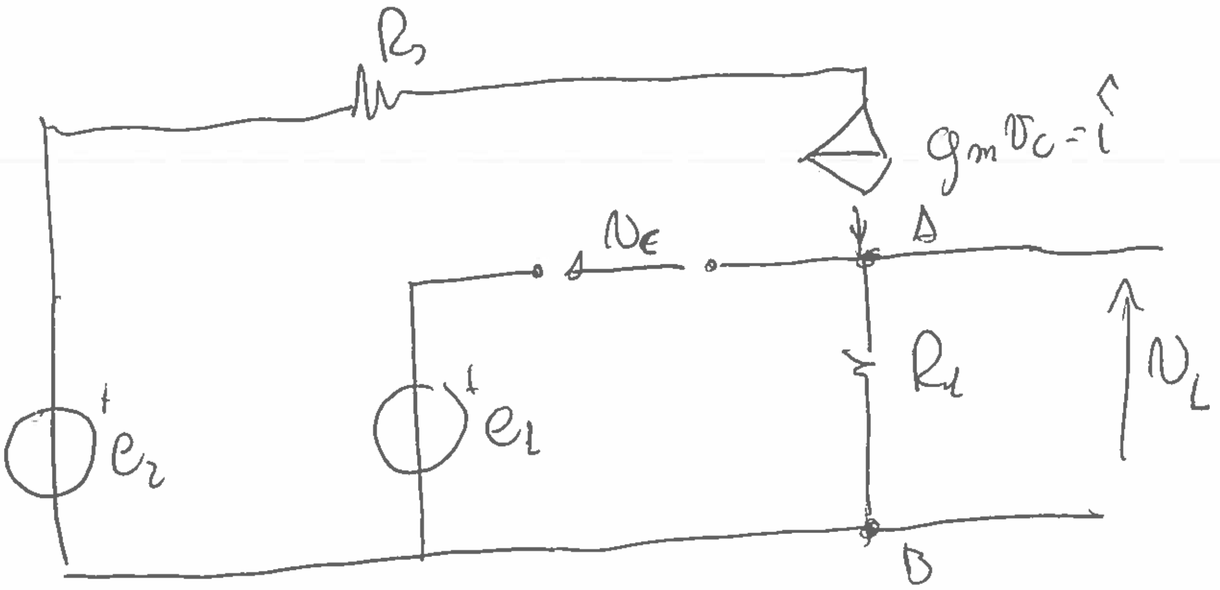
Ø



1) calcolare $v_L\,(e_1, e_2)$

2) EQUIV. THÉVENIN ai A-B

METODO DEL PILOTA

1) a) DETERMINO v_c CONSIDERANDO IL GENERATORE PILOTATO COME GENERATORE INDIPENDENTE DI VALORE INCOGNITO $\hat{i}$, APPLICANDO IL PRINC. DI SOVRAPP. DEGLI EFFETTI:

$$v_c = v_c' + v_c'' + v_c'''$$

CONTRIBUTO DI: e_1 $\quad e_2 \quad \hat{i}$

$$\boxed{v_c = e_1 + 0 - \hat{i}\,R_1}$$

b) CONSIDERO, DALLA RELAZIONE COSTITUTIVA: $\hat{i} = g_m v_c$ (1)

$$\begin{cases} v_c = e_1 - \hat{i} R_1 \\ \hat{i} = g_m v_c \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} v_c = e_1 - g_m R_1 v_c \\ \hat{i} = g_m v_c \end{cases}$$

$$\rightarrow \boxed{\begin{cases} v_c = \dfrac{e_1}{1 + g_m R_1} \\ \hat{i} = \dfrac{g_m e_1}{1 + g_m R_1} \end{cases}}$$

c) RICAVO LA GRANDEZZA INCOGNITA (v_L) CONSIDERANDO IL GEN PILOTATO COME GEN. INDIP. DI VALORE NOTO (QUELLO CALCOLATO in b)

APPLICO IL PRINC. DI SOVRAPP. DEGLI EFFETTI;

