Es (22-9-17) Sia $g:\mathbb{R}\to\mathbb{C}$ sommabile, continua con $\hat{g}$ sommabile. Calcolare, utilizzando la formula di inversione per g,

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-2\pi i\omega}}{1+\pi^2\omega^2}\,d\omega$$

Sol Formula di inversione per g: $\quad g(t)=\int_{-\infty}^{+\infty}\hat{g}(\omega)\,e^{2\pi i\omega t}\,d\omega \quad \forall t\in\mathbb{R}$,

Poichè (formulario) si ha $\mathcal{F}(e^{-2|t|})(\omega)=\dfrac{2}{4+4\pi^2\omega^2}$,
se $g(t)=e^{-|t|}$, la formula di inversione diventa:

$$e^{-2|t|}=\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{4}{4+4\pi^2\omega^2}\,e^{2\pi i\omega t}\,d\omega$$

dove prendendo $t=-1$ si ha

$$e^{-2}=\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{1}{1+\pi^2\omega^2}\,e^{-2\pi i\omega}\,d\omega\,.$$