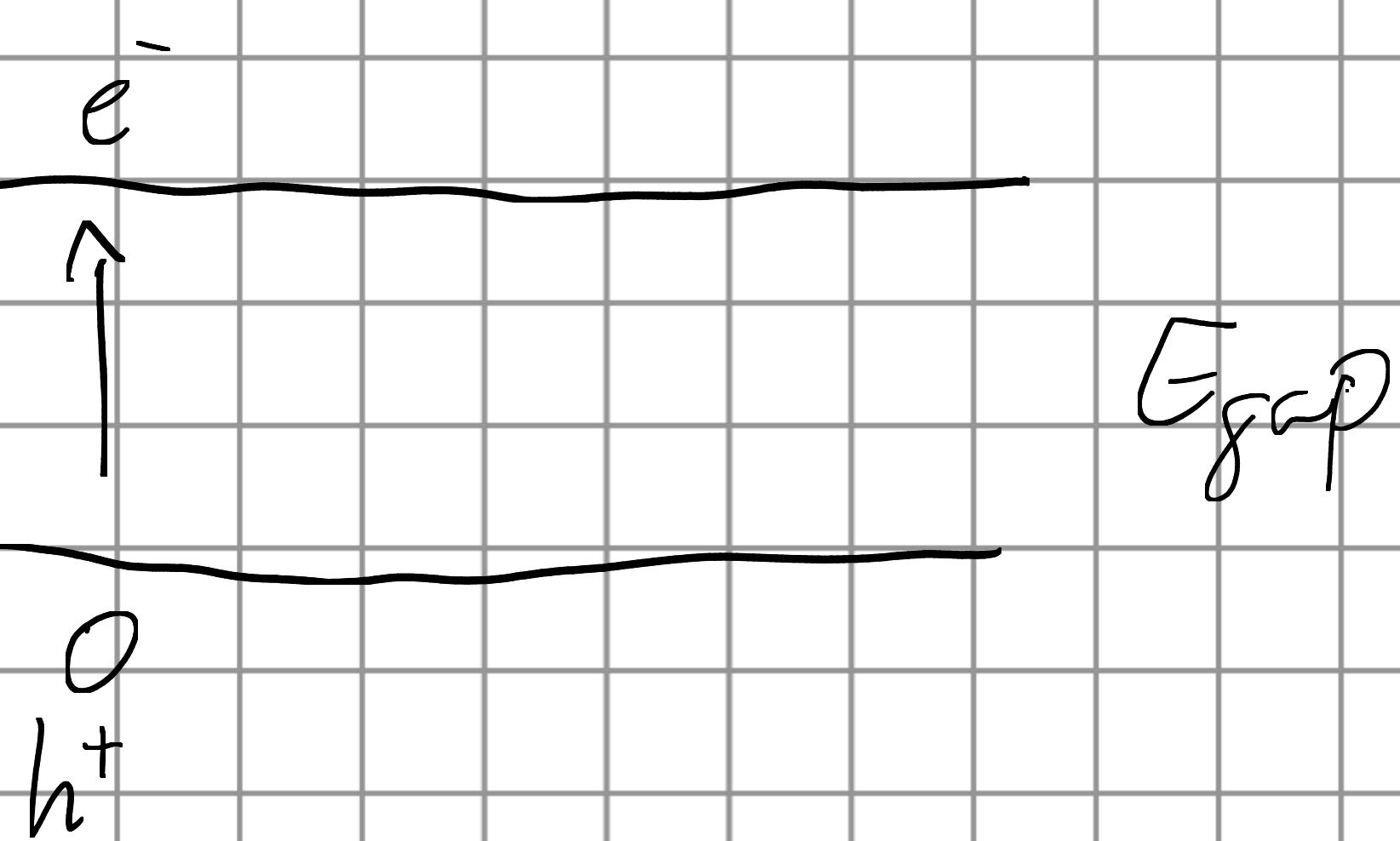
- Distr. carichi in bande \rightarrow gas classico di carichi all'energ. TD
dist. di IT-B.



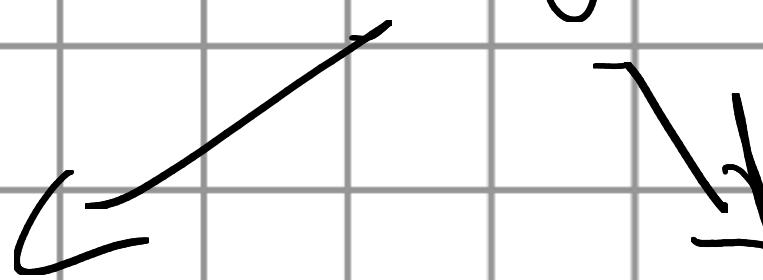
Oss: hole e e^- posso cancellarsi reciprocamente.

Crea sempre COPPIE di particelle.

\hookrightarrow Serve energia perché uno saltare bandgap.



