

5 Novembre 2008

## Compito accorpato TDS-MES (INF - laureandi)

NOTA: Consegnare il testo completo di tutti i fogli e la tabellina con le risposte, ricordandosi di riportare nell'apposito spazio nome e numero di matricola; riportare al più una risposta per ogni esercizio usando LETTERE MAIUSCOLE. Si invitano gli studenti a prendere nota del numero del compito e delle risposte date. Ciò permetterà un immediato confronto con le stringhe corrette che verranno pubblicate sul portale.

Nome	
Cognome	
Matricola	
Compito	0

Esercizio	1	2	3	4	5	6	7	8
Risposta								

**Esercizio 1. (Punti 1.5)** Sia dato il processo  $X(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - kT - \Theta)$ , dove  $\Theta$  è una variabile casuale con densità di probabilità  $f_{\Theta}(\theta) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-\theta^2}$ . La media del processo  $X(t)$  vale:

- A)  $E\{X(t)\} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-t^2}$
- B)  $E\{X(t)\} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} e^{-(t-kT)^2}$
- C)  $E\{X(t)\} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - kT)$
- D)  $E\{X(t)\} = \frac{1}{T}$

**Esercizio 2. (Punti 1.)** Calcolare il prodotto scalare dei segnali  $x(t) = \frac{2}{3} \sin^2(4\pi t) + 2 \cos(2\pi t) + \sin(6\pi t)$  e  $y(t) = 1 + \frac{2}{3} \cos(2\pi t) - 2 \sin(4\pi t) + 6 \cos(8\pi t)$  sull'intervallo  $t \in [0, 1]$ . Il risultato vale:

- A)  $\frac{1}{3}$
- B) 1
- C) 0
- D)  $\frac{1}{2}$

**Esercizio 3. (Punti 1.)** Si consideri un filtro numerico con trasformata zeta

$$H(z) = \frac{(z-a)(z-b)}{z-c}$$

con  $a, b, c \neq 0$ .

Indicare quale delle seguenti affermazioni è errata

- A) nessuna delle altre risposte è errata
- B) Se  $c \neq a$  e  $c \neq b$ , il filtro è IIR e non causale
- C) Il filtro è sempre non causale
- D) Se  $c \neq a$  e  $c \neq b$ , il filtro è IIR e causale

**Esercizio 4. (Punti 1.5)** Si consideri il processo casuale

$$y(t) = x(t)q(t)$$

dove  $x(t)$  è un processo casuale WSS con densità spettrale di potenza

$$S_x(f) = \frac{2}{1 + 4\pi^2 f^2}$$

e

$$q(t) = \begin{cases} 1 & \text{per } kT \leq t < kT + \frac{T}{2} \\ 0 & \text{per } kT + \frac{T}{2} \leq t < kT + T \end{cases}$$

dove  $k$  è un intero con  $-\infty < k < +\infty$  e  $T > 0$ . Detta  $R_y(t, \tau) = E[y(t)y(t + \tau)]$  l'autocorrelazione del processo  $y(t)$ , quanto vale  $R_y(t, T)$ ?

- A)  $R_y(t, T) = \exp(T)q(t)$
- B)  $R_y(t, T) = \exp(-T)q(t)$
- C)  $R_y(t, T) = 0$
- D)  $R_y(t, T) = \exp(-T)$

**Esercizio 5. (Punti 1.5)** Sia dato un processo casuale gaussiano stazionario ed ergodico  $Y(t)$ , a valor medio nullo e varianza unitaria, ed una variabile casuale  $Z$ , indipendente da  $Y(t)$ , uniformemente distribuita in  $[-1, +1]$ . Si generi il processo casuale

$$W(t) = Y(t) + Z$$

Dire quale delle affermazioni che seguono è corretta.

- A)  $W(t)$  è ergodico per la media.
- B)  $W(t)$  non è ergodico per l'autocorrelazione.
- C)  $W(t)$  è un processo gaussiano a valor medio nullo.
- D)  $W(t)$  non è stazionario del prim'ordine.

**Esercizio 6. (Punti 1.5)** Un filtro numerico reale e causale ha una funzione di trasferimento con tre zeri  $w_i = e^{ji\pi/4}$  ( $i = 1, 2, 3$ ). Il filtro è realizzato per mezzo di un filtro trasversale con  $L$  coefficienti  $b_i$ . Inoltre  $H(z)$  è uguale a 1 quando  $z = 1$  e  $L \leq 7$ .

Dire quali delle seguenti affermazioni è vera.

- A)  $b_0 \geq 1$ ;  $b_i \neq 0$  per  $0 \leq i \leq 7$ .
- B)  $b_0 = 0.25$ ;  $b_i = 0$  per  $i$  dispari.
- C)  $b_0 = 0.25$ ;  $b_i = 0$  per  $i > 4$ .
- D)  $b_0 < 1$ ;  $b_i \neq 0$  per  $0 \leq i \leq 7$ .

**Esercizio 7. (Punti 1.5)** Si calcoli la convoluzione delle due sequenze

$$x[n] = 1 \quad n = 0, \dots, N; \quad x[n] = 0 \quad \text{altrove}$$

$$y[n] = p^n u[n]$$

- A)  $y[n] * x[n] = \frac{p^{n+1}-1}{p-1} \quad n \in [0, N]; \quad y[n] * x[n] = \frac{p^{n+1}}{p-1}(1 - p^{-N-1}) \quad n \geq N;$
- B) nessuna delle altre risposte
- C)  $y[n] * x[n] = (p)^n u[n]$
- D)  $y[n] * x[n] = \frac{p^n-1}{p-1} \quad n \in [0, N]; \quad y[n] * x[n] = \frac{p^n}{p-1}(1 - p^{-N}) \quad n \geq N;$

**Esercizio 8. (Punti 1)** Si vuole effettuare per via numerica la trasformata di Fourier di un segnale periodico di periodo  $T$

$$x(t) = \cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right)$$

A tale fine:

- Si tronca  $x(t)$  su un intervallo temporale pari a  $3T$ ;
- Si campiona il segnale prendendo 4 campioni per periodo  $T$ ;
- Si effettua la DFT della sequenza ottenuta.

Indicare quale delle seguenti affermazioni è errata

- A)** La DFT fornisce 12 campioni dello spettro del segnale
- B)** La risoluzione in frequenza è pari a  $1/(3T)$ .
- C)** La DFT fornisce un solo valore non nullo, e precisamente il terzo della serie
- D)** La DFT fornisce due soli valori non nulli, di cui uno è il quarto della serie

5 Novembre 2008

## Compito accorpato TDS-MES (INF - laureandi)

NOTA: Consegnare il testo completo di tutti i fogli e la tabellina con le risposte, ricordandosi di riportare nell'apposito spazio nome e numero di matricola; riportare al più una risposta per ogni esercizio usando LETTERE MAIUSCOLE. Si invitano gli studenti a prendere nota del numero del compito e delle risposte date. Ciò permetterà un immediato confronto con le stringhe corrette che verranno pubblicate sul portale.

Nome	
Cognome	
Matricola	
Compito	1

Esercizio	1	2	3	4	5	6	7	8
Risposta								

**Esercizio 1. (Punti 1.5)** Sia dato un processo casuale gaussiano stazionario ed ergodico  $Y(t)$ , a valor medio nullo e varianza  $\sigma^2$ , ed una variabile casuale  $Z$ , indipendente da  $Y(t)$ , uniformemente distribuita in  $[-1/2, +1/2]$ . Si generi il processo casuale

$$V(t) = Y(t) + Z$$

Dire quale delle affermazioni che seguono è corretta.

- A)  $V(t)$  non è stazionario del prim'ordine.
- B)  $V(t)$  è un processo gaussiano.
- C)  $V(t)$  non è ergodico ne' per la media ne' per l'autocorrelazione .
- D)  $V(t)$  ha valor medio positivo.

**Esercizio 2. (Punti 1.)** Calcolare il prodotto scalare dei segnali  $x(t) = \cos^2(2\pi t) + \sin(6\pi t)$  e  $y(t) = \frac{1}{2} + \cos(2\pi t) - 2\cos(4\pi t) + \frac{1}{2}\sin(6\pi t)$  sull'intervallo  $t \in [0, 1]$ . Il risultato vale:

- A)  $\frac{1}{2}$
- B) 1
- C)  $\frac{1}{3}$
- D) 0

**Esercizio 3. (Punti 1.5)** Si consideri il processo casuale

$$y(t) = x(t)q(t)$$

dove  $x(t)$  è un processo casuale WSS con densità spettrale di potenza

$$S_x(f) = \sqrt{2\pi} \exp(-2\pi^2 f^2)$$

e

$$q(t) = \begin{cases} 2 & \text{per } kT \leq t < kT + \frac{T}{2} \\ 0 & \text{per } kT + \frac{T}{2} \leq t < kT + T \end{cases}$$

dove  $k$  è un intero con  $-\infty < k < +\infty$  e  $T > 0$ . Detta  $R_y(t, \tau) = E[y(t)y(t+\tau)]$  l'autocorrelazione del processo  $y(t)$ , quanto vale  $R_y(t, T)$ ?

- A)  $R_y(t, T) = \exp\left(\frac{-T^2}{2}\right)q^2(t)$
- B)  $R_y(t, T) = \exp\left(\frac{-T^2}{2}\right)q(t)$

C)  $R_y(t, T) = 0$

D)  $R_y(t, T) = \exp\left(\frac{-T^2}{2}\right)$

**Esercizio 4. (Punti 1.)** Si consideri un filtro numerico con trasformata zeta

$$H(z) = \frac{(z-a)(z-b)}{z-c}$$

con  $a, b, c \neq 0$ .

Indicare quale delle seguenti affermazioni è corretta

A) nessuna delle altre risposte è corretta

B) Il filtro è sempre IIR

C) Se  $c \neq a$  e  $c \neq b$ , il filtro è IIR e causale

D) Il filtro è non causale

**Esercizio 5. (Punti 1)** Si vuole effettuare per via numerica la trasformata di Fourier di un segnale periodico di periodo  $T$

$$x(t) = \cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right)$$

A tale fine:

- Si tronca  $x(t)$  su un intervallo temporale pari a  $2T$ ;
- Si campiona il segnale prendendo 8 campioni per periodo  $T$ ;
- Si effettua la DFT della sequenza ottenuta.

Indicare quale delle seguenti affermazioni è errata

A) La DFT fornisce un solo valore non nullo, e precisamente il quinto della serie

B) La risoluzione in frequenza è pari a  $1/(2T)$ .

C) La DFT fornisce 16 campioni dello spettro del segnale

D) La DFT fornisce due soli valori non nulli, di cui uno è il terzo della serie

**Esercizio 6. (Punti 1.5)** Si calcoli la convoluzione delle due sequenze

$$x[n] = \binom{N}{n} p^n (1-p)^{N-n} \quad n = 0, \dots, N; \quad x[n] = 0 \quad \text{altrove}$$

$$y[n] = u[n]$$

A) nessuna delle altre risposte

B)  $y[n] * x[n] = \sum_{k=0}^n \binom{N}{k} p^k (1-p)^{N-k} \quad n = 0, \dots, N-1; y[n] * x[n] = N \text{ per } n \geq N$

C)  $y[n] * x[n] = \sum_{k=0}^n \binom{N}{k} p^k (1-p)^{N-k} \quad n = 0, \dots, N-1; y[n] * x[n] = 1 \text{ per } n \geq N$

D)  $y[n] * x[n] = \sum_{k=0}^N \binom{N}{k} p^k (1-p)^{N-k} \quad n = 0, \dots, N-1; y[n] * x[n] = 1 \text{ per } n \geq N$

**Esercizio 7. (Punti 1.5)** Sia dato il processo  $X(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t-k-\Theta)$ , dove  $\Theta$  è una variabile casuale con densità di probabilità  $f_{\Theta}(\theta) = e^{-2|\theta|}$ . La media del processo  $X(t)$  vale:

A)  $E\{X(t)\} = 1$

B)  $E\{X(t)\} = e^{-2|t|}$

C)  $E\{X(t)\} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t-k)$

D)  $E\{X(t)\} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} e^{-2|t-k|}$

**Esercizio 8. (Punti 1.5)** Un filtro numerico reale e causale ha una funzione di trasferimento con tre zeri  $w_i = e^{ji\pi/4}$  ( $i = 1, 2, 3$ ). Il filtro è realizzato per mezzo di un filtro trasversale con  $L$  coefficienti  $b_i$ . Inoltre  $H(z)$  è uguale a 0.1 quando  $z = 1$  e  $L \leq 7$ .

Dire quali delle seguenti affermazioni è vera.

- A)  $b_0 = 0.025$ ;  $b_i = 0$  per  $i > 4$ .
- B)  $b_0 < 1$ ;  $b_i \neq 0$  per  $0 \leq i \leq 7$ .
- C)  $b_0 \geq 1$ ;  $b_i \neq 0$  per  $0 \leq i \leq 7$ .
- D)  $b_0 = 0.025$ ;  $b_i = 0$  per  $i$  dispari.

5 Novembre 2008

## Compito accorpato TDS-MES (INF - laureandi)

NOTA: Consegnare il testo completo di tutti i fogli e la tabellina con le risposte, ricordandosi di riportare nell'apposito spazio nome e numero di matricola; riportare al più una risposta per ogni esercizio usando LETTERE MAIUSCOLE. Si invitano gli studenti a prendere nota del numero del compito e delle risposte date. Ciò permetterà un immediato confronto con le stringhe corrette che verranno pubblicate sul portale.

Nome	
Cognome	
Matricola	
Compito	2

Esercizio	1	2	3	4	5	6	7	8
Risposta								

**Esercizio 1. (Punti 1.)** Calcolare il prodotto scalare dei segnali  $x(t) = \cos^2(2\pi t) + \sin(6\pi t)$  e  $y(t) = \frac{1}{2} + \cos(2\pi t) - 2\cos(4\pi t) + \frac{1}{2}\sin(6\pi t)$  sull'intervallo  $t \in [0, 1]$ . Il risultato vale:

- A) 0
- B)  $\frac{1}{3}$
- C)  $\frac{1}{2}$
- D) 1

**Esercizio 2. (Punti 1.5)** Si consideri il processo casuale

$$y(t) = x(t)q(t)$$

dove  $x(t)$  è un processo casuale WSS con densità spettrale di potenza

$$S_x(f) = \sqrt{2\pi} \exp(-2\pi^2 f^2)$$

e

$$q(t) = \begin{cases} 2 & \text{per } kT \leq t < kT + \frac{T}{2} \\ 0 & \text{per } kT + \frac{T}{2} \leq t < kT + T \end{cases}$$

dove  $k$  è un intero con  $-\infty < k < +\infty$  e  $T > 0$ . Detta  $R_y(t, \tau) = E[y(t)y(t+\tau)]$  l'autocorrelazione del processo  $y(t)$ , quanto vale  $R_y(t, T)$ ?

- A)  $R_y(t, T) = \exp\left(\frac{-T^2}{2}\right)q(t)$
- B)  $R_y(t, T) = 0$
- C)  $R_y(t, T) = \exp\left(\frac{-T^2}{2}\right)q^2(t)$
- D)  $R_y(t, T) = \exp\left(\frac{-T^2}{2}\right)$

**Esercizio 3. (Punti 1.)** Si consideri un filtro numerico con trasformata zeta

$$H(z) = \frac{(z-a)(z-b)}{z-c}$$

con  $a, b, c \neq 0$ .

Indicare quale delle seguenti affermazioni è errata

- A) nessuna delle altre risposte è errata

- B) Il filtro è sempre non causale
- C) Se  $c \neq a$  e  $c \neq b$ , il filtro è IIR e causale
- D) Se  $c \neq a$  e  $c \neq b$ , il filtro è IIR e non causale

**Esercizio 4. (Punti 1.5)** Un filtro numerico reale e causale ha una funzione di trasferimento con tre zeri  $w_i = e^{j\pi/4}$  ( $i = 1, 2, 3$ ). Il filtro è realizzato per mezzo di un filtro trasversale con  $L$  coefficienti  $b_i$ . Inoltre  $H(z)$  è uguale a 0.4 quando  $z = 1$  e  $L \leq 7$ .

Dire quali delle seguenti affermazioni è vera.

- A)  $b_0 = 0.1$ ;  $b_i = 0$  per  $i$  dispari.
- B)  $b_0 < 1$ ;  $b_i \neq 0$  per  $0 \leq i \leq 7$ .
- C)  $b_0 = 0.1$ ;  $b_i = 0$  per  $i > 4$ .
- D)  $b_0 \geq 1$ ;  $b_i \neq 0$  per  $0 \leq i \leq 7$ .

**Esercizio 5. (Punti 1.5)** Sia dato il processo  $X(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - k - \Theta)$ , dove  $\Theta$  è una variabile casuale con densità di probabilità  $f_{\Theta}(\theta) = e^{-2|\theta|}$ . La media del processo  $X(t)$  vale:

- A)  $E\{X(t)\} = e^{-2|t|}$
- B)  $E\{X(t)\} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - k)$
- C)  $E\{X(t)\} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} e^{-2|t-k|}$
- D)  $E\{X(t)\} = 1$

**Esercizio 6. (Punti 1.)** Si vuole effettuare per via numerica la trasformata di Fourier di un segnale periodico di periodo  $T$

$$x(t) = \cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right)$$

A tale fine:

- Si tronca  $x(t)$  su un intervallo temporale pari a  $3T$ ;
- Si campiona il segnale prendendo 4 campioni per periodo  $T$ ;
- Si effettua la DFT della sequenza ottenuta.

Indicare quale delle seguenti affermazioni è corretta

- A) Nessuna delle altre risposte è corretta
- B) La DFT fornisce due soli valori non nulli, di cui uno è il quarto della serie
- C) La DFT fornisce un solo valore non nullo, e precisamente il primo della serie
- D) La DFT fornisce più di due valori diversi da zero

**Esercizio 7. (Punti 1.5)** Sia dato un processo casuale gaussiano stazionario ed ergodico  $Y(t)$ , a valor medio nullo e varianza  $\sigma^2$ , ed una variabile casuale  $Z$ , indipendente da  $Y(t)$ , uniformemente distribuita in  $[-1/2, +1/2]$ . Si generi il processo casuale

$$V(t) = Y(t) + Z$$

Dire quale delle affermazioni che seguono è corretta.

- A)  $V(t)$  non è stazionario del prim'ordine.
- B)  $V(t)$  è un processo gaussiano.
- C)  $V(t)$  ha valor medio positivo.
- D)  $V(t)$  non è ergodico né per la media né per l'autocorrelazione.



**Esercizio 8. (Punti 1.5)** Si calcoli la convoluzione delle due sequenze

$$x[n] = \binom{N}{n} p^n (1-p)^{N-n} \quad n = 0, \dots, N; \quad x[n] = 0 \quad \text{altrove}$$

$$y[n] = u[n]$$

**A)** nessuna delle altre risposte

**B)**  $y[n] * x[n] = \sum_{k=0}^N \binom{N}{k} p^k (1-p)^{N-k} \quad n = 0, \dots, N-1; y[n] * x[n] = 1 \text{ per } n \geq N$

**C)**  $y[n] * x[n] = \sum_{k=0}^n \binom{N}{k} p^k (1-p)^{N-k} \quad n = 0, \dots, N-1; y[n] * x[n] = N \text{ per } n \geq N$

**D)**  $y[n] * x[n] = \sum_{k=0}^n \binom{N}{k} p^k (1-p)^{N-k} \quad n = 0, \dots, N-1; y[n] * x[n] = 1 \text{ per } n \geq N$

5 Novembre 2008

## Compito accorpato TDS-MES (INF - laureandi)

NOTA: Consegnare il testo completo di tutti i fogli e la tabellina con le risposte, ricordandosi di riportare nell'apposito spazio nome e numero di matricola; riportare al più una risposta per ogni esercizio usando LETTERE MAIUSCOLE. Si invitano gli studenti a prendere nota del numero del compito e delle risposte date. Ciò permetterà un immediato confronto con le stringhe corrette che verranno pubblicate sul portale.

Nome	
Cognome	
Matricola	
Compito	3

Esercizio	1	2	3	4	5	6	7	8
Risposta								

**Esercizio 1. (Punti 1.)** Calcolare il prodotto scalare dei segnali  $x(t) = \cos^2(2\pi t) + \sin(6\pi t)$  e  $y(t) = \frac{1}{2} + \cos(2\pi t) - 2\cos(4\pi t) + \frac{1}{2}\sin(6\pi t)$  sull'intervallo  $t \in [0, 1]$ . Il risultato vale:

- A) 1
- B) 0
- C)  $\frac{1}{2}$
- D)  $\frac{1}{3}$

**Esercizio 2. (Punti 1.5)** Un filtro numerico reale e causale ha una funzione di trasferimento con tre zeri  $w_i = e^{ji\pi/4}$  ( $i = 1, 2, 3$ ). Il filtro è realizzato per mezzo di un filtro trasversale con  $L$  coefficienti  $b_i$ . Inoltre  $H(z)$  è uguale a 0.1 quando  $z = 1$  e  $L \leq 7$ .

Dire quali delle seguenti affermazioni è vera.

- A)  $b_0 = 0.025$ ;  $b_i = 0$  per  $i$  dispari.
- B)  $b_0 < 1$ ;  $b_i \neq 0$  per  $0 \leq i \leq 7$ .
- C)  $b_0 \geq 1$ ;  $b_i \neq 0$  per  $0 \leq i \leq 7$ .
- D)  $b_0 = 0.025$ ;  $b_i = 0$  per  $i > 4$ .

**Esercizio 3. (Punti 1.5)** Sia dato il processo  $X(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - kT - \Theta)$ , dove  $\Theta$  è una variabile casuale con densità di probabilità  $f_{\Theta}(\theta) = \frac{1}{\sqrt{\pi}}e^{-\theta^2}$ . La media del processo  $X(t)$  vale:

- A)  $E\{X(t)\} = \frac{1}{T}$
- B)  $E\{X(t)\} = \frac{1}{\sqrt{\pi}}e^{-t^2}$
- C)  $E\{X(t)\} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} e^{-(t-kT)^2}$
- D)  $E\{X(t)\} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - kT)$

**Esercizio 4. (Punti 1.0)** Si consideri un filtro numerico con trasformata zeta

$$H(z) = \frac{(z-a)(z-b)}{z-c}$$

con  $a, b, c \neq 0$ .

Indicare quale delle seguenti affermazioni è corretta.

- A) Il filtro è sempre IIR  
 B) nessuna delle altre risposte è corretta  
 C) Se  $c \neq a$  e  $c \neq b$ , il filtro è IIR e non causale  
 D) Se  $c \neq a$  e  $c \neq b$ , il filtro è IIR e causale

**Esercizio 5. (Punti 1)** Si vuole effettuare per via numerica la trasformata di Fourier di un segnale periodico di periodo  $T$

$$x(t) = \cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right)$$

A tale fine:

- Si tronca  $x(t)$  su un intervallo temporale pari a  $2T$ ;
- Si campiona il segnale prendendo 8 campioni per periodo  $T$ ;
- Si effettua la DFT della sequenza ottenuta.

Indicare quale delle seguenti affermazioni è corretta

- A) La DFT fornisce un solo valore non nullo, e precisamente il quinto della serie  
 B) La DFT fornisce più di due valori diversi da zero  
 C) La DFT fornisce due soli valori non nulli, di cui uno è il terzo della serie  
 D) Nessuna delle altre risposte è corretta

**Esercizio 6. (Punti 1.5)** Si calcoli la convoluzione delle due sequenze

$$x[n] = \binom{N}{n} p^n (1-p)^{N-n} \quad n = 0, \dots, N; \quad x[n] = 0 \quad \text{altrove}$$

$$y[n] = u[n]$$

- A)  $y[n] * x[n] = \sum_{k=0}^n \binom{N}{k} p^k (1-p)^{N-k} \quad n = 0, \dots, N-1; y[n] * x[n] = 1 \text{ per } n \geq N$   
 B)  $y[n] * x[n] = \sum_{k=0}^N \binom{N}{k} p^k (1-p)^{N-k} \quad n = 0, \dots, N-1; y[n] * x[n] = 1 \text{ per } n \geq N$   
 C)  $y[n] * x[n] = \sum_{k=0}^n \binom{N}{k} p^k (1-p)^{N-k} \quad n = 0, \dots, N-1; y[n] * x[n] = N \text{ per } n \geq N$   
 D) nessuna delle altre risposte

**Esercizio 7. (Punti 1.5)** Si consideri il processo casuale

$$y(t) = x(t)q(t)$$

dove  $x(t)$  è un processo casuale WSS con densità spettrale di potenza

$$S_x(f) = \frac{2}{1 + 4\pi^2 f^2}$$

e

$$q(t) = \begin{cases} 4 & \text{per } kT \leq t < kT + \frac{T}{2} \\ 0 & \text{per } kT + \frac{T}{2} \leq t < kT + T \end{cases}$$

dove  $k$  è un intero con  $-\infty < k < +\infty$  e  $T > 0$ . Detta  $R_y(t, \tau) = E[y(t)y(t+\tau)]$  l'autocorrelazione del processo  $y(t)$ , quanto vale  $R_y(t, T)$ ?

