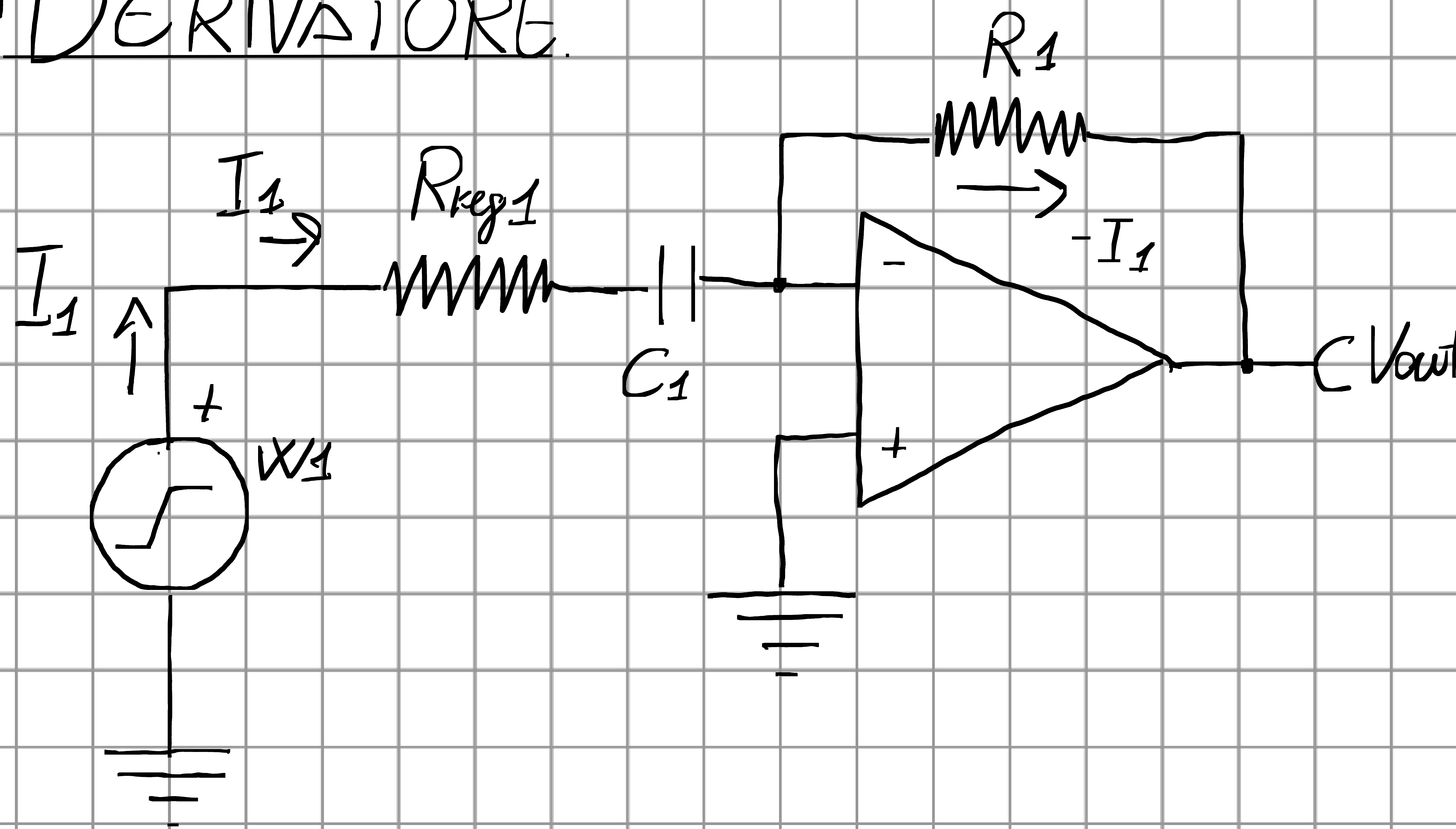
■ DERIVATORE.



