

Cognome e Nome..... Matricola.....  
Docente .....

**ANALISI COMPLESSA**  
**Appello del 3 SETTEMBRE 2009 - Compito A**

**Esercizio 1 (3 punti)**

Trovare gli zeri della funzione

$$f(z) = \frac{2 \cosh(z) - e^z - 1}{z^2 + i}$$

nel suo naturale dominio di definizione  $\text{dom}(f)$ .

**Esercizio 2 (3 punti)**

Si trovino tutte le funzioni analitiche  $f : \mathbb{C} \longrightarrow \mathbb{C}$  tali che  $\text{Re } f(z) = -1 + \text{Im } z$  per ogni  $z \in \mathbb{C}$ .

**Esercizio 3 (4 punti)**

Si determini l'insieme di convergenza della serie complessa

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n+3)z^{2n}}{i^n 5^n}.$$

**Esercizio 4 (5 punti)**

Calcolare

$$I := \int_{\gamma} \frac{ze^{iz}}{(z^2+9)} dz$$

dove  $\gamma$  è il cammino di Jordan avente come supporto la circonferenza di raggio 4 centrata in  $z_0 = -1$ .

**Esercizio 5 (5 punti)**

Scrivere lo sviluppo di Laurent in  $\{z \in \mathbb{C} : |z| > 1\}$  centrato in  $z_0 = 0$  della funzione

$$f(z) = \frac{1}{iz^2 - z^5}.$$

**Esercizio 6 (4 punti)**

Si consideri la distribuzione  $T_f$  dove

$$f(x) = \begin{cases} e^{-|2x|} & \text{se } |x| \leq 3 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

Calcolare  $T'_f$ .

**Esercizio 7 (4 punti)**

Posto

$$f(x) = x^3 + 2 \sin(2\pi x), \quad x \in \mathbb{R},$$

verificare che la distribuzione  $T_f$  è temperata e calcolarne la trasformata di Fourier.

**Esercizio 8 (5 punti)**

- a) Definire la derivata di una distribuzione.
- b) Verificare, tramite la definizione, che  $T'_H = \delta_0$ , dove  $H$  è la funzione di Heaviside.