- A)  $R_y(t, T) = \exp(-T)q(t)$   
 B)  $R_y(t, T) = \exp(-T)q^2(t)$   
 C)  $R_y(t, T) = \exp(T)q(t)$   
 D)  $R_y(t, T) = 0$

**Esercizio 8. (Punti 1.5)** Sia dato un processo casuale gaussiano stazionario ed ergodico  $Y(t)$ , a valor medio nullo e varianza  $\sigma^2$ , ed una variabile casuale  $Z$ , indipendente da  $Y(t)$ , uniformemente distribuita in  $[-1/2, +1/2]$ . Si generi il processo casuale

$$V(t) = Y(t) + Z$$

Dire quale delle affermazioni che seguono è corretta.

- A)  $V(t)$  non è stazionario del prim'ordine.
- B)  $V(t)$  ha valor medio positivo.
- C)  $V(t)$  è un processo gaussiano.
- D)  $V(t)$  non è ergodico ne' per la media ne' per l'autocorrelazione .

5 Novembre 2008

## Compito accorpato TDS-MES (INF - laureandi)

NOTA: Consegnare il testo completo di tutti i fogli e la tabellina con le risposte, ricordandosi di riportare nell'apposito spazio nome e numero di matricola; riportare al più una risposta per ogni esercizio usando LETTERE MAIUSCOLE. Si invitano gli studenti a prendere nota del numero del compito e delle risposte date. Ciò permetterà un immediato confronto con le stringhe corrette che verranno pubblicate sul portale.

Nome	
Cognome	
Matricola	
Compito	4

Esercizio	1	2	3	4	5	6	7	8
Risposta								

**Esercizio 1. (Punti 1.)** Calcolare il prodotto scalare dei segnali  $x(t) = \frac{2}{3} \sin^2(4\pi t) + 2 \cos(2\pi t) + \sin(6\pi t)$  e  $y(t) = 1 + \frac{2}{3} \cos(2\pi t) - 2 \sin(4\pi t) + 6 \cos(8\pi t)$  sull'intervallo  $t \in [0, 1]$ . Il risultato vale:

- A)  $\frac{1}{2}$
- B)  $\frac{1}{3}$
- C) 1
- D) 0

**Esercizio 2. (Punti 1.5)** Sia dato un processo casuale gaussiano stazionario ed ergodico  $Y(t)$ , a valor medio nullo e varianza  $\sigma^2$ , ed una variabile casuale  $Z$ , indipendente da  $Y(t)$ , uniformemente distribuita in  $[-1/2, +1/2]$ . Si generi il processo casuale

$$V(t) = Y(t) + Z$$

Dire quale delle affermazioni che seguono è corretta.

- A)  $V(t)$  è un processo gaussiano.
- B)  $V(t)$  ha valor medio positivo.
- C)  $V(t)$  non è stazionario del prim'ordine.
- D)  $V(t)$  non è ergodico ne' per la media ne' per l'autocorrelazione.

**Esercizio 3. (Punti 1.5)** Si consideri il processo casuale

$$y(t) = x(t)q(t)$$

dove  $x(t)$  è un processo casuale WSS con densità spettrale di potenza

$$S_x(f) = \sqrt{2\pi} \exp(-2\pi^2 f^2)$$

e

$$q(t) = \begin{cases} 1 & \text{per } kT \leq t < kT + \frac{T}{2} \\ 0 & \text{per } kT + \frac{T}{2} \leq t < kT + T \end{cases}$$

dove  $k$  è un intero con  $-\infty < k < +\infty$  e  $T > 0$ . Detta  $R_y(t, \tau) = E[y(t)y(t+\tau)]$  l'autocorrelazione del processo  $y(t)$ , quanto vale  $R_y(t, T)$ ?

- A)  $R_y(t, T) = \exp(-\frac{T^2}{2})$
- B)  $R_y(t, T) = \exp(-\frac{T^2}{2})q(t - T/2)$

C)  $R_y(t, T) = 0$

D)  $R_y(t, T) = \exp\left(\frac{-T^2}{2}\right)q(t)$

**Esercizio 4. (Punti 1.5)** Sia dato il processo  $X(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - k - \Theta)$ , dove  $\Theta$  è una variabile casuale con densità di probabilità  $f_{\Theta}(\theta) = e^{-2|\theta|}$ . La media del processo  $X(t)$  vale:

A)  $E\{X(t)\} = 1$

B)  $E\{X(t)\} = e^{-2|t|}$

C)  $E\{X(t)\} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} e^{-2|t-k|}$

D)  $E\{X(t)\} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - k)$

**Esercizio 5. (Punti 1.5)** Si calcoli la convoluzione delle due sequenze

$$x[n] = 1 \quad n = 0, \dots, N; \quad x[n] = 0 \quad \text{altrove}$$

$$y[n] = p^n u[n]$$

A) nessuna delle altre risposte

B)  $y[n] * x[n] = (p)^n u[n]$

C)  $y[n] * x[n] = \frac{p^{n+1}-1}{p-1} \quad n \in [0, N]; \quad y[n] * x[n] = \frac{p^{n+1}}{p-1} (1 - p^{-N-1}) \quad n \geq N;$

D)  $y[n] * x[n] = \frac{p^n-1}{p-1} \quad n \in [0, N]; \quad y[n] * x[n] = \frac{p^n}{p-1} (1 - p^{-N}) \quad n \geq N;$

**Esercizio 6. (Punti 1.)** Si vuole effettuare per via numerica la trasformata di Fourier di un segnale periodico di periodo  $T$

$$x(t) = \cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right)$$

A tale fine:

- Si tronca  $x(t)$  su un intervallo temporale pari a  $3T$ ;
- Si campiona il segnale prendendo 4 campioni per periodo  $T$ ;
- Si effettua la DFT della sequenza ottenuta.

Indicare quale delle seguenti affermazioni è corretta

A) Nessuna delle altre risposte è corretta

B) La DFT fornisce più di due valori diversi da zero

C) La DFT fornisce due soli valori non nulli, di cui uno è il quarto della serie

D) La DFT fornisce un solo valore non nullo, e precisamente il primo della serie

**Esercizio 7. (Punti 1.)** Si consideri un filtro numerico con trasformata zeta

$$H(z) = \frac{(z-a)(z-b)}{z-c}$$

con  $a, b, c \neq 0$ .

Indicare quale delle seguenti affermazioni è corretta

A) nessuna delle altre risposte è corretta

B) Il filtro è non causale

C) Se  $c \neq a$  e  $c \neq b$ , il filtro è IIR e causale

D) Il filtro è sempre IIR

**Esercizio 8. (Punti 1.5)** Un filtro numerico reale e causale ha una funzione di trasferimento con tre zeri  $w_i = e^{ji\pi/4}$  ( $i = 1, 2, 3$ ). Il filtro è realizzato per mezzo di un filtro trasversale con  $L$  coefficienti  $b_i$ . Inoltre  $H(z)$  è uguale a 1 quando  $z = 1$  e  $L \leq 7$ .

Dire quali delle seguenti affermazioni è vera.

- A)  $b_0 = 0.25$ ;  $b_i = 0$  per  $i$  dispari.
- B)  $b_0 < 1$ ;  $b_i \neq 0$  per  $0 \leq i \leq 7$ .
- C)  $b_0 \geq 1$ ;  $b_i \neq 0$  per  $0 \leq i \leq 7$ .
- D)  $b_0 = 0.25$ ;  $b_i = 0$  per  $i > 4$ .

5 Novembre 2008

## Compito accorpato TDS-MES (INF - laureandi)

NOTA: Consegnare il testo completo di tutti i fogli e la tabellina con le risposte, ricordandosi di riportare nell'apposito spazio nome e numero di matricola; riportare al più una risposta per ogni esercizio usando LETTERE MAIUSCOLE. Si invitano gli studenti a prendere nota del numero del compito e delle risposte date. Ciò permetterà un immediato confronto con le stringhe corrette che verranno pubblicate sul portale.

Nome	
Cognome	
Matricola	
Compito	5

Esercizio	1	2	3	4	5	6	7	8
Risposta								

**Esercizio 1. (Punti 1)** Si vuole effettuare per via numerica la trasformata di Fourier di un segnale periodico di periodo  $T$

$$x(t) = \cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right)$$

A tale fine:

- Si tronca  $x(t)$  su un intervallo temporale pari a  $2T$ ;
- Si campiona il segnale prendendo 8 campioni per periodo  $T$ ;
- Si effettua la DFT della sequenza ottenuta.

Indicare quale delle seguenti affermazioni è errata

- A) La DFT fornisce 16 campioni dello spettro del segnale
- B) La DFT fornisce due soli valori non nulli, di cui uno è il terzo della serie
- C) La DFT fornisce un solo valore non nullo, e precisamente il quinto della serie
- D) La risoluzione in frequenza è pari a  $1/(2T)$ .

**Esercizio 2. (Punti 1.)** Calcolare il prodotto scalare dei segnali  $x(t) = \frac{2}{3} \sin^2(4\pi t) + 2 \cos(2\pi t) + \sin(6\pi t)$  e  $y(t) = 1 + \frac{2}{3} \cos(2\pi t) - 2 \sin(4\pi t) + 6 \cos(8\pi t)$  sull'intervallo  $t \in [0, 1]$ . Il risultato vale:

- A) 0
- B) 1
- C)  $\frac{1}{2}$
- D)  $\frac{1}{3}$

**Esercizio 3. (Punti 1.5)** Sia dato un processo casuale gaussiano stazionario ed ergodico  $Y(t)$ , a valor medio nullo e varianza unitaria, ed una variabile casuale  $Z$ , indipendente da  $Y(t)$ , uniformemente distribuita in  $[-1, +1]$ . Si generi il processo casuale

$$W(t) = Y(t) + Z$$

Dire quale delle affermazioni che seguono è corretta.

- A)  $W(t)$  è ergodico per la media.
- B)  $W(t)$  non è stazionario del prim'ordine.
- C)  $W(t)$  non è ergodico per l'autocorrelazione.



D)  $W(t)$  è un processo gaussiano a valor medio nullo.

**Esercizio 4. (Punti 1.5)** Si consideri il processo casuale

$$y(t) = x(t)q(t)$$

dove  $x(t)$  è un processo casuale WSS con densità spettrale di potenza

$$S_x(f) = \sqrt{2\pi} \exp(-2\pi^2 f^2)$$

e

$$q(t) = \begin{cases} 1 & \text{per } kT \leq t < kT + \frac{T}{2} \\ 0 & \text{per } kT + \frac{T}{2} \leq t < kT + T \end{cases}$$

dove  $k$  è un intero con  $-\infty < k < +\infty$  e  $T > 0$ . Detta  $R_y(t, \tau) = E[y(t)y(t + \tau)]$  l'autocorrelazione del processo  $y(t)$ , quanto vale  $R_y(t, T)$ ?

A)  $R_y(t, T) = 0$

B)  $R_y(t, T) = \exp(-\frac{T^2}{2})$

C)  $R_y(t, T) = \exp(-\frac{T^2}{2})q(t - T/2)$

D)  $R_y(t, T) = \exp(-\frac{T^2}{2})q(t)$

**Esercizio 5. (Punti 1.5)** Sia dato il processo  $X(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - kT - \Theta)$ , dove  $\Theta$  è una variabile casuale con densità di probabilità  $f_{\Theta}(\theta) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-\theta^2}$ . La media del processo  $X(t)$  vale:

A)  $E\{X(t)\} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} e^{-(t-kT)^2}$

B)  $E\{X(t)\} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-t^2}$

C)  $E\{X(t)\} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - kT)$

D)  $E\{X(t)\} = \frac{1}{T}$

**Esercizio 6. (Punti 1.5)** Un filtro numerico reale e causale ha una funzione di trasferimento con tre zeri  $w_i = e^{ji\pi/4}$  ( $i = 1, 2, 3$ ). Il filtro è realizzato per mezzo di un filtro trasversale con  $L$  coefficienti  $b_i$ . Inoltre  $H(z)$  è uguale a 0.1 quando  $z = 1$  e  $L \leq 7$ .

Dire quali delle seguenti affermazioni è vera.

A)  $b_0 = 0.025$ ;  $b_i = 0$  per  $i$  dispari.

B)  $b_0 \geq 1$ ;  $b_i \neq 0$  per  $0 \leq i \leq 7$ .

C)  $b_0 < 1$ ;  $b_i \neq 0$  per  $0 \leq i \leq 7$ .

D)  $b_0 = 0.025$ ;  $b_i = 0$  per  $i > 4$ .

**Esercizio 7. (Punti 1.5)** Si calcoli la convoluzione delle due sequenze

$$x[n] = p^n \quad n = 0, \dots, N; \quad x[n] = 0 \quad \text{altrove}$$

$$y[n] = p^n u[n]$$

A) nessuna delle altre risposte

B)  $y[n] * x[n] = (1 + n)p^n \quad n \in [0, N]; \quad y[n] * x[n] = (1 + N)p^n \quad n \geq N;$

C)  $y[n] * x[n] = (2p)^n u[n]$

D)  $y[n] * x[n] = (1 + N)p^n u[n]$

**Esercizio 8. (Punti 1.)** Si consideri un filtro numerico con trasformata zeta

$$H(z) = \frac{(z-a)(z-b)}{z-c}$$

con  $a, b, c \neq 0$ .

Indicare quale delle seguenti affermazioni è errata

- A)** Il filtro è causale
- B)** Il filtro può essere FIR o IIR a seconda dei parametri
- C)** Se  $c \neq a$  e  $c \neq b$ , il filtro è IIR e non causale
- D)** nessuna delle altre risposte è errata

5 Novembre 2008

## Compito accorpato TDS-MES (INF - laureandi)

NOTA: Consegnare il testo completo di tutti i fogli e la tabellina con le risposte, ricordandosi di riportare nell'apposito spazio nome e numero di matricola; riportare al più una risposta per ogni esercizio usando LETTERE MAIUSCOLE. Si invitano gli studenti a prendere nota del numero del compito e delle risposte date. Ciò permetterà un immediato confronto con le stringhe corrette che verranno pubblicate sul portale.

Nome	
Cognome	
Matricola	
Compito	6

Esercizio	1	2	3	4	5	6	7	8
Risposta								

**Esercizio 1. (Punti 1.5)** Si calcoli la convoluzione delle due sequenze

$$x[n] = p^n \quad n = 0, \dots, N; \quad x[n] = 0 \quad \text{altrove}$$

$$y[n] = p^n u[n]$$

- A)  $y[n] * x[n] = (2p)^n u[n]$   
B)  $y[n] * x[n] = (1 + N)p^n u[n]$   
C)  $y[n] * x[n] = (1 + n)p^n \quad n \in [0, N]; y[n] * x[n] = (1 + N)p^n \quad n \geq N;$   
D) nessuna delle altre risposte

**Esercizio 2. (Punti 1.5)** Sia dato il processo  $X(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - k - \Theta)$ , dove  $\Theta$  è una variabile casuale con densità di probabilità  $f_{\Theta}(\theta) = e^{-2|\theta|}$ . La media del processo  $X(t)$  vale:

- A)  $E\{X(t)\} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} e^{-2|t-k|}$   
B)  $E\{X(t)\} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - k)$   
C)  $E\{X(t)\} = e^{-2|t|}$   
D)  $E\{X(t)\} = 1$

**Esercizio 3. (Punti 1.)** Si consideri un filtro numerico con trasformata zeta

$$H(z) = \frac{(z - a)(z - b)}{z - c}$$

con  $a, b, c \neq 0$ .

Indicare quale delle seguenti affermazioni è corretta

- A) Se  $c \neq a$  e  $c \neq b$ , il filtro è IIR e causale  
B) nessuna delle altre risposte è corretta  
C) Il filtro è non causale  
D) Il filtro è sempre IIR

**Esercizio 4. (Punti 1.5)** Un filtro numerico reale e causale ha una funzione di trasferimento con tre zeri  $w_i = e^{j\pi/4}$  ( $i = 1, 2, 3$ ). Il filtro è realizzato per mezzo di un filtro trasversale con  $L$  coefficienti  $b_i$ . Inoltre  $H(z)$  è uguale a 1 quando  $z = 1$  e  $L \leq 7$ .

Dire quali delle seguenti affermazioni è vera.

- A)  $b_0 \geq 1$ ;  $b_i \neq 0$  per  $0 \leq i \leq 7$ .  
 B)  $b_0 = 0.25$ ;  $b_i = 0$  per  $i$  dispari.  
 C)  $b_0 = 0.25$ ;  $b_i = 0$  per  $i > 4$ .  
 D)  $b_0 < 1$ ;  $b_i \neq 0$  per  $0 \leq i \leq 7$ .

**Esercizio 5. (Punti 1.5)** Si consideri il processo casuale

$$y(t) = x(t)q(t)$$

dove  $x(t)$  è un processo casuale WSS con densità spettrale di potenza

$$S_x(f) = \frac{2}{1 + 4\pi^2 f^2}$$

e

$$q(t) = \begin{cases} 1 & \text{per } kT \leq t < kT + \frac{T}{2} \\ 0 & \text{per } kT + \frac{T}{2} \leq t < kT + T \end{cases}$$

dove  $k$  è un intero con  $-\infty < k < +\infty$  e  $T > 0$ . Detta  $R_y(t, \tau) = E[y(t)y(t + \tau)]$  l'autocorrelazione del processo  $y(t)$ , quanto vale  $R_y(t, T)$ ?

- A)  $R_y(t, T) = \exp(-T)$   
 B)  $R_y(t, T) = \exp(-T)q(t)$   
 C)  $R_y(t, T) = 0$   
 D)  $R_y(t, T) = \exp(T)q(t)$

**Esercizio 6. (Punti 1.5)** Sia dato un processo casuale gaussiano stazionario ed ergodico  $Y(t)$ , a valor medio nullo e varianza  $\sigma^2$ , ed una variabile casuale  $Z$ , indipendente da  $Y(t)$ , uniformemente distribuita in  $[-1/2, +1/2]$ . Si generi il processo casuale

$$V(t) = Y(t) + Z$$

Dire quale delle affermazioni che seguono è corretta.

- A)  $V(t)$  non è stazionario del prim'ordine.  
 B)  $V(t)$  non è ergodico ne' per la media ne' per l'autocorrelazione.  
 C)  $V(t)$  è un processo gaussiano.  
 D)  $V(t)$  ha valor medio positivo.

**Esercizio 7. (Punti 1)** Si vuole effettuare per via numerica la trasformata di Fourier di un segnale periodico di periodo  $T$

$$x(t) = \cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right)$$

A tale fine:

- Si tronca  $x(t)$  su un intervallo temporale pari a  $2T$ ;
- Si campiona il segnale prendendo 8 campioni per periodo  $T$ ;
- Si effettua la DFT della sequenza ottenuta.

Indicare quale delle seguenti affermazioni è errata

- A) La DFT fornisce 16 campioni dello spettro del segnale  
 B) La DFT fornisce due soli valori non nulli, di cui uno è il terzo della serie  
 C) La DFT fornisce un solo valore non nullo, e precisamente il quinto della serie  
 D) La risoluzione in frequenza è pari a  $1/(2T)$ .

**Esercizio 8. (Punti 1.)** Calcolare il prodotto scalare dei segnali  $x(t) = 2 \cos^2(2\pi t) + \cos(2\pi t) + \frac{1}{2} \sin(8\pi t)$  e  $y(t) = \frac{1}{2} - \frac{2}{3} \cos(2\pi t) - \frac{2}{3} \sin(8\pi t)$  sull'intervallo  $t \in [0, 1]$ . Il risultato vale:

- A) 1
- B)  $\frac{1}{2}$
- C)  $\frac{1}{3}$
- D) 0

5 Novembre 2008

## Compito accorpato TDS-MES (INF - laureandi)

NOTA: Consegnare il testo completo di tutti i fogli e la tabellina con le risposte, ricordandosi di riportare nell'apposito spazio nome e numero di matricola; riportare al più una risposta per ogni esercizio usando LETTERE MAIUSCOLE. Si invitano gli studenti a prendere nota del numero del compito e delle risposte date. Ciò permetterà un immediato confronto con le stringhe corrette che verranno pubblicate sul portale.

Nome	
Cognome	
Matricola	
Compito	7

Esercizio	1	2	3	4	5	6	7	8
Risposta								

**Esercizio 1. (Punti 1.5)** Sia dato il processo  $X(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - k - \Theta)$ , dove  $\Theta$  è una variabile casuale con densità di probabilità  $f_{\Theta}(\theta) = e^{-2|\theta|}$ . La media del processo  $X(t)$  vale:

- A)  $E\{X(t)\} = 1$
- B)  $E\{X(t)\} = e^{-2|t|}$
- C)  $E\{X(t)\} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} e^{-2|t-k|}$
- D)  $E\{X(t)\} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - k)$

**Esercizio 2. (Punti 1.5)** Si calcoli la convoluzione delle due sequenze

$$x[n] = 1 \quad n = 0, \dots, N; \quad x[n] = 0 \quad \text{altrove}$$

$$y[n] = p^n u[n]$$

- A) nessuna delle altre risposte
- B)  $y[n] * x[n] = (p)^n u[n]$
- C)  $y[n] * x[n] = \frac{p^n - 1}{p - 1} \quad n \in [0, N]; \quad y[n] * x[n] = \frac{p^n}{p - 1} (1 - p^{-N}) \quad n \geq N;$
- D)  $y[n] * x[n] = \frac{p^{n+1} - 1}{p - 1} \quad n \in [0, N]; \quad y[n] * x[n] = \frac{p^{n+1}}{p - 1} (1 - p^{-N-1}) \quad n \geq N;$

**Esercizio 3. (Punti 1.5)** Sia dato un processo casuale stazionario ed ergodico  $Y(t)$  con densità di probabilità del prim'ordine  $f_Y(y) = 0.5e^{-|y|}$ , ed una variabile casuale  $Z$ , indipendente da  $Y(t)$ , uniformemente distribuita in  $[-2, +2]$ . Si generi il processo casuale

$$X(t) = Y(t) + Z$$

Dire quale delle affermazioni che seguono è *falsa*.

- A)  $X(t)$  può assumere qualunque valore reale.
- B)  $X(t)$  è ergodico per l'autocorrelazione.
- C)  $X(t)$  è stazionario del prim'ordine.
- D)  $X(t)$  ha valor medio nullo.

**Esercizio 4. (Punti 1)** Si vuole effettuare per via numerica la trasformata di Fourier di un segnale periodico di periodo  $T$

$$x(t) = \cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right)$$

A tale fine:

- Si tronca  $x(t)$  su un intervallo temporale pari a  $2T$ ;
- Si campiona il segnale prendendo 8 campioni per periodo  $T$ ;
- Si effettua la DFT della sequenza ottenuta.

Indicare quale delle seguenti affermazioni è corretta

- A) La DFT fornisce un solo valore non nullo, e precisamente il quinto della serie
- B) La DFT fornisce più di due valori diversi da zero
- C) Nessuna delle altre risposte è corretta
- D) La DFT fornisce due soli valori non nulli, di cui uno è il terzo della serie

**Esercizio 5. (Punti 1.)** Calcolare il prodotto scalare dei segnali  $x(t) = \cos^2(2\pi t) + \sin(6\pi t)$  e  $y(t) = \frac{1}{2} + \cos(2\pi t) - 2\cos(4\pi t) + \frac{1}{2}\sin(6\pi t)$  sull'intervallo  $t \in [0, 1]$ . Il risultato vale:

- A)  $\frac{1}{2}$
- B) 1
- C)  $\frac{1}{3}$
- D) 0

**Esercizio 6. (Punti 1.5)** Si consideri il processo casuale

$$y(t) = x(t)q(t)$$

dove  $x(t)$  è un processo casuale WSS con densità spettrale di potenza

$$S_x(f) = \sqrt{2\pi} \exp(-2\pi^2 f^2)$$

e

$$q(t) = \begin{cases} 2 & \text{per } kT \leq t < kT + \frac{T}{2} \\ 0 & \text{per } kT + \frac{T}{2} \leq t < kT + T \end{cases}$$

dove  $k$  è un intero con  $-\infty < k < +\infty$  e  $T > 0$ . Detta  $R_y(t, \tau) = E[y(t)y(t + \tau)]$  l'autocorrelazione del processo  $y(t)$ , quanto vale  $R_y(t, T)$ ?

- A)  $R_y(t, T) = \exp\left(\frac{-T^2}{2}\right)q^2(t)$
- B)  $R_y(t, T) = \exp\left(\frac{-T^2}{2}\right)$
- C)  $R_y(t, T) = \exp\left(\frac{-T^2}{2}\right)q(t)$
- D)  $R_y(t, T) = 0$

**Esercizio 7. (Punti 1.0)** Si consideri un filtro numerico con trasformata zeta

$$H(z) = \frac{(z - a)(z - b)}{z - c}$$

con  $a, b, c \neq 0$ .