1 RISOLVERE IN REGIME DI IDEALITÀ CON REGOLE D'ORO.

Regole d'oro true $\Rightarrow R_{reg1} = 0$

I° G.R. : $V_+ = V_-$; $V_+ = 0 \Rightarrow V_- = V_+ = 0$

$\Rightarrow R_1$ e C_1 sono a terra ;

Nel circuito ho I_1 corrente che passa attraverso a C_1 e I_2 nel ramo di feedback

Uso nodi: $I_1 + I_2 = 0 \Leftrightarrow \dot{V}_{in} C_1 + \dfrac{V_{out}}{R_1} = 0$

$$\Rightarrow V_{out} = -R_1 C_1 \dot{V}_{in} = -\frac{1}{\omega_{TD}} \dot{V}_{in}$$

$$V_{out} = -\frac{1}{\omega_{TD}} \dot{V}_{in}$$ dominio del tempo.

- Nelle frequenze uso i fasori

$$\hat{V}_{out} = -\frac{i\omega}{\omega_{TD}} \hat{V}_{in} \Rightarrow \frac{\hat{V}_{out}}{\hat{V}_{in}} = \mathcal{H}(\omega) = -i\frac{\omega}{\omega_{TD}}$$

$$V_{in,\omega} = V_{in} e^{i\omega t} \Rightarrow \dot{V}_{in,\omega} = i\omega V_{in\,\omega}$$

$$V_{out,\omega} = V_{out} e^{i\omega t}$$

alla bruta con fasori

$$\frac{V_{out,\omega}}{V_{in,\omega}} = -i\frac{\omega}{\omega_{TD}}$$

2. INSERIRE NON IDEALITÀ

In questo caso la non idealità dell'OpAmp che fa deviare maggiormente dal comportamento atteso il circuito, è la sua larghezza di banda finita, che si traduce in una risposta in freq. passa basso like del dispositivo, esprimibile attraverso l'approx di polo dominante, come:

$$A(\omega) \simeq \frac{A_0}{1 + i\omega\tau_{PD}}$$

$\tau_{PD} \rightarrow \frac{1}{\omega_{PD}}$ freq. di cut-off dell'OpAmp

come entra tutto questo nella risposta del circuito?

Supponendo $R_{reg1} \neq 0$ e $V_- \neq 0$ (quindi assumendo non valide le regole d'oro degli OpAmp, come del resto stiamo già facendo), si avrà che:

$$V_{out} = A(V_+ - V_-) = -AV_-$$

Questo porta allo scorrimento, in R_1, di una corrente:

$$I_{R_1} = \frac{V_- - V_{out}}{R_1} = \frac{(A+1)V_-}{R_1}$$

Per l'eq. dei nodi questa corrente sarà uguale a quella che scorre nel ramo con il condensatore:

$$I_{C_1} = (\dot{V_{in} - V_-})C_1$$

Per cui:

$$I_{C_1} = I_{R_1} \Leftrightarrow (\dot{V_{in} - V_-})C_1 = \frac{(A+1)V_-}{R_1}$$

e passando in trasformata trovo:

$$\hat{V}_{in} = \hat{V}_- + \frac{(A+1)\hat{V}_-}{j\omega R_1 C_1}$$

$$\Rightarrow \mathcal{H}(\omega) = \frac{\hat{V}_{out}}{\hat{V}_{in}} = \frac{A\hat{V}_-}{\hat{V}_{in}} = \frac{A(\omega)\, j\omega\tau}{j\omega\tau + (A(\omega)+1)}$$

$A = A(\omega)$, passa inalterato applicandovi la FT (?)

- Lavorando nel limite in cui l'amplificazione è "$\gg 1$" posso scrivere:

$$\Delta(\omega) \simeq \frac{A_0}{i\omega\tau_{PD}}$$

$$\Rightarrow \mathcal{H}(\omega) \simeq j\frac{\omega\tau A_0}{A_0-\omega^2\tau\tau_{PD}}$$

Funzione di risposta del circuito derivatore considerando la bandwidth finita dell'OpAmp.

