

Cognome

Nome

Matricola

Aula

Domande a risposta multipla (indicare con X la risposta corretta nella tabella)

Quesito	1	2	3	4
Risposta a		X		X
Risposta b				
Risposta c			X	
Risposta d	X			
Punteggio totale				

- 1) Una tensione $V_g = (5.00 \pm 0.01) \text{ V}$ è applicata ai terminali di una resistenza $R = (100.0 \pm 0.1) \Omega$. La potenza dissipata è pari a:

- a) 0.25 W, 0.2%
- b) 0.25 W, 0.3%
- c) I dati a disposizione non sono sufficienti in quanto manca il valore di corrente che scorre nella resistenza
- d) Nessuna delle precedenti**

Scartando ovviamente la risposta (c), la risposta corretta è (d) in quanto:

$$P = \frac{V^2}{R} = \frac{25}{100} = 0.25 \text{ W}$$

$$\frac{\delta P}{P} = 2 \cdot \frac{\delta V}{V} + \frac{\delta R}{R} = 2 \cdot \frac{0.01}{5} + \frac{0.1}{100} = 0.4\% + 0.1\% = 0.5\% \text{ differente dai valori proposti dalle risposte (a) e (b)}$$

- X** Si vuole misurare una frequenza f_x di circa 100 Hz con un tempo di misura di 0.1 s. Nella scelta dello strumento preferisco:

- a) Un frequenzimetro a misura indiretta (a singolo periodo) con frequenza campione di 10 MHz, in quanto posso ottenere una incertezza di quantizzazione di 1 mHz**
- b) Un frequenzimetro a misura indiretta in quanto è sempre possibile trascurare l'incertezza assoluta del quarzo campione
- c) Un frequenzimetro a misura diretta con frequenza campione f_c di 10 MHz in quanto l'incertezza assoluta di quantizzazione è pari a 1 Hz.
- d) Nessuna delle precedenti

La risposta corretta è (a) in quanto in un frequenzimetro a misura indiretta l'incertezza relativa di quantizzazione è pari a

$$\frac{\delta f}{f} = \frac{1}{N} = \frac{t_c}{t_x} = \frac{100 \text{ ns}}{0.01 \text{ s}} = 10^{-5} \rightarrow \delta f = 10^{-5} \cdot 100 = 1 \text{ mHz}$$

- 3) Una tensione V_x di 0.5 V è misurata con un multimetro le cui caratteristiche sono indicate in basso. Il multimetro è stato tarato 180 giorni fa.

■ DC Characteristics

Accuracy Specifications \pm (% of reading + % of range) [1]						
Function	Range [3]	Test Current or Burden Voltage	24 Hour [2] 23°C \pm 1°C	90 Day 23°C \pm 5°C	1 Year 23°C \pm 5°C	Temperature Coefficient /°C 0°C – 18°C 28°C – 55°C
DC Voltage	100.0000 mV		0.0030 + 0.0030	0.0040 + 0.0035	0.0050 + 0.0035	0.0005 + 0.0005
	1.000000 V		0.0020 + 0.0006	0.0030 + 0.0007	0.0040 + 0.0007	0.0005 + 0.0001
	10.00000 V		0.0015 + 0.0004	0.0020 + 0.0005	0.0035 + 0.0005	0.0005 + 0.0001
	100.0000 V		0.0020 + 0.0006	0.0035 + 0.0006	0.0045 + 0.0006	0.0005 + 0.0001
	1000.000 V		0.0020 + 0.0006	0.0035 + 0.0010	0.0045 + 0.0010	0.0005 + 0.0001

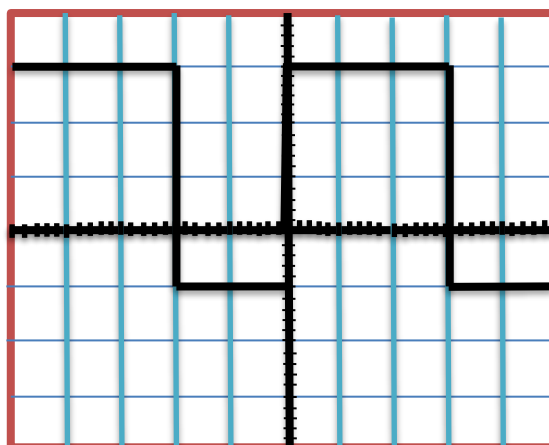
L'incertezza di misura di V_x è:

- a) 2.7 mV
- b) 270 μ V
- c) 27 μ V
- d) 2.7 μ V

La risposta corretta è (c): determino l'incertezza in base alla colonna "1 Year" in quanto l'ultima taratura è avvenuta 180 gg fa. Il fondo scala utilizzato è di 1 V.

L'incertezza è pari a $\delta V = \pm(0.004\% \cdot 0.5 + 0.0007\% \cdot 1) = \pm(20 \mu\text{V} + 7 \mu\text{V}) = 27 \mu\text{V}$

~~4)~~ Il segnale mostrato in figura ($V_{\max} = 15 \text{ V}$, $V_{\min} = -5 \text{ V}$, periodo 0.5 ms, duty cycle 60%) è misurato per mezzo di un voltmetro a vero valore efficace con condensatore in serie.



