

Logbook es. 05

Introduzione

L'obiettivo di questa esperienza è di studiare il comportamento di una varietà di circuiti che sfruttano le applicazioni degli amplificatori operazionali (op-amp). In particolare, verranno analizzati i circuiti di integratore e derivatore.

Analizzeremo il funzionamento dello schema circuitale sulla base dello studio analitico e verificheremo sperimentalmente i risultati ottenuti, evidenziando eventuali deviazioni tra teoria e pratica.

Abbiamo deciso di utilizzare l'OpAmp MCP601 per via delle piccole correnti di bias che limitano l'offset, che è fondamentale sia piccolo in questo esperimento a causa della deviazione che introduce nella funzione di risposta.

Task 1

Obiettivi:

- Considerare la funzione di risposta $H(\omega)$ dei due circuiti in fig.1 e fig.2 trascurando le resistenze indicate come R_{reg*} e qualsiasi deviazione dall'OpAmp ideale;
- Verificare che ha senso chiamarli integratore e derivatore;
- Scrivere la relazione fra ingresso e uscita nei due circuiti nel dominio del tempo, trascurando i transitori.

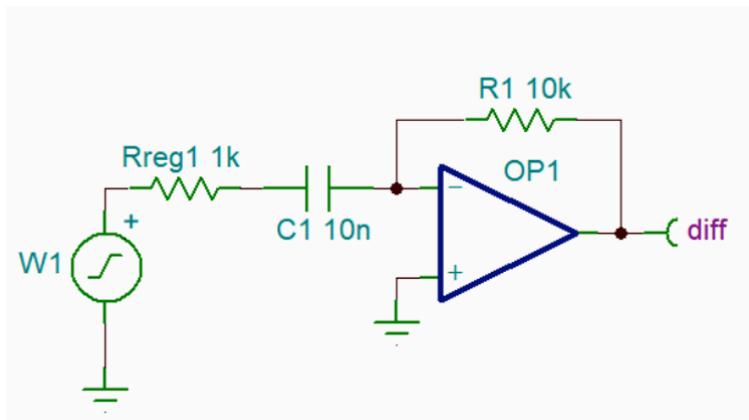


Figura 1: Schema circuitale del derivatore

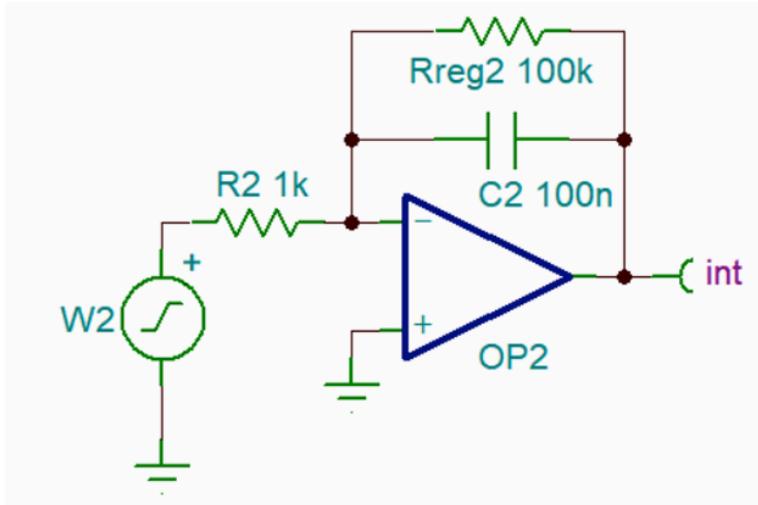


Figura 2: Schema circuitale dell'integratore

Innanzitutto, per considerare la funzione di risposta dei due circuiti, trascuriamo le resistenze di regolarizzazione (e quindi, nello specifico, poniamo $R_{reg1} = 0$ e $R_{reg2} = \infty$ in modo che non vi passi corrente) e assumiamo che l'OpAmp sia ideale, ovvero che valgano le regole d'oro:

- Le tensioni ai due ingressi differenziali dell'OpAmp sono uguali: $V_+ = V_-$;
- L'OpAmp non assorbe corrente: $I_+ = I_- = 0$.

In entrambi i casi, utilizziamo le regole d'oro e la legge dei nodi.

DERIVATORE

Per il circuito derivatore (fig. 1), applicando le regole d'oro, si ha che il potenziale al nodo V_- è nullo, quindi la corrente che attraversa la resistenza R_1 è data da:

$$I_{R_1} = \frac{V_- - V_{out}}{R_1} = -\frac{V_{out}}{R_1}$$

La stessa corrente attraversa il condensatore C_1 , ma con segno opposto per convenzione sulle correnti di ingresso e uscita nei nodi (legge dei nodi: $I_{R_1} - I_{C_1} = 0$), quindi:

$$I_{C_1} = C_1 \frac{d(V_{in} - V_-)}{dt} = C_1 \frac{dV_{in}}{dt} = I_{R_1} = -\frac{V_{out}}{R_1}$$

Da cui si ricava la relazione tra ingresso e uscita nel dominio del tempo:

$$V_{out}(t) = -R_1 C_1 \frac{dV_{in}(t)}{dt}$$

dalla quale si vede che il circuito si comporta effettivamente come derivatore. Per ricavare la funzione di risposta, passiamo al dominio della frequenza utilizzando la trasformata di Fourier:

$$\hat{V}_{out}(\omega) = -R_1 C_1 (i\omega) \hat{V}_{in}(\omega)$$

Da cui si ottiene la funzione di risposta:

$$H(\omega) = \frac{\hat{V}_{out}(\omega)}{\hat{V}_{in}(\omega)} = -i\omega R_1 C_1 = -i \frac{\omega}{\omega_T}$$

dove $\omega_T = \frac{1}{\tau} = \frac{1}{R_1 C_1}$

INTEGRATORE

Per il circuito integratore (fig. 2), seguendo lo stesso approccio, si ha che:

$$I_{R_2} = \frac{V_{in}}{R_2} = -C_2 \frac{dV_{out}}{dt}$$

Da cui si ricava la relazione tra ingresso e uscita nel dominio del tempo:

$$V_{out} = -\frac{1}{R_2 C_2} \int_{-\infty}^t V_{in}(t') dt'$$

e dunque la funzione di risposta:

$$H(\omega) = \frac{\hat{V}_{out}(\omega)}{\hat{V}_{in}(\omega)} = -\frac{1}{i\omega\tau} = -\frac{\omega_T}{i\omega}$$

Dove $\tau = R_2 C_2$

Task 2

Obiettivi:

- Usare le regole d'oro per calcolare la risposta dell'integratore in presenza di R_{reg2} e determinare in quale range di frequenze il circuito si comporta effettivamente come un integratore;
- Determinare l'effetto di un voltaggio di offset V_{off} sull'output del circuito;
- Determinare fino a che frequenze il circuito si comporta come un buon integratore;
- Decidere una strategia per scegliere il valore di R_{reg2} .

Risposta dell'integratore con R_{reg2} finita

Consideriamo l'integratore invertente reale con il condensatore C_2 e la resistenza R_{reg2} in parallelo nel ramo di retroazione.

Applicando le regole d'oro dell'op-amp ideale:

$$I_1 = \frac{V_{in}}{R_2}, \quad I_{reg2} = \frac{V_{out}}{R_{reg2}}, \quad I_{C2} = C_2 \frac{dV_{out}}{dt}$$

Nel nodo invertente vale $I_1 = I_{reg2} + I_{C2}$, da cui:

$$\frac{V_{in}}{R_2} = \frac{V_{out}}{R_{reg2}} + dV_{out}C_2$$

e quindi la **funzione di trasferimento**, passando al dominio delle frequenze, è:

$$H(\omega) = \frac{V_{out}}{V_{in}} = -\frac{R_{reg2}/R_2}{1 + i\omega R_{reg2}C_2}$$

Comportamento in frequenza

Studiando il limite della funzione di trasferimento per $\omega \rightarrow 0$ e $\omega \rightarrow \infty$, abbiamo visto che a basse frequenze ($\omega \ll 1/R_{reg2}C_2$):

$$|H(j\omega)| \approx \frac{R_{reg2}}{R_2}$$

il circuito si comporta come un **amplificatore invertente** a guadagno costante, mentre alle alte frequenze ($\omega \gg 1/R_{reg2}C_2$):

$$H(j\omega) \approx -\frac{1}{j\omega R_2 C_2}$$

il circuito si comporta come un **integratore ideale**. Da cui si ottiene, infine, il range di frequenze per il comportamento da buon integratore considerando che il $GBWP \approx 3$ MHz per l'MPC601:

$$\boxed{\frac{1}{R_{reg2}C_2} < \omega < GBWP}$$

Effetto del voltaggio di offset V_{off}

Nel limite di alto guadagno, l'op-amp reale introduce un piccolo offset tra gli ingressi:

$$V_- = -V_{off}$$

Le stesse equazioni nodali valgono, ma l'uscita include anche il contributo di offset:

$$V_{out} = -\frac{R_{reg2}}{R_2} V_{off}$$

Anche un offset molto piccolo (pochi mV) può generare una tensione di uscita elevata se R_{reg2}/R_2 è grande, e se R_{reg2} è troppo grande, l'op-amp può facilmente andare in **saturazione**.

Nel limite di alto guadagno open-loop, possiamo scrivere:

$$V_+ = V_- + V_{off}$$

Poiché $V_+ = 0$:

$$V_- = -V_{off}$$

Per l'equazione dei nodi, scriviamo:

$$\begin{cases} I_1 - I_2 = 0 \\ I_2 - I_{reg2} - I_{C2} = 0 \end{cases}$$

e

$$\left\{ \begin{array}{l} I_1 = \frac{V_{in} - V_-}{R_2} = \frac{V_{in} + V_{off}}{R_2} \\ I_{reg2} = \frac{V_- - V_{out}}{R_{reg2}} = \frac{-V_{off} - V_{out}}{R_{reg2}} \\ I_{C2} = (V_- - V_{out})C_2 \frac{d}{dt} = -C_2 \frac{dV_{out}}{dt} \end{array} \right.$$

Combinando le correnti:

$$I_1 = I_{reg2} + I_{C2}$$

si ottiene:

$$\frac{V_{in} + V_{off}}{R_2} = \frac{-V_{off} - V_{out}}{R_{reg2}} - C_2 \frac{dV_{out}}{dt}$$

Che nel passaggio al dominio delle frequenze possiamo scrivere:

$$\frac{\hat{V}_{in} + V_{off}}{R_2} = -\frac{\hat{V}_{out} + V_{off}}{R_{reg2}} - sC_2 \hat{V}_{out}$$

che può essere riscritta come:

$$\frac{\hat{V}_{in}}{R_2} = -\hat{V}_{out} \left(\frac{1}{R_{reg2}} + sC_2 \right) - V_{off} \left(\frac{R_2 + R_{reg2}}{R_2 R_{reg2}} \right)$$

Indicando con $s = j\omega$ e $\delta(\omega) = \frac{R_2 + R_{reg2}}{R_2 R_{reg2}}$:

$$\hat{V}_{in} = -\hat{V}_{out} (1 + j\omega C_2 R_{reg2}) \frac{R_2}{R_{reg2}} - V_{off} \delta(\omega)$$

Ricaviamo \hat{V}_{out}

$$\hat{V}_{out} = -\frac{R_{reg2}}{R_2} \cdot \frac{\hat{V}_{in} - V_{off} \frac{R_2 + R_{reg2}}{R_2}}{1 + j\omega C_2 R_{reg2}}$$

oppure, in forma esplicita:

$$\boxed{\hat{V}_{out} = -\frac{R_{reg2}}{R_2} \left[\frac{\hat{V}_{in}}{1 + j\omega C_2 R_{reg2}} - V_{off} \frac{R_2 + R_{reg2}}{R_2 (1 + j\omega C_2 R_{reg2})} \right]}$$

Osservazioni:

- Il termine proporzionale a V_{off} genera una componente continua all'uscita che può portare a **saturazione** dell'op-amp;
- L'entità della saturazione cresce con R_{reg2} , poiché il fattore di amplificazione dell'offset è $\frac{R_{reg2}}{R_2}$;

R_{reg2} va dunque scelta come compromesso per:

- evitare saturazione a causa dell'offset;
- mantenere un buon comportamento integrativo nel range di frequenze utile ($f_{min} = 1/2\pi R_{reg2} C_2$);

Per evitare la saturazione dovuta all'offset, si impone dunque:

$$|V_{out}| < |V_{sat}| \quad \Rightarrow \quad |V_{off}| \frac{R_{reg2}}{R_2} < |V_{sat}|$$

Da cui:

$$0 < R_{reg2} < R_2 \left(\frac{V_{sat}}{V_{off}} - 1 \right)$$

Che, nel caso dell'MCP601, porta a:

$$\begin{aligned} R_2 &\approx 1 \text{ M}\Omega, \quad V_{off} \approx 1 \text{ mV}, \quad V_{sat} = 3 \text{ V} \\ &\Rightarrow R_{reg2} \lesssim 1 \text{ M}\Omega \end{aligned}$$

Risposta del derivatore con R_{reg1} finita

Molto semplicemente posso studiare il circuito direttamente nel dominio della frequenza, utilizzando le impedanze dei componenti presenti e considerando valide le regole d'oro degli OpAmp. Allora trovo che:

$$\begin{cases} \hat{V}_{in} = (R_{reg1} + \frac{1}{i\omega C_1}) \hat{I}_1 \\ \hat{V}_{out} = R_1 \hat{I}_1 \end{cases}$$

Da cui ottengo, dividendo membro a membro:

$$\frac{\hat{V}_{out}}{\hat{V}_{in}} = H(\omega) = -\frac{R_1}{R_{reg1} + \frac{1}{i\omega C_1}}$$

Mettendo tutto in bella forma, trovo:

$$H(\omega) = -\frac{i\omega C_1 R_1}{1 + i\omega C_1 R_{reg1}}$$

Dove definisco $\tau = R_1 C_1$ e $\tau_{reg1} = C_1 R_{reg1}$.