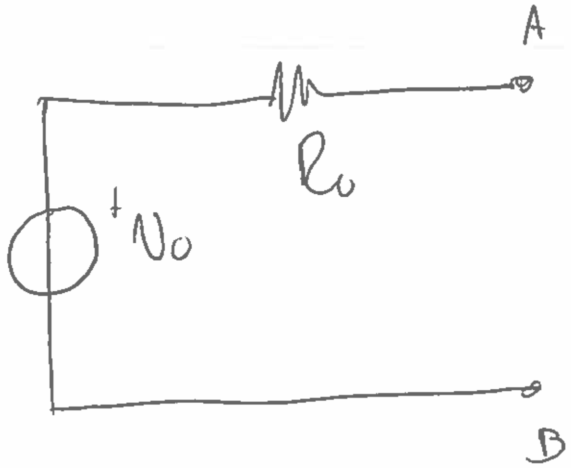
$$v_L = v_L' + v_L'' + v_L'''$$

$$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$$

$$e_1 \quad e_2 \quad \hat{i} = \dots \text{(vedi sopra)}$$

$$\boxed{v_L = 0 + 0 + \hat{i} \cdot R_1 = \frac{g_m R_1}{1 + g_m R_1} e_1}$$

2) • equiv. di THÉVENIN

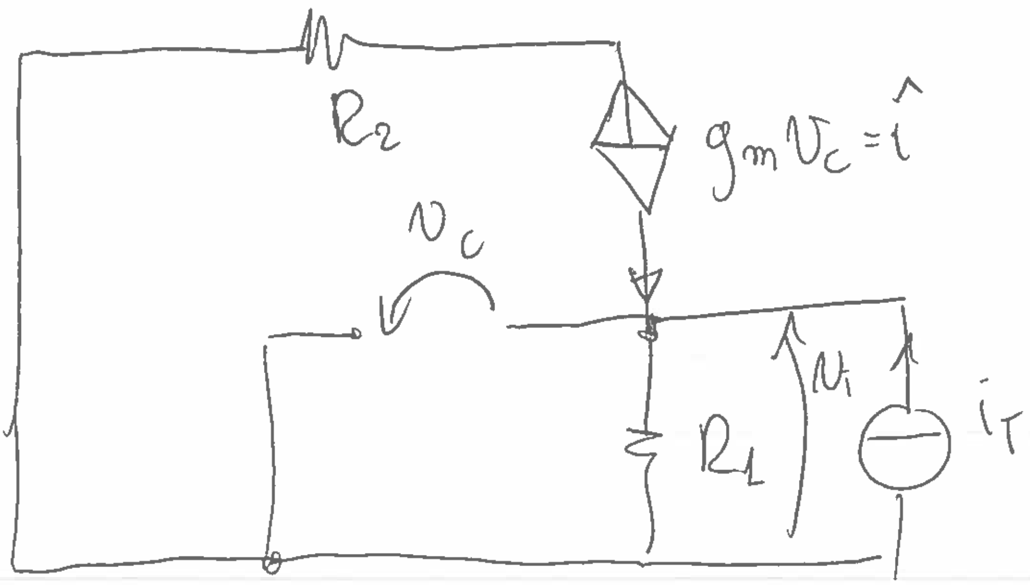


• il calcolo di v_0 è identico al calcolo di v_i al punto 1)

$$\boxed{v_0 = \frac{g_m R_1}{1 + g_m R_1} \hat{e}_1}$$

TENSIONE A VUOTO

• per calcolare R_0, spengo i generatori indip. e applico un generatore di corrente di test