Indicare quale delle seguenti affermazioni è corretta.

- A) nessuna delle altre risposte è corretta
- B) Se  $c \neq a$  e  $c \neq b$ , il filtro è IIR e causale
- C) Il filtro è sempre IIR
- D) Se  $c \neq a$  e  $c \neq b$ , il filtro è IIR e non causale

**Esercizio 8. (Punti 1.5)** Un filtro numerico reale e causale ha una funzione di trasferimento con tre zeri  $w_i = e^{ji\pi/4}$  ( $i = 1, 2, 3$ ). Il filtro è realizzato per mezzo di un filtro trasversale con  $L$  coefficienti  $b_i$ . Inoltre  $H(z)$  è uguale a 0.4 quando  $z = 1$  e  $L \leq 7$ .

Dire quali delle seguenti affermazioni è vera.

- A)  $b_0 = 0.1$ ;  $b_i = 0$  per  $i > 4$ .
- B)  $b_0 = 0.1$ ;  $b_i = 0$  per  $i$  dispari.
- C)  $b_0 < 1$ ;  $b_i \neq 0$  per  $0 \leq i \leq 7$ .
- D)  $b_0 \geq 1$ ;  $b_i \neq 0$  per  $0 \leq i \leq 7$ .



5 Novembre 2008

## Compito accorpato TDS-MES (INF - laureandi)

NOTA: Consegnare il testo completo di tutti i fogli e la tabellina con le risposte, ricordandosi di riportare nell'apposito spazio nome e numero di matricola; riportare al più una risposta per ogni esercizio usando LETTERE MAIUSCOLE. Si invitano gli studenti a prendere nota del numero del compito e delle risposte date. Ciò permetterà un immediato confronto con le stringhe corrette che verranno pubblicate sul portale.

Nome	
Cognome	
Matricola	
Compito	8

Esercizio	1	2	3	4	5	6	7	8
Risposta								

**Esercizio 1. (Punti 1.5)** Un filtro numerico reale e causale ha una funzione di trasferimento con tre zeri  $w_i = e^{ji\pi/4}$  ( $i = 1, 2, 3$ ). Il filtro è realizzato per mezzo di un filtro trasversale con  $L$  coefficienti  $b_i$ . Inoltre  $H(z)$  è uguale a 0.4 quando  $z = 1$  e  $L \leq 7$ .

Dire quali delle seguenti affermazioni è vera.

- A)  $b_0 = 0.1$ ;  $b_i = 0$  per  $i > 4$ .
- B)  $b_0 = 0.1$ ;  $b_i = 0$  per  $i$  dispari.
- C)  $b_0 \geq 1$ ;  $b_i \neq 0$  per  $0 \leq i \leq 7$ .
- D)  $b_0 < 1$ ;  $b_i \neq 0$  per  $0 \leq i \leq 7$ .

**Esercizio 2. (Punti 1.)** Si vuole effettuare per via numerica la trasformata di Fourier di un segnale periodico di periodo  $T$

$$x(t) = \cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right)$$

A tale fine:

- Si tronca  $x(t)$  su un intervallo temporale pari a  $3T$ ;
- Si campiona il segnale prendendo 4 campioni per periodo  $T$ ;
- Si effettua la DFT della sequenza ottenuta.

Indicare quale delle seguenti affermazioni è corretta

- A) Nessuna delle altre risposte è corretta
- B) La DFT fornisce due soli valori non nulli, di cui uno è il quarto della serie
- C) La DFT fornisce più di due valori diversi da zero
- D) La DFT fornisce un solo valore non nullo, e precisamente il primo della serie

**Esercizio 3. (Punti 1.0)** Si consideri un filtro numerico con trasformata zeta

$$H(z) = \frac{(z-a)(z-b)}{z-c}$$

con  $a, b, c \neq 0$ .

Indicare quale delle seguenti affermazioni è corretta.

- A) Il filtro è sempre IIR

- B) Se  $c \neq a$  e  $c \neq b$ , il filtro è IIR e causale
- C) nessuna delle altre risposte è corretta
- D) Se  $c \neq a$  e  $c \neq b$ , il filtro è IIR e non causale

**Esercizio 4. (Punti 1.5)** Sia dato un processo casuale gaussiano stazionario ed ergodico  $Y(t)$ , a valor medio nullo e varianza  $\sigma^2$ , ed una variabile casuale  $Z$ , indipendente da  $Y(t)$ , uniformemente distribuita in  $[-1/2, +1/2]$ . Si generi il processo casuale

$$V(t) = Y(t) + Z$$

Dire quale delle affermazioni che seguono è corretta.

- A)  $V(t)$  è un processo gaussiano.
- B)  $V(t)$  non è stazionario del prim'ordine.
- C)  $V(t)$  ha valor medio positivo.
- D)  $V(t)$  non è ergodico ne' per la media ne' per l'autocorrelazione .

**Esercizio 5. (Punti 1.5)** Si calcoli la convoluzione delle due sequenze

$$x[n] = 1 \quad n = 0, \dots, N; \quad x[n] = 0 \quad \text{altrove}$$

$$y[n] = p^n u[n]$$

- A)  $y[n] * x[n] = \frac{p^n - 1}{p - 1} \quad n \in [0, N]; \quad y[n] * x[n] = \frac{p^n}{p - 1} (1 - p^{-N}) \quad n \geq N;$
- B)  $y[n] * x[n] = (p)^n u[n]$
- C)  $y[n] * x[n] = \frac{p^{n+1} - 1}{p - 1} \quad n \in [0, N]; \quad y[n] * x[n] = \frac{p^{n+1}}{p - 1} (1 - p^{-N-1}) \quad n \geq N;$
- D) nessuna delle altre risposte

**Esercizio 6. (Punti 1.5)** Si consideri il processo casuale

$$y(t) = x(t)q(t)$$

dove  $x(t)$  è un processo casuale WSS con densità spettrale di potenza

$$S_x(f) = \frac{2}{1 + 4\pi^2 f^2}$$

e

$$q(t) = \begin{cases} 1 & \text{per } kT \leq t < kT + \frac{T}{2} \\ 0 & \text{per } kT + \frac{T}{2} \leq t < kT + T \end{cases}$$

dove  $k$  è un intero con  $-\infty < k < +\infty$  e  $T > 0$ . Detta  $R_y(t, \tau) = E[y(t)y(t + \tau)]$  l'autocorrelazione del processo  $y(t)$ , quanto vale  $R_y(t, T)$ ?

- A)  $R_y(t, T) = \exp(-T)$
- B)  $R_y(t, T) = \exp(-T)q(t)$
- C)  $R_y(t, T) = 0$
- D)  $R_y(t, T) = \exp(T)q(t)$

**Esercizio 7. (Punti 1.)** Calcolare il prodotto scalare dei segnali  $x(t) = \frac{2}{3} \sin^2(4\pi t) + 2 \cos(2\pi t) + \sin(6\pi t)$  e  $y(t) = 1 + \frac{2}{3} \cos(2\pi t) - 2 \sin(4\pi t) + 6 \cos(8\pi t)$  sull'intervallo  $t \in [0, 1]$ . Il risultato vale:

- A) 1
- B) 0
- C)  $\frac{1}{3}$

D)  $\frac{1}{2}$

**Esercizio 8. (Punti 1.5)** Sia dato il processo  $X(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - kT - \Theta)$ , dove  $\Theta$  è una variabile casuale con densità di probabilità  $f_{\Theta}(\theta) = \frac{1}{2}e^{-|\theta|}$ . La media del processo  $X(t)$  vale:

A)  $E\{X(t)\} = \frac{1}{T}$

B)  $E\{X(t)\} = \frac{1}{2} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} e^{-|t-kT|}$

C)  $E\{X(t)\} = \frac{1}{2}e^{-|t|}$

D)  $E\{X(t)\} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - kT)$

5 Novembre 2008

## Compito accorpato TDS-MES (INF - laureandi)

NOTA: Consegnare il testo completo di tutti i fogli e la tabellina con le risposte, ricordandosi di riportare nell'apposito spazio nome e numero di matricola; riportare al più una risposta per ogni esercizio usando LETTERE MAIUSCOLE. Si invitano gli studenti a prendere nota del numero del compito e delle risposte date. Ciò permetterà un immediato confronto con le stringhe corrette che verranno pubblicate sul portale.

Nome	
Cognome	
Matricola	
Compito	9

Esercizio	1	2	3	4	5	6	7	8
Risposta								

**Esercizio 1. (Punti 1.5)** Sia dato un processo casuale gaussiano stazionario ed ergodico  $Y(t)$ , a valor medio nullo e varianza unitaria, ed una variabile casuale  $Z$ , indipendente da  $Y(t)$ , uniformemente distribuita in  $[-1, +1]$ . Si generi il processo casuale

$$W(t) = Y(t) + Z$$

Dire quale delle affermazioni che seguono è corretta.

- A)  $W(t)$  non è stazionario del prim'ordine.
- B)  $W(t)$  è un processo gaussiano a valor medio nullo.
- C)  $W(t)$  non è ergodico per l'autocorrelazione.
- D)  $W(t)$  è ergodico per la media.

**Esercizio 2. (Punti 1.5)** Un filtro numerico reale e causale ha una funzione di trasferimento con tre zeri  $w_i = e^{ji\pi/4}$  ( $i = 1, 2, 3$ ). Il filtro è realizzato per mezzo di un filtro trasversale con  $L$  coefficienti  $b_i$ . Inoltre  $H(z)$  è uguale a 1 quando  $z = 1$  e  $L \leq 7$ .

Dire quali delle seguenti affermazioni è vera.

- A)  $b_0 = 0.25$ ;  $b_i = 0$  per  $i > 4$ .
- B)  $b_0 = 0.25$ ;  $b_i = 0$  per  $i$  dispari.
- C)  $b_0 < 1$ ;  $b_i \neq 0$  per  $0 \leq i \leq 7$ .
- D)  $b_0 \geq 1$ ;  $b_i \neq 0$  per  $0 \leq i \leq 7$ .

**Esercizio 3. (Punti 1.5)** Si consideri il processo casuale

$$y(t) = x(t)q(t)$$

dove  $x(t)$  è un processo casuale WSS con densità spettrale di potenza

$$S_x(f) = \sqrt{2\pi} \exp(-2\pi^2 f^2)$$

e

$$q(t) = \begin{cases} 1 & \text{per } kT \leq t < kT + \frac{T}{2} \\ 0 & \text{per } kT + \frac{T}{2} \leq t < kT + T \end{cases}$$

dove  $k$  è un intero con  $-\infty < k < +\infty$  e  $T > 0$ . Detta  $R_y(t, \tau) = E[y(t)y(t+\tau)]$  l'autocorrelazione del processo  $y(t)$ , quanto vale  $R_y(t, T)$ ?

- A)  $R_y(t, T) = \exp(-\frac{T^2}{2})q(t - T/2)$

B)  $R_y(t, T) = \exp\left(\frac{-T^2}{2}\right)q(t)$

C)  $R_y(t, T) = 0$

D)  $R_y(t, T) = \exp\left(\frac{-T^2}{2}\right)$

**Esercizio 4. (Punti 1.5)** Sia dato il processo  $X(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - kT - \Theta)$ , dove  $\Theta$  è una variabile casuale con densità di probabilità  $f_{\Theta}(\theta) = \frac{1}{\sqrt{\pi}}e^{-\theta^2}$ . La media del processo  $X(t)$  vale:

A)  $E\{X(t)\} = \frac{1}{T}$

B)  $E\{X(t)\} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - kT)$

C)  $E\{X(t)\} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} e^{-(t-kT)^2}$

D)  $E\{X(t)\} = \frac{1}{\sqrt{\pi}}e^{-t^2}$

**Esercizio 5. (Punti 1.5)** Si calcoli la convoluzione delle due sequenze

$$x[n] = \binom{N}{n} p^n (1-p)^{N-n} \quad n = 0, \dots, N; \quad x[n] = 0 \quad \text{altrove}$$

$$y[n] = u[n]$$

A)  $y[n] * x[n] = \sum_{k=0}^n \binom{N}{k} p^k (1-p)^{N-k} \quad n = 0, \dots, N-1; y[n] * x[n] = 1 \text{ per } n \geq N$

B)  $y[n] * x[n] = \sum_{k=0}^n \binom{N}{k} p^k (1-p)^{N-k} \quad n = 0, \dots, N-1; y[n] * x[n] = N \text{ per } n \geq N$

C) nessuna delle altre risposte

D)  $y[n] * x[n] = \sum_{k=0}^N \binom{N}{k} p^k (1-p)^{N-k} \quad n = 0, \dots, N-1; y[n] * x[n] = 1 \text{ per } n \geq N$

**Esercizio 6. (Punti 1)** Si vuole effettuare per via numerica la trasformata di Fourier di un segnale periodico di periodo  $T$

$$x(t) = \cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right)$$

A tale fine:

- Si tronca  $x(t)$  su un intervallo temporale pari a  $2T$ ;
- Si campiona il segnale prendendo 8 campioni per periodo  $T$ ;
- Si effettua la DFT della sequenza ottenuta.

Indicare quale delle seguenti affermazioni è errata

A) La DFT fornisce 16 campioni dello spettro del segnale

B) La DFT fornisce due soli valori non nulli, di cui uno è il terzo della serie

C) La DFT fornisce un solo valore non nullo, e precisamente il quinto della serie

D) La risoluzione in frequenza è pari a  $1/(2T)$ .

**Esercizio 7. (Punti 1.)** Si consideri un filtro numerico con trasformata zeta

$$H(z) = \frac{(z-a)(z-b)}{z-c}$$

con  $a, b, c \neq 0$ .

Indicare quale delle seguenti affermazioni è errata

A) Il filtro può essere FIR o IIR a seconda dei parametri

B) Se  $c \neq a$  e  $c \neq b$ , il filtro è IIR e non causale

C) nessuna delle altre risposte è errata

**D)** Il filtro è causale

**Esercizio 8.** (**Punti 1.**) Calcolare il prodotto scalare dei segnali  $x(t) = \cos^2(2\pi t) + \sin(6\pi t)$  e  $y(t) = \frac{1}{2} + \cos(2\pi t) - 2\cos(4\pi t) + \frac{1}{2}\sin(6\pi t)$  sull'intervallo  $t \in [0, 1]$ . Il risultato vale:

**A)** 1

**B)**  $\frac{1}{2}$

**C)**  $\frac{1}{3}$

**D)** 0

5 Novembre 2008

## Compito accorpato TDS-MES (INF - laureandi)

NOTA: Consegnare il testo completo di tutti i fogli e la tabellina con le risposte, ricordandosi di riportare nell'apposito spazio nome e numero di matricola; riportare al più una risposta per ogni esercizio usando LETTERE MAIUSCOLE. Si invitano gli studenti a prendere nota del numero del compito e delle risposte date. Ciò permetterà un immediato confronto con le stringhe corrette che verranno pubblicate sul portale.

Nome	
Cognome	
Matricola	
Compito	10

Esercizio	1	2	3	4	5	6	7	8
Risposta								

**Esercizio 1. (Punti 1.)** Calcolare il prodotto scalare dei segnali  $x(t) = \frac{2}{3} \sin^2(4\pi t) + 2 \cos(2\pi t) + \sin(6\pi t)$  e  $y(t) = 1 + \frac{2}{3} \cos(2\pi t) - 2 \sin(4\pi t) + 6 \cos(8\pi t)$  sull'intervallo  $t \in [0, 1]$ . Il risultato vale:

- A) 0
- B)  $\frac{1}{3}$
- C)  $\frac{1}{2}$
- D) 1

**Esercizio 2. (Punti 1.5)** Si consideri il processo casuale

$$y(t) = x(t)q(t)$$

dove  $x(t)$  è un processo casuale WSS con densità spettrale di potenza

$$S_x(f) = \sqrt{2\pi} \exp(-2\pi^2 f^2)$$

e

$$q(t) = \begin{cases} 1 & \text{per } kT \leq t < kT + \frac{T}{2} \\ 0 & \text{per } kT + \frac{T}{2} \leq t < kT + T \end{cases}$$

dove  $k$  è un intero con  $-\infty < k < +\infty$  e  $T > 0$ . Detta  $R_y(t, \tau) = E[y(t)y(t+\tau)]$  l'autocorrelazione del processo  $y(t)$ , quanto vale  $R_y(t, T)$ ?

- A)  $R_y(t, T) = \exp\left(\frac{-T^2}{2}\right)$
- B)  $R_y(t, T) = \exp\left(\frac{-T^2}{2}\right)q(t - T/2)$
- C)  $R_y(t, T) = \exp\left(\frac{-T^2}{2}\right)q(t)$
- D)  $R_y(t, T) = 0$

**Esercizio 3. (Punti 1.5)** Si calcoli la convoluzione delle due sequenze

$$x[n] = p^n \quad n = 0, \dots, N; \quad x[n] = 0 \quad \text{altrove}$$

$$y[n] = p^n u[n]$$

- A)  $y[n] * x[n] = (1 + N)p^n u[n]$
- B) nessuna delle altre risposte

C)  $y[n] * x[n] = (2p)^n u[n]$

D)  $y[n] * x[n] = (1+n)p^n \quad n \in [0, N]; y[n] * x[n] = (1+N)p^n \quad n \geq N;$

**Esercizio 4. (Punti 1.5)** Sia dato un processo casuale gaussiano stazionario ed ergodico  $Y(t)$ , a valor medio nullo e varianza  $\sigma^2$ , ed una variabile casuale  $Z$ , indipendente da  $Y(t)$ , uniformemente distribuita in  $[-1/2, +1/2]$ . Si generi il processo casuale

$$V(t) = Y(t) + Z$$

Dire quale delle affermazioni che seguono è corretta.

A)  $V(t)$  è un processo gaussiano.

B)  $V(t)$  ha valor medio positivo.

C)  $V(t)$  non è stazionario del prim'ordine.

D)  $V(t)$  non è ergodico ne' per la media ne' per l'autocorrelazione .

**Esercizio 5. (Punti 1.5)** Un filtro numerico reale e causale ha una funzione di trasferimento con tre zeri  $w_i = e^{ji\pi/4}$  ( $i = 1, 2, 3$ ). Il filtro è realizzato per mezzo di un filtro trasversale con  $L$  coefficienti  $b_i$ . Inoltre  $H(z)$  è uguale a 0.1 quando  $z = 1$  e  $L \leq 7$ .

Dire quali delle seguenti affermazioni è vera.

A)  $b_0 = 0.025$ ;  $b_i = 0$  per  $i$  dispari.

B)  $b_0 \geq 1$ ;  $b_i \neq 0$  per  $0 \leq i \leq 7$ .

C)  $b_0 = 0.025$ ;  $b_i = 0$  per  $i > 4$ .

D)  $b_0 < 1$ ;  $b_i \neq 0$  per  $0 \leq i \leq 7$ .

**Esercizio 6. (Punti 1.5)** Sia dato il processo  $X(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - k - \Theta)$ , dove  $\Theta$  è una variabile casuale con densità di probabilità  $f_{\Theta}(\theta) = e^{-2|\theta|}$ . La media del processo  $X(t)$  vale:

A)  $E\{X(t)\} = 1$

B)  $E\{X(t)\} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - k)$

C)  $E\{X(t)\} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} e^{-2|t-k|}$

D)  $E\{X(t)\} = e^{-2|t|}$

**Esercizio 7. (Punti 1.0)** Si consideri un filtro numerico con trasformata zeta

$$H(z) = \frac{(z-a)(z-b)}{z-c}$$

con  $a, b, c \neq 0$ .

Indicare quale delle seguenti affermazioni è corretta.

A) Il filtro è sempre IIR

B) Se  $c \neq a$  e  $c \neq b$ , il filtro è IIR e causale

C) Se  $c \neq a$  e  $c \neq b$ , il filtro è IIR e non causale

D) nessuna delle altre risposte è corretta

**Esercizio 8. (Punti 1)** Si vuole effettuare per via numerica la trasformata di Fourier di un segnale periodico di periodo  $T$

$$x(t) = \cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right)$$

A tale fine:

- Si tronca  $x(t)$  su un intervallo temporale pari a  $2T$ ;



- Si campiona il segnale prendendo 8 campioni per periodo  $T$ ;
- Si effettua la DFT della sequenza ottenuta.

Indicare quale delle seguenti affermazioni è corretta

- A) La DFT fornisce un solo valore non nullo, e precisamente il quinto della serie
- B) Nessuna delle altre risposte è corretta
- C) La DFT fornisce due soli valori non nulli, di cui uno è il terzo della serie
- D) La DFT fornisce più di due valori diversi da zero

5 Novembre 2008

## Compito accorpato TDS-MES (INF - laureandi)

NOTA: Consegnare il testo completo di tutti i fogli e la tabellina con le risposte, ricordandosi di riportare nell'apposito spazio nome e numero di matricola; riportare al più una risposta per ogni esercizio usando LETTERE MAIUSCOLE. Si invitano gli studenti a prendere nota del numero del compito e delle risposte date. Ciò permetterà un immediato confronto con le stringhe corrette che verranno pubblicate sul portale.

Nome	
Cognome	
Matricola	
Compito	11

Esercizio	1	2	3	4	5	6	7	8
Risposta								

**Esercizio 1. (Punti 1.5)** Un filtro numerico reale e causale ha una funzione di trasferimento con tre zeri  $w_i = e^{ji\pi/4}$  ( $i = 1, 2, 3$ ). Il filtro è realizzato per mezzo di un filtro trasversale con  $L$  coefficienti  $b_i$ . Inoltre  $H(z)$  è uguale a 1 quando  $z = 1$  e  $L \leq 7$ .

Dire quali delle seguenti affermazioni è vera.

- A)  $b_0 < 1$ ;  $b_i \neq 0$  per  $0 \leq i \leq 7$ .
- B)  $b_0 \geq 1$ ;  $b_i \neq 0$  per  $0 \leq i \leq 7$ .
- C)  $b_0 = 0.25$ ;  $b_i = 0$  per  $i > 4$ .
- D)  $b_0 = 0.25$ ;  $b_i = 0$  per  $i$  dispari.

**Esercizio 2. (Punti 1.5)** Sia dato il processo  $X(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - kT - \Theta)$ , dove  $\Theta$  è una variabile casuale con densità di probabilità  $f_{\Theta}(\theta) = \frac{1}{2}e^{-|\theta|}$ . La media del processo  $X(t)$  vale:

- A)  $E\{X(t)\} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - kT)$
- B)  $E\{X(t)\} = \frac{1}{2}e^{-|t|}$
- C)  $E\{X(t)\} = \frac{1}{T}$
- D)  $E\{X(t)\} = \frac{1}{2} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} e^{-|t-kT|}$

**Esercizio 3. (Punti 1.5)** Si calcoli la convoluzione delle due sequenze

$$x[n] = p^n \quad n = 0, \dots, N; \quad x[n] = 0 \quad \text{altrove}$$
$$y[n] = p^n u[n]$$

- A)  $y[n] * x[n] = (2p)^n u[n]$
- B)  $y[n] * x[n] = (1 + N)p^n u[n]$
- C)  $y[n] * x[n] = (1 + n)p^n \quad n \in [0, N]; \quad y[n] * x[n] = (1 + N)p^n \quad n \geq N;$
- D) nessuna delle altre risposte

**Esercizio 4. (Punti 1.5)** Sia dato un processo casuale gaussiano stazionario ed ergodico  $Y(t)$ , a valor medio nullo e varianza  $\sigma^2$ , ed una variabile casuale  $Z$ , indipendente da  $Y(t)$ , uniformemente distribuita in  $[-1/2, +1/2]$ . Si generi il processo casuale

$$V(t) = Y(t) + Z$$

Dire quale delle affermazioni che seguono è corretta.

- A)  $V(t)$  è un processo gaussiano.
- B)  $V(t)$  non è stazionario del prim'ordine.
- C)  $V(t)$  ha valor medio positivo.
- D)  $V(t)$  non è ergodico ne' per la media ne' per l'autocorrelazione .

**Esercizio 5. (Punti 1.5)** Si consideri il processo casuale

$$y(t) = x(t)q(t)$$

dove  $x(t)$  è un processo casuale WSS con densità spettrale di potenza

$$S_x(f) = \frac{2}{1 + 4\pi^2 f^2}$$

e

$$q(t) = \begin{cases} 1 & \text{per } kT \leq t < kT + \frac{T}{2} \\ 0 & \text{per } kT + \frac{T}{2} \leq t < kT + T \end{cases}$$

dove  $k$  è un intero con  $-\infty < k < +\infty$  e  $T > 0$ . Detta  $R_y(t, \tau) = E[y(t)y(t + \tau)]$  l'autocorrelazione del processo  $y(t)$ , quanto vale  $R_y(t, T)$ ?