Dall'espressione della funzione di risposta si vede come il circuito presenti un buon comportamento da derivatore per frequenze del tipo: $\omega \ll \frac{1}{C_1 R_{reg1}}$ (a meno di fattori 2π , ovviamente).

Risposta del derivatore con $A(\omega)$ non banale

Assumo valida l'approssimazione di polo dominante:

$$A(\omega) \simeq \frac{A_0}{1 + i\omega\tau PD}$$

Ora devo assumere che la prima regola d'ora ($V_+ = V_- = 0$, nullo nel caso del circuito presente), non sia valida, quindi avrò che:

$$V_{out} = A(V_+ - V_-) = -AV_-$$

Essendo l'ingresso differenziale positivo dell'OpAmp collegato a terra. Il fatto che V_{out} sia esprimibile in tale forma porta allo scorrimento in R_1 di una corrente:

$$I_{R_1} = \frac{V_- - V_{out}}{R_1} = \frac{(A + 1)V_-}{R_1}$$

Dall'equazione dei nodi, questa corrente sarà uguale a quella che scorre nel ramo con il condensatore:

$$I_{C_1} = \frac{d(V_{in} - V_-)}{dt} C_1$$

Per cui ottengo:

$$I_{C_1} = I_{R_1} \iff \frac{d(V_{in} - V_-)}{dt} C_1 = \frac{(A + 1)V_-}{R_1}$$

e passando in trasformata trovo:

$$\hat{V}_{in} = \hat{V}_- + \frac{(A + 1)\hat{V}_-}{i\omega C_1 R_1}$$

e finalmente, scrivendo la funzione di risposta come rapporto tra le trasformate tra ingresso ed uscita, ottengo:

$$H(\omega) = \frac{\hat{V}_{out}}{\hat{V}_{in}} = \frac{A\hat{V}_-}{\hat{V}_{in}} = \frac{i\omega\tau A(\omega)}{i\omega\tau + (A(\omega) + 1)}$$

Se l'amplificazione è molto maggiore di 1, posso fare l'ulteriore approssimazione per $A(\omega)$:

$$A(\omega) \approx \frac{A_0}{i\omega\tau_{PD}}$$

e sostituendo nella funzione di risposta trovo la funzione di trasferimento di interesse:

$$H(\omega) = \frac{i\omega\tau A_0}{A_0 - \omega^2\tau\tau_{PD}}$$

Dove $\tau = R_1 C_1$ e $\tau_{PD} = \frac{A_0}{GBWP}$. Tale funzione di risposta prevede una risonanza a frequenza:

$$f_{ris} = \frac{1}{2\pi\sqrt{\frac{\tau\tau_{PD}}{A_0}}}$$

In prossimità della quale il circuito entra in autoscillazione.

Task 3

Obiettivi:

- Realizzare i due circuiti con le resistenze indicate (in fig. 1 e 2);
- Verificare che si comportano effettivamente come integratore e derivatore usando il generatore di funzioni come segnale di ingresso;
- Verificare il funzionamento nel dominio del tempo.

Di seguito, la realizzazione del circuito dell'integratore:

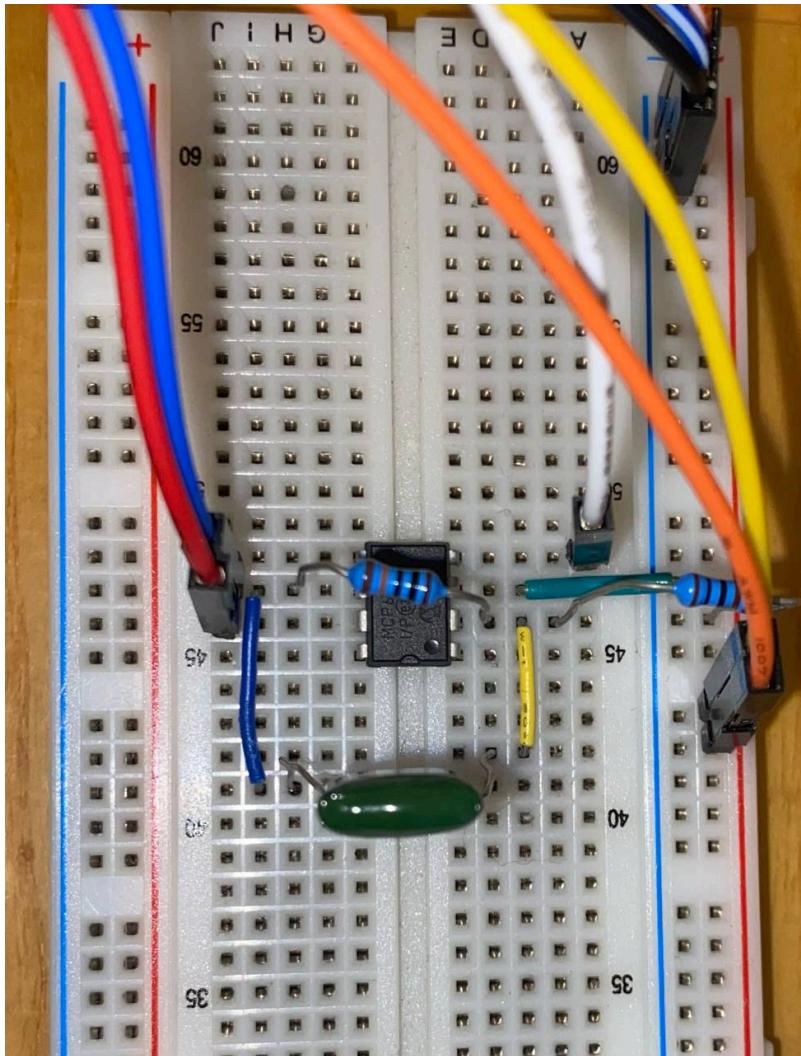


Figura 3: Circuito integratore realizzato in laboratorio

In cui abbiamo scelto $C = 146.7\text{nF}$ e mantenuto le resistenze riportate nello schema presentato all'inizio.

Abbiamo preventivamente simulato il circuito su TINA, osservando, come atteso, il comportamento da integratore. Per studiare meglio il comportamento del circuito nel dominio del tempo, abbiamo anche simulato il bode del circuito, in modo da orientarci meglio nella scelta delle frequenze da testare in laboratorio.

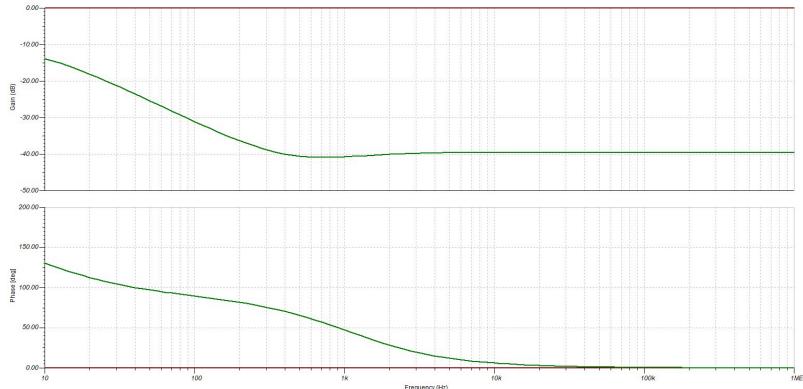


Figura 4: Simulazione in TINA del circuito integratore - spazzata in frequenza

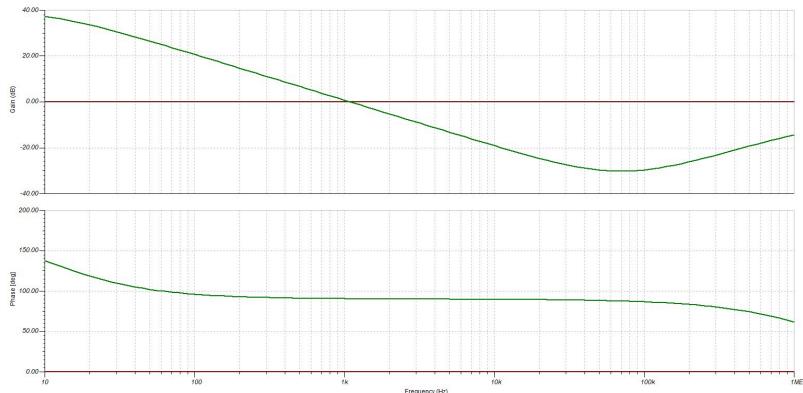


Figura 5: Simulazione in TINA del circuito integratore con resistenza di regolarizzazione - spazzata in frequenza

Secondo l'obiettivo di studiare il comportamento del circuito nel dominio del tempo, abbiamo usato in ingresso un'onda quadra e triangolare a diverse frequenze, regolando di volta in volta l'ampiezza per evitare la saturazione dell'OpAmp. Le frequenze testate sono state:

- 1 Hz;
- 50 Hz;
- 100 Hz;
- 1 kHz;
- 10 kHz;
- 100 kHz.

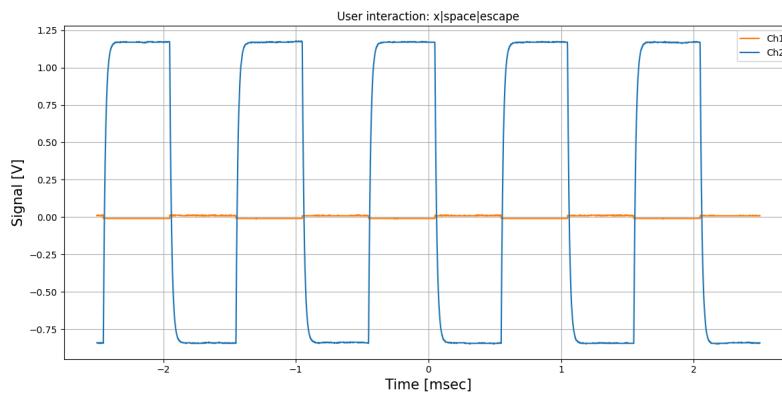


Figura 6: Ingresso (canale 1) e uscita (canale 2) del circuito integratore con onda quadrata a 1 Hz

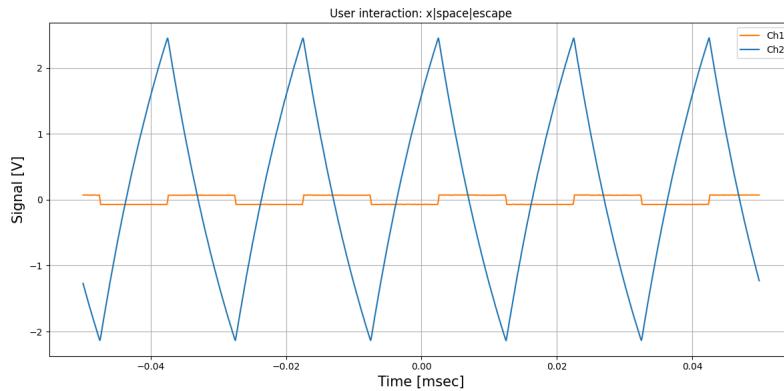


Figura 7: Ingresso (canale 1) e uscita (canale 2) del circuito integratore con onda quadra a 50 Hz