Vibromozione \rightarrow libera energia



calore

luce

Usa per generare altri $e^- + h$

Posso dare le proprietà che voglio io

Ricomb. \rightarrow libera energia
 Generazione \rightarrow assorbe energia

conduction

 \leftarrow min " " cond. (25:30)

band gap

 \leftarrow max banda valenza

valence

\hookrightarrow Ricomb - gener. \rightarrow equilibrio di carica
 (come in chimica)

$$n_p p_o = n_i^2(T) \sim (10^{10} \text{ cm}^{-3})^2$$

$\overset{\wedge}{\text{I}}$ $\overset{\wedge}{\text{L}}$ h density
 $\overset{\wedge}{\text{e}}$ e-density

legge di equi.

$n \rightarrow$ negative

\hookrightarrow concentrazione all'equi.

$p \rightarrow$ positive

(zeri perdita) sono uguali
 a cest. ds equi. int. mecc.

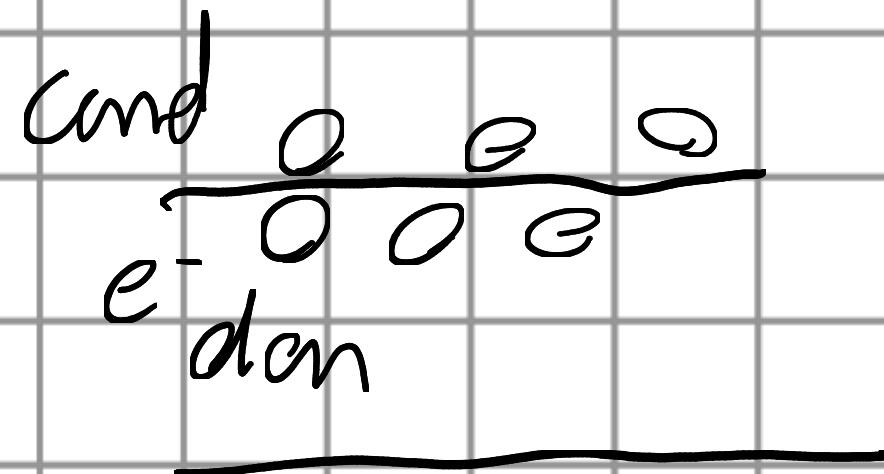
- Per turbare il sistema con drogante

(WCE in $H_2O \rightarrow$ cambia equilibrio)

Semicond. doppioni

Donatore $\rightarrow + e^-$ da Si

\hookrightarrow stato aggiuntivo molto vicino a cond.

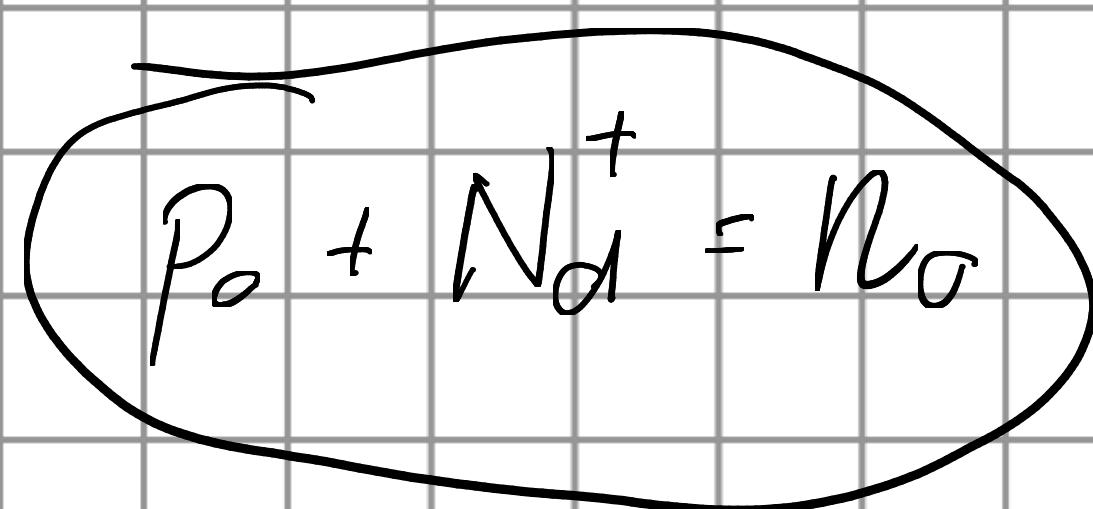


\Rightarrow passaggio e^- da
a cond. TOLTO PROD.

\Rightarrow saltano e ha $+ e^-$ in cond. che h in val

\Rightarrow GASSO DI e^-

\hookrightarrow (?) azione da messer



$$N_{Si} \sim 10^{22} \text{ cm}^{-3}$$

$N_d^+ \sim N_d \gg n_i \rightarrow$ concentr. intr. e^- in Si

$\Rightarrow e^-$ in cond. per Si det. da concent. droganti

- Scrivo legge da messe come:

$$P_o \sim \frac{n_e}{N_d^+}$$

n-type (dopaggio donatori)

$$P_o \sim N_d \sim N_a$$

p-type (" " " accettori)

Proseggono cambio significativamente popolazione
 e^- in cond. \rightarrow a temperatura ambiente.