- A)  $R_y(t, T) = 0$
- B)  $R_y(t, T) = \exp(T)q(t)$
- C)  $R_y(t, T) = \exp(-T)q(t)$
- D)  $R_y(t, T) = \exp(-T)$

**Esercizio 6. (Punti 1)** Si vuole effettuare per via numerica la trasformata di Fourier di un segnale periodico di periodo  $T$

$$x(t) = \cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right)$$

A tale fine:

- Si tronca  $x(t)$  su un intervallo temporale pari a  $3T$ ;
- Si campiona il segnale prendendo 4 campioni per periodo  $T$ ;
- Si effettua la DFT della sequenza ottenuta.

Indicare quale delle seguenti affermazioni è errata

- A) La DFT fornisce 12 campioni dello spettro del segnale
- B) La DFT fornisce due soli valori non nulli, di cui uno è il quarto della serie
- C) La DFT fornisce un solo valore non nullo, e precisamente il terzo della serie
- D) La risoluzione in frequenza è pari a  $1/(3T)$ .

**Esercizio 7. (Punti 1.)** Si consideri un filtro numerico con trasformata zeta

$$H(z) = \frac{(z - a)(z - b)}{z - c}$$

con  $a, b, c \neq 0$ .

Indicare quale delle seguenti affermazioni è errata

- A) Il filtro può essere FIR o IIR a seconda dei parametri
- B) Se  $c \neq a$  e  $c \neq b$ , il filtro è IIR e non causale
- C) Il filtro è causale
- D) nessuna delle altre risposte è errata

**Esercizio 8. (Punti 1.)** Calcolare il prodotto scalare dei segnali  $x(t) = \frac{2}{3} \sin^2(4\pi t) + 2 \cos(2\pi t) + \sin(6\pi t)$  e  $y(t) = 1 + \frac{2}{3} \cos(2\pi t) - 2 \sin(4\pi t) + 6 \cos(8\pi t)$  sull'intervallo  $t \in [0, 1]$ . Il risultato vale:

- A) 1
- B) 0
- C)  $\frac{1}{3}$
- D)  $\frac{1}{2}$

5 Novembre 2008

## Compito accorpato TDS-MES (INF - laureandi)

NOTA: Consegnare il testo completo di tutti i fogli e la tabellina con le risposte, ricordandosi di riportare nell'apposito spazio nome e numero di matricola; riportare al più una risposta per ogni esercizio usando LETTERE MAIUSCOLE. Si invitano gli studenti a prendere nota del numero del compito e delle risposte date. Ciò permetterà un immediato confronto con le stringhe corrette che verranno pubblicate sul portale.

Nome	
Cognome	
Matricola	
Compito	12

Esercizio	1	2	3	4	5	6	7	8
Risposta								

**Esercizio 1. (Punti 1.5)** Si consideri il processo casuale

$$y(t) = x(t)q(t)$$

dove  $x(t)$  è un processo casuale WSS con densità spettrale di potenza

$$S_x(f) = \frac{2}{1 + 4\pi^2 f^2}$$

e

$$q(t) = \begin{cases} 1 & \text{per } kT \leq t < kT + \frac{T}{2} \\ 0 & \text{per } kT + \frac{T}{2} \leq t < kT + T \end{cases}$$

dove  $k$  è un intero con  $-\infty < k < +\infty$  e  $T > 0$ . Detta  $R_y(t, \tau) = E[y(t)y(t+\tau)]$  l'autocorrelazione del processo  $y(t)$ , quanto vale  $R_y(t, T)$ ?

- A)  $R_y(t, T) = 0$
- B)  $R_y(t, T) = \exp(-T)$
- C)  $R_y(t, T) = \exp(T)q(t)$
- D)  $R_y(t, T) = \exp(-T)q(t)$

**Esercizio 2. (Punti 1.5)** Sia dato un processo casuale gaussiano stazionario ed ergodico  $Y(t)$ , a valor medio nullo e varianza  $\sigma^2$ , ed una variabile casuale  $Z$ , indipendente da  $Y(t)$ , uniformemente distribuita in  $[-1/2, +1/2]$ . Si generi il processo casuale

$$V(t) = Y(t) + Z$$

Dire quale delle affermazioni che seguono è corretta.

- A)  $V(t)$  non è stazionario del prim'ordine.
- B)  $V(t)$  ha valor medio positivo.
- C)  $V(t)$  non è ergodico ne' per la media ne' per l'autocorrelazione.
- D)  $V(t)$  è un processo gaussiano.

**Esercizio 3. (Punti 1.)** Calcolare il prodotto scalare dei segnali  $x(t) = \cos^2(2\pi t) + \sin(6\pi t)$  e  $y(t) = \frac{1}{2} + \cos(2\pi t) - 2\cos(4\pi t) + \frac{1}{2}\sin(6\pi t)$  sull'intervallo  $t \in [0, 1]$ . Il risultato vale:

- A)  $\frac{1}{2}$
- B)  $\frac{1}{3}$

C) 0

D) 1

**Esercizio 4. (Punti 1.5)** Un filtro numerico reale e causale ha una funzione di trasferimento con tre zeri  $w_i = e^{ji\pi/4}$  ( $i = 1, 2, 3$ ). Il filtro è realizzato per mezzo di un filtro trasversale con  $L$  coefficienti  $b_i$ . Inoltre  $H(z)$  è uguale a 1 quando  $z = 1$  e  $L \leq 7$ .

Dire quali delle seguenti affermazioni è vera.

A)  $b_0 = 0.25$ ;  $b_i = 0$  per  $i > 4$ .

B)  $b_0 \geq 1$ ;  $b_i \neq 0$  per  $0 \leq i \leq 7$ .

C)  $b_0 = 0.25$ ;  $b_i = 0$  per  $i$  dispari.

D)  $b_0 < 1$ ;  $b_i \neq 0$  per  $0 \leq i \leq 7$ .

**Esercizio 5. (Punti 1.)** Si vuole effettuare per via numerica la trasformata di Fourier di un segnale periodico di periodo  $T$

$$x(t) = \cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right)$$

A tale fine:

- Si tronca  $x(t)$  su un intervallo temporale pari a  $3T$ ;
- Si campiona il segnale prendendo 4 campioni per periodo  $T$ ;
- Si effettua la DFT della sequenza ottenuta.

Indicare quale delle seguenti affermazioni è corretta

A) Nessuna delle altre risposte è corretta

B) La DFT fornisce due soli valori non nulli, di cui uno è il quarto della serie

C) La DFT fornisce un solo valore non nullo, e precisamente il primo della serie

D) La DFT fornisce più di due valori diversi da zero

**Esercizio 6. (Punti 1.5)** Si calcoli la convoluzione delle due sequenze

$$x[n] = \binom{N}{n} p^n (1-p)^{N-n} \quad n = 0, \dots, N; \quad x[n] = 0 \quad \text{altrove}$$

$$y[n] = u[n]$$

A) nessuna delle altre risposte

B)  $y[n] * x[n] = \sum_{k=0}^N \binom{N}{k} p^k (1-p)^{N-k} \quad n = 0, \dots, N-1; y[n] * x[n] = 1 \text{ per } n \geq N$

C)  $y[n] * x[n] = \sum_{k=0}^n \binom{N}{k} p^k (1-p)^{N-k} \quad n = 0, \dots, N-1; y[n] * x[n] = N \text{ per } n \geq N$

D)  $y[n] * x[n] = \sum_{k=0}^n \binom{N}{k} p^k (1-p)^{N-k} \quad n = 0, \dots, N-1; y[n] * x[n] = 1 \text{ per } n \geq N$

**Esercizio 7. (Punti 1.)** Si consideri un filtro numerico con trasformata zeta

$$H(z) = \frac{(z-a)(z-b)}{z-c}$$

con  $a, b, c \neq 0$ .

Indicare quale delle seguenti affermazioni è errata

A) Il filtro è causale

B) Se  $c \neq a$  e  $c \neq b$ , il filtro è IIR e non causale

C) nessuna delle altre risposte è errata

D) Il filtro può essere FIR o IIR a seconda dei parametri

**Esercizio 8. (Punti 1.5)** Sia dato il processo  $X(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - kT - \Theta)$ , dove  $\Theta$  è una variabile casuale con densità di probabilità  $f_{\Theta}(\theta) = \frac{1}{2}e^{-|\theta|}$ . La media del processo  $X(t)$  vale:

A)  $E\{X(t)\} = \frac{1}{2}e^{-|t|}$

B)  $E\{X(t)\} = \frac{1}{T}$

C)  $E\{X(t)\} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - kT)$

D)  $E\{X(t)\} = \frac{1}{2} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} e^{-|t-kT|}$

5 Novembre 2008

## Compito accorpato TDS-MES (INF - laureandi)

NOTA: Consegnare il testo completo di tutti i fogli e la tabellina con le risposte, ricordandosi di riportare nell'apposito spazio nome e numero di matricola; riportare al più una risposta per ogni esercizio usando LETTERE MAIUSCOLE. Si invitano gli studenti a prendere nota del numero del compito e delle risposte date. Ciò permetterà un immediato confronto con le stringhe corrette che verranno pubblicate sul portale.

Nome	
Cognome	
Matricola	
Compito	13

Esercizio	1	2	3	4	5	6	7	8
Risposta								

**Esercizio 1. (Punti 1.5)** Sia dato il processo  $X(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - k - \Theta)$ , dove  $\Theta$  è una variabile casuale con densità di probabilità  $f_{\Theta}(\theta) = e^{-2|\theta|}$ . La media del processo  $X(t)$  vale:

A)  $E\{X(t)\} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - k)$

B)  $E\{X(t)\} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} e^{-2|t-k|}$

C)  $E\{X(t)\} = e^{-2|t|}$

D)  $E\{X(t)\} = 1$

**Esercizio 2. (Punti 1.5)** Sia dato un processo casuale stazionario ed ergodico  $Y(t)$  con densità di probabilità del prim'ordine  $f_Y(y) = 0.5e^{-|y|}$ , ed una variabile casuale  $Z$ , indipendente da  $Y(t)$ , uniformemente distribuita in  $[-2, +2]$ . Si generi il processo casuale

$$X(t) = Y(t) + Z$$

Dire quale delle affermazioni che seguono è *falsa*.

A)  $X(t)$  è ergodico per l'autocorrelazione.

B)  $X(t)$  può assumere qualunque valore reale.

C)  $X(t)$  è stazionario del prim'ordine.

D)  $X(t)$  ha valor medio nullo.

**Esercizio 3. (Punti 1.)** Si consideri un filtro numerico con trasformata zeta

$$H(z) = \frac{(z - a)(z - b)}{z - c}$$

con  $a, b, c \neq 0$ .

Indicare quale delle seguenti affermazioni è errata

A) nessuna delle altre risposte è errata

B) Se  $c \neq a$  e  $c \neq b$ , il filtro è IIR e non causale

C) Il filtro è sempre non causale

D) Se  $c \neq a$  e  $c \neq b$ , il filtro è IIR e causale



**Esercizio 4. (Punti 1.5)** Si consideri il processo casuale

$$y(t) = x(t)q(t)$$

dove  $x(t)$  è un processo casuale WSS con densità spettrale di potenza

$$S_x(f) = \frac{2}{1 + 4\pi^2 f^2}$$

e

$$q(t) = \begin{cases} 1 & \text{per } kT \leq t < kT + \frac{T}{2} \\ 0 & \text{per } kT + \frac{T}{2} \leq t < kT + T \end{cases}$$

dove  $k$  è un intero con  $-\infty < k < +\infty$  e  $T > 0$ . Detta  $R_y(t, \tau) = E[y(t)y(t + \tau)]$  l'autocorrelazione del processo  $y(t)$ , quanto vale  $R_y(t, T)$ ?

- A)  $R_y(t, T) = \exp(-T)q(t)$
- B)  $R_y(t, T) = 0$
- C)  $R_y(t, T) = \exp(T)q(t)$
- D)  $R_y(t, T) = \exp(-T)$

**Esercizio 5. (Punti 1.)** Calcolare il prodotto scalare dei segnali  $x(t) = \cos^2(2\pi t) + \sin(6\pi t)$  e  $y(t) = \frac{1}{2} + \cos(2\pi t) - 2\cos(4\pi t) + \frac{1}{2}\sin(6\pi t)$  sull'intervallo  $t \in [0, 1]$ . Il risultato vale:

- A)  $\frac{1}{2}$
- B)  $\frac{1}{3}$
- C) 1
- D) 0

**Esercizio 6. (Punti 1.5)** Si calcoli la convoluzione delle due sequenze

$$x[n] = \binom{N}{n} p^n (1-p)^{N-n} \quad n = 0, \dots, N; \quad x[n] = 0 \quad \text{altrove}$$

$$y[n] = u[n]$$

- A) nessuna delle altre risposte
- B)  $y[n] * x[n] = \sum_{k=0}^N \binom{N}{k} p^k (1-p)^{N-k} \quad n = 0, \dots, N-1; y[n] * x[n] = 1 \text{ per } n \geq N$
- C)  $y[n] * x[n] = \sum_{k=0}^n \binom{N}{k} p^k (1-p)^{N-k} \quad n = 0, \dots, N-1; y[n] * x[n] = 1 \text{ per } n \geq N$
- D)  $y[n] * x[n] = \sum_{k=0}^n \binom{N}{k} p^k (1-p)^{N-k} \quad n = 0, \dots, N-1; y[n] * x[n] = N \text{ per } n \geq N$

**Esercizio 7. (Punti 1.)** Si vuole effettuare per via numerica la trasformata di Fourier di un segnale periodico di periodo  $T$

$$x(t) = \cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right)$$

A tale fine:

- Si tronca  $x(t)$  su un intervallo temporale pari a  $3T$ ;
- Si campiona il segnale prendendo 4 campioni per periodo  $T$ ;
- Si effettua la DFT della sequenza ottenuta.

Indicare quale delle seguenti affermazioni è corretta

- A) La DFT fornisce più di due valori diversi da zero
- B) La DFT fornisce due soli valori non nulli, di cui uno è il quarto della serie
- C) La DFT fornisce un solo valore non nullo, e precisamente il primo della serie

D) Nessuna delle altre risposte è corretta

**Esercizio 8. (Punti 1.5)** Un filtro numerico reale e causale ha una funzione di trasferimento con tre zeri  $w_i = e^{ji\pi/4}$  ( $i = 1, 2, 3$ ). Il filtro è realizzato per mezzo di un filtro trasversale con  $L$  coefficienti  $b_i$ . Inoltre  $H(z)$  è uguale a 1 quando  $z = 1$  e  $L \leq 7$ .

Dire quali delle seguenti affermazioni è vera.

- A)  $b_0 \geq 1$ ;  $b_i \neq 0$  per  $0 \leq i \leq 7$ .
- B)  $b_0 = 0.25$ ;  $b_i = 0$  per  $i > 4$ .
- C)  $b_0 = 0.25$ ;  $b_i = 0$  per  $i$  dispari.
- D)  $b_0 < 1$ ;  $b_i \neq 0$  per  $0 \leq i \leq 7$ .

5 Novembre 2008

## Compito accorpato TDS-MES (INF - laureandi)

NOTA: Consegnare il testo completo di tutti i fogli e la tabellina con le risposte, ricordandosi di riportare nell'apposito spazio nome e numero di matricola; riportare al più una risposta per ogni esercizio usando LETTERE MAIUSCOLE. Si invitano gli studenti a prendere nota del numero del compito e delle risposte date. Ciò permetterà un immediato confronto con le stringhe corrette che verranno pubblicate sul portale.

Nome	
Cognome	
Matricola	
Compito	14

Esercizio	1	2	3	4	5	6	7	8
Risposta								

**Esercizio 1. (Punti 1.5)** Sia dato il processo  $X(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - k - \Theta)$ , dove  $\Theta$  è una variabile casuale con densità di probabilità  $f_{\Theta}(\theta) = e^{-2|\theta|}$ . La media del processo  $X(t)$  vale:

- A)  $E\{X(t)\} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} e^{-2|t-k|}$   
B)  $E\{X(t)\} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - k)$   
C)  $E\{X(t)\} = e^{-2|t|}$   
D)  $E\{X(t)\} = 1$

**Esercizio 2. (Punti 1.5)** Un filtro numerico reale e causale ha una funzione di trasferimento con tre zeri  $w_i = e^{ji\pi/4}$  ( $i = 1, 2, 3$ ). Il filtro è realizzato per mezzo di un filtro trasversale con  $L$  coefficienti  $b_i$ . Inoltre  $H(z)$  è uguale a 1 quando  $z = 1$  e  $L \leq 7$ .

Dire quali delle seguenti affermazioni è vera.

- A)  $b_0 = 0.25$ ;  $b_i = 0$  per  $i$  dispari.  
B)  $b_0 \geq 1$ ;  $b_i \neq 0$  per  $0 \leq i \leq 7$ .  
C)  $b_0 = 0.25$ ;  $b_i = 0$  per  $i > 4$ .  
D)  $b_0 < 1$ ;  $b_i \neq 0$  per  $0 \leq i \leq 7$ .

**Esercizio 3. (Punti 1)** Si vuole effettuare per via numerica la trasformata di Fourier di un segnale periodico di periodo  $T$

$$x(t) = \cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right)$$

A tale fine:

- Si tronca  $x(t)$  su un intervallo temporale pari a  $2T$ ;
- Si campiona il segnale prendendo 8 campioni per periodo  $T$ ;
- Si effettua la DFT della sequenza ottenuta.

Indicare quale delle seguenti affermazioni è corretta

- A) La DFT fornisce un solo valore non nullo, e precisamente il quinto della serie  
B) La DFT fornisce più di due valori diversi da zero  
C) Nessuna delle altre risposte è corretta  
D) La DFT fornisce due soli valori non nulli, di cui uno è il terzo della serie

**Esercizio 4. (Punti 1.5)** Si consideri il processo casuale

$$y(t) = x(t)q(t)$$

dove  $x(t)$  è un processo casuale WSS con densità spettrale di potenza

$$S_x(f) = \frac{2}{1 + 4\pi^2 f^2}$$

e

$$q(t) = \begin{cases} 1 & \text{per } kT \leq t < kT + \frac{T}{2} \\ 0 & \text{per } kT + \frac{T}{2} \leq t < kT + T \end{cases}$$

dove  $k$  è un intero con  $-\infty < k < +\infty$  e  $T > 0$ . Detta  $R_y(t, \tau) = E[y(t)y(t + \tau)]$  l'autocorrelazione del processo  $y(t)$ , quanto vale  $R_y(t, T)$ ?

- A)  $R_y(t, T) = 0$
- B)  $R_y(t, T) = \exp(T)q(t)$
- C)  $R_y(t, T) = \exp(-T)$
- D)  $R_y(t, T) = \exp(-T)q(t)$

**Esercizio 5. (Punti 1.5)** Si calcoli la convoluzione delle due sequenze

$$x[n] = p^n \quad n = 0, \dots, N; \quad x[n] = 0 \quad \text{altrove}$$

$$y[n] = p^n u[n]$$

- A)  $y[n] * x[n] = (2p)^n u[n]$
- B) nessuna delle altre risposte
- C)  $y[n] * x[n] = (1 + N)p^n u[n]$
- D)  $y[n] * x[n] = (1 + n)p^n \quad n \in [0, N]; y[n] * x[n] = (1 + N)p^n \quad n \geq N;$

**Esercizio 6. (Punti 1.5)** Sia dato un processo casuale gaussiano stazionario ed ergodico  $Y(t)$ , a valor medio nullo e varianza  $\sigma^2$ , ed una variabile casuale  $Z$ , indipendente da  $Y(t)$ , uniformemente distribuita in  $[-1/2, +1/2]$ . Si generi il processo casuale

$$V(t) = Y(t) + Z$$

Dire quale delle affermazioni che seguono è corretta.

- A)  $V(t)$  non è ergodico né per la media né per l'autocorrelazione.
- B)  $V(t)$  è un processo gaussiano.
- C)  $V(t)$  non è stazionario del prim'ordine.
- D)  $V(t)$  ha valor medio positivo.

**Esercizio 7. (Punti 1.)** Si consideri un filtro numerico con trasformata zeta

$$H(z) = \frac{(z - a)(z - b)}{z - c}$$

con  $a, b, c \neq 0$ .

Indicare quale delle seguenti affermazioni è errata

- A) Il filtro può essere FIR o IIR a seconda dei parametri
- B) Se  $c \neq a$  e  $c \neq b$ , il filtro è IIR e non causale
- C) nessuna delle altre risposte è errata
- D) Il filtro è causale

**Esercizio 8. (Punti 1.)** Calcolare il prodotto scalare dei segnali  $x(t) = \frac{2}{3} \sin^2(4\pi t) + 2 \cos(2\pi t) + \sin(6\pi t)$  e  $y(t) = 1 + \frac{2}{3} \cos(2\pi t) - 2 \sin(4\pi t) + 6 \cos(8\pi t)$  sull'intervallo  $t \in [0, 1]$ . Il risultato vale:

- A) 1
- B)  $\frac{1}{3}$
- C)  $\frac{1}{2}$
- D) 0

5 Novembre 2008

## Compito accorpato TDS-MES (INF - laureandi)

NOTA: Consegnare il testo completo di tutti i fogli e la tabellina con le risposte, ricordandosi di riportare nell'apposito spazio nome e numero di matricola; riportare al più una risposta per ogni esercizio usando LETTERE MAIUSCOLE. Si invitano gli studenti a prendere nota del numero del compito e delle risposte date. Ciò permetterà un immediato confronto con le stringhe corrette che verranno pubblicate sul portale.

Nome	
Cognome	
Matricola	
Compito	15

Esercizio	1	2	3	4	5	6	7	8
Risposta								

**Esercizio 1. (Punti 1.5)** Si calcoli la convoluzione delle due sequenze

$$x[n] = 1 \quad n = 0, \dots, N; \quad x[n] = 0 \quad \text{altrove}$$

$$y[n] = p^n u[n]$$

A)  $y[n] * x[n] = \frac{p^n - 1}{p - 1} \quad n \in [0, N]; \quad y[n] * x[n] = \frac{p^n}{p - 1} (1 - p^{-N}) \quad n \geq N;$

B) nessuna delle altre risposte

C)  $y[n] * x[n] = \frac{p^{n+1} - 1}{p - 1} \quad n \in [0, N]; \quad y[n] * x[n] = \frac{p^{n+1}}{p - 1} (1 - p^{-N-1}) \quad n \geq N;$

D)  $y[n] * x[n] = (p)^n u[n]$

**Esercizio 2. (Punti 1.5)** Un filtro numerico reale e causale ha una funzione di trasferimento con tre zeri  $w_i = e^{j i \pi / 4}$  ( $i = 1, 2, 3$ ). Il filtro è realizzato per mezzo di un filtro trasversale con  $L$  coefficienti  $b_i$ . Inoltre  $H(z)$  è uguale a 1 quando  $z = 1$  e  $L \leq 7$ .

Dire quali delle seguenti affermazioni è vera.

A)  $b_0 \geq 1; b_i \neq 0$  per  $0 \leq i \leq 7$ .

B)  $b_0 = 0.25; b_i = 0$  per  $i > 4$ .

C)  $b_0 = 0.25; b_i = 0$  per  $i$  dispari.

D)  $b_0 < 1; b_i \neq 0$  per  $0 \leq i \leq 7$ .

**Esercizio 3. (Punti 1.)** Calcolare il prodotto scalare dei segnali  $x(t) = \cos^2(2\pi t) + \sin(6\pi t)$  e  $y(t) = \frac{1}{2} + \cos(2\pi t) - 2\cos(4\pi t) + \frac{1}{2}\sin(6\pi t)$  sull'intervallo  $t \in [0, 1]$ . Il risultato vale:

A) 0

B) 1

C)  $\frac{1}{2}$

D)  $\frac{1}{3}$

**Esercizio 4. (Punti 1.)** Si vuole effettuare per via numerica la trasformata di Fourier di un segnale periodico di periodo  $T$

$$x(t) = \cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right)$$

A tale fine:

- Si tronca  $x(t)$  su un intervallo temporale pari a  $3T$ ;
- Si campiona il segnale prendendo 4 campioni per periodo  $T$ ;
- Si effettua la DFT della sequenza ottenuta.

Indicare quale delle seguenti affermazioni è corretta

- A) La DFT fornisce più di due valori diversi da zero
- B) Nessuna delle altre risposte è corretta
- C) La DFT fornisce un solo valore non nullo, e precisamente il primo della serie
- D) La DFT fornisce due soli valori non nulli, di cui uno è il quarto della serie

**Esercizio 5. (Punti 1.)** Si consideri un filtro numerico con trasformata zeta

$$H(z) = \frac{(z-a)(z-b)}{z-c}$$

con  $a, b, c \neq 0$ .