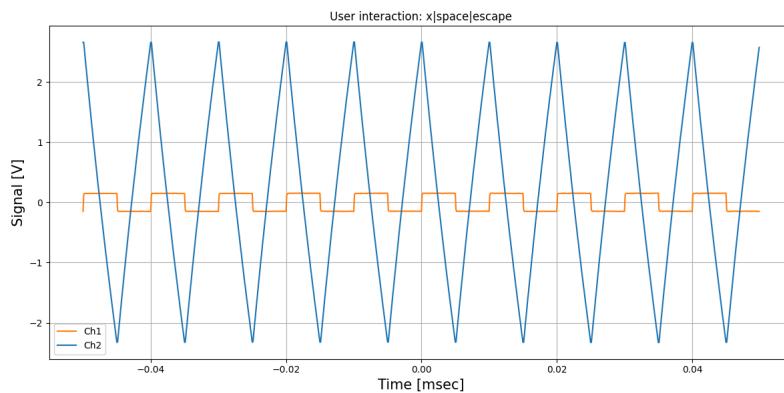


Figura 8: Ingresso (canale 1) e uscita (canale 2) del circuito integratore con onda quadra a 100 Hz

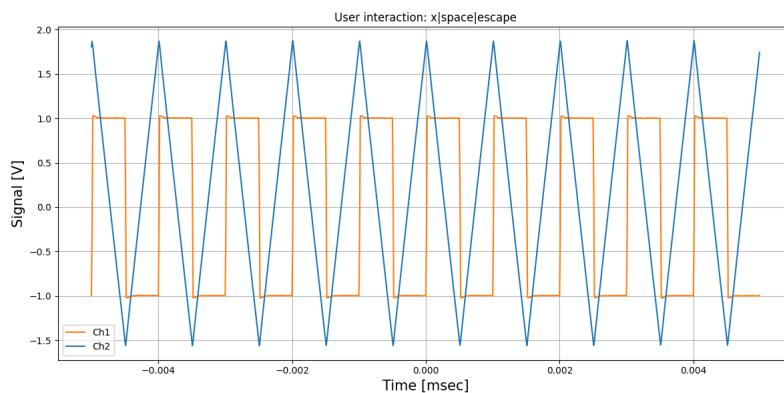


Figura 9: Ingresso (canale 1) e uscita (canale 2) del circuito integratore con onda quadra a 1 kHz

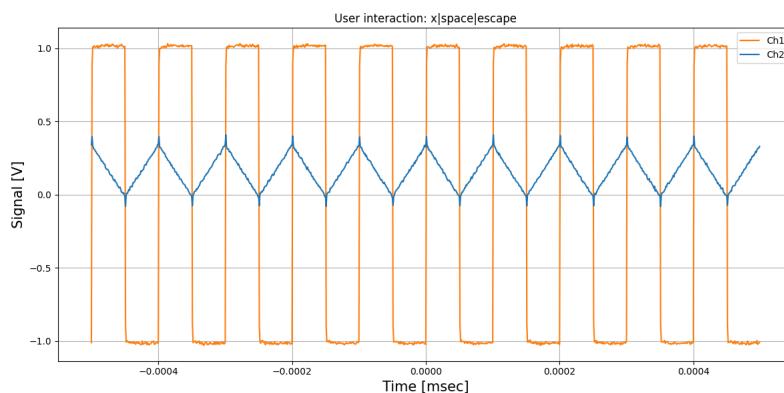


Figura 10: Ingresso (canale 1) e uscita (canale 2) del circuito integratore con onda quadra a 10 kHz

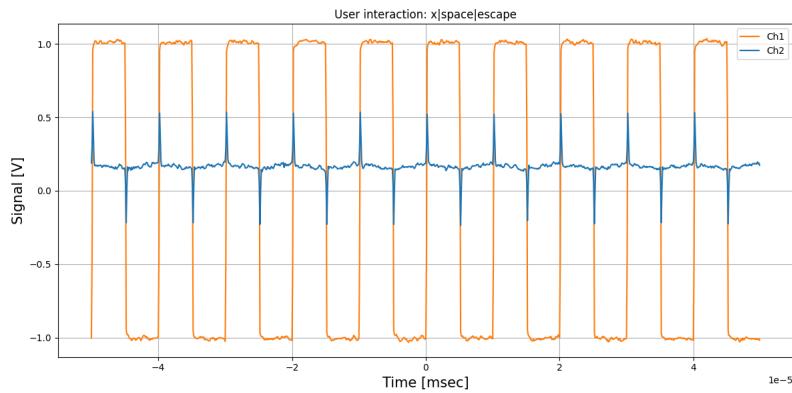


Figura 11: Ingresso (canale 1) e uscita (canale 2) del circuito integratore con onda quadra a 100 kHz

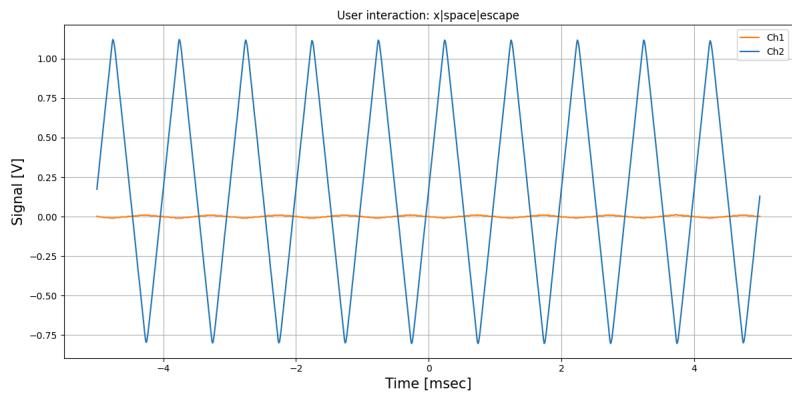


Figura 12: Ingresso (canale 1) e uscita (canale 2) del circuito integratore con onda triangolare a 1 Hz

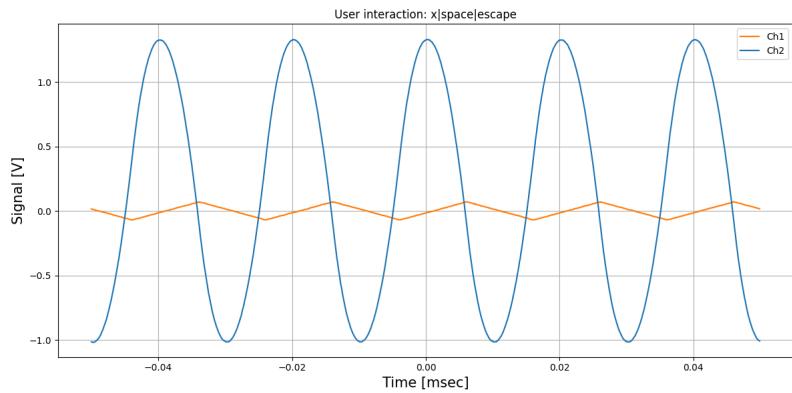


Figura 13: Ingresso (canale 1) e uscita (canale 2) del circuito integratore con onda triangolare a 50 Hz

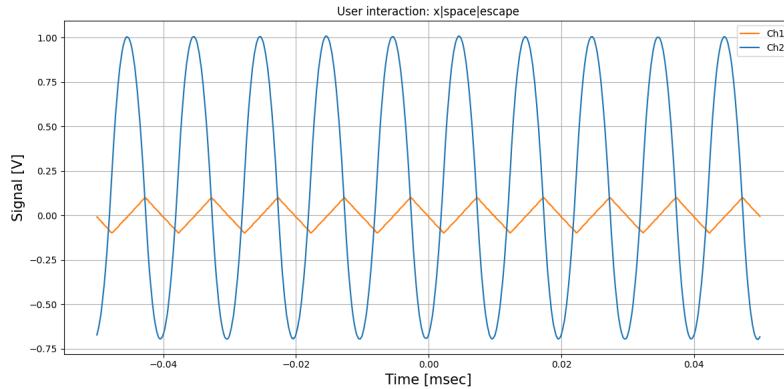


Figura 14: Ingresso (canale 1) e uscita (canale 2) del circuito integratore con onda triangolare a 100 Hz

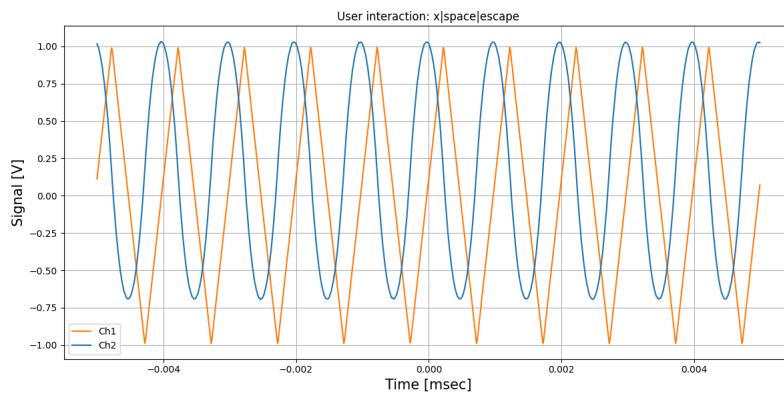


Figura 15: Ingresso (canale 1) e uscita (canale 2) del circuito integratore con onda triangolare a 1 kHz

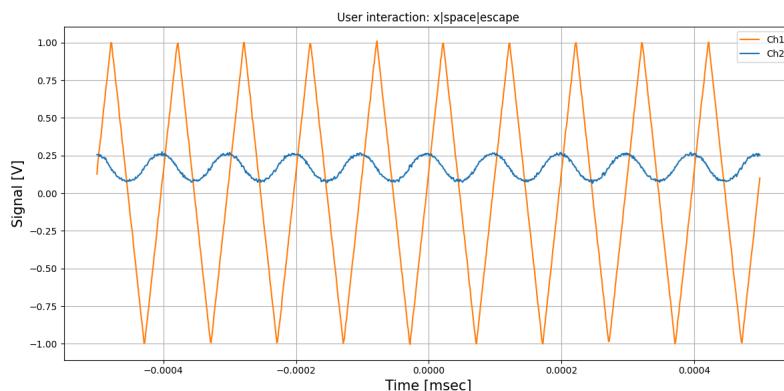


Figura 16: Ingresso (canale 1) e uscita (canale 2) del circuito integratore con onda triangolare a 10 kHz

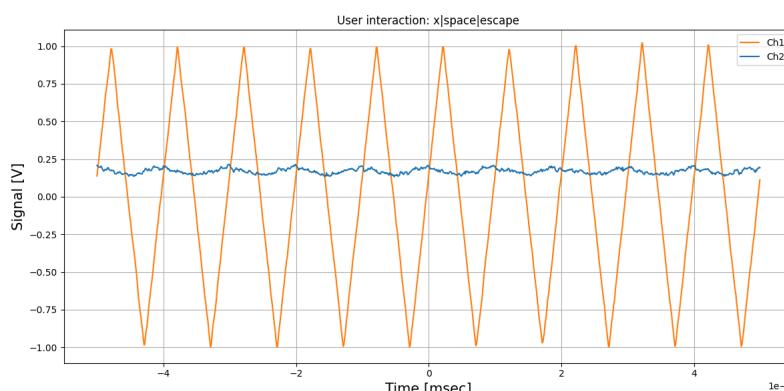


Figura 17: Ingresso (canale 1) e uscita (canale 2) del circuito integratore con onda triangolare a 100 kHz

Dalle immagini riportate si evidenzia come il circuito effettivamente si comporti da buon integratore nel range di frequenze individuato nella trattazione nei task precedenti. Al di fuori di tale intervallo il guadagno diminuisce ed il circuito smette di integrare, notare come la resistenza di regolarizzazione sia essenziale per permettere di studiare il comportamento del circuito, senza di essa, infatti, l'OpAmp satura quasi immediatamente a causa della presenza di un offset non trascurabile.