- Droganti:

Si \rightarrow IV group (C e Ge)

\hookrightarrow droganti vicino Si con $+e^- - e^-$

P \rightarrow n-type Si $e^- + 1$

B \rightarrow p-type Si $e^- - 1 (h + l)$

- Cambio carattr. con drogaggio a T ambiente!

\hookrightarrow molto prob. il passaggio di e^- e h da droganti da vol. a cond. e viceversa più h

GeAs $1 \cdot 10^6$ conc. intrinseca }

Si 10^{10} "

Ge $1 \cdot 10^{-13}$ "

" } cm^{-3}

Quando si drogano si drogano in sacco

• TRASPORTO CARICA IN SECONDO

→ Corrente! (osservabile)

↳ in semicand. ha 2 effetti sovrapposti:

$$J_n = J_{\text{drift}} + J_{\text{diff}} \leftarrow \text{termine principale}$$

↓
cav. E →
diffusione

↓
I° legge di Fich*

$$\left(\frac{n e^2 \tau}{m_c} \right) E (-e) D_n \vec{D}_n \rightarrow$$

↳ part. tendono a spostarsi
in direzione opposta al campo
gradiente.

conduttilità

σ_n

$$\star \rightarrow J_d - \vec{D}_h$$

$\star \rightarrow$ tiny? car.
scattering
su doppetti

$m_c^* \rightarrow$ massa effettiva

↳ descrive effetti da massa
neg.

Stessa per buche

Servono altre eq. \rightarrow eq. di continuità

\hookrightarrow tengono conto di leggi
di conservazione.

- 2 eq. correnti (N. appunti curvati) (per $e^- e h$)

- 2 eq. continuità

G, R, k_{ate} generazione e ricomb.

+ drizzaggio \rightarrow equilib. e azione di massa,

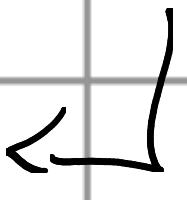
\hookrightarrow profili concentraz. nel semicond. di $e^- h$ e drogant.

\hookrightarrow eq. di Poisson per campi

\hookrightarrow per campo autoconserv.