- Da cui ho:

$$G(\omega)=|\mathcal{H}(\omega)| = \frac{\omega\tau A_0}{A_0-\omega^2\tau\tau_{PD}}$$

! $\Rightarrow$ Risonanda (a gain divergente, come sempre*) per:

$$\omega_R = \frac{1}{\sqrt{\tau\tau_{PD}/A_0}} \Rightarrow f_R = \frac{1}{2\pi\sqrt{\tau\tau_{PD}/A_0}}$$

*Oss: identifico la risonanza (operativamente), come il punto (frequenza) in cui la soluzione dell'output del mio sistema ha ampiezza divergente

- Osservazioni importanti:

i) L'altezza del picco di risonanza dipende da: A_0, τ e τ_{PD}

Primo e terzo parametro sono fissati dalla scelta dell'OpAmp, mentre τ è fissato dai valori di R_1 e C_1.
Trascurando la divergenza (ideale, cioè che non esiste, cioè anche a risonanza $G(\omega)$ avrà lo stesso comportamento descritto di seguito) di $G(\omega)$ a risonanza, vale in generale che:

$$R_1, C_1 \downarrow \Rightarrow A_0 - \omega^2 \tau \tau_{PD} \uparrow \quad (\text{a } \omega \text{ fissata})$$

$$\Rightarrow G(\omega) \downarrow$$

ii) La posizione del picco di risonanza dipende dagli stessi parametri di $G(\omega)$:

- A_0: $A_0 \uparrow \Rightarrow f_{ris} \uparrow$ (*1)
- τ_{PD}: $\tau_{PD} \uparrow \Rightarrow f_{PD} \downarrow \Rightarrow f_{ris} \downarrow$ (*1) (*2)
  ↳ freq. di cut-off dell'OpAmp.
- τ: $\tau \uparrow \Rightarrow R_1, C_1 \uparrow \Rightarrow f_{ris} \downarrow$ (*2)

*1 ⇒ Prendere OpAmp con GBWP grande mi porta risonanza a freq. alte (meglio OpAmp con f_{PD} piccole, così da restare nella banda dell'ADC)

*2 ⇒ Più grandi sono R_1, C_1 più piccola sarà la f_{ris} (viceversa per il guadagno)

2.2 Resistenza di regolarizzazione

- Conviene passare subito in Trasformata usando le impedenze.

$$\begin{cases} \hat{V}_{in} = \left(R_{reg\,1} + \frac{1}{j\omega C_1}\right)\hat{I}_1 \\ \hat{V}_{out} = -R_1 \hat{I}_1 \end{cases} \Rightarrow \frac{\hat{V}_{out}}{\hat{V}_{in}} = \mathcal{H}(\omega) = -\frac{R_1}{R_{reg\,1} + \frac{1}{j\omega C_1}}$$

$$\Rightarrow \mathcal{H}(\omega) = -\frac{j\omega C_1 R_1}{1 + j\omega C_1 R_{reg\,1}}$$