Di seguito, la realizzazione del circuito del derivatore:

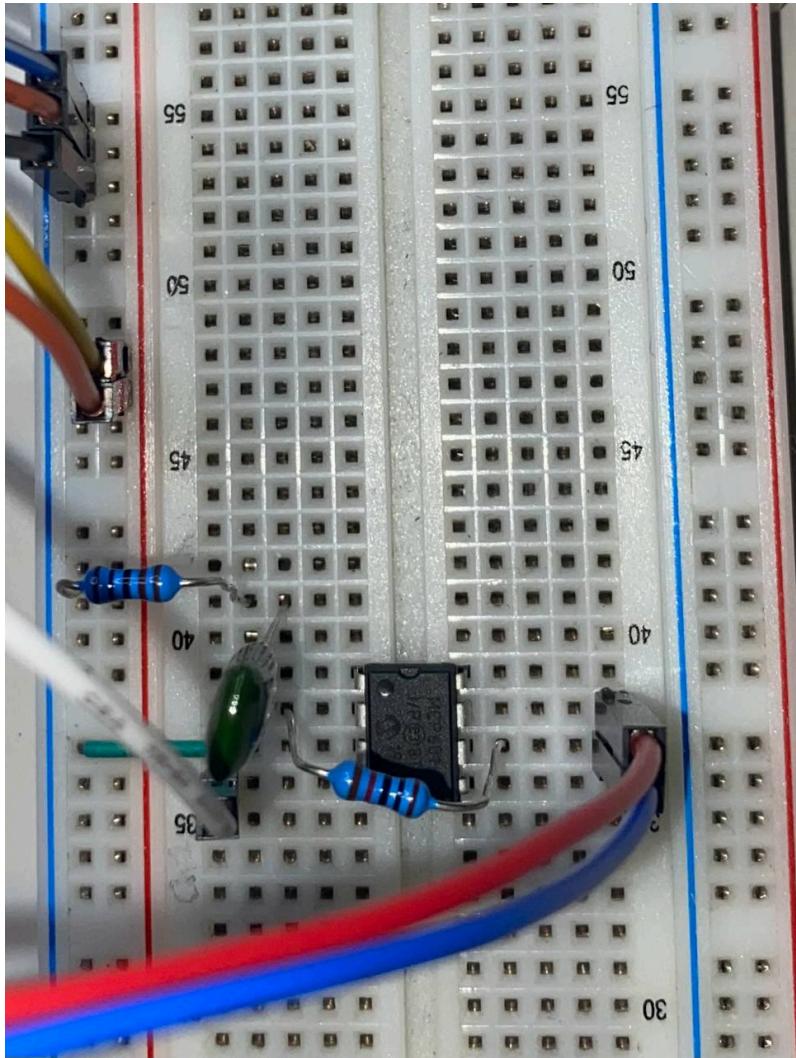


Figura 18: Circuito derivatore realizzato in laboratorio

In cui abbiamo scelto $C = 15.31nF$

Abbiamo preventivamente simulato il circuito su TINA, osservando, come atteso, il comportamento da derivatore. Per studiare meglio il comportamento del circuito nel dominio del tempo, abbiamo anche simulato una spazzata in frequenza in modo da orientarci meglio nella scelta delle frequenze da testare in laboratorio.

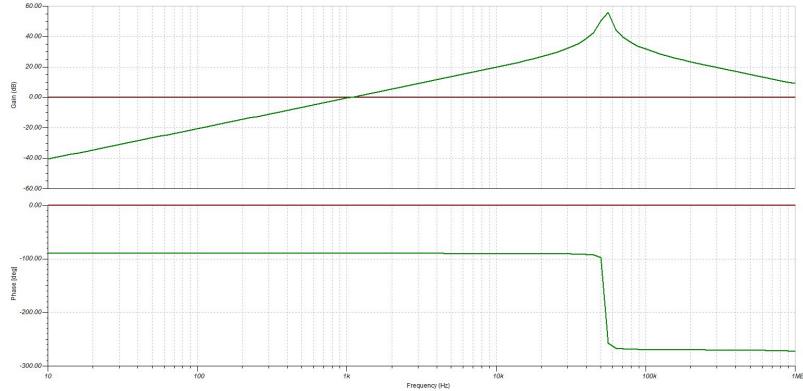


Figura 16: Simulazione in TINA del circuito derivatore - spazzata in frequenza

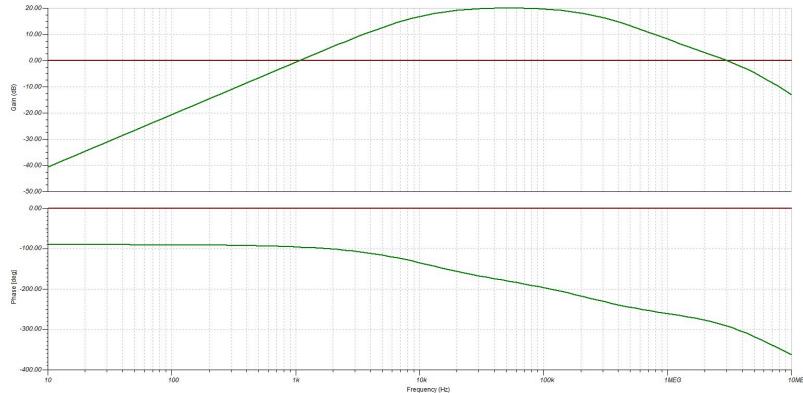


Figura 17: Simulazione in TINA del circuito derivatore con resistenza di regolarizzazione - spazzata in frequenza

Secondo l'obiettivo di studiare il comportamento del circuito nel dominio del tempo, abbiamo usato in ingresso un'onda sinusoidale e triangolare a diverse frequenze, regolando di volta in volta l'ampiezza per evitare la saturazione dell'OpAmp (sempre 1V tranne dove specificato - 0.01V). Le frequenze testate sono state:

- 1 Hz;
- 10 Hz;
- 50 Hz;
- 100 Hz;
- 1 kHz;
- 10 kHz;
- 60 kHz;
- 100 kHz;
- 1 MHz.

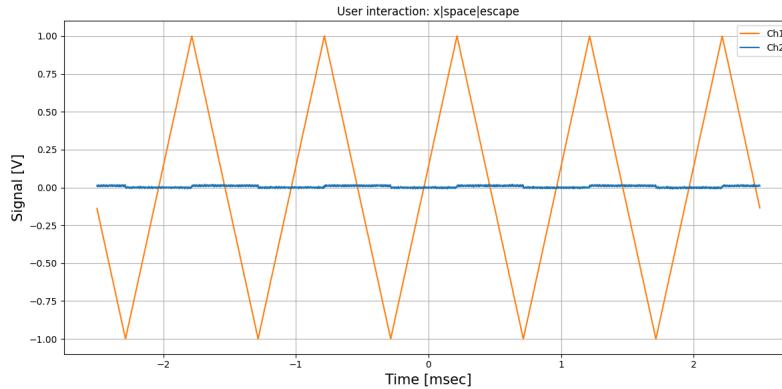


Figura 18: Ingresso (canale 1) e uscita (canale 2) del circuito derivatore con onda triangolare a 1 Hz

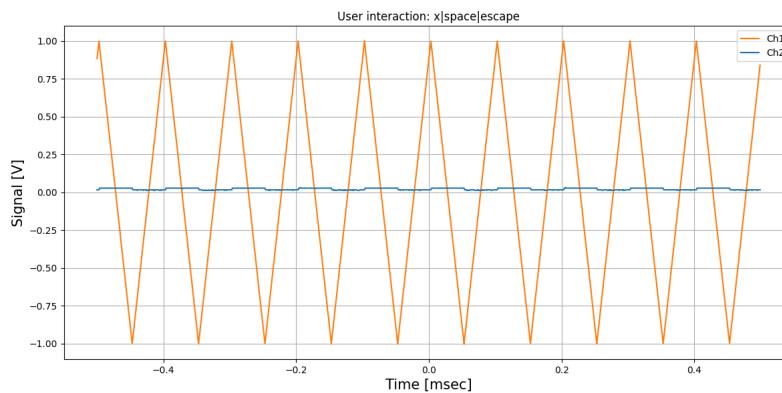


Figura 19: Ingresso (canale 1) e uscita (canale 2) del circuito derivatore con onda triangolare a 10 Hz

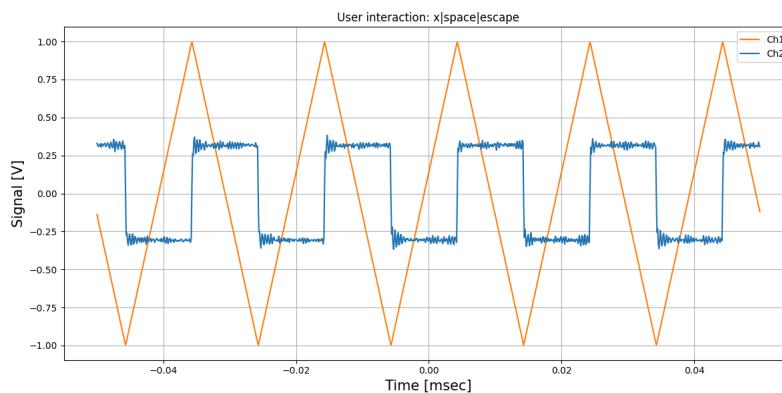


Figura 20: Ingresso (canale 1) e uscita (canale 2) del circuito derivatore con onda triangolare a 50 Hz

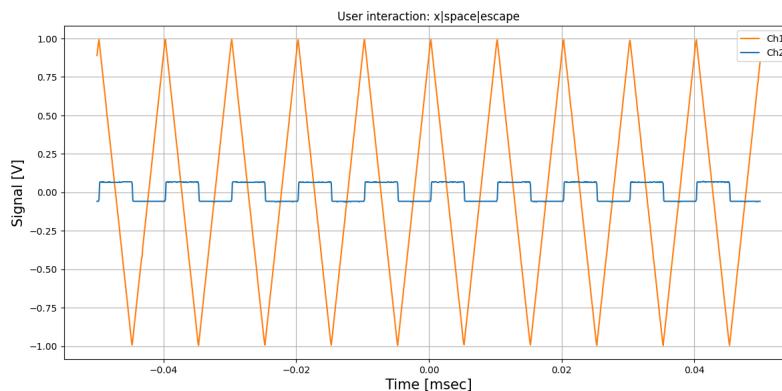


Figura 21: Ingresso (canale 1) e uscita (canale 2) del circuito derivatore con onda triangolare a 100 Hz

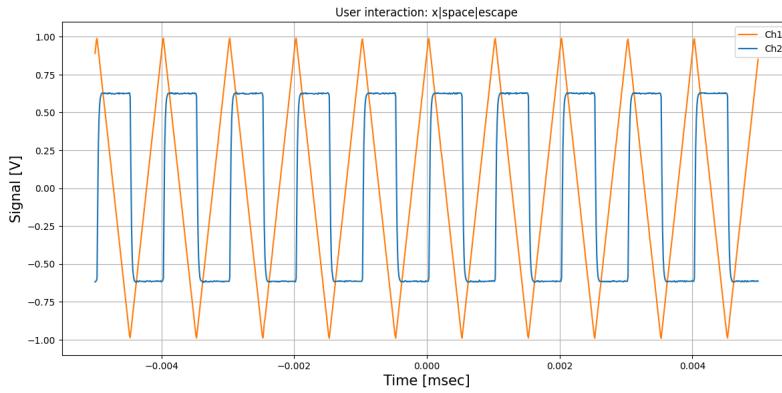


Figura 22: Ingresso (canale 1) e uscita (canale 2) del circuito derivatore con onda triangolare a 1 kHz

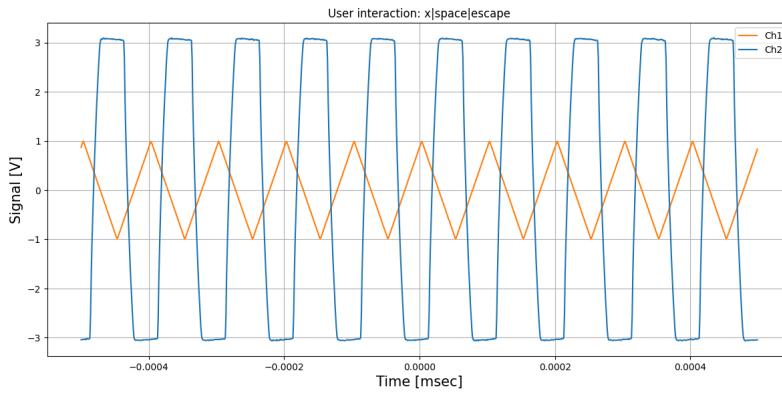


Figura 23: Ingresso (canale 1) e uscita (canale 2) del circuito derivatore con onda triangolare a 10 kHz