- Scale in gioco diverse \rightarrow termini + o - rilevanti
di altri

Focis Applx



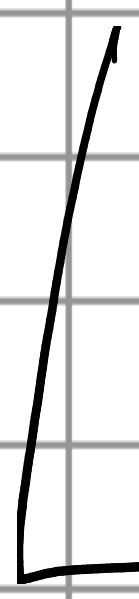
• N-TYPE

$$n_o \gg p_o$$

$$n_o \sim 10^{16} \text{ cm}^{-3}$$

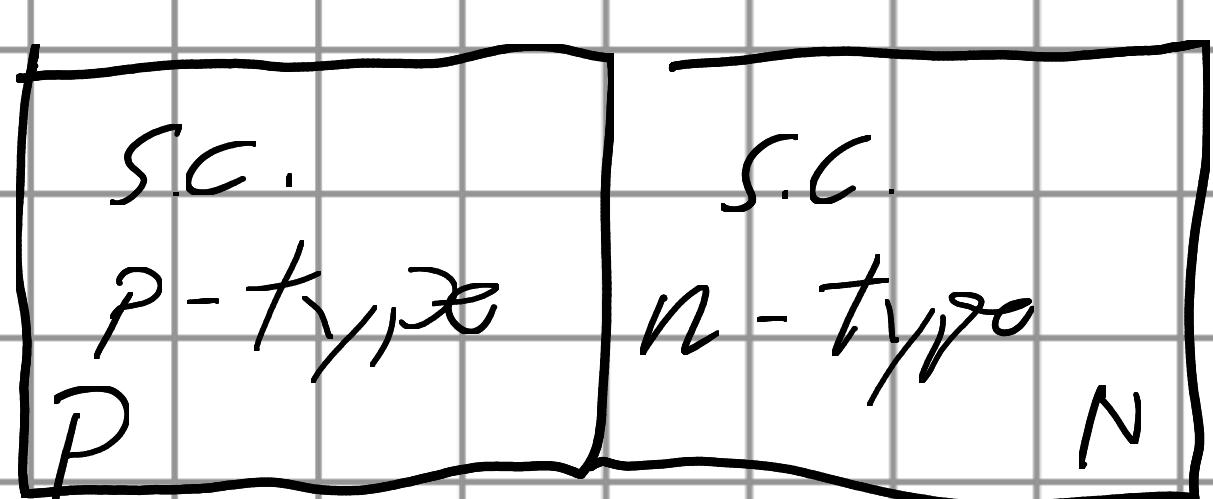
$$p_o \sim 10^4 \text{ cm}^{-3}$$

ih Si



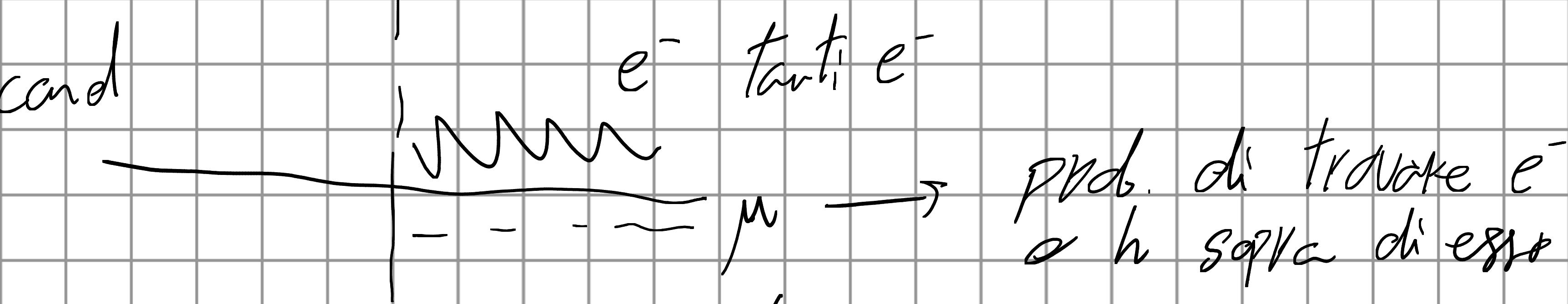
→ Farà dist. elett. che CONTROLLA CAMPO IN semicond.

Screening \rightarrow quando ho s.c. di tipo diverso a contatto.



