

Cognome e Nome..... Matricola.....

ANALISI COMPLESSA
Appello del 10 FEBBRAIO 2014

Esercizio 1 (3 punti)

Trovare gli zeri della funzione complessa

$$f(z) = \frac{\cos(z\pi)}{(8 - z^3)^3},$$

nel suo naturale dominio di definizione $\text{dom}(f) \subseteq \mathbb{C}$.

Esercizio 2 (3 punti)

Stabilire se la funzione

$$f(z) = z^2 - 2 \operatorname{Im}(z), \quad z \in \mathbb{C},$$

è analitica nel suo dominio di definizione.

Esercizio 3 (5 punti)

Si determini e si disegni l'insieme di convergenza della serie complessa

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(4-3i)^{2n}}{in^2+3} (zi-2)^n.$$

Esercizio 4 (4 punti)

Si calcoli

$$I := \int_{\gamma} \frac{dz}{z^3 - iz^2},$$

dove γ è la curva di Jordan percorsa in senso antiorario avente come sostegno l'insieme $\{z \in \mathbb{C} : |z-i|=2\}$.

Esercizio 5 (5 punti)

Si scriva lo sviluppo di Laurent centrato in $z_0 = 0$ nell'insieme $\mathbb{C} \setminus \{0\}$ della funzione

$$f(z) = \frac{1 - \cosh(z^3)}{z^{10}}.$$

Si determini il residuo di f in $z_0 = 0$ e la natura di tale singolarità.

Esercizio 6 (4 punti)

Sia $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = |x + 1| - |3x| - \operatorname{sgn}(x - 1) + \operatorname{sgn}(-3x), \quad x \in \mathbb{R}.$$

Calcolare la derivata della distribuzione T_f .

Esercizio 7 (4 punti)

Calcolare la trasformata di Fourier della funzione

$$f(x) = (x - 1) \cos(x - 1), \quad x \in \mathbb{R}.$$

Esercizio 8 (5 punti)

Verificare che se $f : \mathbb{C} \longrightarrow \mathbb{C}$ è analitica, allora la sua parte reale è una funzione armonica.