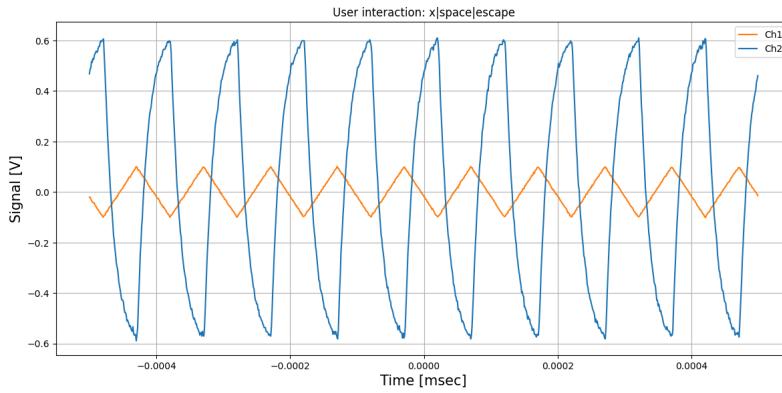


Figura 24: Ingresso (canale 1) e uscita (canale 2) del circuito derivatore con onda triangolare a 10 kHz - ampiezza 0.1V

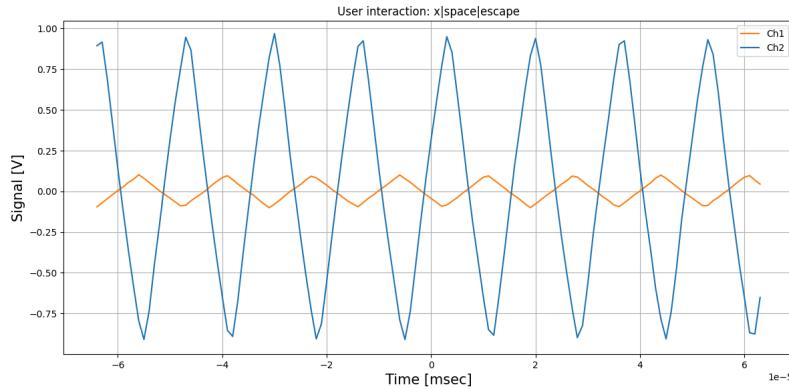


Figura 25: Ingresso (canale 1) e uscita (canale 2) del circuito derivatore con onda triangolare a 60 kHz - ampiezza 0.1V

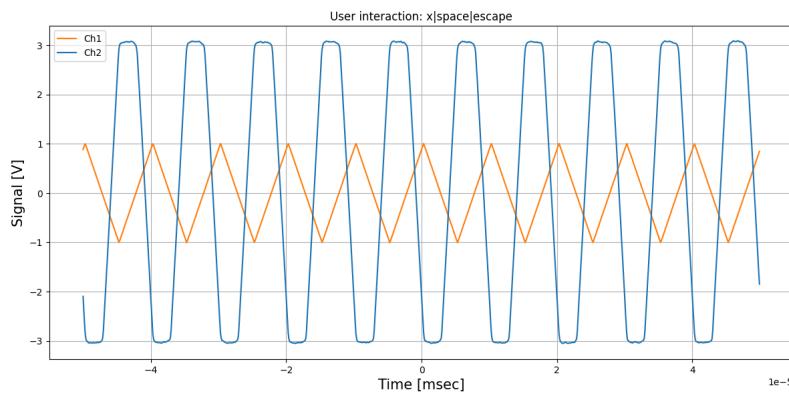


Figura 26: Ingresso (canale 1) e uscita (canale 2) del circuito derivatore con onda triangolare a 100 kHz

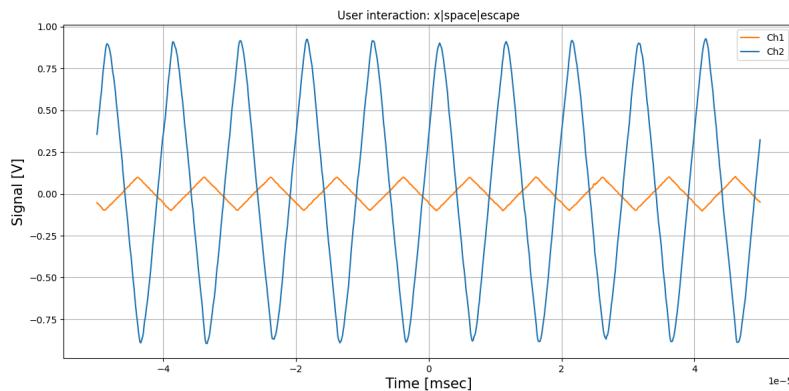


Figura 27: Ingresso (canale 1) e uscita (canale 2) del circuito derivatore con onda triangolare a 100 kHz - ampiezza 0.1V

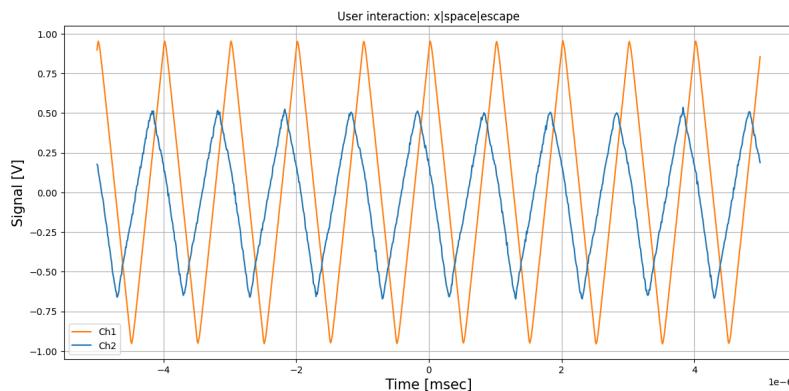


Figura 28: Ingresso (canale 1) e uscita (canale 2) del circuito derivatore con onda triangolare a 1 MHz

ed anche in questo caso, come per l'integratore, si osserva come il circuito si comporti da derivatore per frequenze al disotto del limite inferiore individuato nel task precedente. Il guadagno tende progressivamente ad aumentare (come per un filtro passa alto) per poi diminuire nuovamente superata la risonanza, assente, in questo caso, per via della presenza della resistenza di regolarizzazione.

Di seguito, il campionamento della risonanza nel derivatore (senza resistenza di regolarizzazione):

- 40 kHz;
- 55 kHz;
- 70 kHz.

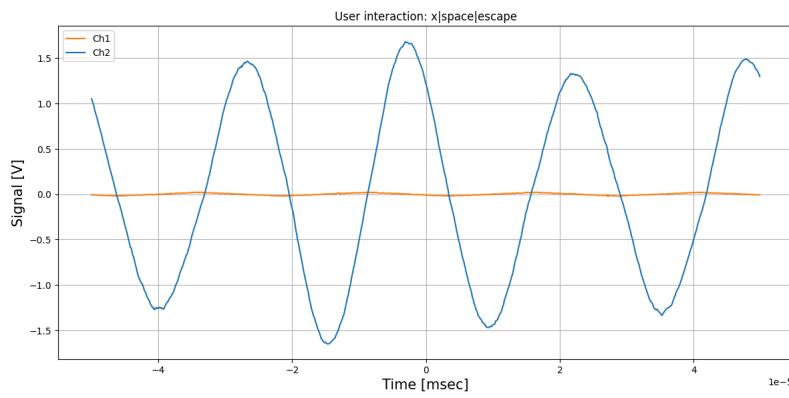


Figura 29: Ingresso (canale 1) e uscita (canale 2) del circuito derivatore con onda triangolare a 40 kHz - risonanza

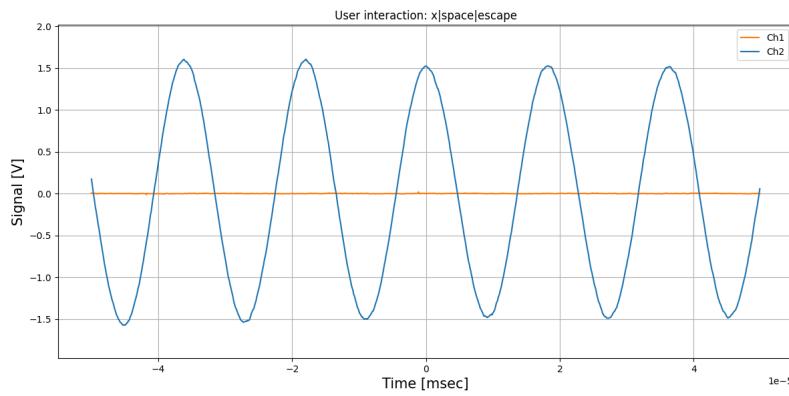


Figura 30: Ingresso (canale 1) e uscita (canale 2) del circuito derivatore con onda triangolare a 55 kHz - risonanza

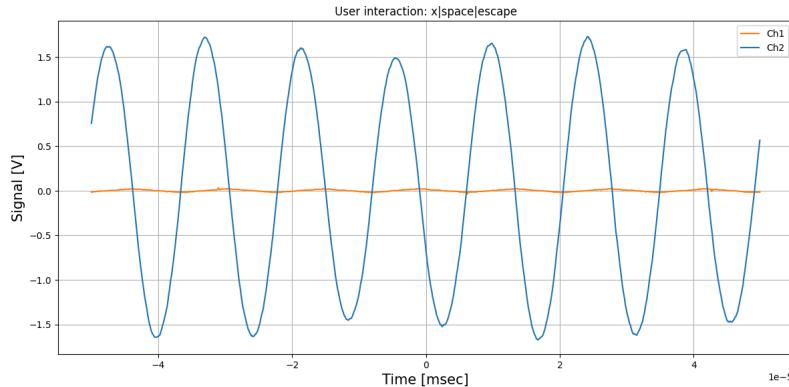
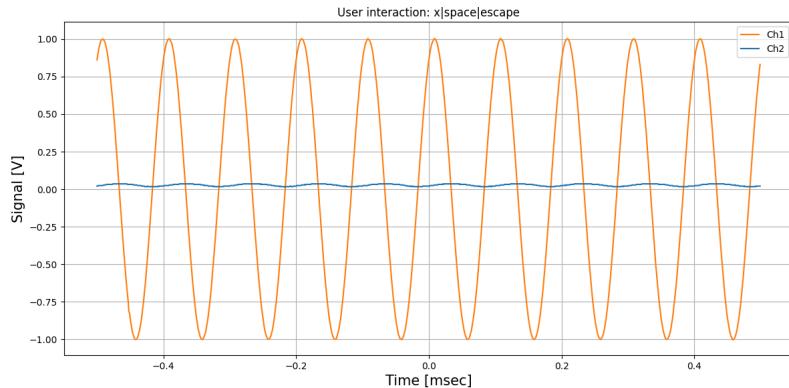


Figura 31: Ingresso (canale 1) e uscita (canale 2) del circuito derivatore con onda triangolare a 70 kHz - risonanza

Si osservi come il circuito, in tale regime, non operi più come derivatore ed il segnale in uscita risulti essere anche evidentemente distorto.

Di seguito uno studio sinusoidale. Si osserva che le simulazioni con TINA sono equivalenti al caso triangolare.

- 10 Hz;
- 1 kHz;
- 100 kHz.



<Figura 32: Ingresso (canale 1) e uscita (canale 2) del circuito derivatore con onda sinusoidale a 10 Hz

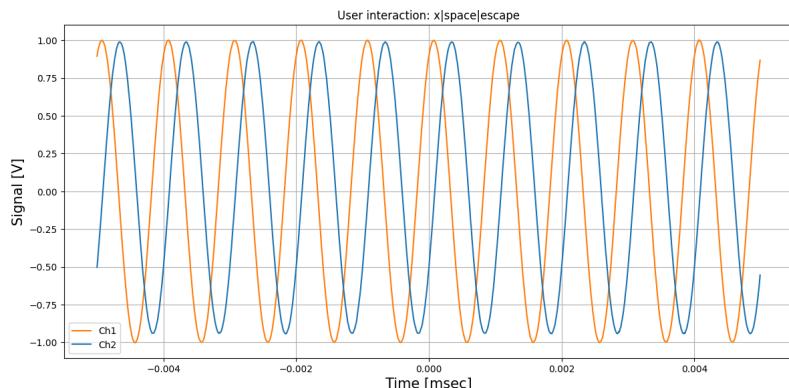


Figura 33: Ingresso (canale 1) e uscita (canale 2) del circuito derivatore con onda sinusoidale a 1 kHz

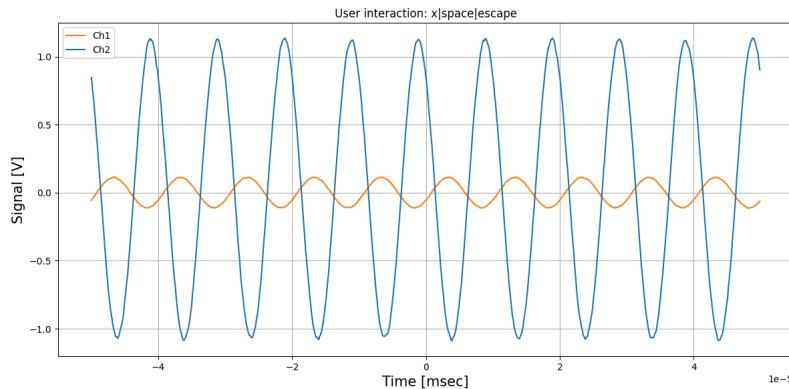


Figura 34: Ingresso (canale 1) e uscita (canale 2) del circuito derivatore con onda sinusoidale a 100 kHz

Per questo tipo di studio risulta più rilevante il cambiamento in guadagno piuttosto che la derivazione, indistinguibile essendo l'ingresso sinusoidale, invece il guadagno continua a rispettare il trend già osservato e previsto nelle simulazioni.