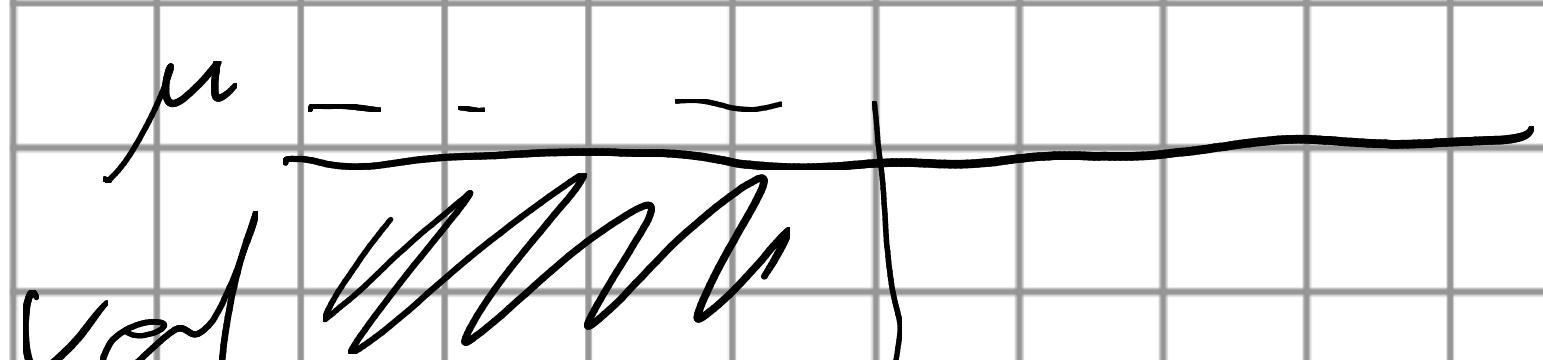
Vuoi ma non n' controllo

cond



\hookrightarrow prob. di trovare e^-

o h sopra di esso



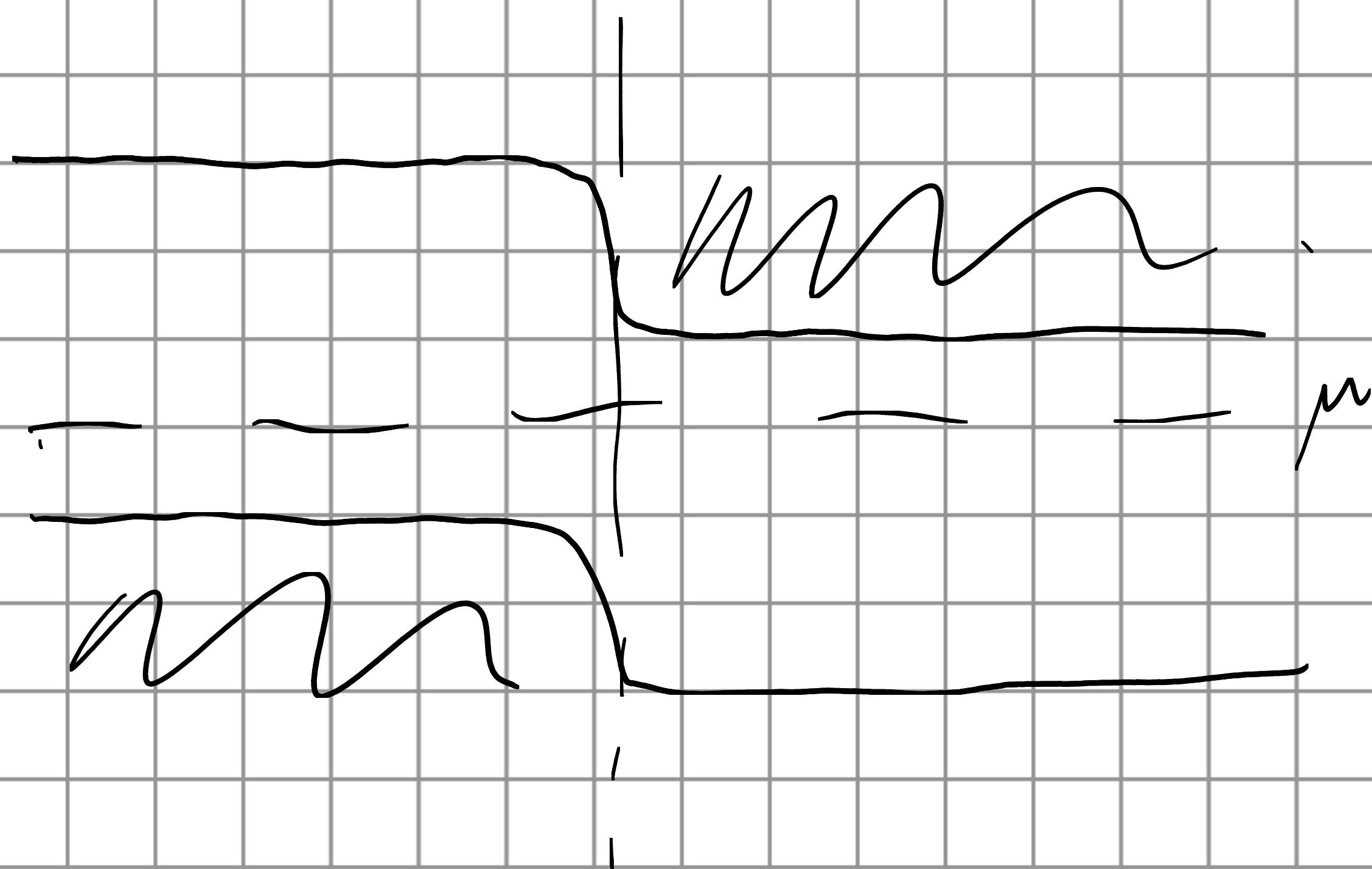
tante
h

μ t.c. energetica $\approx T=0$
... ($\star 5:00$)