$$R_0 = \frac{v_T}{i_T}$$

• determino v_C in questo circuito

$$v_C = v_C' + v_C'' = -R_1(i_T + \hat{i})$$

$$v_C' \downarrow i_T \qquad v_C'' \downarrow \hat{i}$$

da cui

$$v_C = -R_1 i_T - g_m v_C R_1$$

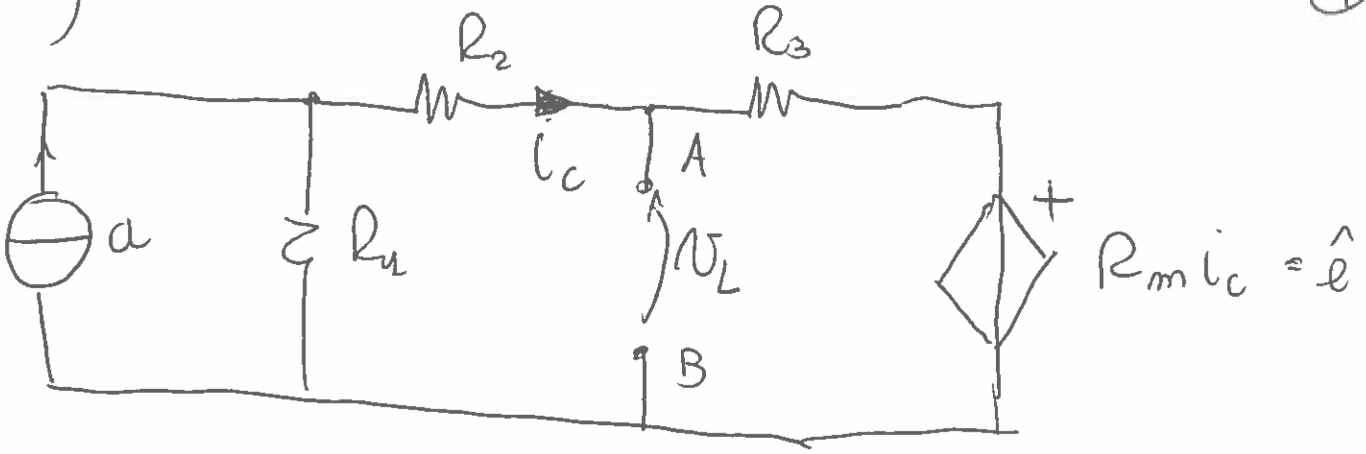
$$(1 + g_m R_1) v_C = -R_1 \cdot i_T$$

$$\boxed{v_C = \frac{-R_1}{1 + g_m R_1} i_T}$$

$$v_T = v_T' + v_T'' = -v_C$$

$$\boxed{R_O = \frac{v_T}{i_T} = \frac{R_1}{1 + g_m R_1}}$$ ← RESISTENZA EQUIV. DI THÉVENIN

ES 2) (4)



1) $v_L(a)$

2) eq. NORTON ai morsetti A-B

METODO DEL PILOTA

1) $\rightarrow i_c = i_c' + i_c''$

$i_c' \downarrow a$, $i_c'' \downarrow \hat{e}$

SOVRAPP. EFFETTI, DETERMINO i_c come se $\hat{e}$ fosse noto

$$= \frac{R_1}{R_1+R_2+R_3} a - \frac{\hat{e}}{R_1+R_2+R_3}$$

$$\rightarrow \begin{cases} \hat{e} = R_m i_c \\ i_c = \dfrac{R_1}{R_1+R_2+R_3} a - \dfrac{R_m i_c}{R_1+R_2+R_3} \end{cases}$$

$$(R_1 + R_2 + R_3 + R_m) i_c = R_1 a$$

(5)

$$i_c = \frac{R_1}{R_1 + R_2 + R_3 + R_m} \, a$$

$$\hat{e} = \frac{R_m R_1}{R_1 + R_2 + R_3 + R_m} \cdot a$$

Ricavo i_c e $\hat{e}$

$$\rightarrow \quad v_L = \underset{\substack{\downarrow \\ a}}{v_L'} + \underset{\substack{\downarrow \\ \hat{e}}}{v_L''}$$

ottengo l'uscita per sovrapposizione degli effetti

$$= a \cdot \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_2 + R_3} + \hat{e} \cdot \frac{R_1 + R_2}{R_1 + R_2 + R_3}$$

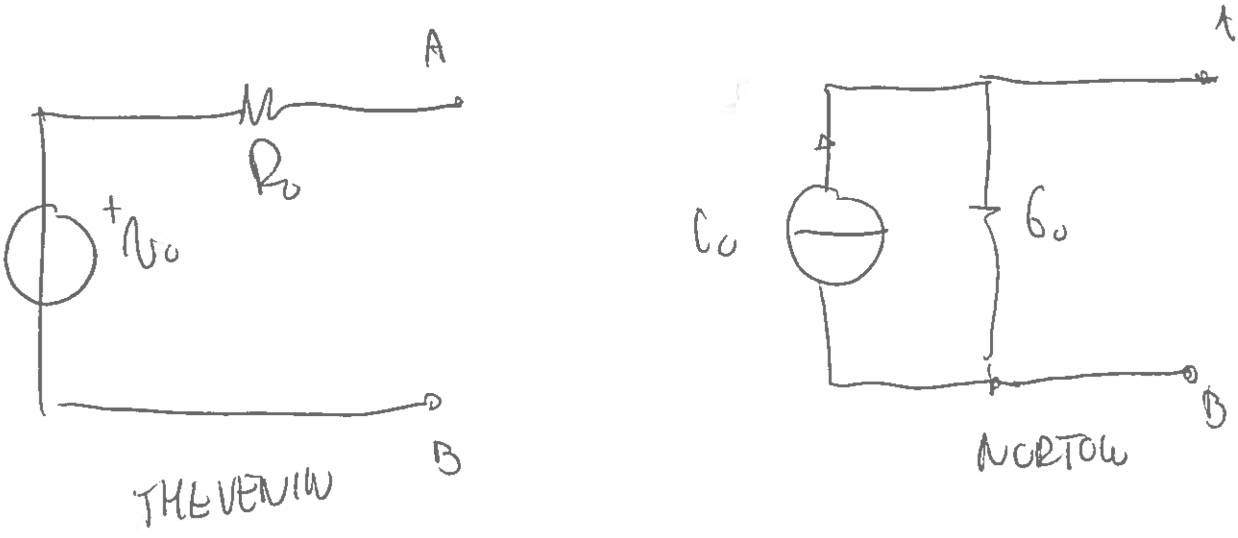
$$= a \cdot \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_2 + R_3} + \frac{R_m R_1}{R_1 + R_2 + R_3 + R_m} \, a \cdot \frac{R_1 + R_2}{R_1 + R_2 + R_3}$$