Task 4

Obiettivi:

- Misurare la risposta in frequenza di entrambi i circuiti e tracciare i loro diagrammi di Bode;
- Osservare se ci sono delle deviazioni da quello che ci aspettiamo in base alle predizioni derivate dalle regole d'oro dell'OpAmp.

Di seguito il comportamento dell'integratore è stato studiato con resistenza di regolarizzazione pari a quella presente nella scheda, che è risultata necessaria, in quanto, in assenza di essa, l'offset risultava essere talmente grande che l'OpAmp andava immediatamente in saturazione; invece, per quanto riguarda il derivatore, si è utilizzate una resistenza di regolarizzazione $R_{reg} \simeq 10 k\Omega$.

Inoltre si osserva che per tutti i fit che seguiranno gli errori sono stati calcolati prendendo diverse spazzate in frequenza e calcolando, per ogni frequenza misurata, media e deviazione standard dei dati raccolti per essa (quindi i punti riportati negli scatter plot sono i valori medi delle misure effettuate per ogni frequenza); si sono effettuate sempre 10 spazzate, per avere una buona precisione statistica sono oggettivamente poche, ma, come si mostrerà in seguito, tutti i fit hanno i residui fortemente correlati e quindi i risultati avranno più una valenza qualitativa piuttosto che statistica, quindi anche se gli errori sono effettivamente sovrastimati, questo non ha un peso effettivo sulla qualità del fit, principalmente data dall'inadeguatezza del modello utilizzato (che non tiene conto di tutte le non idealità dell'OpAmp).

Integratore

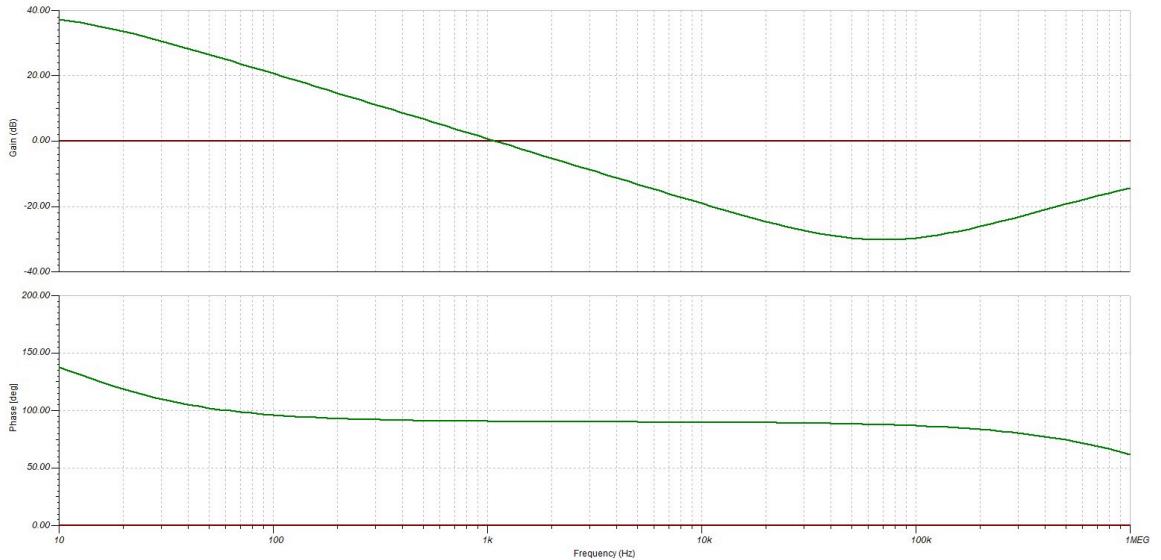


Figura 35: Simulazione di Tina per l'integratore

Per l'integratore i valori di resistenze e condensatori utilizzati sono gli stessi riportati nell'immagine dello schema all'inizio del logbook.

Il modello di fit utilizzato è il seguente:

$$G(\omega) = |H(\omega)| = \left| -\frac{R_{reg2}/R_2}{1 + i\omega R_{reg2} C_2} \right|$$

Di seguito grafico di fit con residui e risultati di fit:

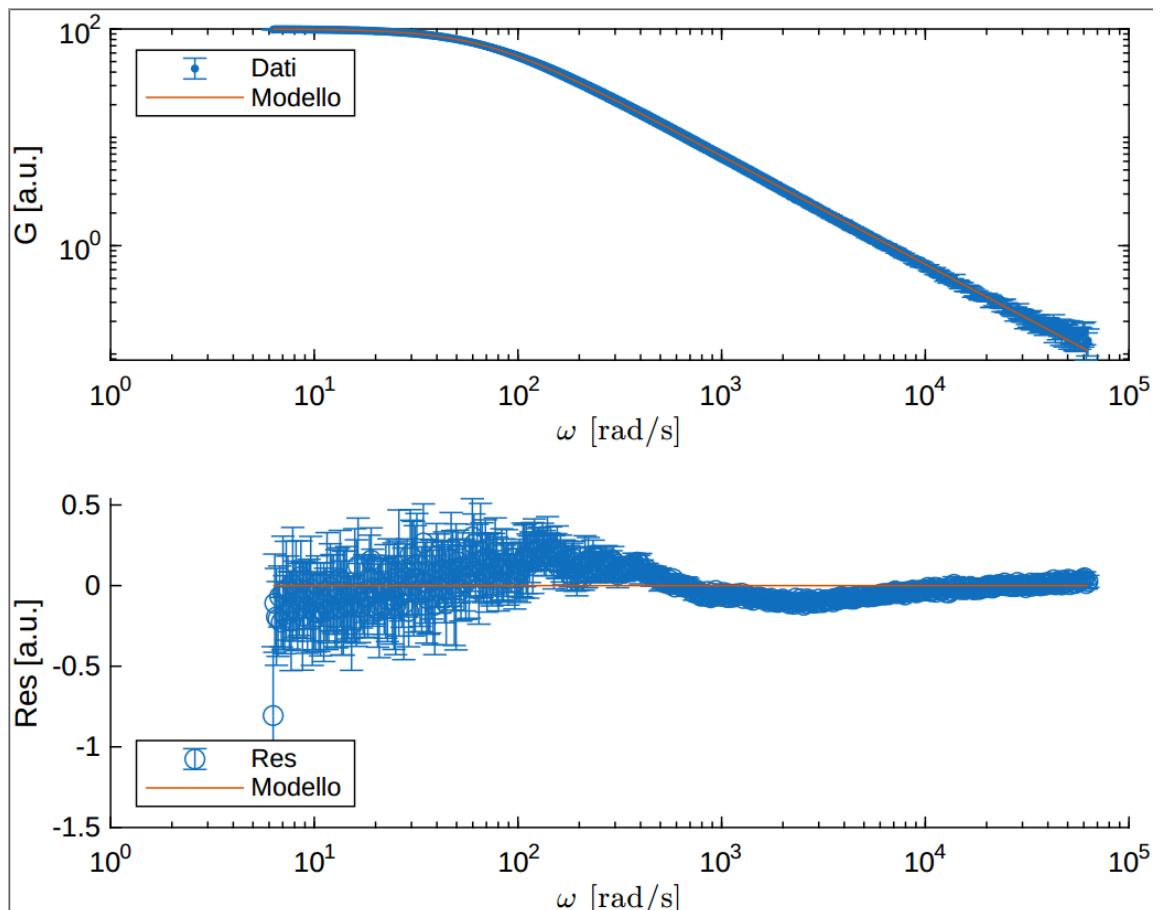


Figura 36: Fit e residui per il circuito integratore.

IMMAGINE

Parametro	Valore	Valore atteso
χ^2_{rid}	3.56 ± 0.06	1
R_{reg1}	99682 ± 3Ω	$10^5\Omega$
R_1	997.90 ± 0.06Ω	$10^3\Omega$
C_1	148.73 ± 0.02nF	150 nF

Il chi quadro risulta essere troppo grande ed i residui sono leggermente correlati, invece tutti i valori di best fit dei parametri risultano essere compatibili con i valori attesi.

Si vede che in certe regioni il livello sottostima i dati e viceversa in altre regioni, però la correlazione dei residui in questo caso è così bassa (almeno rispetto ai fit che si vedranno successivamente) che, forse, provare a ripetere l'acquisizione prendendo un numero maggiore di spazzate, per migliorare la statistica dei dati, potrebbe aiutare per dare una più corretta interpretazione dei risultati del fit.

A questo livello si può affermare un accordo qualitativo con i dati del modello, ma comunque non posso essere trascurate delle discordanze, che risultano essere difficili da spiegare in maniera accurata; quasi sicuramente saranno dovute a delle non idealità dell'OpAmp utilizzato, ma è difficile identificare quali siano a questo livello.

Derivatore

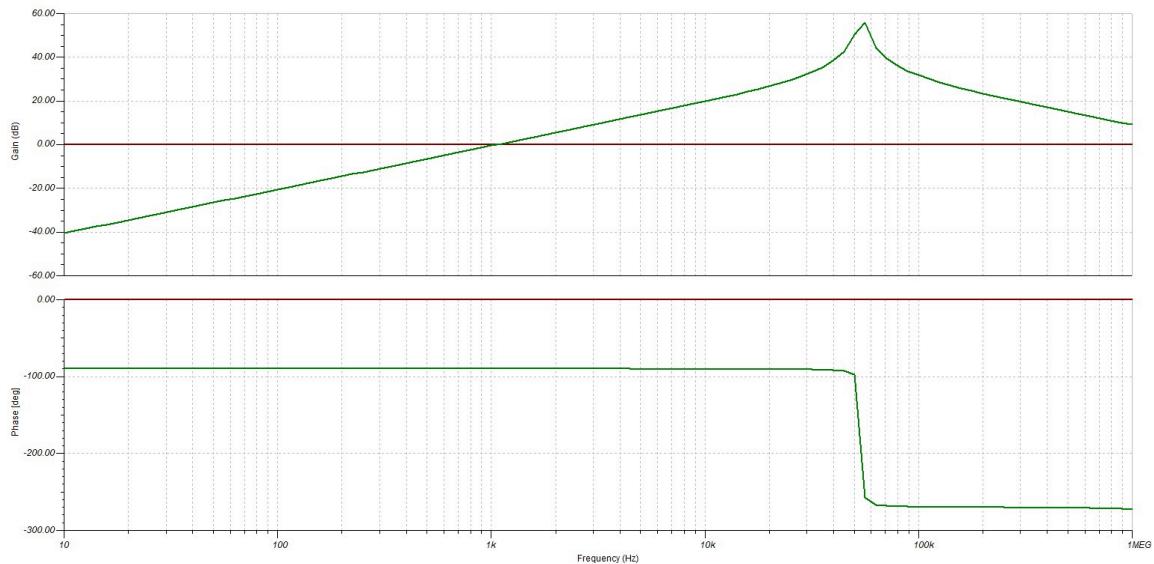


Figura 37: Simulazione di Tina per il derivatore

Dati i valori di resistenza e capacità scelti inizialmente, non risulta possibile trovare un valore dell'ampiezza del segnale in ingresso per la quale non valgano contemporaneamente le due seguenti proprietà per il segnale in uscita:

1. Segnale in uscita troppo piccolo e ricorpero dal rumore a basse frequenze: questo impedisce di fare misure accurate.
2. Segnale in uscita in prossimità della risonanza troppo grande e quindi OpAmp che satura: questo impedisce di effettuare misure veritieri del guadagno del circuito.