La lettura attesa (senza incertezza) è pari a:

- a) 9.8 V
- b) 19.6 V
- c) 9 V
- d) 10 V

La risposta corretta è (a)

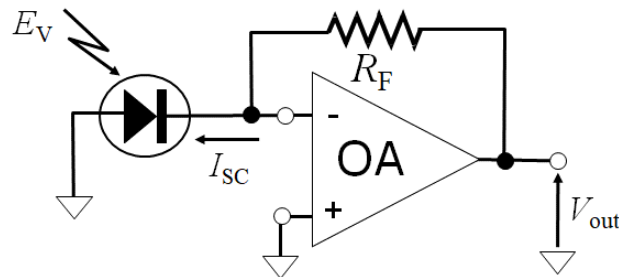
Il valor medio del segnale è pari a

$$v_m = \frac{1}{T} \left[\frac{3}{5} T \cdot 15 - \frac{2}{5} T \cdot 5 \cdot \frac{1}{2} \right] = +7V$$

A causa del condensatore il segnale perde la componente continua di 7 V e trasla verso il basso dello stesso valore: il duty cycle resta invariato ma il valore massimo diventa di 8 V ed il valore minimo è pari a -12 V. Il valore efficace, che coincide con il valore letto, è pari a $v_{eff}^2 =$

$\frac{1}{T} \left(8^2 \cdot \frac{3}{5} T + 12^2 \cdot \frac{2}{5} T \right) = 96 V^2 \rightarrow v_{eff} = 9.79796 V \approx 9.8V$ con cifre significative da scegliere in base all'incertezza.

ESERCIZIO



Il circuito mostrato in figura è utilizzato per misurare l'illuminamento E_V mediante un fotodiodo ed un amplificatore di trans-resistenza. Il fotodiodo è caratterizzato dalla seguente relazione ingresso/uscita:

$$I_{SC} = S \cdot E_V + I_{OFF}$$

dove $S = (10 \pm 0.1) \text{ nA/lux}$ e $I_{OFF} = (0 \pm 50) \text{ nA}$.

Il resistore R_F ha un valore nominale di $100 \text{ k}\Omega$ e una tolleranza relativa di $\pm 1\%$.

Stimare valore e incertezza dell'illuminamento E_V quando $V_{out} = (0.734 \pm 0.005) \text{ V}$.

Soluzione

Modello di misura

Per l'amplificatore di trans-resistenza, la tensione di uscita può essere espressa come:

$$V_{out} = R_F \cdot I_{SC} = R_F \cdot (S \cdot E_V + I_{OFF})$$

che rappresenta la relazione ingresso/uscita del sistema di misura, dalla quale si ricava la relazione uscita/ingresso (funzione di taratura):

$$E_V = \frac{V_{out}}{R_F \cdot S} - \frac{I_{OFF}}{S}$$

Stima del misurando

Sostituendo i valori nominali di V_{out} (0.734 V), R_F ($100 \text{ k}\Omega$), S (10 nA/lux), e I_{OFF} (0 A) nella precedente espressione, si ottiene il valore nominale di E_V :

$$E_V = 734 \text{ lux}$$

Stima dell'incertezza

$$\begin{aligned} \delta E_V &= \left| \frac{\partial E_V}{\partial V_{out}} \right| \cdot \delta V_{out} + \left| \frac{\partial E_V}{\partial S} \right| \cdot \delta S + \left| \frac{\partial E_V}{\partial R_F} \right| \cdot \delta R_F + \left| \frac{\partial E_V}{\partial I_{OFF}} \right| \cdot \delta I_{OFF} = \\ &= \frac{1}{R_F \cdot S} \cdot \delta V_{out} + \frac{V_{out}}{R_F \cdot S^2} \cdot \delta S + \frac{V_{out}}{R_F^2 \cdot S} \cdot \delta R_F + \frac{1}{S} \cdot \delta I_{OFF} \end{aligned}$$

Le incertezze assolute delle diverse grandezze sono:

$$\delta V_{out} = 0.005 \text{ V}; \quad \delta S = 0.1 \cdot 10^{-9} \text{ A/lux}$$

$$\delta R_F = 0.01 \cdot 10^5 = 1000 \Omega; \quad \delta I_{OFF} = 50 \cdot 10^{-9} \text{ A}$$

Infine, l'incertezza assoluta δE_V si ottiene come:

$$\begin{aligned}\delta E_V &= 1000 \cdot 0.005 + 7.3 \cdot 10^{10} \cdot 1 \cdot 10^{-10} + 7.3 \cdot 10^{-3} \cdot 1000 + 1 \cdot 10^8 \cdot 5 \cdot 10^{-8} = \\ &= 5.00 + 7.34 + 7.34 + 5.00 \approx 24.7 \text{ lux}\end{aligned}$$

Dichiarazione finale della misura

$$E_V = (734 \pm 25) \text{ lux}$$