Indicare quale delle seguenti affermazioni è corretta

- A) nessuna delle altre risposte è corretta
- B) Se  $c \neq a$  e  $c \neq b$ , il filtro è IIR e causale
- C) Il filtro è non causale
- D) Il filtro è sempre IIR

**Esercizio 6. (Punti 1.5)** Si consideri il processo casuale

$$y(t) = x(t)q(t)$$

dove  $x(t)$  è un processo casuale WSS con densità spettrale di potenza

$$S_x(f) = \sqrt{2\pi} \exp(-2\pi^2 f^2)$$

e

$$q(t) = \begin{cases} 2 & \text{per } kT \leq t < kT + \frac{T}{2} \\ 0 & \text{per } kT + \frac{T}{2} \leq t < kT + T \end{cases}$$

dove  $k$  è un intero con  $-\infty < k < +\infty$  e  $T > 0$ . Detta  $R_y(t, \tau) = E[y(t)y(t+\tau)]$  l'autocorrelazione del processo  $y(t)$ , quanto vale  $R_y(t, T)$ ?

- A)  $R_y(t, T) = 0$
- B)  $R_y(t, T) = \exp(-\frac{T^2}{2})q(t)$
- C)  $R_y(t, T) = \exp(-\frac{T^2}{2})q^2(t)$
- D)  $R_y(t, T) = \exp(-\frac{T^2}{2})$

**Esercizio 7. (Punti 1.5)** Sia dato un processo casuale gaussiano stazionario ed ergodico  $Y(t)$ , a valor medio nullo e varianza  $\sigma^2$ , ed una variabile casuale  $Z$ , indipendente da  $Y(t)$ , uniformemente distribuita in  $[-1/2, +1/2]$ . Si generi il processo casuale

$$V(t) = Y(t) + Z$$

Dire quale delle affermazioni che seguono è corretta.

- A)  $V(t)$  non è stazionario del prim'ordine.
- B)  $V(t)$  è un processo gaussiano.
- C)  $V(t)$  non è ergodico né per la media né per l'autocorrelazione.
- D)  $V(t)$  ha valor medio positivo.

**Esercizio 8. (Punti 1.5)** Sia dato il processo  $X(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - k - \Theta)$ , dove  $\Theta$  è una variabile casuale con densità di probabilità  $f_{\Theta}(\theta) = e^{-2|\theta|}$ . La media del processo  $X(t)$  vale:

A)  $E\{X(t)\} = 1$

B)  $E\{X(t)\} = e^{-2|t|}$

C)  $E\{X(t)\} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} e^{-2|t-k|}$

D)  $E\{X(t)\} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - k)$



5 Novembre 2008

## Compito accorpato TDS-MES (INF - laureandi)

NOTA: Consegnare il testo completo di tutti i fogli e la tabellina con le risposte, ricordandosi di riportare nell'apposito spazio nome e numero di matricola; riportare al più una risposta per ogni esercizio usando LETTERE MAIUSCOLE. Si invitano gli studenti a prendere nota del numero del compito e delle risposte date. Ciò permetterà un immediato confronto con le stringhe corrette che verranno pubblicate sul portale.

Nome	
Cognome	
Matricola	
Compito	16

Esercizio	1	2	3	4	5	6	7	8
Risposta								

**Esercizio 1. (Punti 1.5)** Un filtro numerico reale e causale ha una funzione di trasferimento con tre zeri  $w_i = e^{ji\pi/4}$  ( $i = 1, 2, 3$ ). Il filtro è realizzato per mezzo di un filtro trasversale con  $L$  coefficienti  $b_i$ . Inoltre  $H(z)$  è uguale a 0.1 quando  $z = 1$  e  $L \leq 7$ .

Dire quali delle seguenti affermazioni è vera.

- A)  $b_0 \geq 1$ ;  $b_i \neq 0$  per  $0 \leq i \leq 7$ .
- B)  $b_0 = 0.025$ ;  $b_i = 0$  per  $i$  dispari.
- C)  $b_0 < 1$ ;  $b_i \neq 0$  per  $0 \leq i \leq 7$ .
- D)  $b_0 = 0.025$ ;  $b_i = 0$  per  $i > 4$ .

**Esercizio 2. (Punti 1.)** Si consideri un filtro numerico con trasformata zeta

$$H(z) = \frac{(z-a)(z-b)}{z-c}$$

con  $a, b, c \neq 0$ .

Indicare quale delle seguenti affermazioni è corretta

- A) Se  $c \neq a$  e  $c \neq b$ , il filtro è IIR e causale
- B) Il filtro è non causale
- C) nessuna delle altre risposte è corretta
- D) Il filtro è sempre IIR

**Esercizio 3. (Punti 1.5)** Sia dato un processo casuale stazionario ed ergodico  $Y(t)$  con densità di probabilità del prim'ordine  $f_Y(y) = 0.5e^{-|y|}$ , ed una variabile casuale  $Z$ , indipendente da  $Y(t)$ , uniformemente distribuita in  $[-2, +2]$ . Si generi il processo casuale

$$X(t) = Y(t) + Z$$

Dire quale delle affermazioni che seguono è *falsa*.

- A)  $X(t)$  può assumere qualunque valore reale.
- B)  $X(t)$  ha valor medio nullo.
- C)  $X(t)$  è ergodico per l'autocorrelazione.
- D)  $X(t)$  è stazionario del prim'ordine.

**Esercizio 4. (Punti 1.)** Si vuole effettuare per via numerica la trasformata di Fourier di un segnale periodico di periodo  $T$

$$x(t) = \cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right)$$

A tale fine:

- Si tronca  $x(t)$  su un intervallo temporale pari a  $3T$ ;
- Si campiona il segnale prendendo 4 campioni per periodo  $T$ ;
- Si effettua la DFT della sequenza ottenuta.

Indicare quale delle seguenti affermazioni è corretta

- A) La DFT fornisce più di due valori diversi da zero
- B) La DFT fornisce due soli valori non nulli, di cui uno è il quarto della serie
- C) La DFT fornisce un solo valore non nullo, e precisamente il primo della serie
- D) Nessuna delle altre risposte è corretta

**Esercizio 5. (Punti 1.)** Calcolare il prodotto scalare dei segnali  $x(t) = \cos^2(2\pi t) + \sin(6\pi t)$  e  $y(t) = \frac{1}{2} + \cos(2\pi t) - 2\cos(4\pi t) + \frac{1}{2}\sin(6\pi t)$  sull'intervallo  $t \in [0, 1]$ . Il risultato vale:

- A)  $\frac{1}{2}$
- B)  $\frac{1}{3}$
- C) 1
- D) 0

**Esercizio 6. (Punti 1.5)** Si consideri il processo casuale

$$y(t) = x(t)q(t)$$

dove  $x(t)$  è un processo casuale WSS con densità spettrale di potenza

$$S_x(f) = \frac{2}{1 + 4\pi^2 f^2}$$

e

$$q(t) = \begin{cases} 1 & \text{per } kT \leq t < kT + \frac{T}{2} \\ 0 & \text{per } kT + \frac{T}{2} \leq t < kT + T \end{cases}$$

dove  $k$  è un intero con  $-\infty < k < +\infty$  e  $T > 0$ . Detta  $R_y(t, \tau) = E[y(t)y(t + \tau)]$  l'autocorrelazione del processo  $y(t)$ , quanto vale  $R_y(t, T)$ ?

- A)  $R_y(t, T) = \exp(-T)q(t)$
- B)  $R_y(t, T) = \exp(-T)$
- C)  $R_y(t, T) = 0$
- D)  $R_y(t, T) = \exp(T)q(t)$

**Esercizio 7. (Punti 1.5)** Sia dato il processo  $X(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - k - \Theta)$ , dove  $\Theta$  è una variabile casuale con densità di probabilità  $f_{\Theta}(\theta) = e^{-2|\theta|}$ . La media del processo  $X(t)$  vale:

- A)  $E\{X(t)\} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} e^{-2|t-k|}$
- B)  $E\{X(t)\} = 1$
- C)  $E\{X(t)\} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - k)$
- D)  $E\{X(t)\} = e^{-2|t|}$

**Esercizio 8. (Punti 1.5)** Si calcoli la convoluzione delle due sequenze

$$x[n] = p^n \quad n = 0, \dots, N; \quad x[n] = 0 \quad \text{altrove}$$

$$y[n] = p^n u[n]$$

**A)** nessuna delle altre risposte

**B)**  $y[n] * x[n] = (2p)^n u[n]$

**C)**  $y[n] * x[n] = (1+n)p^n \quad n \in [0, N]; \quad y[n] * x[n] = (1+N)p^n \quad n \geq N;$

**D)**  $y[n] * x[n] = (1+N)p^n u[n]$

5 Novembre 2008

## Compito accorpato TDS-MES (INF - laureandi)

NOTA: Consegnare il testo completo di tutti i fogli e la tabellina con le risposte, ricordandosi di riportare nell'apposito spazio nome e numero di matricola; riportare al più una risposta per ogni esercizio usando LETTERE MAIUSCOLE. Si invitano gli studenti a prendere nota del numero del compito e delle risposte date. Ciò permetterà un immediato confronto con le stringhe corrette che verranno pubblicate sul portale.

Nome	
Cognome	
Matricola	
Compito	17

Esercizio	1	2	3	4	5	6	7	8
Risposta								

**Esercizio 1. (Punti 1.5)** Si calcoli la convoluzione delle due sequenze

$$x[n] = \binom{N}{n} p^n (1-p)^{N-n} \quad n = 0, \dots, N; \quad x[n] = 0 \quad \text{altrove}$$

$$y[n] = u[n]$$

A) nessuna delle altre risposte

B)  $y[n] * x[n] = \sum_{k=0}^n \binom{N}{k} p^k (1-p)^{N-k} \quad n = 0, \dots, N-1; y[n] * x[n] = N \text{ per } n \geq N$

C)  $y[n] * x[n] = \sum_{k=0}^N \binom{N}{k} p^k (1-p)^{N-k} \quad n = 0, \dots, N-1; y[n] * x[n] = 1 \text{ per } n \geq N$

D)  $y[n] * x[n] = \sum_{k=0}^n \binom{N}{k} p^k (1-p)^{N-k} \quad n = 0, \dots, N-1; y[n] * x[n] = 1 \text{ per } n \geq N$

**Esercizio 2. (Punti 1.5)** Sia dato il processo  $X(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t-k-\Theta)$ , dove  $\Theta$  è una variabile casuale con densità di probabilità  $f_{\Theta}(\theta) = e^{-2|\theta|}$ . La media del processo  $X(t)$  vale:

A)  $E\{X(t)\} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t-k)$

B)  $E\{X(t)\} = 1$

C)  $E\{X(t)\} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} e^{-2|t-k|}$

D)  $E\{X(t)\} = e^{-2|t|}$

**Esercizio 3. (Punti 1)** Si vuole effettuare per via numerica la trasformata di Fourier di un segnale periodico di periodo  $T$

$$x(t) = \cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right)$$

A tale fine:

- Si tronca  $x(t)$  su un intervallo temporale pari a  $2T$ ;
- Si campiona il segnale prendendo 8 campioni per periodo  $T$ ;
- Si effettua la DFT della sequenza ottenuta.

Indicare quale delle seguenti affermazioni è corretta

A) Nessuna delle altre risposte è corretta

B) La DFT fornisce due soli valori non nulli, di cui uno è il terzo della serie

C) La DFT fornisce più di due valori diversi da zero

D) La DFT fornisce un solo valore non nullo, e precisamente il quinto della serie

**Esercizio 4. (Punti 1.5)** Sia dato un processo casuale stazionario ed ergodico  $Y(t)$  con densità di probabilità del prim'ordine  $f_Y(y) = 0.5e^{-|y|}$ , ed una variabile casuale  $Z$ , indipendente da  $Y(t)$ , uniformemente distribuita in  $[-2, +2]$ . Si generi il processo casuale

$$X(t) = Y(t) + Z$$

Dire quale delle affermazioni che seguono è *falsa*.

- A)  $X(t)$  è ergodico per l'autocorrelazione.
- B)  $X(t)$  ha valor medio nullo.
- C)  $X(t)$  è stazionario del prim'ordine.
- D)  $X(t)$  può assumere qualunque valore reale.

**Esercizio 5. (Punti 1.5)** Si consideri il processo casuale

$$y(t) = x(t)q(t)$$

dove  $x(t)$  è un processo casuale WSS con densità spettrale di potenza

$$S_x(f) = \sqrt{2\pi} \exp(-2\pi^2 f^2)$$

e

$$q(t) = \begin{cases} 1 & \text{per } kT \leq t < kT + \frac{T}{2} \\ 0 & \text{per } kT + \frac{T}{2} \leq t < kT + T \end{cases}$$

dove  $k$  è un intero con  $-\infty < k < +\infty$  e  $T > 0$ . Detta  $R_y(t, \tau) = E[y(t)y(t+\tau)]$  l'autocorrelazione del processo  $y(t)$ , quanto vale  $R_y(t, T)$ ?

- A)  $R_y(t, T) = 0$
- B)  $R_y(t, T) = \exp(-\frac{T^2}{2})$
- C)  $R_y(t, T) = \exp(-\frac{T^2}{2})q(t)$
- D)  $R_y(t, T) = \exp(-\frac{T^2}{2})q(t - T/2)$

**Esercizio 6. (Punti 1.5)** Un filtro numerico reale e causale ha una funzione di trasferimento con tre zeri  $w_i = e^{j\pi/4}$  ( $i = 1, 2, 3$ ). Il filtro è realizzato per mezzo di un filtro trasversale con  $L$  coefficienti  $b_i$ . Inoltre  $H(z)$  è uguale a 1 quando  $z = 1$  e  $L \leq 7$ .

Dire quali delle seguenti affermazioni è vera.

- A)  $b_0 = 0.25$ ;  $b_i = 0$  per  $i$  dispari.
- B)  $b_0 = 0.25$ ;  $b_i = 0$  per  $i > 4$ .
- C)  $b_0 \geq 1$ ;  $b_i \neq 0$  per  $0 \leq i \leq 7$ .
- D)  $b_0 < 1$ ;  $b_i \neq 0$  per  $0 \leq i \leq 7$ .

**Esercizio 7. (Punti 1.)** Si consideri un filtro numerico con trasformata zeta

$$H(z) = \frac{(z-a)(z-b)}{z-c}$$

con  $a, b, c \neq 0$ .

Indicare quale delle seguenti affermazioni è errata

- A) Il filtro è sempre non causale
- B) Se  $c \neq a$  e  $c \neq b$ , il filtro è IIR e causale
- C) nessuna delle altre risposte è errata
- D) Se  $c \neq a$  e  $c \neq b$ , il filtro è IIR e non causale

**Esercizio 8.**      **(Punti 1.)**    Calcolare il prodotto scalare dei segnali  $x(t) = \cos^2(2\pi t) + \sin(6\pi t)$  e  $y(t) = \frac{1}{2} + \cos(2\pi t) - 2\cos(4\pi t) + \frac{1}{2}\sin(6\pi t)$  sull'intervallo  $t \in [0, 1]$ . Il risultato vale:

A)  $\frac{1}{3}$

B) 0

C) 1

D)  $\frac{1}{2}$

5 Novembre 2008

## Compito accorpato TDS-MES (INF - laureandi)

NOTA: Consegnare il testo completo di tutti i fogli e la tabellina con le risposte, ricordandosi di riportare nell'apposito spazio nome e numero di matricola; riportare al più una risposta per ogni esercizio usando LETTERE MAIUSCOLE. Si invitano gli studenti a prendere nota del numero del compito e delle risposte date. Ciò permetterà un immediato confronto con le stringhe corrette che verranno pubblicate sul portale.

Nome	
Cognome	
Matricola	
Compito	18

Esercizio	1	2	3	4	5	6	7	8
Risposta								

**Esercizio 1. (Punti 1.5)** Un filtro numerico reale e causale ha una funzione di trasferimento con tre zeri  $w_i = e^{ji\pi/4}$  ( $i = 1, 2, 3$ ). Il filtro è realizzato per mezzo di un filtro trasversale con  $L$  coefficienti  $b_i$ . Inoltre  $H(z)$  è uguale a 0.4 quando  $z = 1$  e  $L \leq 7$ .

Dire quali delle seguenti affermazioni è vera.

- A)  $b_0 = 0.1$ ;  $b_i = 0$  per  $i$  dispari.
- B)  $b_0 \geq 1$ ;  $b_i \neq 0$  per  $0 \leq i \leq 7$ .
- C)  $b_0 = 0.1$ ;  $b_i = 0$  per  $i > 4$ .
- D)  $b_0 < 1$ ;  $b_i \neq 0$  per  $0 \leq i \leq 7$ .

**Esercizio 2. (Punti 1)** Si vuole effettuare per via numerica la trasformata di Fourier di un segnale periodico di periodo  $T$

$$x(t) = \cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right)$$

A tale fine:

- Si tronca  $x(t)$  su un intervallo temporale pari a  $2T$ ;
- Si campiona il segnale prendendo 8 campioni per periodo  $T$ ;
- Si effettua la DFT della sequenza ottenuta.

Indicare quale delle seguenti affermazioni è errata

- A) La DFT fornisce due soli valori non nulli, di cui uno è il terzo della serie
- B) La risoluzione in frequenza è pari a  $1/(2T)$ .
- C) La DFT fornisce 16 campioni dello spettro del segnale
- D) La DFT fornisce un solo valore non nullo, e precisamente il quinto della serie

**Esercizio 3. (Punti 1.)** Si consideri un filtro numerico con trasformata zeta

$$H(z) = \frac{(z-a)(z-b)}{z-c}$$

con  $a, b, c \neq 0$ .

Indicare quale delle seguenti affermazioni è errata

- A) nessuna delle altre risposte è errata

- B) Il filtro può essere FIR o IIR a seconda dei parametri  
 C) Il filtro è causale  
 D) Se  $c \neq a$  e  $c \neq b$ , il filtro è IIR e non causale

**Esercizio 4. (Punti 1.5)** Si consideri il processo casuale

$$y(t) = x(t)q(t)$$

dove  $x(t)$  è un processo casuale WSS con densità spettrale di potenza

$$S_x(f) = \sqrt{2\pi} \exp(-2\pi^2 f^2)$$

e

$$q(t) = \begin{cases} 2 & \text{per } kT \leq t < kT + \frac{T}{2} \\ 0 & \text{per } kT + \frac{T}{2} \leq t < kT + T \end{cases}$$

dove  $k$  è un intero con  $-\infty < k < +\infty$  e  $T > 0$ . Detta  $R_y(t, \tau) = E[y(t)y(t + \tau)]$  l'autocorrelazione del processo  $y(t)$ , quanto vale  $R_y(t, T)$ ?

- A)  $R_y(t, T) = 0$   
 B)  $R_y(t, T) = \exp(-\frac{T^2}{2})q(t)$   
 C)  $R_y(t, T) = \exp(-\frac{T^2}{2})$   
 D)  $R_y(t, T) = \exp(-\frac{T^2}{2})q^2(t)$

**Esercizio 5. (Punti 1.)** Calcolare il prodotto scalare dei segnali  $x(t) = 2 \cos^2(2\pi t) + \cos(2\pi t) + \frac{1}{2} \sin(8\pi t)$  e  $y(t) = \frac{1}{2} - \frac{2}{3} \cos(2\pi t) - \frac{2}{3} \sin(8\pi t)$  sull'intervallo  $t \in [0, 1]$ . Il risultato vale:

- A) 0  
 B)  $\frac{1}{3}$   
 C) 1  
 D)  $\frac{1}{2}$

**Esercizio 6. (Punti 1.5)** Sia dato un processo casuale gaussiano stazionario ed ergodico  $Y(t)$ , a valor medio nullo e varianza  $\sigma^2$ , ed una variabile casuale  $Z$ , indipendente da  $Y(t)$ , uniformemente distribuita in  $[-1/2, +1/2]$ . Si generi il processo casuale

$$V(t) = Y(t) + Z$$

Dire quale delle affermazioni che seguono è corretta.

- A)  $V(t)$  ha valor medio positivo.  
 B)  $V(t)$  è un processo gaussiano.  
 C)  $V(t)$  non è stazionario del prim'ordine.  
 D)  $V(t)$  non è ergodico né per la media né per l'autocorrelazione.

**Esercizio 7. (Punti 1.5)** Sia dato il processo  $X(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - k - \Theta)$ , dove  $\Theta$  è una variabile casuale con densità di probabilità  $f_\Theta(\theta) = e^{-2|\theta|}$ . La media del processo  $X(t)$  vale:

- A)  $E\{X(t)\} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} e^{-2|t-k|}$   
 B)  $E\{X(t)\} = 1$   
 C)  $E\{X(t)\} = e^{-2|t|}$   
 D)  $E\{X(t)\} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - k)$



**Esercizio 8. (Punti 1.5)** Si calcoli la convoluzione delle due sequenze

$$x[n] = \binom{N}{n} p^n (1-p)^{N-n} \quad n = 0, \dots, N; \quad x[n] = 0 \quad \text{altrove}$$

$$y[n] = u[n]$$

- A)**  $y[n] * x[n] = \sum_{k=0}^n \binom{N}{k} p^k (1-p)^{N-k} \quad n = 0, \dots, N-1; y[n] * x[n] = 1 \text{ per } n \geq N$
- B)**  $y[n] * x[n] = \sum_{k=0}^N \binom{N}{k} p^k (1-p)^{N-k} \quad n = 0, \dots, N-1; y[n] * x[n] = 1 \text{ per } n \geq N$
- C)** nessuna delle altre risposte
- D)**  $y[n] * x[n] = \sum_{k=0}^n \binom{N}{k} p^k (1-p)^{N-k} \quad n = 0, \dots, N-1; y[n] * x[n] = N \text{ per } n \geq N$

5 Novembre 2008

## Compito accorpato TDS-MES (INF - laureandi)

NOTA: Consegnare il testo completo di tutti i fogli e la tabellina con le risposte, ricordandosi di riportare nell'apposito spazio nome e numero di matricola; riportare al più una risposta per ogni esercizio usando LETTERE MAIUSCOLE. Si invitano gli studenti a prendere nota del numero del compito e delle risposte date. Ciò permetterà un immediato confronto con le stringhe corrette che verranno pubblicate sul portale.

Nome	
Cognome	
Matricola	
Compito	19

Esercizio	1	2	3	4	5	6	7	8
Risposta								

**Esercizio 1. (Punti 1.5)** Sia dato un processo casuale gaussiano stazionario ed ergodico  $Y(t)$ , a valor medio nullo e varianza  $\sigma^2$ , ed una variabile casuale  $Z$ , indipendente da  $Y(t)$ , uniformemente distribuita in  $[-1/2, +1/2]$ . Si generi il processo casuale

$$V(t) = Y(t) + Z$$

Dire quale delle affermazioni che seguono è corretta.

- A)  $V(t)$  è un processo gaussiano.
- B)  $V(t)$  non è ergodico né per la media né per l'autocorrelazione.
- C)  $V(t)$  ha valor medio positivo.
- D)  $V(t)$  non è stazionario del prim'ordine.

**Esercizio 2. (Punti 1.5)** Si calcoli la convoluzione delle due sequenze

$$x[n] = p^n \quad n = 0, \dots, N; \quad x[n] = 0 \quad \text{altrove}$$
$$y[n] = p^n u[n]$$

- A) nessuna delle altre risposte
- B)  $y[n] * x[n] = (2p)^n u[n]$
- C)  $y[n] * x[n] = (1 + N)p^n u[n]$
- D)  $y[n] * x[n] = (1 + n)p^n \quad n \in [0, N]; y[n] * x[n] = (1 + N)p^n \quad n \geq N;$

**Esercizio 3. (Punti 1.5)** Un filtro numerico reale e causale ha una funzione di trasferimento con tre zeri  $w_i = e^{j\pi/4}$  ( $i = 1, 2, 3$ ). Il filtro è realizzato per mezzo di un filtro trasversale con  $L$  coefficienti  $b_i$ . Inoltre  $H(z)$  è uguale a 1 quando  $z = 1$  e  $L \leq 7$ .

Dire quali delle seguenti affermazioni è vera.

- A)  $b_0 \geq 1$ ;  $b_i \neq 0$  per  $0 \leq i \leq 7$ .
- B)  $b_0 < 1$ ;  $b_i \neq 0$  per  $0 \leq i \leq 7$ .
- C)  $b_0 = 0.25$ ;  $b_i = 0$  per  $i > 4$ .
- D)  $b_0 = 0.25$ ;  $b_i = 0$  per  $i$  dispari.

**Esercizio 4. (Punti 1.)** Calcolare il prodotto scalare dei segnali  $x(t) = \frac{2}{3} \sin^2(4\pi t) + 2 \cos(2\pi t) + \sin(6\pi t)$  e  $y(t) = 1 + \frac{2}{3} \cos(2\pi t) - 2 \sin(4\pi t) + 6 \cos(8\pi t)$  sull'intervallo  $t \in [0, 1]$ . Il risultato vale:

- A) 0
- B)  $\frac{1}{3}$
- C) 1
- D)  $\frac{1}{2}$

**Esercizio 5. (Punti 1.)** Si consideri un filtro numerico con trasformata zeta

$$H(z) = \frac{(z-a)(z-b)}{z-c}$$

con  $a, b, c \neq 0$ .