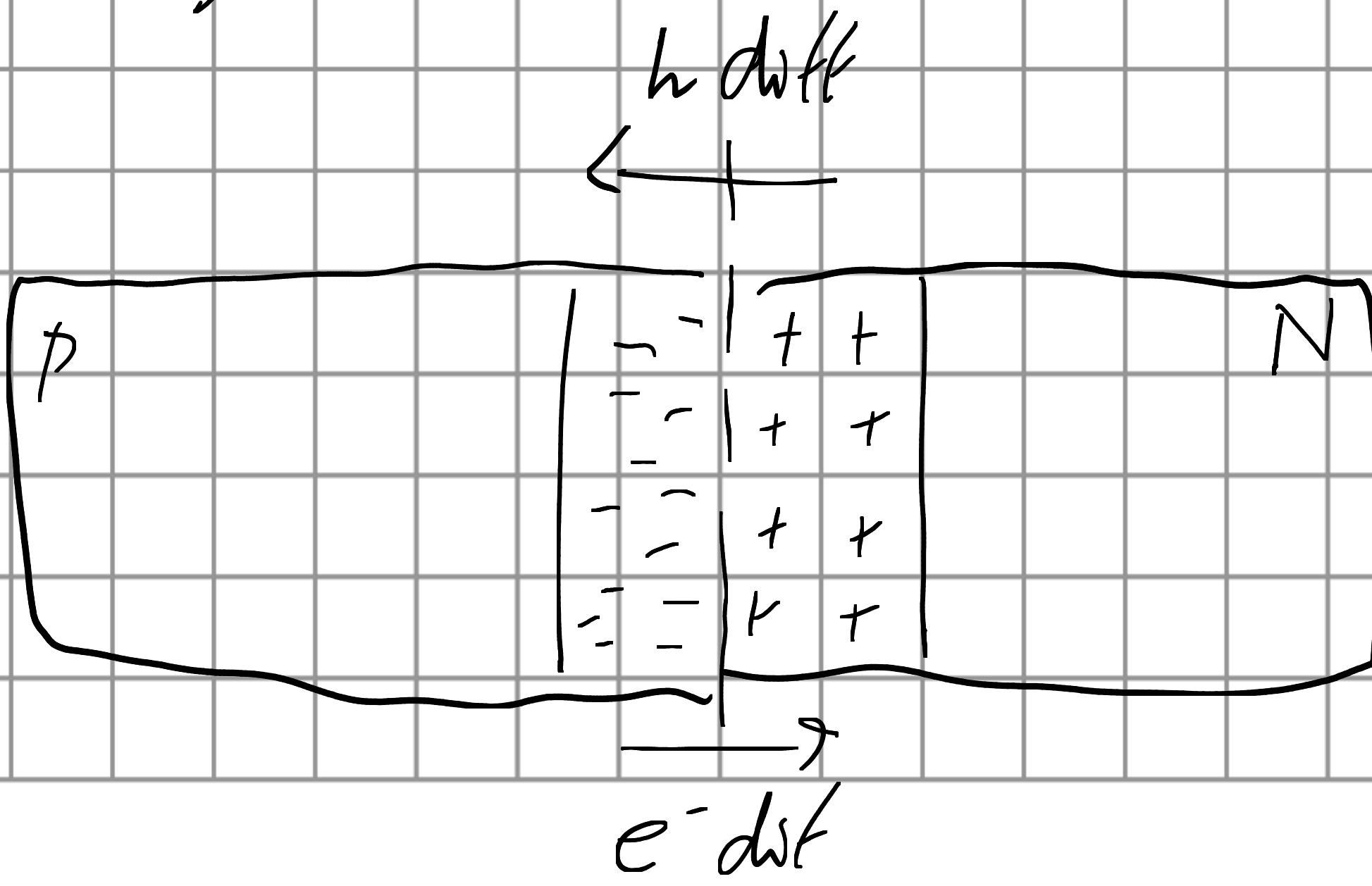
- Drogaggio

$\mu \uparrow$ con e^- }
 $\mu \downarrow$ con h } drogando car.

$\mu \rightarrow \text{pdf} \Rightarrow \text{continuo}$



Le bande si elevano additivamente per muon.
 μ cost. e continuo



Quando h diventa
de centralizza
 e^- liberato da
drogante.
L'è questa drogante
carico per.

Vicversa i - diff. ricarb. con h → drogante cap' -

→ '-' da un lato, '+' dall'altro

! ⇒ Cmp. elet. a giunzione.

↳ h estende in depletion zone

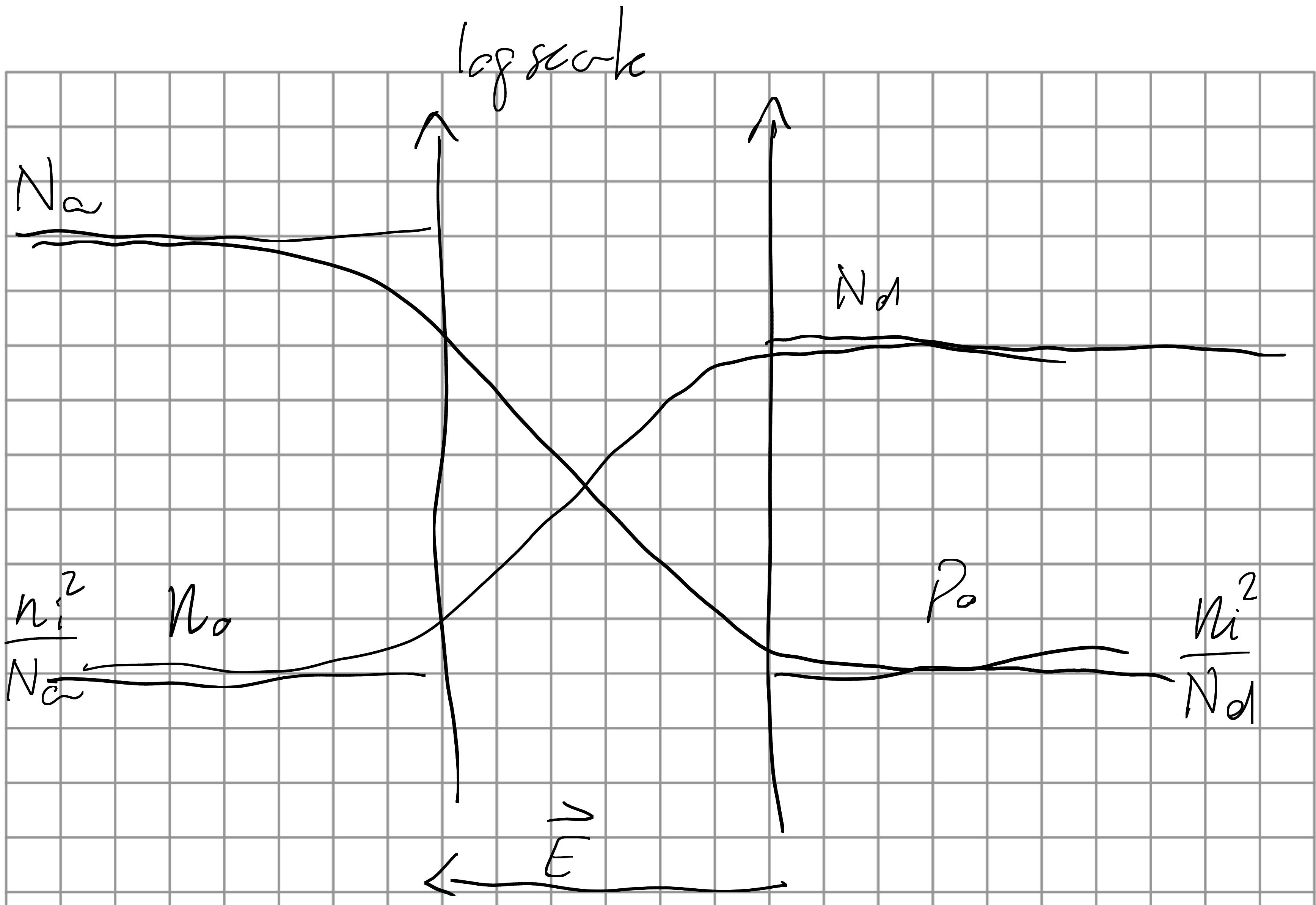
$$l \approx \sqrt{\frac{2 \epsilon \Delta \phi}{e}} \left(\frac{1}{N_a^+} + \frac{1}{N_s^-} \right)$$