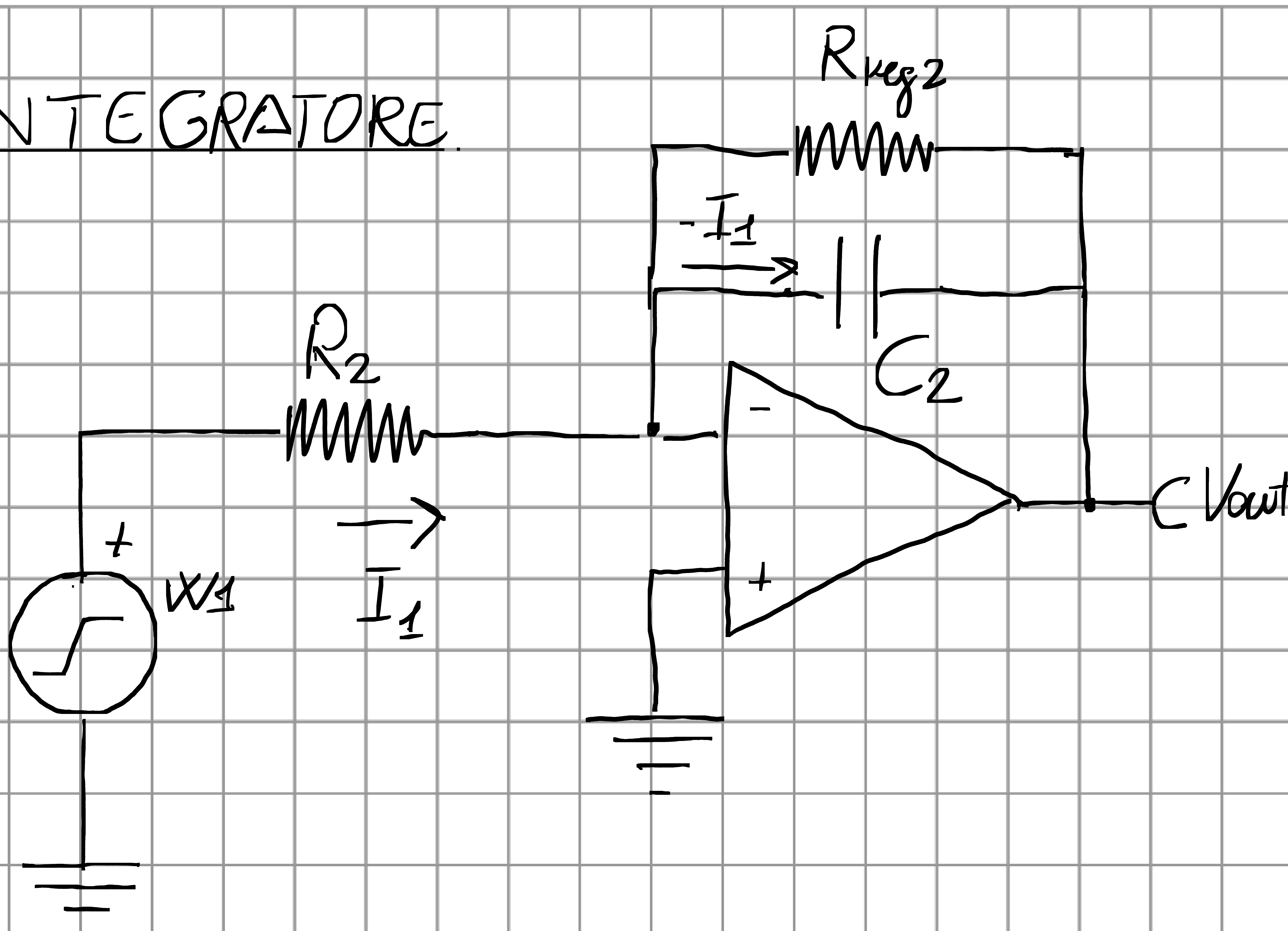
$\rightsquigarrow$ $\mathcal{H}(\omega)$ derivatore con $R_{reg1} = 0$

↳ condizione aggiuntiva su "buona derivazione".

↳ limite superiore in freq.: $\omega \ll \frac{1}{C_1 R_{reg1}}$

- Nel concreto $R_{reg\,1}$ taglia il picco di risonanza dovuto ad $A(\omega)$ non banale.

▪ INTEGRATORE



1. RISOLVERE IN REGIME DI IDEALITÀ CON REGOLE D'ORO.

Come prima: $V_+ = V_- = 0$ e OpAmp non assorbe corrente, infine assumo $R_{reg2} = \infty$.

$$I_1 + I_2 = 0 \Rightarrow I_2 = -I_1$$

$$I_1 = \frac{V_{in}}{R_2} = -\underbrace{C_2 \dot{V}_{out}}_{= -I_1} \Rightarrow \dot{V}_{out} = -\frac{V_{in}}{C_2 R_2} = -\omega_{TI} V_{in}$$