Indicare quale delle seguenti affermazioni è errata

- A) Se  $c \neq a$  e  $c \neq b$ , il filtro è IIR e non causale
- B) nessuna delle altre risposte è errata
- C) Se  $c \neq a$  e  $c \neq b$ , il filtro è IIR e causale
- D) Il filtro è sempre non causale

**Esercizio 6. (Punti 1.5)** Sia dato il processo  $X(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - kT - \Theta)$ , dove  $\Theta$  è una variabile casuale con densità di probabilità  $f_{\Theta}(\theta) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-\theta^2}$ . La media del processo  $X(t)$  vale:

- A)  $E\{X(t)\} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-t^2}$
- B)  $E\{X(t)\} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - kT)$
- C)  $E\{X(t)\} = \frac{1}{T}$
- D)  $E\{X(t)\} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} e^{-(t-kT)^2}$

**Esercizio 7. (Punti 1.5)** Si consideri il processo casuale

$$y(t) = x(t)q(t)$$

dove  $x(t)$  è un processo casuale WSS con densità spettrale di potenza

$$S_x(f) = \frac{2}{1 + 4\pi^2 f^2}$$

e

$$q(t) = \begin{cases} 1 & \text{per } kT \leq t < kT + \frac{T}{2} \\ 0 & \text{per } kT + \frac{T}{2} \leq t < kT + T \end{cases}$$

dove  $k$  è un intero con  $-\infty < k < +\infty$  e  $T > 0$ . Detta  $R_y(t, \tau) = E[y(t)y(t + \tau)]$  l'autocorrelazione del processo  $y(t)$ , quanto vale  $R_y(t, T)$ ?

- A)  $R_y(t, T) = \exp(-T)q(t)$
- B)  $R_y(t, T) = \exp(-T)$
- C)  $R_y(t, T) = 0$
- D)  $R_y(t, T) = \exp(T)q(t)$

**Esercizio 8. (Punti 1)** Si vuole effettuare per via numerica la trasformata di Fourier di un segnale periodico di periodo  $T$

$$x(t) = \cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right)$$

A tale fine:

- Si tronca  $x(t)$  su un intervallo temporale pari a  $3T$ ;

- Si campiona il segnale prendendo 4 campioni per periodo  $T$ ;
- Si effettua la DFT della sequenza ottenuta.

Indicare quale delle seguenti affermazioni è errata

- A) La DFT fornisce un solo valore non nullo, e precisamente il terzo della serie
- B) La DFT fornisce due soli valori non nulli, di cui uno è il quarto della serie
- C) La DFT fornisce 12 campioni dello spettro del segnale
- D) La risoluzione in frequenza è pari a  $1/(3T)$ .

5 Novembre 2008

## Compito accorpato TDS-MES (INF - laureandi)

NOTA: Consegnare il testo completo di tutti i fogli e la tabellina con le risposte, ricordandosi di riportare nell'apposito spazio nome e numero di matricola; riportare al più una risposta per ogni esercizio usando LETTERE MAIUSCOLE. Si invitano gli studenti a prendere nota del numero del compito e delle risposte date. Ciò permetterà un immediato confronto con le stringhe corrette che verranno pubblicate sul portale.

Nome	
Cognome	
Matricola	
Compito	20

Esercizio	1	2	3	4	5	6	7	8
Risposta								

**Esercizio 1. (Punti 1.5)** Un filtro numerico reale e causale ha una funzione di trasferimento con tre zeri  $w_i = e^{ji\pi/4}$  ( $i = 1, 2, 3$ ). Il filtro è realizzato per mezzo di un filtro trasversale con  $L$  coefficienti  $b_i$ . Inoltre  $H(z)$  è uguale a 0.4 quando  $z = 1$  e  $L \leq 7$ .

Dire quali delle seguenti affermazioni è vera.

- A)  $b_0 < 1$ ;  $b_i \neq 0$  per  $0 \leq i \leq 7$ .
- B)  $b_0 = 0.1$ ;  $b_i = 0$  per  $i > 4$ .
- C)  $b_0 \geq 1$ ;  $b_i \neq 0$  per  $0 \leq i \leq 7$ .
- D)  $b_0 = 0.1$ ;  $b_i = 0$  per  $i$  dispari.

**Esercizio 2. (Punti 1.)** Calcolare il prodotto scalare dei segnali  $x(t) = \cos^2(2\pi t) + \sin(6\pi t)$  e  $y(t) = \frac{1}{2} + \cos(2\pi t) - 2\cos(4\pi t) + \frac{1}{2}\sin(6\pi t)$  sull'intervallo  $t \in [0, 1]$ . Il risultato vale:

- A)  $\frac{1}{2}$
- B) 1
- C)  $\frac{1}{3}$
- D) 0

**Esercizio 3. (Punti 1.5)** Sia dato un processo casuale stazionario ed ergodico  $Y(t)$  con densità di probabilità del prim'ordine  $f_Y(y) = 0.5e^{-|y|}$ , ed una variabile casuale  $Z$ , indipendente da  $Y(t)$ , uniformemente distribuita in  $[-2, +2]$ . Si generi il processo casuale

$$X(t) = Y(t) + Z$$

Dire quale delle affermazioni che seguono è *falsa*.

- A)  $X(t)$  ha valor medio nullo.
- B)  $X(t)$  è ergodico per l'autocorrelazione.
- C)  $X(t)$  può assumere qualunque valore reale.
- D)  $X(t)$  è stazionario del prim'ordine.

**Esercizio 4. (Punti 1.5)** Si consideri il processo casuale

$$y(t) = x(t)q(t)$$

dove  $x(t)$  è un processo casuale WSS con densità spettrale di potenza

$$S_x(f) = \sqrt{2\pi} \exp(-2\pi^2 f^2)$$

e

$$q(t) = \begin{cases} 1 & \text{per } kT \leq t < kT + \frac{T}{2} \\ 0 & \text{per } kT + \frac{T}{2} \leq t < kT + T \end{cases}$$

dove  $k$  è un intero con  $-\infty < k < +\infty$  e  $T > 0$ . Detta  $R_y(t, \tau) = E[y(t)y(t+\tau)]$  l'autocorrelazione del processo  $y(t)$ , quanto vale  $R_y(t, T)$ ?

- A)  $R_y(t, T) = \exp(-\frac{T^2}{2})q(t)$
- B)  $R_y(t, T) = \exp(-\frac{T^2}{2})$
- C)  $R_y(t, T) = \exp(-\frac{T^2}{2})q(t - T/2)$
- D)  $R_y(t, T) = 0$

**Esercizio 5. (Punti 1.5)** Sia dato il processo  $X(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - kT - \Theta)$ , dove  $\Theta$  è una variabile casuale con densità di probabilità  $f_{\Theta}(\theta) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-\theta^2}$ . La media del processo  $X(t)$  vale:

- A)  $E\{X(t)\} = \frac{1}{T}$
- B)  $E\{X(t)\} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - kT)$
- C)  $E\{X(t)\} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} e^{-(t-kT)^2}$
- D)  $E\{X(t)\} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-t^2}$

**Esercizio 6. (Punti 1.)** Si vuole effettuare per via numerica la trasformata di Fourier di un segnale periodico di periodo  $T$

$$x(t) = \cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right)$$

A tale fine:

- Si tronca  $x(t)$  su un intervallo temporale pari a  $3T$ ;
- Si campiona il segnale prendendo 4 campioni per periodo  $T$ ;
- Si effettua la DFT della sequenza ottenuta.

Indicare quale delle seguenti affermazioni è corretta

- A) La DFT fornisce un solo valore non nullo, e precisamente il primo della serie
- B) Nessuna delle altre risposte è corretta
- C) La DFT fornisce più di due valori diversi da zero
- D) La DFT fornisce due soli valori non nulli, di cui uno è il quarto della serie

**Esercizio 7. (Punti 1.5)** Si calcoli la convoluzione delle due sequenze

$$x[n] = \binom{N}{n} p^n (1-p)^{N-n} \quad n = 0, \dots, N; \quad x[n] = 0 \quad \text{altrove}$$

$$y[n] = u[n]$$

- A) nessuna delle altre risposte
- B)  $y[n] * x[n] = \sum_{k=0}^N \binom{N}{k} p^k (1-p)^{N-k} \quad n = 0, \dots, N-1; y[n] * x[n] = 1 \text{ per } n \geq N$
- C)  $y[n] * x[n] = \sum_{k=0}^n \binom{N}{k} p^k (1-p)^{N-k} \quad n = 0, \dots, N-1; y[n] * x[n] = 1 \text{ per } n \geq N$
- D)  $y[n] * x[n] = \sum_{k=0}^n \binom{N}{k} p^k (1-p)^{N-k} \quad n = 0, \dots, N-1; y[n] * x[n] = N \text{ per } n \geq N$

**Esercizio 8. (Punti 1.)** Si consideri un filtro numerico con trasformata zeta

$$H(z) = \frac{(z-a)(z-b)}{z-c}$$

con  $a, b, c \neq 0$ .

Indicare quale delle seguenti affermazioni è errata

- A)** Il filtro può essere FIR o IIR a seconda dei parametri
- B)** nessuna delle altre risposte è errata
- C)** Il filtro è causale
- D)** Se  $c \neq a$  e  $c \neq b$ , il filtro è IIR e non causale

5 Novembre 2008

## Compito accorpato TDS-MES (INF - laureandi)

NOTA: Consegnare il testo completo di tutti i fogli e la tabellina con le risposte, ricordandosi di riportare nell'apposito spazio nome e numero di matricola; riportare al più una risposta per ogni esercizio usando LETTERE MAIUSCOLE. Si invitano gli studenti a prendere nota del numero del compito e delle risposte date. Ciò permetterà un immediato confronto con le stringhe corrette che verranno pubblicate sul portale.

Nome	
Cognome	
Matricola	
Compito	21

Esercizio	1	2	3	4	5	6	7	8
Risposta								

**Esercizio 1. (Punti 1.0)** Si consideri un filtro numerico con trasformata zeta

$$H(z) = \frac{(z-a)(z-b)}{z-c}$$

con  $a, b, c \neq 0$ .

Indicare quale delle seguenti affermazioni è corretta.

- A) Il filtro è sempre IIR
- B) Se  $c \neq a$  e  $c \neq b$ , il filtro è IIR e non causale
- C) nessuna delle altre risposte è corretta
- D) Se  $c \neq a$  e  $c \neq b$ , il filtro è IIR e causale

**Esercizio 2. (Punti 1.5)** Si calcoli la convoluzione delle due sequenze

$$x[n] = 1 \quad n = 0, \dots, N; \quad x[n] = 0 \quad \text{altrove}$$

$$y[n] = p^n u[n]$$

- A)  $y[n] * x[n] = \frac{p^n - 1}{p - 1} \quad n \in [0, N]; \quad y[n] * x[n] = \frac{p^n}{p - 1} (1 - p^{-N}) \quad n \geq N;$
- B)  $y[n] * x[n] = \frac{p^{n+1} - 1}{p - 1} \quad n \in [0, N]; \quad y[n] * x[n] = \frac{p^{n+1}}{p - 1} (1 - p^{-N-1}) \quad n \geq N;$
- C) nessuna delle altre risposte
- D)  $y[n] * x[n] = (p)^n u[n]$

**Esercizio 3. (Punti 1.5)** Un filtro numerico reale e causale ha una funzione di trasferimento con tre zeri  $w_i = e^{j\pi/4}$  ( $i = 1, 2, 3$ ). Il filtro è realizzato per mezzo di un filtro trasversale con  $L$  coefficienti  $b_i$ . Inoltre  $H(z)$  è uguale a 0.4 quando  $z = 1$  e  $L \leq 7$ .

Dire quali delle seguenti affermazioni è vera.

- A)  $b_0 = 0.1; b_i = 0$  per  $i > 4$ .
- B)  $b_0 \geq 1; b_i \neq 0$  per  $0 \leq i \leq 7$ .
- C)  $b_0 = 0.1; b_i = 0$  per  $i$  dispari.
- D)  $b_0 < 1; b_i \neq 0$  per  $0 \leq i \leq 7$ .



**Esercizio 4. (Punti 1)** Si vuole effettuare per via numerica la trasformata di Fourier di un segnale periodico di periodo  $T$

$$x(t) = \cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right)$$

A tale fine:

- Si tronca  $x(t)$  su un intervallo temporale pari a  $2T$ ;
- Si campiona il segnale prendendo 8 campioni per periodo  $T$ ;
- Si effettua la DFT della sequenza ottenuta.

Indicare quale delle seguenti affermazioni è corretta

- A) La DFT fornisce più di due valori diversi da zero  
B) La DFT fornisce due soli valori non nulli, di cui uno è il terzo della serie  
C) Nessuna delle altre risposte è corretta  
D) La DFT fornisce un solo valore non nullo, e precisamente il quinto della serie

**Esercizio 5. (Punti 1.5)** Sia dato il processo  $X(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - k - \Theta)$ , dove  $\Theta$  è una variabile casuale con densità di probabilità  $f_{\Theta}(\theta) = e^{-2|\theta|}$ . La media del processo  $X(t)$  vale:

- A)  $E\{X(t)\} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - k)$   
B)  $E\{X(t)\} = e^{-2|t|}$   
C)  $E\{X(t)\} = 1$   
D)  $E\{X(t)\} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} e^{-2|t-k|}$

**Esercizio 6. (Punti 1.)** Calcolare il prodotto scalare dei segnali  $x(t) = \frac{2}{3} \sin^2(4\pi t) + 2 \cos(2\pi t) + \sin(6\pi t)$  e  $y(t) = 1 + \frac{2}{3} \cos(2\pi t) - 2 \sin(4\pi t) + 6 \cos(8\pi t)$  sull'intervallo  $t \in [0, 1]$ . Il risultato vale:

- A)  $\frac{1}{3}$   
B)  $\frac{1}{2}$   
C) 0  
D) 1

**Esercizio 7. (Punti 1.5)** Si consideri il processo casuale

$$y(t) = x(t)q(t)$$

dove  $x(t)$  è un processo casuale WSS con densità spettrale di potenza

$$S_x(f) = \frac{2}{1 + 4\pi^2 f^2}$$

e

$$q(t) = \begin{cases} 1 & \text{per } kT \leq t < kT + \frac{T}{2} \\ 0 & \text{per } kT + \frac{T}{2} \leq t < kT + T \end{cases}$$

dove  $k$  è un intero con  $-\infty < k < +\infty$  e  $T > 0$ . Detta  $R_y(t, \tau) = E[y(t)y(t + \tau)]$  l'autocorrelazione del processo  $y(t)$ , quanto vale  $R_y(t, T)$ ?

- A)  $R_y(t, T) = 0$   
B)  $R_y(t, T) = \exp(-T)$   
C)  $R_y(t, T) = \exp(T)q(t)$   
D)  $R_y(t, T) = \exp(-T)q(t)$

**Esercizio 8. (Punti 1.5)** Sia dato un processo casuale gaussiano stazionario ed ergodico  $Y(t)$ , a valor medio nullo e varianza  $\sigma^2$ , ed una variabile casuale  $Z$ , indipendente da  $Y(t)$ , uniformemente distribuita in  $[-1/2, +1/2]$ . Si generi il processo casuale

$$V(t) = Y(t) + Z$$

Dire quale delle affermazioni che seguono è corretta.

- A)  $V(t)$  ha valor medio positivo.
- B)  $V(t)$  è un processo gaussiano.
- C)  $V(t)$  non è stazionario del prim'ordine.
- D)  $V(t)$  non è ergodico ne' per la media ne' per l'autocorrelazione .

5 Novembre 2008

## Compito accorpato TDS-MES (INF - laureandi)

NOTA: Consegnare il testo completo di tutti i fogli e la tabellina con le risposte, ricordandosi di riportare nell'apposito spazio nome e numero di matricola; riportare al più una risposta per ogni esercizio usando LETTERE MAIUSCOLE. Si invitano gli studenti a prendere nota del numero del compito e delle risposte date. Ciò permetterà un immediato confronto con le stringhe corrette che verranno pubblicate sul portale.

Nome	
Cognome	
Matricola	
Compito	22

Esercizio	1	2	3	4	5	6	7	8
Risposta								

**Esercizio 1. (Punti 1)** Si vuole effettuare per via numerica la trasformata di Fourier di un segnale periodico di periodo  $T$

$$x(t) = \cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right)$$

A tale fine:

- Si tronca  $x(t)$  su un intervallo temporale pari a  $3T$ ;
- Si campiona il segnale prendendo 4 campioni per periodo  $T$ ;
- Si effettua la DFT della sequenza ottenuta.

Indicare quale delle seguenti affermazioni è errata

- A) La DFT fornisce 12 campioni dello spettro del segnale
- B) La risoluzione in frequenza è pari a  $1/(3T)$ .
- C) La DFT fornisce due soli valori non nulli, di cui uno è il quarto della serie
- D) La DFT fornisce un solo valore non nullo, e precisamente il terzo della serie

**Esercizio 2. (Punti 1.)** Si consideri un filtro numerico con trasformata zeta

$$H(z) = \frac{(z-a)(z-b)}{z-c}$$

con  $a, b, c \neq 0$ .

Indicare quale delle seguenti affermazioni è corretta

- A) Il filtro è sempre IIR
- B) nessuna delle altre risposte è corretta
- C) Se  $c \neq a$  e  $c \neq b$ , il filtro è IIR e causale
- D) Il filtro è non causale

**Esercizio 3. (Punti 1.5)** Si calcoli la convoluzione delle due sequenze

$$x[n] = p^n \quad n = 0, \dots, N; \quad x[n] = 0 \quad \text{altrove}$$
$$y[n] = p^n u[n]$$

- A) nessuna delle altre risposte

- B)  $y[n] * x[n] = (1 + N)p^n u[n]$   
 C)  $y[n] * x[n] = (2p)^n u[n]$   
 D)  $y[n] * x[n] = (1 + n)p^n \quad n \in [0, N]; y[n] * x[n] = (1 + N)p^n \quad n \geq N;$

**Esercizio 4. (Punti 1.5)** Un filtro numerico reale e causale ha una funzione di trasferimento con tre zeri  $w_i = e^{j\pi/4}$  ( $i = 1, 2, 3$ ). Il filtro è realizzato per mezzo di un filtro trasversale con  $L$  coefficienti  $b_i$ . Inoltre  $H(z)$  è uguale a 0.1 quando  $z = 1$  e  $L \leq 7$ .

Dire quali delle seguenti affermazioni è vera.

- A)  $b_0 < 1; b_i \neq 0$  per  $0 \leq i \leq 7$ .  
 B)  $b_0 = 0.025; b_i = 0$  per  $i > 4$ .  
 C)  $b_0 = 0.025; b_i = 0$  per  $i$  dispari.  
 D)  $b_0 \geq 1; b_i \neq 0$  per  $0 \leq i \leq 7$ .

**Esercizio 5. (Punti 1.5)** Si consideri il processo casuale

$$y(t) = x(t)q(t)$$

dove  $x(t)$  è un processo casuale WSS con densità spettrale di potenza

$$S_x(f) = \frac{2}{1 + 4\pi^2 f^2}$$

e

$$q(t) = \begin{cases} 1 & \text{per } kT \leq t < kT + \frac{T}{2} \\ 0 & \text{per } kT + \frac{T}{2} \leq t < kT + T \end{cases}$$

dove  $k$  è un intero con  $-\infty < k < +\infty$  e  $T > 0$ . Detta  $R_y(t, \tau) = E[y(t)y(t + \tau)]$  l'autocorrelazione del processo  $y(t)$ , quanto vale  $R_y(t, T)$ ?

- A)  $R_y(t, T) = 0$   
 B)  $R_y(t, T) = \exp(T)q(t)$   
 C)  $R_y(t, T) = \exp(-T)$   
 D)  $R_y(t, T) = \exp(-T)q(t)$

**Esercizio 6. (Punti 1.)** Calcolare il prodotto scalare dei segnali  $x(t) = 2 \cos^2(2\pi t) + \cos(2\pi t) + \frac{1}{2} \sin(8\pi t)$  e  $y(t) = \frac{1}{2} - \frac{2}{3} \cos(2\pi t) - \frac{2}{3} \sin(8\pi t)$  sull'intervallo  $t \in [0, 1]$ . Il risultato vale:

- A) 1  
 B)  $\frac{1}{3}$   
 C)  $\frac{1}{2}$   
 D) 0

**Esercizio 7. (Punti 1.5)** Sia dato un processo casuale stazionario ed ergodico  $Y(t)$  con densità di probabilità del prim'ordine  $f_Y(y) = 0.5e^{-|y|}$ , ed una variabile casuale  $Z$ , indipendente da  $Y(t)$ , uniformemente distribuita in  $[-2, +2]$ . Si generi il processo casuale

$$X(t) = Y(t) + Z$$

Dire quale delle affermazioni che seguono è *falsa*.

- A)  $X(t)$  è stazionario del prim'ordine.  
 B)  $X(t)$  può assumere qualunque valore reale.  
 C)  $X(t)$  è ergodico per l'autocorrelazione.  
 D)  $X(t)$  ha valor medio nullo.

**Esercizio 8. (Punti 1.5)** Sia dato il processo  $X(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - kT - \Theta)$ , dove  $\Theta$  è una variabile casuale con densità di probabilità  $f_{\Theta}(\theta) = \frac{1}{2}e^{-|\theta|}$ . La media del processo  $X(t)$  vale:

A)  $E\{X(t)\} = \frac{1}{T}$

B)  $E\{X(t)\} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - kT)$

C)  $E\{X(t)\} = \frac{1}{2}e^{-|t|}$

D)  $E\{X(t)\} = \frac{1}{2} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} e^{-|t-kT|}$

5 Novembre 2008

## Compito accorpato TDS-MES (INF - laureandi)

NOTA: Consegnare il testo completo di tutti i fogli e la tabellina con le risposte, ricordandosi di riportare nell'apposito spazio nome e numero di matricola; riportare al più una risposta per ogni esercizio usando LETTERE MAIUSCOLE. Si invitano gli studenti a prendere nota del numero del compito e delle risposte date. Ciò permetterà un immediato confronto con le stringhe corrette che verranno pubblicate sul portale.

Nome	
Cognome	
Matricola	
Compito	23

Esercizio	1	2	3	4	5	6	7	8
Risposta								

**Esercizio 1. (Punti 1.5)** Si calcoli la convoluzione delle due sequenze

$$x[n] = p^n \quad n = 0, \dots, N; \quad x[n] = 0 \quad \text{altrove}$$

$$y[n] = p^n u[n]$$

- A)  $y[n] * x[n] = (2p)^n u[n]$   
B)  $y[n] * x[n] = (1+n)p^n \quad n \in [0, N]; y[n] * x[n] = (1+N)p^n \quad n \geq N;$   
C) nessuna delle altre risposte  
D)  $y[n] * x[n] = (1+N)p^n u[n]$

**Esercizio 2. (Punti 1)** Si vuole effettuare per via numerica la trasformata di Fourier di un segnale periodico di periodo  $T$

$$x(t) = \cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right)$$

A tale fine:

- Si tronca  $x(t)$  su un intervallo temporale pari a  $2T$ ;
- Si campiona il segnale prendendo 8 campioni per periodo  $T$ ;
- Si effettua la DFT della sequenza ottenuta.

Indicare quale delle seguenti affermazioni è corretta

- A) Nessuna delle altre risposte è corretta  
B) La DFT fornisce due soli valori non nulli, di cui uno è il terzo della serie  
C) La DFT fornisce più di due valori diversi da zero  
D) La DFT fornisce un solo valore non nullo, e precisamente il quinto della serie

**Esercizio 3. (Punti 1.5)** Un filtro numerico reale e causale ha una funzione di trasferimento con tre zeri  $w_i = e^{j i \pi / 4}$  ( $i = 1, 2, 3$ ). Il filtro è realizzato per mezzo di un filtro trasversale con  $L$  coefficienti  $b_i$ . Inoltre  $H(z)$  è uguale a 0.4 quando  $z = 1$  e  $L \leq 7$ .

Dire quali delle seguenti affermazioni è vera.

- A)  $b_0 = 0.1$ ;  $b_i = 0$  per  $i > 4$ .  
B)  $b_0 = 0.1$ ;  $b_i = 0$  per  $i$  dispari.  
C)  $b_0 \geq 1$ ;  $b_i \neq 0$  per  $0 \leq i \leq 7$ .

D)  $b_0 < 1$ ;  $b_i \neq 0$  per  $0 \leq i \leq 7$ .