*

$$\boxed{v_L = a\left(R_3 + \frac{R_m (R_1 + R_2)}{R_1 + R_2 + R_3 + R_m} \right) \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2 + R_3}}$$

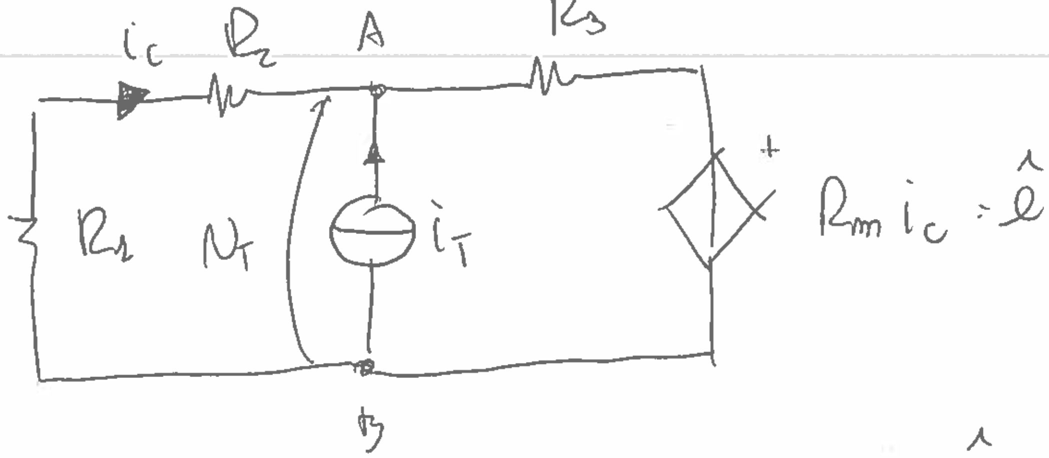
ESPRESSIONE DI $v_L(a)$

2) Se l'equiv. di Thevenin e l'equiv. di Norton esistono entrambi per un dato bipolo, si ha che



$$G_0 = \frac{1}{R_0} \quad e \quad \frac{V_0}{I_0} = R_0 = \frac{1}{G_0} \longrightarrow \boxed{I_0 = \frac{V_0}{R_0}}$$

- V_0 è V_c calcolato al punto precedente, quindi $I_0 = \frac{V_c}{R_0}$
- determino $R_0 = \frac{V_T}{i_T}$ (generatori indip. spenti, generatore pilotato acceso)



$$\begin{cases} i_c = \underset{\substack{\downarrow \\ i_T}}{i_c'} + \underset{\substack{\downarrow \\ \hat{e}}}{i_c''} = -\frac{R_3}{R_1+R_2+R_3} i_T - \frac{\hat{e}}{R_1+R_2+R_3} \\ \hat{e} = R_m i_c \end{cases}$$

$$\left(R_1+R_2+R_3+R_m\right) i_c = -R_3 \cdot i_T$$

$$i_c = \frac{-R_3}{R_1+R_2+R_3+R_m}\, i_T \,, \qquad \hat{e} = \frac{-R_m R_3}{R_1+R_2+R_3+R_m}\, i_T$$