Quindi si è scelto di modificare i parametri diminuendo sia il valore della resistenza a $R_1 \simeq 2.2k\Omega$ che il valore della capacità $C_1 \simeq 47 \text{ nF}$. Diminuire i loro valori porta anche ad una diminuzione del picco del guadagno, da 60 dB a 50 dB circa (come mostrato dalla simulazione con TINA, riportata sotto); questo è dato dal fatto che la funzione di risposta del circuito ha al denominatore il tempo caratteristico del derivatore dato dal prodotto tra capacità e resistenza, quindi aumentandoli il suo valore (modulo) diminuisce.

Di seguito una simulazione con TINA del bode del circuito:

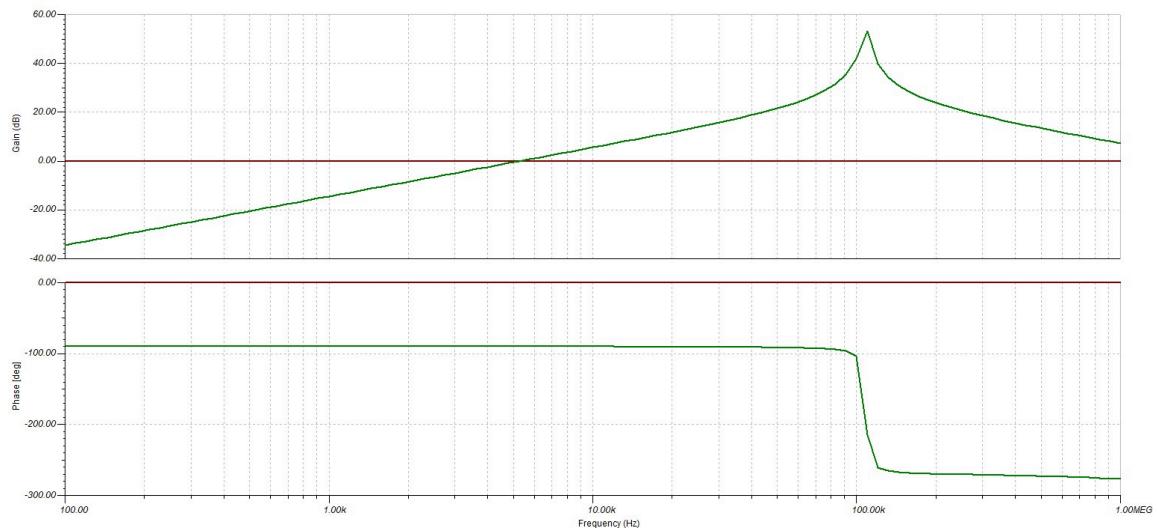


Figura 38: Simulazione di Tina per il derivatore con nuovo dimensionamento; si osserva che è stata fatta senza resistenza di regolarizzazione in quanto, con quest'ultima il guadagno risulta minore, quindi si è essenzialmente cercato un dimensionamento che andasse bene anche per lo studio della risonanza, effettuato nel task successivo.

Passiamo al fit del bode acquisito con una spazzata in frequenza.

Il modello utilizzato è il seguente:

$$G(\omega) = |H(\omega)| = \left| \frac{j\omega\tau}{1 + j\omega\tau_{Reg}} \right|$$

Dove il significato dei vari parametri è già stato chiarito sopra

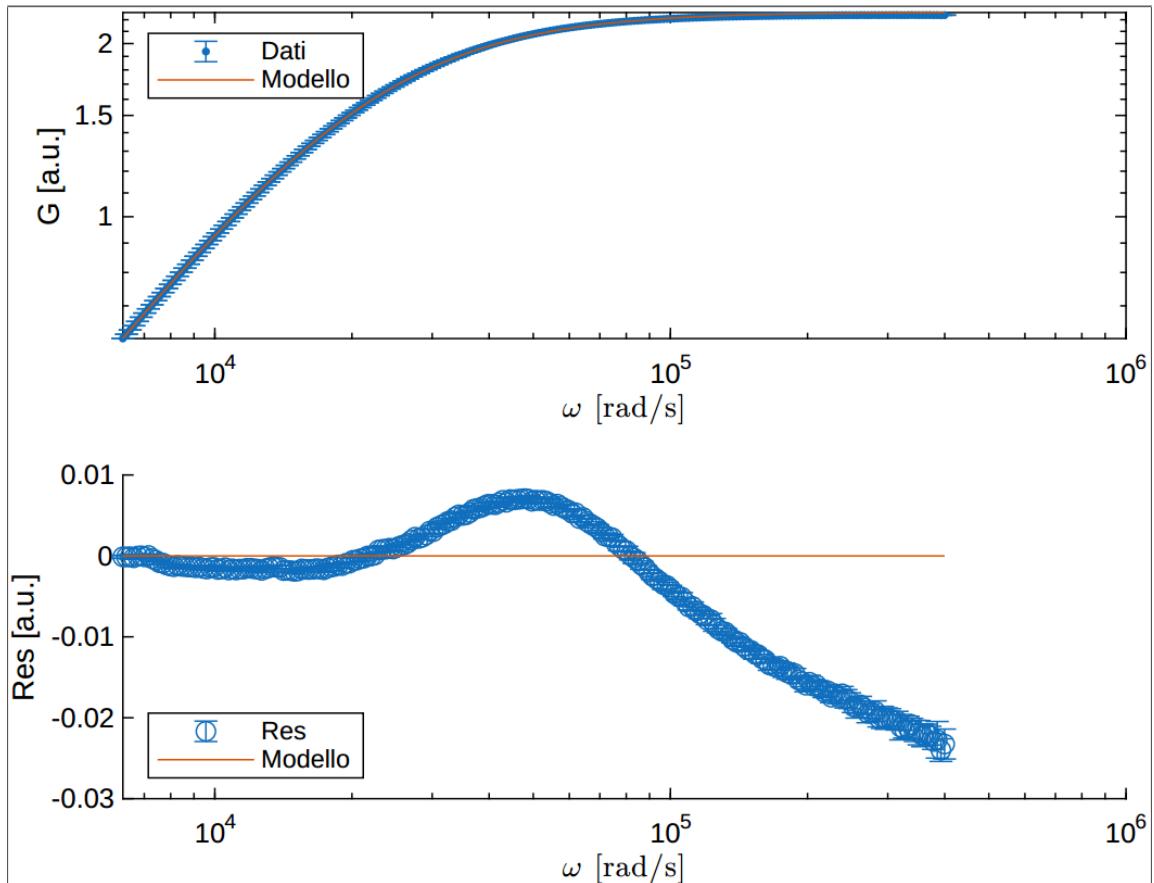


Figura 39: Fit e residui per derivatore con resistenza di regolarizzazione, OpAmp MCP601

Seguono, poi, i valori dei parametri di fit:

Parametro	Valore	Valore atteso
χ^2_{rid}	258.28 ± 0.06	1
τ	0.103 ± 0.001	0.103 ms
τ_{Reg}	0.0448 ± 0.0003	0.468 ms

Successivamente, si è scelto di rifare la stessa misura anche per l'OP77, in modo da poter evidenziare come cambiare OpAmp porti ad uno spostamento della frequenza di risonanza ed una modificaione dell'altezza e forma del suo picco, si sono usati i seguenti valori di resistenza e capacità: $R_1 \simeq 33k\Omega$ e $C_1 \simeq 224$ nF.

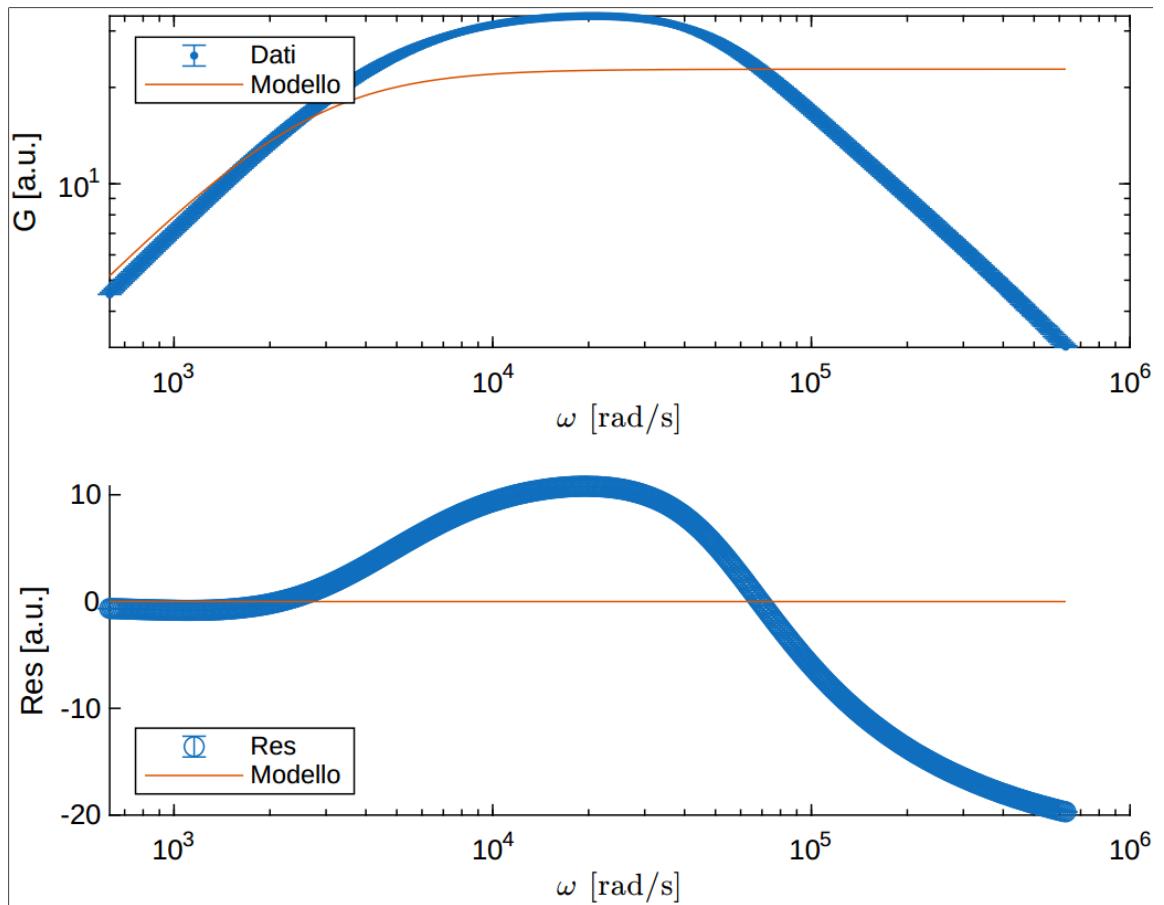


Figura 40: Fit e residui per derivatore con resistenza di regolarizzazione, OpAmp OP77

Parametro	Valore	Valore atteso
χ^2_{rid}	$\simeq 10^6$	1
τ	8.431 ± 0.004	7.39 ms
τ_{Reg}	0.369 ± 0.003	2.24 ms

In entrambi i casi è evidente come i fit restituiscano chi quadro altissimi, ma anche dai grafici dei fit e dai residui si evince subito che il modello utilizzato è inadeguato a spiegare l'andamento dei dati (si osservi, inoltre come τ_{reg} risulti sistematicamente minore di un ordine di grandezza rispetto al valore atteso). Dal quadro generale si comprende che il modello utilizzato per approssimare i dati è totalmente inadatto.

Il punto è che la resistenza di regolarizzazione interviene nell'identificare un limite superiore alle frequenze oltre il quale il circuito non deriva più in maniera ottimale, ma soprattutto taglia la risonanza dovuta alla larghezza di banda finita dell'OpAmp, questo per sottolineare il fatto che in questo circuito la risposta in frquenza non banale dell'OpAmp non può essere trascurata per studiare in maniera accurata il suo funzionamento.

Quindi, seppur qualitativamente nella prima metà dell'intervallo in frequenza esplorato nei bode il circuito ha un guadagno con un andamento che ricorda quello di un passa alto (tipico dei derivatori), superata questa regione le non idealità dell'OpAmp diventano dominanti ed il comportamento del circuito si discosta ampiamente da quello previsto dal

modello tipo passa alto (oltretutto tale discostamento è simile in entrambe i fit: basta osservare i residui, che presentano degli andamenti qualitativamente simili tra loro per i due OpAmp).