**Esercizio 4. (Punti 1.5)** Sia dato il processo  $X(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - kT - \Theta)$ , dove  $\Theta$  è una variabile casuale con densità di probabilità  $f_{\Theta}(\theta) = \frac{1}{2}e^{-|\theta|}$ . La media del processo  $X(t)$  vale:

A)  $E\{X(t)\} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - kT)$

B)  $E\{X(t)\} = \frac{1}{2} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} e^{-|t-kT|}$

C)  $E\{X(t)\} = \frac{1}{2}e^{-|t|}$

D)  $E\{X(t)\} = \frac{1}{T}$

**Esercizio 5. (Punti 1.)** Calcolare il prodotto scalare dei segnali  $x(t) = \frac{2}{3} \sin^2(4\pi t) + 2 \cos(2\pi t) + \sin(6\pi t)$  e  $y(t) = 1 + \frac{2}{3} \cos(2\pi t) - 2 \sin(4\pi t) + 6 \cos(8\pi t)$  sull'intervallo  $t \in [0, 1]$ . Il risultato vale:

A) 1

B)  $\frac{1}{2}$

C) 0

D)  $\frac{1}{3}$

**Esercizio 6. (Punti 1.5)** Si consideri il processo casuale

$$y(t) = x(t)q(t)$$

dove  $x(t)$  è un processo casuale WSS con densità spettrale di potenza

$$S_x(f) = \sqrt{2\pi} \exp(-2\pi^2 f^2)$$

e

$$q(t) = \begin{cases} 1 & \text{per } kT \leq t < kT + \frac{T}{2} \\ 0 & \text{per } kT + \frac{T}{2} \leq t < kT + T \end{cases}$$

dove  $k$  è un intero con  $-\infty < k < +\infty$  e  $T > 0$ . Detta  $R_y(t, \tau) = E[y(t)y(t+\tau)]$  l'autocorrelazione del processo  $y(t)$ , quanto vale  $R_y(t, T)$ ?

A)  $R_y(t, T) = \exp\left(\frac{-T^2}{2}\right)q(t)$

B)  $R_y(t, T) = \exp\left(\frac{-T^2}{2}\right)$

C)  $R_y(t, T) = \exp\left(\frac{-T^2}{2}\right)q(t - T/2)$

D)  $R_y(t, T) = 0$

**Esercizio 7. (Punti 1.5)** Sia dato un processo casuale stazionario ed ergodico  $Y(t)$  con densità di probabilità del prim'ordine  $f_Y(y) = 0.5e^{-|y|}$ , ed una variabile casuale  $Z$ , indipendente da  $Y(t)$ , uniformemente distribuita in  $[-2, +2]$ . Si generi il processo casuale

$$X(t) = Y(t) + Z$$

Dire quale delle affermazioni che seguono è *falsa*.

A)  $X(t)$  è stazionario del prim'ordine.

B)  $X(t)$  può assumere qualunque valore reale.

C)  $X(t)$  è ergodico per l'autocorrelazione.

D)  $X(t)$  ha valor medio nullo.

**Esercizio 8. (Punti 1.)** Si consideri un filtro numerico con trasformata zeta

$$H(z) = \frac{(z-a)(z-b)}{z-c}$$

con  $a, b, c \neq 0$ .

Indicare quale delle seguenti affermazioni è corretta

- A)** nessuna delle altre risposte è corretta
- B)** Se  $c \neq a$  e  $c \neq b$ , il filtro è IIR e causale
- C)** Il filtro è sempre IIR
- D)** Il filtro è non causale



5 Novembre 2008

## Compito accorpato TDS-MES (INF - laureandi)

NOTA: Consegnare il testo completo di tutti i fogli e la tabellina con le risposte, ricordandosi di riportare nell'apposito spazio nome e numero di matricola; riportare al più una risposta per ogni esercizio usando LETTERE MAIUSCOLE. Si invitano gli studenti a prendere nota del numero del compito e delle risposte date. Ciò permetterà un immediato confronto con le stringhe corrette che verranno pubblicate sul portale.

Nome	
Cognome	
Matricola	
Compito	24

Esercizio	1	2	3	4	5	6	7	8
Risposta								

**Esercizio 1. (Punti 1.5)** Un filtro numerico reale e causale ha una funzione di trasferimento con tre zeri  $w_i = e^{ji\pi/4}$  ( $i = 1, 2, 3$ ). Il filtro è realizzato per mezzo di un filtro trasversale con  $L$  coefficienti  $b_i$ . Inoltre  $H(z)$  è uguale a 1 quando  $z = 1$  e  $L \leq 7$ .

Dire quali delle seguenti affermazioni è vera.

- A)  $b_0 = 0.25$ ;  $b_i = 0$  per  $i > 4$ .
- B)  $b_0 \geq 1$ ;  $b_i \neq 0$  per  $0 \leq i \leq 7$ .
- C)  $b_0 = 0.25$ ;  $b_i = 0$  per  $i$  dispari.
- D)  $b_0 < 1$ ;  $b_i \neq 0$  per  $0 \leq i \leq 7$ .

**Esercizio 2. (Punti 1.)** Calcolare il prodotto scalare dei segnali  $x(t) = \cos^2(2\pi t) + \sin(6\pi t)$  e  $y(t) = \frac{1}{2} + \cos(2\pi t) - 2\cos(4\pi t) + \frac{1}{2}\sin(6\pi t)$  sull'intervallo  $t \in [0, 1]$ . Il risultato vale:

- A)  $\frac{1}{3}$
- B) 0
- C) 1
- D)  $\frac{1}{2}$

**Esercizio 3. (Punti 1.5)** Sia dato il processo  $X(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - k - \Theta)$ , dove  $\Theta$  è una variabile casuale con densità di probabilità  $f_{\Theta}(\theta) = e^{-2|\theta|}$ . La media del processo  $X(t)$  vale:

- A)  $E\{X(t)\} = e^{-2|t|}$
- B)  $E\{X(t)\} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - k)$
- C)  $E\{X(t)\} = 1$
- D)  $E\{X(t)\} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} e^{-2|t-k|}$

**Esercizio 4. (Punti 1.5)** Si calcoli la convoluzione delle due sequenze

$$x[n] = p^n \quad n = 0, \dots, N; \quad x[n] = 0 \quad \text{altrove}$$
$$y[n] = p^n u[n]$$

- A) nessuna delle altre risposte

- B)**  $y[n] * x[n] = (1 + N)p^n u[n]$   
**C)**  $y[n] * x[n] = (1 + n)p^n \quad n \in [0, N]; y[n] * x[n] = (1 + N)p^n \quad n \geq N;$   
**D)**  $y[n] * x[n] = (2p)^n u[n]$

**Esercizio 5. (Punti 1.)** Si consideri un filtro numerico con trasformata zeta

$$H(z) = \frac{(z - a)(z - b)}{z - c}$$

con  $a, b, c \neq 0$ .

Indicare quale delle seguenti affermazioni è errata

- A)** Se  $c \neq a$  e  $c \neq b$ , il filtro è IIR e non causale  
**B)** Il filtro è sempre non causale  
**C)** nessuna delle altre risposte è errata  
**D)** Se  $c \neq a$  e  $c \neq b$ , il filtro è IIR e causale

**Esercizio 6. (Punti 1.5)** Sia dato un processo casuale gaussiano stazionario ed ergodico  $Y(t)$ , a valor medio nullo e varianza unitaria, ed una variabile casuale  $Z$ , indipendente da  $Y(t)$ , uniformemente distribuita in  $[-1, +1]$ . Si generi il processo casuale

$$W(t) = Y(t) + Z$$

Dire quale delle affermazioni che seguono è corretta.

- A)**  $W(t)$  non è stazionario del prim'ordine.  
**B)**  $W(t)$  è un processo gaussiano a valor medio nullo.  
**C)**  $W(t)$  è ergodico per la media.  
**D)**  $W(t)$  non è ergodico per l'autocorrelazione .

**Esercizio 7. (Punti 1.)** Si vuole effettuare per via numerica la trasformata di Fourier di un segnale periodico di periodo  $T$

$$x(t) = \cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right)$$

A tale fine:

- Si tronca  $x(t)$  su un intervallo temporale pari a  $3T$ ;
- Si campiona il segnale prendendo 4 campioni per periodo  $T$ ;
- Si effettua la DFT della sequenza ottenuta.

Indicare quale delle seguenti affermazioni è corretta

- A)** La DFT fornisce più di due valori diversi da zero  
**B)** La DFT fornisce due soli valori non nulli, di cui uno è il quarto della serie  
**C)** La DFT fornisce un solo valore non nullo, e precisamente il primo della serie  
**D)** Nessuna delle altre risposte è corretta

**Esercizio 8. (Punti 1.5)** Si consideri il processo casuale

$$y(t) = x(t)q(t)$$

dove  $x(t)$  è un processo casuale WSS con densità spettrale di potenza

$$S_x(f) = \frac{2}{1 + 4\pi^2 f^2}$$

e

$$q(t) = \begin{cases} 1 & \text{per } kT \leq t < kT + \frac{T}{2} \\ 0 & \text{per } kT + \frac{T}{2} \leq t < kT + T \end{cases}$$

dove  $k$  è un intero con  $-\infty < k < +\infty$  e  $T > 0$ . Detta  $R_y(t, \tau) = E[y(t)y(t + \tau)]$  l'autocorrelazione del processo  $y(t)$ , quanto vale  $R_y(t, T)$ ?

**A)**  $R_y(t, T) = \exp(-T)q(t)$

**B)**  $R_y(t, T) = \exp(T)q(t)$

**C)**  $R_y(t, T) = \exp(-T)$

**D)**  $R_y(t, T) = 0$

5 Novembre 2008

## Compito accorpato TDS-MES (INF - laureandi)

NOTA: Consegnare il testo completo di tutti i fogli e la tabellina con le risposte, ricordandosi di riportare nell'apposito spazio nome e numero di matricola; riportare al più una risposta per ogni esercizio usando LETTERE MAIUSCOLE. Si invitano gli studenti a prendere nota del numero del compito e delle risposte date. Ciò permetterà un immediato confronto con le stringhe corrette che verranno pubblicate sul portale.

Nome	
Cognome	
Matricola	
Compito	25

Esercizio	1	2	3	4	5	6	7	8
Risposta								

**Esercizio 1. (Punti 1.)** Calcolare il prodotto scalare dei segnali  $x(t) = 2\cos^2(2\pi t) + \cos(2\pi t) + \frac{1}{2}\sin(8\pi t)$  e  $y(t) = \frac{1}{2} - \frac{2}{3}\cos(2\pi t) - \frac{2}{3}\sin(8\pi t)$  sull'intervallo  $t \in [0, 1]$ . Il risultato vale:

- A)  $\frac{1}{2}$
- B) 0
- C) 1
- D)  $\frac{1}{3}$

**Esercizio 2. (Punti 1.)** Si vuole effettuare per via numerica la trasformata di Fourier di un segnale periodico di periodo  $T$

$$x(t) = \cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right)$$

A tale fine:

- Si tronca  $x(t)$  su un intervallo temporale pari a  $3T$ ;
- Si campiona il segnale prendendo 4 campioni per periodo  $T$ ;
- Si effettua la DFT della sequenza ottenuta.

Indicare quale delle seguenti affermazioni è corretta

- A) La DFT fornisce un solo valore non nullo, e precisamente il primo della serie
- B) La DFT fornisce due soli valori non nulli, di cui uno è il quarto della serie
- C) La DFT fornisce più di due valori diversi da zero
- D) Nessuna delle altre risposte è corretta

**Esercizio 3. (Punti 1.5)** Si calcoli la convoluzione delle due sequenze

$$x[n] = 1 \quad n = 0, \dots, N; \quad x[n] = 0 \quad \text{altrove}$$

$$y[n] = p^n u[n]$$

- A) nessuna delle altre risposte
- B)  $y[n] * x[n] = (p)^n u[n]$
- C)  $y[n] * x[n] = \frac{p^n - 1}{p - 1} \quad n \in [0, N]; \quad y[n] * x[n] = \frac{p^n}{p - 1}(1 - p^{-N}) \quad n \geq N;$

D)  $y[n] * x[n] = \frac{p^{n+1}-1}{p-1} \quad n \in [0, N]; \quad y[n] * x[n] = \frac{p^{n+1}}{p-1}(1 - p^{-N-1}) \quad n \geq N;$

**Esercizio 4. (Punti 1.5)** Si consideri il processo casuale

$$y(t) = x(t)q(t)$$

dove  $x(t)$  è un processo casuale WSS con densità spettrale di potenza

$$S_x(f) = \frac{2}{1 + 4\pi^2 f^2}$$

e

$$q(t) = \begin{cases} 1 & \text{per } kT \leq t < kT + \frac{T}{2} \\ 0 & \text{per } kT + \frac{T}{2} \leq t < kT + T \end{cases}$$

dove  $k$  è un intero con  $-\infty < k < +\infty$  e  $T > 0$ . Detta  $R_y(t, \tau) = E[y(t)y(t+\tau)]$  l'autocorrelazione del processo  $y(t)$ , quanto vale  $R_y(t, T)$ ?

A)  $R_y(t, T) = \exp(-T)q(t)$

B)  $R_y(t, T) = 0$

C)  $R_y(t, T) = \exp(-T)$

D)  $R_y(t, T) = \exp(T)q(t)$

**Esercizio 5. (Punti 1.5)** Sia dato un processo casuale stazionario ed ergodico  $Y(t)$  con densità di probabilità del prim'ordine  $f_Y(y) = 0.5e^{-|y|}$ , ed una variabile casuale  $Z$ , indipendente da  $Y(t)$ , uniformemente distribuita in  $[-2, +2]$ . Si generi il processo casuale

$$X(t) = Y(t) + Z$$

Dire quale delle affermazioni che seguono è *falsa*.

A)  $X(t)$  può assumere qualunque valore reale.

B)  $X(t)$  è ergodico per l'autocorrelazione.

C)  $X(t)$  è stazionario del prim'ordine.

D)  $X(t)$  ha valor medio nullo.

**Esercizio 6. (Punti 1.5)** Sia dato il processo  $X(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - kT - \Theta)$ , dove  $\Theta$  è una variabile casuale con densità di probabilità  $f_\Theta(\theta) = \frac{1}{2}e^{-|\theta|}$ . La media del processo  $X(t)$  vale:

A)  $E\{X(t)\} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - kT)$

B)  $E\{X(t)\} = \frac{1}{2} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} e^{-|t-kT|}$

C)  $E\{X(t)\} = \frac{1}{T}$

D)  $E\{X(t)\} = \frac{1}{2}e^{-|t|}$

**Esercizio 7. (Punti 1.5)** Un filtro numerico reale e causale ha una funzione di trasferimento con tre zeri  $w_i = e^{ji\pi/4}$  ( $i = 1, 2, 3$ ). Il filtro è realizzato per mezzo di un filtro trasversale con  $L$  coefficienti  $b_i$ . Inoltre  $H(z)$  è uguale a 0.1 quando  $z = 1$  e  $L \leq 7$ .

Dire quali delle seguenti affermazioni è vera.

A)  $b_0 = 0.025$ ;  $b_i = 0$  per  $i$  dispari.

B)  $b_0 < 1$ ;  $b_i \neq 0$  per  $0 \leq i \leq 7$ .

C)  $b_0 = 0.025$ ;  $b_i = 0$  per  $i > 4$ .

D)  $b_0 \geq 1$ ;  $b_i \neq 0$  per  $0 \leq i \leq 7$ .

**Esercizio 8. (Punti 1.)** Si consideri un filtro numerico con trasformata zeta

$$H(z) = \frac{(z-a)(z-b)}{z-c}$$

con  $a, b, c \neq 0$ .

Indicare quale delle seguenti affermazioni è errata

- A)** nessuna delle altre risposte è errata
- B)** Se  $c \neq a$  e  $c \neq b$ , il filtro è IIR e causale
- C)** Se  $c \neq a$  e  $c \neq b$ , il filtro è IIR e non causale
- D)** Il filtro è sempre non causale

5 Novembre 2008

## Compito accorpato TDS-MES (INF - laureandi)

NOTA: Consegnare il testo completo di tutti i fogli e la tabellina con le risposte, ricordandosi di riportare nell'apposito spazio nome e numero di matricola; riportare al più una risposta per ogni esercizio usando LETTERE MAIUSCOLE. Si invitano gli studenti a prendere nota del numero del compito e delle risposte date. Ciò permetterà un immediato confronto con le stringhe corrette che verranno pubblicate sul portale.

Nome	
Cognome	
Matricola	
Compito	26

Esercizio	1	2	3	4	5	6	7	8
Risposta								

**Esercizio 1. (Punti 1.5)** Un filtro numerico reale e causale ha una funzione di trasferimento con tre zeri  $w_i = e^{ji\pi/4}$  ( $i = 1, 2, 3$ ). Il filtro è realizzato per mezzo di un filtro trasversale con  $L$  coefficienti  $b_i$ . Inoltre  $H(z)$  è uguale a 0.1 quando  $z = 1$  e  $L \leq 7$ .

Dire quali delle seguenti affermazioni è vera.

- A)  $b_0 < 1$ ;  $b_i \neq 0$  per  $0 \leq i \leq 7$ .
- B)  $b_0 \geq 1$ ;  $b_i \neq 0$  per  $0 \leq i \leq 7$ .
- C)  $b_0 = 0.025$ ;  $b_i = 0$  per  $i$  dispari.
- D)  $b_0 = 0.025$ ;  $b_i = 0$  per  $i > 4$ .

**Esercizio 2. (Punti 1.)** Si consideri un filtro numerico con trasformata zeta

$$H(z) = \frac{(z-a)(z-b)}{z-c}$$

con  $a, b, c \neq 0$ .

Indicare quale delle seguenti affermazioni è errata

- A) Se  $c \neq a$  e  $c \neq b$ , il filtro è IIR e non causale
- B) Il filtro può essere FIR o IIR a seconda dei parametri
- C) Il filtro è causale
- D) nessuna delle altre risposte è errata

**Esercizio 3. (Punti 1.5)** Si calcoli la convoluzione delle due sequenze

$$x[n] = p^n \quad n = 0, \dots, N; \quad x[n] = 0 \quad \text{altrove}$$
$$y[n] = p^n u[n]$$

- A)  $y[n] * x[n] = (2p)^n u[n]$
- B)  $y[n] * x[n] = (1+n)p^n \quad n \in [0, N]; \quad y[n] * x[n] = (1+N)p^n \quad n \geq N;$
- C)  $y[n] * x[n] = (1+N)p^n u[n]$
- D) nessuna delle altre risposte

**Esercizio 4. (Punti 1.5)** Sia dato il processo  $X(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - kT - \Theta)$ , dove  $\Theta$  è una variabile casuale con densità di probabilità  $f_{\Theta}(\theta) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-\theta^2}$ . La media del processo  $X(t)$  vale:

- A)  $E\{X(t)\} = \frac{1}{T}$   
 B)  $E\{X(t)\} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} e^{-(t-kT)^2}$   
 C)  $E\{X(t)\} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - kT)$   
 D)  $E\{X(t)\} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-t^2}$

**Esercizio 5. (Punti 1.5)** Sia dato un processo casuale stazionario ed ergodico  $Y(t)$  con densità di probabilità del prim'ordine  $f_Y(y) = 0.5e^{-|y|}$ , ed una variabile casuale  $Z$ , indipendente da  $Y(t)$ , uniformemente distribuita in  $[-2, +2]$ . Si generi il processo casuale

$$X(t) = Y(t) + Z$$

Dire quale delle affermazioni che seguono è *falsa*.

- A)  $X(t)$  può assumere qualunque valore reale.  
 B)  $X(t)$  ha valor medio nullo.  
 C)  $X(t)$  è ergodico per l'autocorrelazione.  
 D)  $X(t)$  è stazionario del prim'ordine.

**Esercizio 6. (Punti 1.5)** Si consideri il processo casuale

$$y(t) = x(t)q(t)$$

dove  $x(t)$  è un processo casuale WSS con densità spettrale di potenza

$$S_x(f) = \sqrt{2\pi} \exp(-2\pi^2 f^2)$$

e

$$q(t) = \begin{cases} 2 & \text{per } kT \leq t < kT + \frac{T}{2} \\ 0 & \text{per } kT + \frac{T}{2} \leq t < kT + T \end{cases}$$

dove  $k$  è un intero con  $-\infty < k < +\infty$  e  $T > 0$ . Detta  $R_y(t, \tau) = E[y(t)y(t+\tau)]$  l'autocorrelazione del processo  $y(t)$ , quanto vale  $R_y(t, T)$ ?

- A)  $R_y(t, T) = 0$   
 B)  $R_y(t, T) = \exp\left(\frac{-T^2}{2}\right)q^2(t)$   
 C)  $R_y(t, T) = \exp\left(\frac{-T^2}{2}\right)$   
 D)  $R_y(t, T) = \exp\left(\frac{-T^2}{2}\right)q(t)$

**Esercizio 7. (Punti 1.)** Calcolare il prodotto scalare dei segnali  $x(t) = 2\cos^2(2\pi t) + \cos(2\pi t) + \frac{1}{2}\sin(8\pi t)$  e  $y(t) = \frac{1}{2} - \frac{2}{3}\cos(2\pi t) - \frac{2}{3}\sin(8\pi t)$  sull'intervallo  $t \in [0, 1]$ . Il risultato vale:

- A) 0  
 B)  $\frac{1}{2}$   
 C) 1  
 D)  $\frac{1}{3}$

**Esercizio 8. (Punti 1)** Si vuole effettuare per via numerica la trasformata di Fourier di un segnale periodico di periodo  $T$

$$x(t) = \cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right)$$

A tale fine:

- Si tronca  $x(t)$  su un intervallo temporale pari a  $2T$ ;



- Si campiona il segnale prendendo 8 campioni per periodo  $T$ ;
- Si effettua la DFT della sequenza ottenuta.

Indicare quale delle seguenti affermazioni è errata

- A) La risoluzione in frequenza è pari a  $1/(2T)$ .
- B) La DFT fornisce 16 campioni dello spettro del segnale
- C) La DFT fornisce due soli valori non nulli, di cui uno è il terzo della serie
- D) La DFT fornisce un solo valore non nullo, e precisamente il quinto della serie

5 Novembre 2008

## Compito accorpato TDS-MES (INF - laureandi)

NOTA: Consegnare il testo completo di tutti i fogli e la tabellina con le risposte, ricordandosi di riportare nell'apposito spazio nome e numero di matricola; riportare al più una risposta per ogni esercizio usando LETTERE MAIUSCOLE. Si invitano gli studenti a prendere nota del numero del compito e delle risposte date. Ciò permetterà un immediato confronto con le stringhe corrette che verranno pubblicate sul portale.

Nome	
Cognome	
Matricola	
Compito	27

Esercizio	1	2	3	4	5	6	7	8
Risposta								

**Esercizio 1. (Punti 1.5)** Si calcoli la convoluzione delle due sequenze

$$x[n] = \binom{N}{n} p^n (1-p)^{N-n} \quad n = 0, \dots, N; \quad x[n] = 0 \quad \text{altrove}$$

$$y[n] = u[n]$$

A)  $y[n] * x[n] = \sum_{k=0}^n \binom{N}{k} p^k (1-p)^{N-k} \quad n = 0, \dots, N-1; y[n] * x[n] = 1 \text{ per } n \geq N$

B) nessuna delle altre risposte

C)  $y[n] * x[n] = \sum_{k=0}^n \binom{N}{k} p^k (1-p)^{N-k} \quad n = 0, \dots, N-1; y[n] * x[n] = N \text{ per } n \geq N$

D)  $y[n] * x[n] = \sum_{k=0}^N \binom{N}{k} p^k (1-p)^{N-k} \quad n = 0, \dots, N-1; y[n] * x[n] = 1 \text{ per } n \geq N$

**Esercizio 2. (Punti 1.5)** Sia dato il processo  $X(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - kT - \Theta)$ , dove  $\Theta$  è una variabile casuale con densità di probabilità  $f_{\Theta}(\theta) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-\theta^2}$ . La media del processo  $X(t)$  vale:

A)  $E\{X(t)\} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} e^{-(t-kT)^2}$

B)  $E\{X(t)\} = \frac{1}{T}$

C)  $E\{X(t)\} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - kT)$

D)  $E\{X(t)\} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-t^2}$

**Esercizio 3. (Punti 1.5)** Un filtro numerico reale e causale ha una funzione di trasferimento con tre zeri  $w_i = e^{j\pi/4}$  ( $i = 1, 2, 3$ ). Il filtro è realizzato per mezzo di un filtro trasversale con  $L$  coefficienti  $b_i$ . Inoltre  $H(z)$  è uguale a 1 quando  $z = 1$  e  $L \leq 7$ .

Dire quali delle seguenti affermazioni è vera.

A)  $b_0 = 0.25; b_i = 0$  per  $i$  dispari.