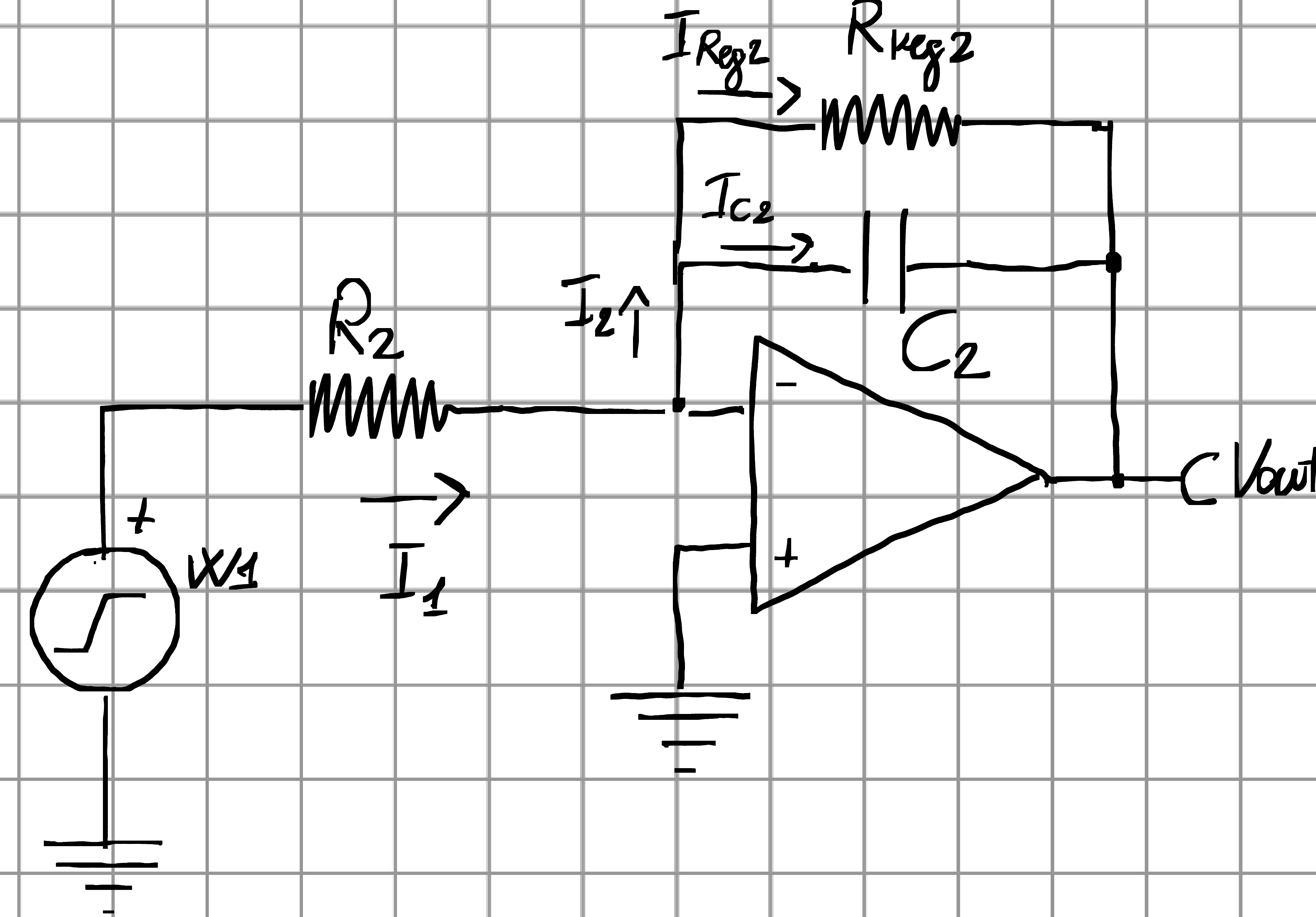
$$\Rightarrow V_{out} = -\omega_{TI} \int_{-\infty}^{t} dt' \, V_{in}(t')$$

- In freq trasf.: $\hat{V}_{out} = -\frac{\omega_{TI}}{i\omega} \hat{V}_{in} \Rightarrow \mathcal{H}(\omega) = -\frac{\omega_{TI}}{i\omega}$

2. Inserire non idealità

2.1. Resistenza di regolazione R_{reg2} finita.

$$I_1 = \frac{V_{in}}{R_2}$$



$$I_{Reg2} R_{reg2} = -V_{out}$$

$$\Rightarrow I_{Reg2} = -V_{out}/R_{reg2}$$

$$I_{C2} = -\dot{V}_{out} C_2$$

$$I_1 - I_2 = 0$$

$$I_2 - I_{Reg2} - I_{C2} = 0$$

$$\Rightarrow I_2 = \frac{-V_{out}}{R_{reg2}} - C_2 \dot{V}_{out}$$

$$\Rightarrow I_1 = I_2 \Rightarrow \frac{V_{in}}{R_2} = \frac{-V_{out}}{R_{reg2}} - C_2 \dot{V}_{out}$$