Riassumendo, il bode ha un andamento passa alto like solo per frequenze inferiori alla risonanza (e comunque tale andamento è solo qualitativo), in prossimità della risonanza e superata quest'ultima la risposta in frequenza non banale dell'OpAmp diventa dominante e non può più essere trascurata, portando il circuito a discostarsi ampiamente dal comportamento di filtro passa basso atteso per un derivatore.

Come nota a margine si sottolinea che i valori dei parametri di best fit non sono stati commentati in luce del pessimo accordo dati-modello, che li rende completamente non significativi.

Task 5

Obiettivo: studiare le non idealità del circuito derivatore eliminando la resistenza di regolarizzazione.

Anche in questo caso si sono usati sia l'OpAmp MCP601 che l'OP77, con stesse capacità e resistenze utilizzate nel task precedente.

Ci si è concentrati sulla regione di frequenze in cui si presentava la risonanza e gli errori sono stati stimati nello stesso modo in cui sono stati stimati per i fit del task precedente.

Di seguito il modello di fit ed i vari risultati per i due OpAmp:

$$G(\omega) = |H(\omega)| = \left| \frac{j\omega\tau A_0}{A_0 - \omega^2\tau\tau_{PD}} \right|$$

vedi task 2 per definizione dei vari parametri.

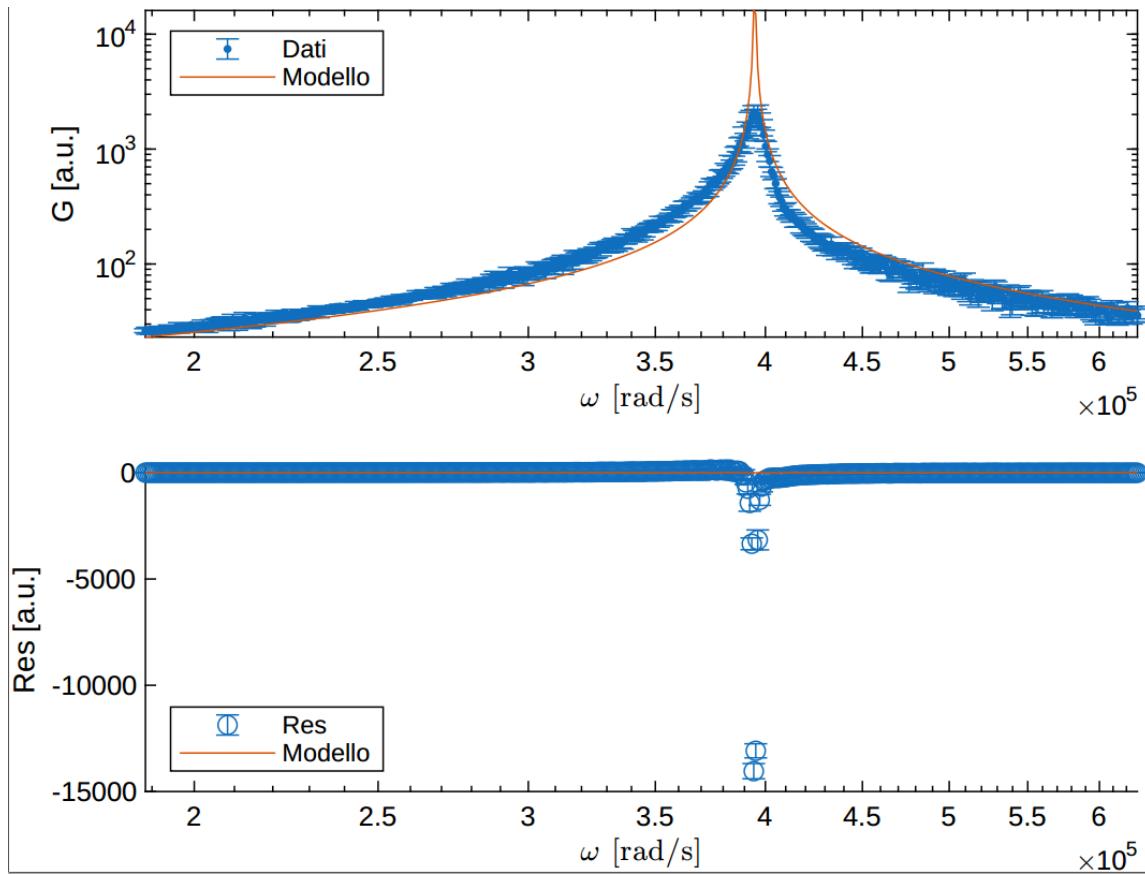


Figura 41: Fit e residui per risonanza del derivatore, OpAmp MCP601

Parametro	Valore	Valore atteso
χ^2_{rid}	10.82 ± 0.06	1
A_0	$\simeq 5.4 \cdot 10^5$ \pm non stimato	$5.6 \cdot 10^5$ ms
τ	(1.007 ± 0.003) $\cdot 10^{-4}$	$1.03 \cdot 10^{-4}$ s
τ_{PD}	34.53 ± 0.09	34.9 ms

Si noti come il fit restituisca un'incertezza nulla per il parametro A_0 , che quindi non viene riportata; chiaramente non è nulla, il punto è che i risultati di fit, dal codice, vengono restituiti con ben 6 cifre decimali (chiaramente sovraabbondanti, ma necessarie per riportare le misure dei parametri di best fit con le cifre significative corrette) e queste 6 cifre sono tutte pari a zero nel risultato restituito per l'incertezza associata ad A_0 . Perciò, considerando il valore centrale nell'ordine delle centinaia di migliaia, ci è parso inutile riportare un'incertezza talmente piccola da suggerire che tale parametro è noto per una parte in 10^{12} , risultato chiaramente assurdo considerando i risultati del fit. Di seguito verranno commentati più in dettaglio tali risultati.

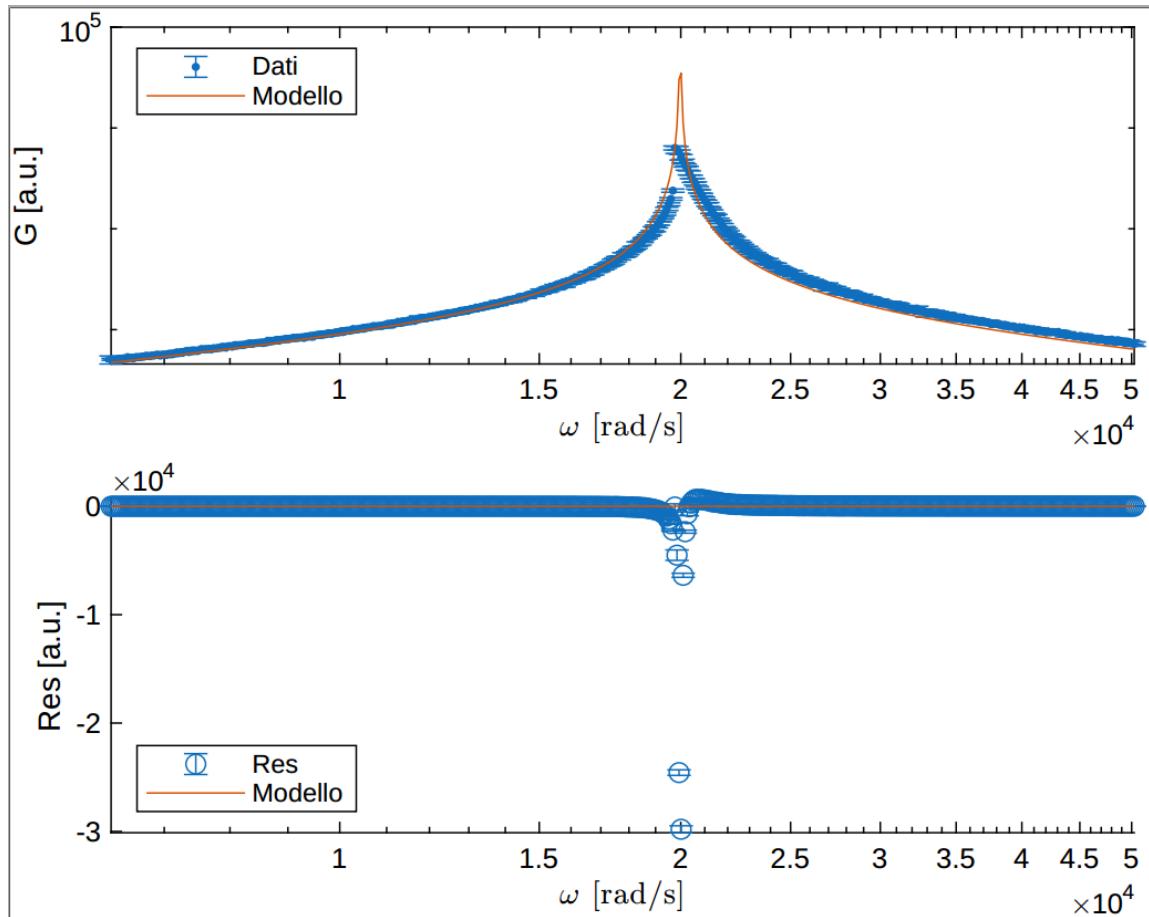


Figura 42: Fit e residui per risonanza del derivatore, OpAmp OP77

Parametro	Valore	Valore atteso
χ^2_{rid}	147 ± 0.06	1
A_0	$\simeq 4.2 \cdot 10^7$ ± non stimato	$5 \cdot 10^7$ ms
τ	6.381 ± 0.008	7.39 ms
τ_{PD}	16.58 ± 0.02	16.91 s

Osservazione: anche in questo caso vale quanto già detto per il fit precedente, relativamente all'incertezza associata al parametro A_0 .

In conclusione, il chi quadro di entrambe i fit è troppo grande ed i residui, per entrambe, sono correlati. I parametri di best fit sono compatibili con i valori attesi, ma, visti chi quadro e residui, l'accordo ha valenza solo qualitativa.

Il maggior disaccordo tra modello e dati risulta essere concentrato sul picco di risonanza: il modello prevede un picco più alto rispetto a quello raggiunto dal circuito reale.

Questo risultato non sorprende, infatti in fase di presa dati si era già osservato come il picco di risonanza risultasse spesso e volentieri "tagliato", cioè, con una parte (sinistra del valore

massimo) molto ripida, bruscamente interrotta da un salto, per poi continuare (a destra del valore massimo) con un andamento lentamente decrescente (almeno rispetto alla parte a sinistra della cima del picco, molto più ripida).

Tale effetto è visibile in Figura 41, relativa al fit eseguito per l'OpAmp OP77, ma provando dimensionamenti diversi del circuito, che portavano la cima del picco a guadagni minori (di 100 o 10) il picco risultava più largo e tale effetto era spiccatamente visibile.

Inoltre riportiamo che, runnando una spazzata in frequenza con sweepfreq, si osservava come, proprio in prossimità del picco, l'onda in uscita passasse da essere sinusoidale a triangolare, mantenendo tale forma d'onda fino alla fine della spazzata (effetto accentuato per guadagni massimi sul picco, minori rispetto a quelli presenti nei fit, e sempre meno visibile per guadagni di picco via via più grandi, come per le spazzate utilizzate per il fit).

Come spiegare tale effetto? In risonanza l'uscita va in contro ad un brusco cambiamento in guadagno in un piccolissimo intervallo in frequenza, considerando il confronto modello-dati è chiaro che l'OpAmp (entrambe i modelli utilizzati) non sia in grado di seguire dei cambiamenti così repentina al cambiare della frequenza. Inoltre, in termini di accuratezza, si osserva come, in risonanza, la regione più "sensibile" del fit, si abbiano molti meno punti piuttosto che sulle ali della lorentziana del picco: al fine di poter osservare con maggior accuratezza tale discostamento, sarebbe interessante variare il sampling rate della spazzata in frequenza, in modo da prendere più punti in corrispondenza del picco e meno sulle ali.

Una possibile spiegazione a tale comportamento inatteso potrebbe risiedere nel parametro di "Slew Rate". Per l'OpAmp MCP601 risulta essere di 2.3, mentre per l'OP77 ammonta a 0.3, quindi 2 volte inferiore al valore assunto per l'altro modello preso in esame.

Perciò, almeno da quanto riportato nei relativi datasheet, l'OP77 ha uno slew rate inferiore all'OpAmp MCP601, quindi è più lento nel rispondere a brusche variazioni del livello del segnale. Questo si traduce in una "impedenza parassita" finita del componente, maggiore rispetto all'altro, che potrebbe essere la causa del "taglio" del picco di risonanza più vistoso per l'OP77. Ergo, l'"inerzia" di questi componenti, non considerata nel modello utilizzato, limita fortemente l'altezza del picco di risonanza raggiungibile.