e quindi la tensione di test è data, sommando gli effetti di i_T e $\hat{e}$

$$v_T = \underset{\substack{\downarrow \\ i_T}}{v_T'} + \underset{\substack{\downarrow \\ \hat{e}}}{v_T''} = \left[R_3 /\!/ (R_1+R_2)\right] \cdot i_T + \overset{R_m R_3}{\hat{e}} \cdot \frac{R_1+R_2}{R_1+R_2+R_3}$$

$$= \left[R_3 /\!/ (R_1+R_2)\right] i_T - \frac{R_m R_3}{R_1+R_2+R_3+R_m} \cdot \frac{R_1+R_2}{R_1+R_2+R_3}\, i_T$$

$$= i_T \left[1 - \frac{R_m}{R_1+R_2+R_3+R_m} \right] \frac{R_3(R_1+R_2)}{R_1+R_2+R_3}$$

$$= \frac{\cancel{R_1+R_2}+R_3}{R_1+R_2+R_3+R_m} \cdot \frac{R_3(R_1+R_2)}{R_1+\cancel{R_2}+R_3}\, i_T$$

$$= \frac{(R_1+R_2)R_3}{R_1+R_2+R_3+R_m} \cdot i_T$$

$$\boxed{R_0 = \frac{v_T}{i_T} = \frac{(R_1+R_2)R_3}{R_1+R_2+R_3+R_m}}$$

RESISTENZA EQUIV. DI THÉVENIN

(¥)

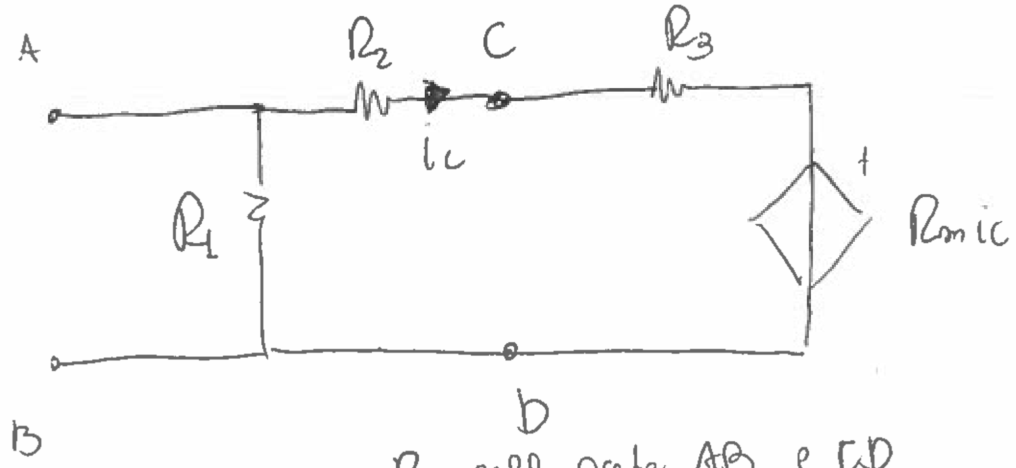
da cui, ricavando la conoscenza delle tensioni a vuoto e di R_0,

$$\boxed{i_0 = \frac{v_0}{R_0} = a\left[\frac{R_1+R_2+R_3+R_m}{R_1+R_2} + \frac{R_m}{R_3}\right]\cdot\frac{R_1}{R_1+R_2+R_3}}$$

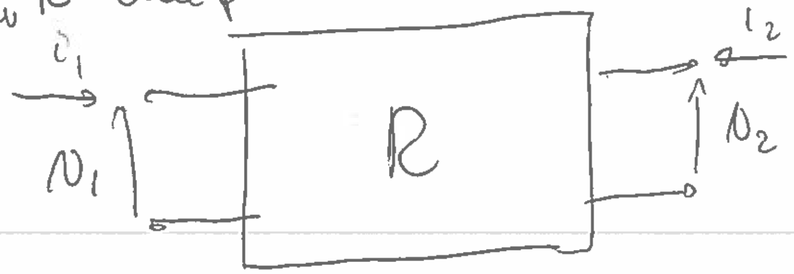
CORRENTE DI CORTO CIRCUITO

dove v_0 è la tensione a vuoto dell'equiv. di Thevenin che coincide con v_L calcolato al primo punto dell'esercizio (✱)

ES 3)