$$l \approx 100 - 1000 \text{ nm}$$

Determina salto di pot.
a giunzione.

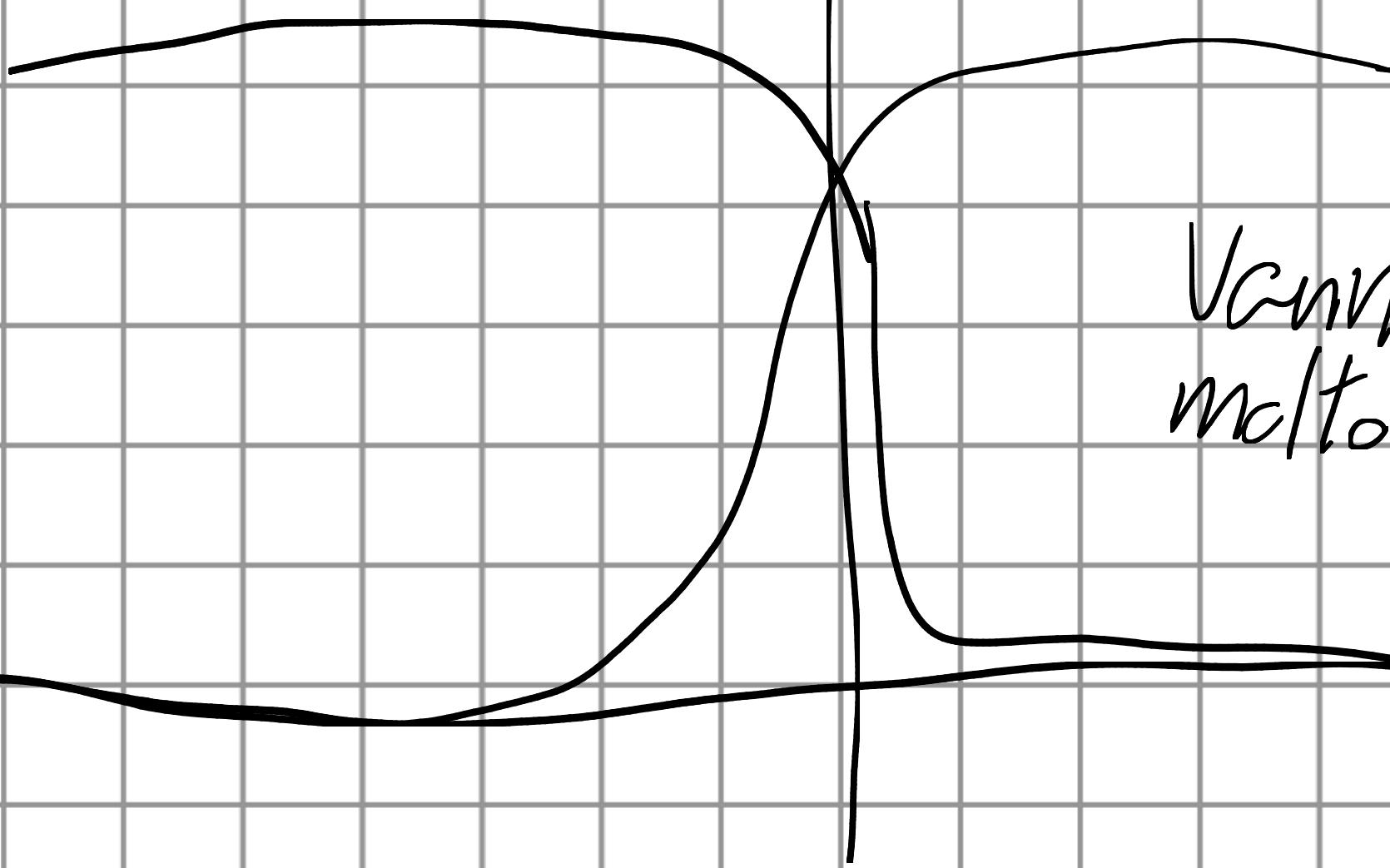
↳ Ogni per si a drogaggi std.