Passo in trasformata:

$$\frac{\hat{V}_{in}}{R_2} = -\frac{\hat{V}_{out}}{R_{reg2}} - (i\omega) C_2 \hat{V}_{out} = -\hat{V}_{out}\left(\frac{1}{R_{reg2}} + i\omega C_2\right)$$

$$\Rightarrow \frac{\hat{V}_{out}}{\hat{V}_{in}} = -\frac{1}{R_2}\frac{R_{reg2}}{1+i\omega C_2 R_{eg2}} = -\frac{R_{reg2}/R_2}{1+i\omega C_2 R_{reg2}}$$

$$\mathcal{H}(\omega) = -\frac{R_{reg2}/R_2}{1+i\omega C_2 R_{reg2}}$$

- Integra per $\omega > 1/C_2 R_{reg2}$

2.2 EFFETTO VOLTAGGIO DI OFFSET

Nel limite di alto gain (open loop): $V_+ = V_- + V_{off}$

$$\Rightarrow V_- = -V_{off}$$

Valgono stesse eq. dei nodi, cambiano le ddp.:

$$\begin{cases} I_1 - I_2 = 0 \ ; \ I_2 - I_{reg2} - I_{C_2} = 0 \\ I_1 = \frac{V_{in} - V_-}{R_2} \ ; \ I_{reg2} = \frac{V_- - V_{out}}{R_{reg2}} \ ; \ I_{C_2} = (\dot{V}_- - \dot{V}_{out}) C_2 \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad = -C_2 \dot{V}_{out} \end{cases}$$

$$\Rightarrow I_1 = I_2 = I_{reg2} + I_{C_2}$$

$$\frac{V_{in} - V_-}{R_2} = \frac{V_{in}}{R_2} - \frac{V_-}{R_2} = \frac{V_- - V_{out}}{R_{reg2}} - C_2 \dot{V}_{out}$$

$$\frac{V_{in}}{R_2} = -\frac{V_{out}}{R_{reg2}} - C_2\dot{V}_{out} - V_{off}\frac{R_2+R_{reg2}}{R_2R_{reg2}}$$

$$\frac{\hat{V}_{in}}{R_2} = -\frac{\hat{V}_{out}}{R_{reg2}} - i\omega C_2\hat{V}_{out} - V_{off}\frac{R_2+R_{reg2}}{R_2R_{reg2}}\,\delta(\omega)$$

$$\hat{V}_{in}\frac{R_{reg2}}{R_2} = -\hat{V}_{out} - i\omega C_2\hat{V}_{out} - V_{off}\frac{R_2+R_{reg2}}{R_2}\,\delta(\omega)$$

$$= -(1+i\omega C_2)\hat{V}_{out} - V_{off}\frac{R_2+R_{reg2}}{R_2}\,\delta(\omega)$$

$$\hat{V}_{out} = -\frac{R_{reg2}/R_2}{1+i\omega C_2}\hat{V}_{in} - V_{off}\frac{R_2+R_{reg2}}{R_2}\frac{\delta(\omega)}{1+i\omega C_2}$$

$$\hat{V}_{out} = -\frac{R_{reg2}/R_2}{1+i\omega C_2}\hat{V}_{in} - V_{off}\overbrace{\frac{R_2+R_{reg2}}{R_2(1+i\omega C_2)}}^{(*)}\,\delta(\omega)$$

- A livello qualitativo da termine (*) sappiamo che V_{out} saturerà se ha un offset troppo grande.
Il termine di offset ↑ per R_{reg2} ↑ ⇒ ho un upper bound a R_{reg2}. Per trarne l'ordine di grandezza si può impostare la seguente disuguaglianza:

$$-3 < V_{off}\frac{R_2+R_{reg2}}{R_2} < 3$$

dove $\pm 3 = V_{S\pm}$ alimentazioni dell'OpAmp che vogliamo usare: MCP601

$$\Rightarrow 0 < R_{reg2} < R_2\left(\frac{3}{V_{off}} - 1\right)^{(*)} \simeq 1\,M\Omega$$

R_{reg2} positiva

$R_2 \sim 1\,k\Omega$ e $V_{off} \sim 10^{-3}$

Oss: se $R_{reg2} \sim 1\,M\Omega$ ho un offset $\sim 1V$ al segnale.

Per det. R_{reg2} devo fissare R_2 e prendere il valore più alto possibile che sia minore di (*)

Oss: ho anche un limite superiore alle freq. dato dal roll off dell'OpAmp legato al suo GBWP.

↳ MCP601 ~ 3 MHz.