• determinare la rappresentazione R alle porte AB e CD

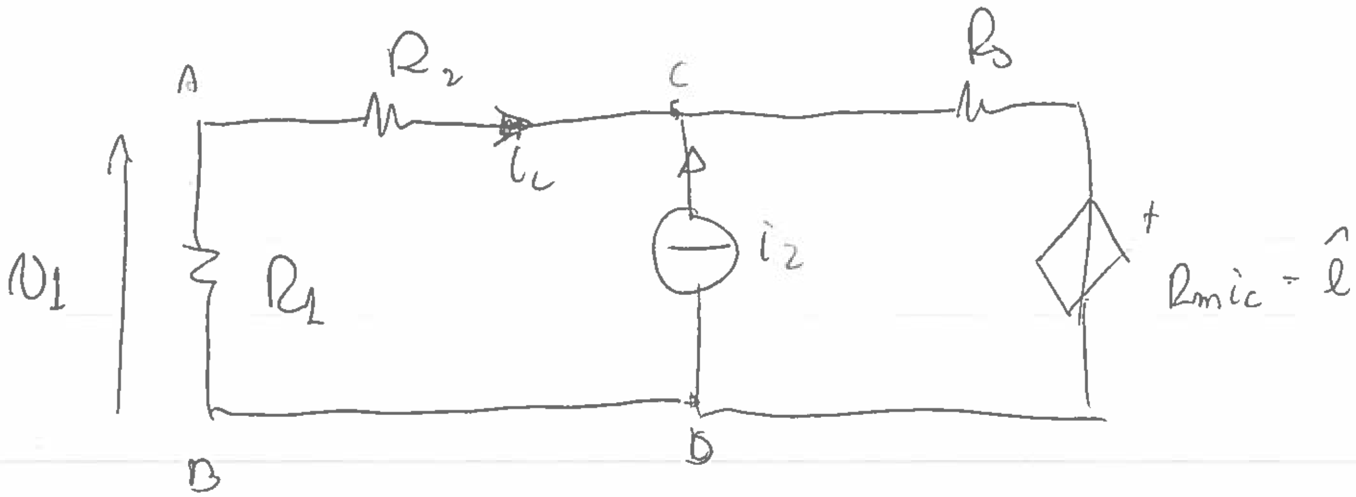


$$R = \begin{pmatrix} R_{11} & R_{12} \\ R_{21} & R_{22} \end{pmatrix}$$

$$\boxed{R_{11} = \left.\frac{v_1}{i_1}\right|_{i_2=0} = R_1 \,//\, (R_2 + R_3 + R_m)}$$

(i_c fluisce in $\hat{e} = R_m$, può essere considerato come un resistore di valore R_m)

$$R_{12} = \left.\frac{v_1}{i_2}\right|_{i_1=0}$$



$v_1 = ?$

$$v_1 = -i_c \cdot R_1$$

$$i_c = \underset{\substack{\downarrow \\ i_2}}{i_c'} + \underset{\substack{\downarrow \\ \hat{e}}}{i_c''} = -\frac{R_3}{R_1+R_2+R_3}\, i_2 - \frac{\hat{e}}{R_1+R_2+R_3}$$

$$i_c = -\frac{R_3}{R_1+R_2+R_3} \cdot i_2 - \frac{R_m i_x}{R_1+R_2+R_3}$$

$$i_c (R_1+R_2+R_3+R_m) = -R_3 i_2$$

$$i_c = \frac{-R_3 i_2}{R_1+R_2+R_3+R_m}$$

quindi $\quad v_1 = -i_c R_1 = \dfrac{R_1 R_3}{R_1+R_2+R_3+R_m}\, i_2$

da cui

$$\boxed{R_{12} = \left.\frac{v_1}{i_2}\right|_{i_1=0} = \frac{R_1 R_3}{R_1+R_2+R_3+R_m}}$$

$$\boxed{r_{21} = \left.\frac{v_2}{i_1}\right|_{i_2=0} = \left(R_3 + \frac{R_m(R_1+R_2)}{R_1+R_2+R_3+R_m} \right) \cdot \frac{R_1}{R_1+R_2+R_3}}$$

(vedi es. precedente)

$$\boxed{r_{22} = \left.\frac{v_2}{i_2}\right|_{i_1=0} = R_0 = \frac{(R_1+R_2)\,R_3}{R_1+R_2+R_3+R_m}}$$

(vedi es. prec: corrisponde a $R_0 = \frac{1}{G_0}$ dell'equiv. di NORTON alla porta C-D)