- Stessa cosa con concentrazioni



lin scale

Vanno a zero
molto rapidamente



- Applico potenziale \rightarrow sposta bande di un certo pct.

e.v

\leftarrow dot. applicato

- Con pot. applicata posso cambiare profondità dep. z
e penetrazione carichi.

SCR \rightarrow Space charge region \rightarrow zona svolamento

QNR \rightarrow quasi neutral region \rightarrow fuori dep. Z

- Eq. carichi

Nella QNR n-type posso trascurare car. cond.
 n .

$$C_n \gg C_p$$

I trionfatori contribuiscono per forza a generazione e rilascio.

$$R \propto N_P \sim N_0 P$$

↑

$$\text{carc. e}^- \sim N_0$$

Fuori eqm.

\rightarrow per legge di zione di massa

$$G \propto n_i = N_0 \Rightarrow G - R \propto N_0 (P_0 - P)$$

L'processo termico

$$G - R = \frac{P_0 - P}{E_p} \quad \text{dominante conv. minoritari}$$

- Transito Poisson per dist. carica bandi
nelle QNR no campo

W. appunti - maledette lezioni un slide

• TMP. CARATT. SIST.

Tempo di scattering

$$\text{Movimento: } \vec{V}_{\text{direct}} = \mu \vec{E}$$

$$N = n e \vec{V}_{\text{direct}}$$

$$\Rightarrow \mu \propto e T / m^*$$

$$\tau \approx 500 \cdot 10^{-15} \text{ s}$$

tempi secondi

Vita media munitari (01:09:00)

- Cosa accade in porto n-type?

diffusion eq.

$$\frac{\partial P}{\partial t} - D_P \nabla^2 P = \frac{P_0 - P}{\tau_P}$$

- Steady state $\partial_t P = 0$

- Caso 1D

$$- D_P \partial_x^2 P = \frac{P_0 - P}{\tau_P}$$

$$\Leftrightarrow - \underbrace{E_P D_P}_{L_P^2} \partial_x^2 P = P_0 - P$$

$$L_P^2$$

\hookrightarrow lunghezza di diffusione dei munitari

- Soluzioni

$$P(x) = P_0 + A e^{-x/L_P} + B e^{x/L_P}$$

Cond. al bordo

$X \rightarrow 0$ caniche mn. egn.

$$\frac{n_i^2}{N_D} \exp\left(\frac{eV}{k_B T}\right) \rightarrow \text{VV. slide.}$$

$\Rightarrow P(X=0) =$

$X \rightarrow +\infty$ deve essere mn. lnr

$$\Rightarrow D = 0$$

$$\frac{n_i^2}{N_D} \exp\left(\frac{eV}{k_B T}\right) - \frac{n_i^2}{N_D} + \frac{n_i^2}{N_D} =$$

$$= \frac{n_i^2}{N_D} \left(e^{\frac{eV}{k_B T}} - 1 \right) + \frac{N_D^2}{N_D} P_0$$

$\curvearrowleft \quad \curvearrowright$

$$\Rightarrow P(X) = \frac{n_i^2}{N_D} + \frac{N_D^2}{N_D} \left(e^{\frac{eV}{k_B T}} - 1 \right) e^{-\frac{X}{L_P}}$$

\hookrightarrow probabilità carica unidirizzi in QNR.

- ΔV_{TR} hyp.: ricombinazione zona screening trasferibile.

$$\Rightarrow J_{SCR} = \text{cost} = J_n + J_p$$

Prendo 2 c.c. in SCR (ha comp $|\vec{E}| > 0$)

$x=0$ centro

$W_N \rightarrow QCR$ centro n type

$W_P \rightarrow n^+$ p type

$$J_p(W_N) = -e D_p \nabla P = \frac{e D_p}{L_p} \frac{N_i^2}{N_D} \left(e^{\frac{eV}{k_B T}} - 1 \right)$$

↳ da eq. precedente ↑

calcolabile da espressione
dip

- somma/misura $J_n (-W_P)$

$$J = \left[e \frac{D_N}{L_N} \frac{N_i^2}{N_D} + e \frac{D_P N_i^2}{N_D} \right] \left(e^{\frac{eV}{k_B T}} - 1 \right)$$

$$= J_s \quad \rightarrow \text{s. eq.}$$

$$J = J_s \left(e^{\frac{qV_{BT}}{kT}} - 1 \right) \text{ Shockley eq.}$$

Se sappiamo quanti minoritari si intendono so
kilostrike la corrente (* 01:26:00)!

↳ Diffusione det. in definitiva la corrente.
domanda
(* 01:29:00) interessante

(* 01:33:00) diodi breakdown