B)  $b_0 \geq 1; b_i \neq 0$  per  $0 \leq i \leq 7$ .

C)  $b_0 = 0.25; b_i = 0$  per  $i > 4$ .

D)  $b_0 < 1; b_i \neq 0$  per  $0 \leq i \leq 7$ .

**Esercizio 4. (Punti 1)** Si vuole effettuare per via numerica la trasformata di Fourier di un segnale periodico di periodo  $T$

$$x(t) = \cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right)$$

A tale fine:

- Si tronca  $x(t)$  su un intervallo temporale pari a  $2T$ ;
- Si campiona il segnale prendendo 8 campioni per periodo  $T$ ;
- Si effettua la DFT della sequenza ottenuta.

Indicare quale delle seguenti affermazioni è corretta

- A) La DFT fornisce due soli valori non nulli, di cui uno è il terzo della serie  
 B) La DFT fornisce un solo valore non nullo, e precisamente il quinto della serie  
 C) La DFT fornisce più di due valori diversi da zero  
 D) Nessuna delle altre risposte è corretta

**Esercizio 5. (Punti 1.)** Calcolare il prodotto scalare dei segnali  $x(t) = \frac{2}{3} \sin^2(4\pi t) + 2 \cos(2\pi t) + \sin(6\pi t)$  e  $y(t) = 1 + \frac{2}{3} \cos(2\pi t) - 2 \sin(4\pi t) + 6 \cos(8\pi t)$  sull'intervallo  $t \in [0, 1]$ . Il risultato vale:

- A) 1  
 B)  $\frac{1}{3}$   
 C) 0  
 D)  $\frac{1}{2}$

**Esercizio 6. (Punti 1.)** Si consideri un filtro numerico con trasformata zeta

$$H(z) = \frac{(z-a)(z-b)}{z-c}$$

con  $a, b, c \neq 0$ .

Indicare quale delle seguenti affermazioni è corretta

- A) Il filtro è non causale  
 B) Il filtro è sempre IIR  
 C) Se  $c \neq a$  e  $c \neq b$ , il filtro è IIR e causale  
 D) nessuna delle altre risposte è corretta

**Esercizio 7. (Punti 1.5)** Si consideri il processo casuale

$$y(t) = x(t)q(t)$$

dove  $x(t)$  è un processo casuale WSS con densità spettrale di potenza

$$S_x(f) = \sqrt{2\pi} \exp(-2\pi^2 f^2)$$

e

$$q(t) = \begin{cases} 2 & \text{per } kT \leq t < kT + \frac{T}{2} \\ 0 & \text{per } kT + \frac{T}{2} \leq t < kT + T \end{cases}$$

dove  $k$  è un intero con  $-\infty < k < +\infty$  e  $T > 0$ . Detta  $R_y(t, \tau) = E[y(t)y(t+\tau)]$  l'autocorrelazione del processo  $y(t)$ , quanto vale  $R_y(t, T)$ ?

- A)  $R_y(t, T) = 0$   
 B)  $R_y(t, T) = \exp(-\frac{T^2}{2})q(t)$   
 C)  $R_y(t, T) = \exp(-\frac{T^2}{2})q^2(t)$   
 D)  $R_y(t, T) = \exp(-\frac{T^2}{2})$

**Esercizio 8. (Punti 1.5)** Sia dato un processo casuale stazionario ed ergodico  $Y(t)$  con densità di probabilità del prim'ordine  $f_Y(y) = 0.5e^{-|y|}$ , ed una variabile casuale  $Z$ , indipendente da  $Y(t)$ , uniformemente distribuita in  $[-2, +2]$ . Si generi il processo casuale

$$X(t) = Y(t) + Z$$

Dire quale delle affermazioni che seguono è *falsa*.

- A)  $X(t)$  può assumere qualunque valore reale.
- B)  $X(t)$  è stazionario del prim'ordine.
- C)  $X(t)$  ha valor medio nullo.
- D)  $X(t)$  è ergodico per l'autocorrelazione.

5 Novembre 2008

## Compito accorpato TDS-MES (INF - laureandi)

NOTA: Consegnare il testo completo di tutti i fogli e la tabellina con le risposte, ricordandosi di riportare nell'apposito spazio nome e numero di matricola; riportare al più una risposta per ogni esercizio usando LETTERE MAIUSCOLE. Si invitano gli studenti a prendere nota del numero del compito e delle risposte date. Ciò permetterà un immediato confronto con le stringhe corrette che verranno pubblicate sul portale.

Nome	
Cognome	
Matricola	
Compito	28

Esercizio	1	2	3	4	5	6	7	8
Risposta								

**Esercizio 1. (Punti 1)** Si vuole effettuare per via numerica la trasformata di Fourier di un segnale periodico di periodo  $T$

$$x(t) = \cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right)$$

A tale fine:

- Si tronca  $x(t)$  su un intervallo temporale pari a  $2T$ ;
- Si campiona il segnale prendendo 8 campioni per periodo  $T$ ;
- Si effettua la DFT della sequenza ottenuta.

Indicare quale delle seguenti affermazioni è corretta

- A) La DFT fornisce un solo valore non nullo, e precisamente il quinto della serie
- B) La DFT fornisce più di due valori diversi da zero
- C) Nessuna delle altre risposte è corretta
- D) La DFT fornisce due soli valori non nulli, di cui uno è il terzo della serie

**Esercizio 2. (Punti 1.)** Si consideri un filtro numerico con trasformata zeta

$$H(z) = \frac{(z-a)(z-b)}{z-c}$$

con  $a, b, c \neq 0$ .

Indicare quale delle seguenti affermazioni è corretta

- A) nessuna delle altre risposte è corretta
- B) Il filtro è non causale
- C) Il filtro è sempre IIR
- D) Se  $c \neq a$  e  $c \neq b$ , il filtro è IIR e causale

**Esercizio 3. (Punti 1.5)** Sia dato un processo casuale stazionario ed ergodico  $Y(t)$  con densità di probabilità del prim'ordine  $f_Y(y) = 0.5e^{-|y|}$ , ed una variabile casuale  $Z$ , indipendente da  $Y(t)$ , uniformemente distribuita in  $[-2, +2]$ . Si generi il processo casuale

$$X(t) = Y(t) + Z$$

Dire quale delle affermazioni che seguono è *falsa*.

- A)  $X(t)$  è ergodico per l'autocorrelazione.

- B)  $X(t)$  è stazionario del prim'ordine.  
 C)  $X(t)$  può assumere qualunque valore reale.  
 D)  $X(t)$  ha valor medio nullo.

**Esercizio 4. (Punti 1.5)** Si calcoli la convoluzione delle due sequenze

$$x[n] = \binom{N}{n} p^n (1-p)^{N-n} \quad n = 0, \dots, N; \quad x[n] = 0 \quad \text{altrove}$$

$$y[n] = u[n]$$

- A)  $y[n] * x[n] = \sum_{k=0}^N \binom{N}{k} p^k (1-p)^{N-k} \quad n = 0, \dots, N-1; y[n] * x[n] = 1 \text{ per } n \geq N$   
 B)  $y[n] * x[n] = \sum_{k=0}^n \binom{N}{k} p^k (1-p)^{N-k} \quad n = 0, \dots, N-1; y[n] * x[n] = N \text{ per } n \geq N$   
 C)  $y[n] * x[n] = \sum_{k=0}^n \binom{N}{k} p^k (1-p)^{N-k} \quad n = 0, \dots, N-1; y[n] * x[n] = 1 \text{ per } n \geq N$   
 D) nessuna delle altre risposte

**Esercizio 5. (Punti 1.)** Calcolare il prodotto scalare dei segnali  $x(t) = \frac{2}{3} \sin^2(4\pi t) + 2 \cos(2\pi t) + \sin(6\pi t)$  e  $y(t) = 1 + \frac{2}{3} \cos(2\pi t) - 2 \sin(4\pi t) + 6 \cos(8\pi t)$  sull'intervallo  $t \in [0, 1]$ . Il risultato vale:

- A)  $\frac{1}{2}$   
 B)  $\frac{1}{3}$   
 C) 1  
 D) 0

**Esercizio 6. (Punti 1.5)** Sia dato il processo  $X(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - kT - \Theta)$ , dove  $\Theta$  è una variabile casuale con densità di probabilità  $f_{\Theta}(\theta) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-\theta^2}$ . La media del processo  $X(t)$  vale:

- A)  $E\{X(t)\} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - kT)$   
 B)  $E\{X(t)\} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-t^2}$   
 C)  $E\{X(t)\} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} e^{-(t-kT)^2}$   
 D)  $E\{X(t)\} = \frac{1}{T}$

**Esercizio 7. (Punti 1.5)** Un filtro numerico reale e causale ha una funzione di trasferimento con tre zeri  $w_i = e^{ji\pi/4}$  ( $i = 1, 2, 3$ ). Il filtro è realizzato per mezzo di un filtro trasversale con  $L$  coefficienti  $b_i$ . Inoltre  $H(z)$  è uguale a 1 quando  $z = 1$  e  $L \leq 7$ .

Dire quali delle seguenti affermazioni è vera.

- A)  $b_0 \geq 1; b_i \neq 0$  per  $0 \leq i \leq 7$ .  
 B)  $b_0 = 0.25; b_i = 0$  per  $i$  dispari.  
 C)  $b_0 < 1; b_i \neq 0$  per  $0 \leq i \leq 7$ .  
 D)  $b_0 = 0.25; b_i = 0$  per  $i > 4$ .

**Esercizio 8. (Punti 1.5)** Si consideri il processo casuale

$$y(t) = x(t)q(t)$$

dove  $x(t)$  è un processo casuale WSS con densità spettrale di potenza

$$S_x(f) = \frac{2}{1 + 4\pi^2 f^2}$$

e

$$q(t) = \begin{cases} 4 & \text{per } kT \leq t < kT + \frac{T}{2} \\ 0 & \text{per } kT + \frac{T}{2} \leq t < kT + T \end{cases}$$

dove  $k$  è un intero con  $-\infty < k < +\infty$  e  $T > 0$ . Detta  $R_y(t, \tau) = E[y(t)y(t+\tau)]$  l'autocorrelazione del processo  $y(t)$ , quanto vale  $R_y(t, T)$ ?

- A)  $R_y(t, T) = \exp(T)q(t)$
- B)  $R_y(t, T) = \exp(-T)q(t)$
- C)  $R_y(t, T) = 0$
- D)  $R_y(t, T) = \exp(-T)q^2(t)$

5 Novembre 2008

## Compito accorpato TDS-MES (INF - laureandi)

NOTA: Consegnare il testo completo di tutti i fogli e la tabellina con le risposte, ricordandosi di riportare nell'apposito spazio nome e numero di matricola; riportare al più una risposta per ogni esercizio usando LETTERE MAIUSCOLE. Si invitano gli studenti a prendere nota del numero del compito e delle risposte date. Ciò permetterà un immediato confronto con le stringhe corrette che verranno pubblicate sul portale.

Nome	
Cognome	
Matricola	
Compito	29

Esercizio	1	2	3	4	5	6	7	8
Risposta								

**Esercizio 1. (Punti 1.5)** Un filtro numerico reale e causale ha una funzione di trasferimento con tre zeri  $w_i = e^{ji\pi/4}$  ( $i = 1, 2, 3$ ). Il filtro è realizzato per mezzo di un filtro trasversale con  $L$  coefficienti  $b_i$ . Inoltre  $H(z)$  è uguale a 1 quando  $z = 1$  e  $L \leq 7$ .

Dire quali delle seguenti affermazioni è vera.

- A)  $b_0 = 0.25$ ;  $b_i = 0$  per  $i > 4$ .
- B)  $b_0 \geq 1$ ;  $b_i \neq 0$  per  $0 \leq i \leq 7$ .
- C)  $b_0 < 1$ ;  $b_i \neq 0$  per  $0 \leq i \leq 7$ .
- D)  $b_0 = 0.25$ ;  $b_i = 0$  per  $i$  dispari.

**Esercizio 2. (Punti 1.)** Calcolare il prodotto scalare dei segnali  $x(t) = \cos^2(2\pi t) + \sin(6\pi t)$  e  $y(t) = \frac{1}{2} + \cos(2\pi t) - 2\cos(4\pi t) + \frac{1}{2}\sin(6\pi t)$  sull'intervallo  $t \in [0, 1]$ . Il risultato vale:

- A) 0
- B)  $\frac{1}{2}$
- C)  $\frac{1}{3}$
- D) 1

**Esercizio 3. (Punti 1)** Si vuole effettuare per via numerica la trasformata di Fourier di un segnale periodico di periodo  $T$

$$x(t) = \cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right)$$

A tale fine:

- Si tronca  $x(t)$  su un intervallo temporale pari a  $2T$ ;
- Si campiona il segnale prendendo 8 campioni per periodo  $T$ ;
- Si effettua la DFT della sequenza ottenuta.

Indicare quale delle seguenti affermazioni è errata

- A) La DFT fornisce due soli valori non nulli, di cui uno è il terzo della serie
- B) La DFT fornisce 16 campioni dello spettro del segnale
- C) La DFT fornisce un solo valore non nullo, e precisamente il quinto della serie



D) La risoluzione in frequenza è pari a  $1/(2T)$ .

**Esercizio 4. (Punti 1.)** Si consideri un filtro numerico con trasformata zeta

$$H(z) = \frac{(z-a)(z-b)}{z-c}$$

con  $a, b, c \neq 0$ .

Indicare quale delle seguenti affermazioni è errata

- A) nessuna delle altre risposte è errata
- B) Se  $c \neq a$  e  $c \neq b$ , il filtro è IIR e non causale
- C) Il filtro può essere FIR o IIR a seconda dei parametri
- D) Il filtro è causale

**Esercizio 5. (Punti 1.5)** Sia dato un processo casuale gaussiano stazionario ed ergodico  $Y(t)$ , a valor medio nullo e varianza unitaria, ed una variabile casuale  $Z$ , indipendente da  $Y(t)$ , uniformemente distribuita in  $[-1, +1]$ . Si generi il processo casuale

$$W(t) = Y(t) + Z$$

Dire quale delle affermazioni che seguono è corretta.

- A)  $W(t)$  è ergodico per la media.
- B)  $W(t)$  non è ergodico per l'autocorrelazione.
- C)  $W(t)$  è un processo gaussiano a valor medio nullo.
- D)  $W(t)$  non è stazionario del prim'ordine.

**Esercizio 6. (Punti 1.5)** Sia dato il processo  $X(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t-k-\Theta)$ , dove  $\Theta$  è una variabile casuale con densità di probabilità  $f_{\Theta}(\theta) = e^{-2|\theta|}$ . La media del processo  $X(t)$  vale:

- A)  $E\{X(t)\} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} e^{-2|t-k|}$
- B)  $E\{X(t)\} = e^{-2|t|}$
- C)  $E\{X(t)\} = 1$
- D)  $E\{X(t)\} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t-k)$

**Esercizio 7. (Punti 1.5)** Si calcoli la convoluzione delle due sequenze

$$x[n] = 1 \quad n = 0, \dots, N; \quad x[n] = 0 \quad \text{altrove}$$
$$y[n] = p^n u[n]$$

- A)  $y[n] * x[n] = (p)^n u[n]$
- B) nessuna delle altre risposte
- C)  $y[n] * x[n] = \frac{p^{n+1}-1}{p-1} \quad n \in [0, N]; \quad y[n] * x[n] = \frac{p^{n+1}}{p-1} (1 - p^{-N-1}) \quad n \geq N;$
- D)  $y[n] * x[n] = \frac{p^n-1}{p-1} \quad n \in [0, N]; \quad y[n] * x[n] = \frac{p^n}{p-1} (1 - p^{-N}) \quad n \geq N;$

**Esercizio 8. (Punti 1.5)** Si consideri il processo casuale

$$y(t) = x(t)q(t)$$

dove  $x(t)$  è un processo casuale WSS con densità spettrale di potenza

$$S_x(f) = \sqrt{2\pi} \exp(-2\pi^2 f^2)$$

e

$$q(t) = \begin{cases} 2 & \text{per } kT \leq t < kT + \frac{T}{2} \\ 0 & \text{per } kT + \frac{T}{2} \leq t < kT + T \end{cases}$$

dove  $k$  è un intero con  $-\infty < k < +\infty$  e  $T > 0$ . Detta  $R_y(t, \tau) = E[y(t)y(t+\tau)]$  l'autocorrelazione del processo  $y(t)$ , quanto vale  $R_y(t, T)$ ?

- A)**  $R_y(t, T) = \exp\left(\frac{-T^2}{2}\right)q(t)$
- B)**  $R_y(t, T) = \exp\left(\frac{-T^2}{2}\right)$
- C)**  $R_y(t, T) = \exp\left(\frac{-T^2}{2}\right)q^2(t)$
- D)**  $R_y(t, T) = 0$

5 Novembre 2008

## Compito accorpato TDS-MES (INF - laureandi)

NOTA: Consegnare il testo completo di tutti i fogli e la tabellina con le risposte, ricordandosi di riportare nell'apposito spazio nome e numero di matricola; riportare al più una risposta per ogni esercizio usando LETTERE MAIUSCOLE. Si invitano gli studenti a prendere nota del numero del compito e delle risposte date. Ciò permetterà un immediato confronto con le stringhe corrette che verranno pubblicate sul portale.

Nome	
Cognome	
Matricola	
Compito	30

Esercizio	1	2	3	4	5	6	7	8
Risposta								

**Esercizio 1. (Punti 1.)** Calcolare il prodotto scalare dei segnali  $x(t) = \cos^2(2\pi t) + \sin(6\pi t)$  e  $y(t) = \frac{1}{2} + \cos(2\pi t) - 2\cos(4\pi t) + \frac{1}{2}\sin(6\pi t)$  sull'intervallo  $t \in [0, 1]$ . Il risultato vale:

- A)  $\frac{1}{3}$
- B) 0
- C) 1
- D)  $\frac{1}{2}$

**Esercizio 2. (Punti 1.5)** Sia dato un processo casuale gaussiano stazionario ed ergodico  $Y(t)$ , a valor medio nullo e varianza unitaria, ed una variabile casuale  $Z$ , indipendente da  $Y(t)$ , uniformemente distribuita in  $[-1, +1]$ . Si generi il processo casuale

$$W(t) = Y(t) + Z$$

Dire quale delle affermazioni che seguono è corretta.

- A)  $W(t)$  è ergodico per la media.
- B)  $W(t)$  non è ergodico per l'autocorrelazione.
- C)  $W(t)$  è un processo gaussiano a valor medio nullo.
- D)  $W(t)$  non è stazionario del prim'ordine.

**Esercizio 3. (Punti 1.5)** Si calcoli la convoluzione delle due sequenze

$$x[n] = 1 \quad n = 0, \dots, N; \quad x[n] = 0 \quad \text{altrove}$$

$$y[n] = p^n u[n]$$

- A)  $y[n] * x[n] = (p)^n u[n]$
- B)  $y[n] * x[n] = \frac{p^{n+1}-1}{p-1} \quad n \in [0, N]; \quad y[n] * x[n] = \frac{p^{n+1}}{p-1}(1 - p^{-N-1}) \quad n \geq N;$
- C) nessuna delle altre risposte
- D)  $y[n] * x[n] = \frac{p^n-1}{p-1} \quad n \in [0, N]; \quad y[n] * x[n] = \frac{p^n}{p-1}(1 - p^{-N}) \quad n \geq N;$

**Esercizio 4. (Punti 1.)** Si consideri un filtro numerico con trasformata zeta

$$H(z) = \frac{(z-a)(z-b)}{z-c}$$

con  $a, b, c \neq 0$ .

Indicare quale delle seguenti affermazioni è corretta

- A) Se  $c \neq a$  e  $c \neq b$ , il filtro è IIR e causale
- B) nessuna delle altre risposte è corretta
- C) Il filtro è non causale
- D) Il filtro è sempre IIR

**Esercizio 5. (Punti 1)** Si vuole effettuare per via numerica la trasformata di Fourier di un segnale periodico di periodo  $T$

$$x(t) = \cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right)$$

A tale fine:

- Si tronca  $x(t)$  su un intervallo temporale pari a  $2T$ ;
- Si campiona il segnale prendendo 8 campioni per periodo  $T$ ;
- Si effettua la DFT della sequenza ottenuta.

Indicare quale delle seguenti affermazioni è corretta

- A) La DFT fornisce più di due valori diversi da zero
- B) La DFT fornisce un solo valore non nullo, e precisamente il quinto della serie
- C) Nessuna delle altre risposte è corretta
- D) La DFT fornisce due soli valori non nulli, di cui uno è il terzo della serie

**Esercizio 6. (Punti 1.5)** Si consideri il processo casuale

$$y(t) = x(t)q(t)$$

dove  $x(t)$  è un processo casuale WSS con densità spettrale di potenza

$$S_x(f) = \sqrt{2\pi} \exp(-2\pi^2 f^2)$$

e

$$q(t) = \begin{cases} 1 & \text{per } kT \leq t < kT + \frac{T}{2} \\ 0 & \text{per } kT + \frac{T}{2} \leq t < kT + T \end{cases}$$

dove  $k$  è un intero con  $-\infty < k < +\infty$  e  $T > 0$ . Detta  $R_y(t, \tau) = E[y(t)y(t+\tau)]$  l'autocorrelazione del processo  $y(t)$ , quanto vale  $R_y(t, T)$ ?

- A)  $R_y(t, T) = \exp\left(\frac{-T^2}{2}\right)q(t)$
- B)  $R_y(t, T) = 0$
- C)  $R_y(t, T) = \exp\left(\frac{-T^2}{2}\right)q(t - T/2)$
- D)  $R_y(t, T) = \exp\left(\frac{-T^2}{2}\right)$

**Esercizio 7. (Punti 1.5)** Un filtro numerico reale e causale ha una funzione di trasferimento con tre zeri  $w_i = e^{j\pi/4}$  ( $i = 1, 2, 3$ ). Il filtro è realizzato per mezzo di un filtro trasversale con  $L$  coefficienti  $b_i$ . Inoltre  $H(z)$  è uguale a 0.1 quando  $z = 1$  e  $L \leq 7$ .

Dire quali delle seguenti affermazioni è vera.

- A)  $b_0 \geq 1$ ;  $b_i \neq 0$  per  $0 \leq i \leq 7$ .
- B)  $b_0 = 0.025$ ;  $b_i = 0$  per  $i > 4$ .
- C)  $b_0 = 0.025$ ;  $b_i = 0$  per  $i$  dispari.
- D)  $b_0 < 1$ ;  $b_i \neq 0$  per  $0 \leq i \leq 7$ .

**Esercizio 8. (Punti 1.5)** Sia dato il processo  $X(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - kT - \Theta)$ , dove  $\Theta$  è una variabile casuale con densità di probabilità  $f_\Theta(\theta) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-\theta^2}$ . La media del processo  $X(t)$  vale:

**A)**  $E\{X(t)\} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} e^{-(t-kT)^2}$

**B)**  $E\{X(t)\} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-t^2}$

**C)**  $E\{X(t)\} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - kT)$

**D)**  $E\{X(t)\} = \frac{1}{T}$

5 Novembre 2008

## Compito accorpato TDS-MES (INF - laureandi)

NOTA: Consegnare il testo completo di tutti i fogli e la tabellina con le risposte, ricordandosi di riportare nell'apposito spazio nome e numero di matricola; riportare al più una risposta per ogni esercizio usando LETTERE MAIUSCOLE. Si invitano gli studenti a prendere nota del numero del compito e delle risposte date. Ciò permetterà un immediato confronto con le stringhe corrette che verranno pubblicate sul portale.

Nome	
Cognome	
Matricola	
Compito	31

Esercizio	1	2	3	4	5	6	7	8
Risposta								

**Esercizio 1. (Punti 1.5)** Un filtro numerico reale e causale ha una funzione di trasferimento con tre zeri  $w_i = e^{ji\pi/4}$  ( $i = 1, 2, 3$ ). Il filtro è realizzato per mezzo di un filtro trasversale con  $L$  coefficienti  $b_i$ . Inoltre  $H(z)$  è uguale a 1 quando  $z = 1$  e  $L \leq 7$ .

Dire quali delle seguenti affermazioni è vera.

- A)  $b_0 = 0.25$ ;  $b_i = 0$  per  $i$  dispari.
- B)  $b_0 \geq 1$ ;  $b_i \neq 0$  per  $0 \leq i \leq 7$ .
- C)  $b_0 = 0.25$ ;  $b_i = 0$  per  $i > 4$ .
- D)  $b_0 < 1$ ;  $b_i \neq 0$  per  $0 \leq i \leq 7$ .

**Esercizio 2. (Punti 1.5)** Si calcoli la convoluzione delle due sequenze

$$x[n] = \binom{N}{n} p^n (1-p)^{N-n} \quad n = 0, \dots, N; \quad x[n] = 0 \quad \text{altrove}$$

$$y[n] = u[n]$$

- A)  $y[n] * x[n] = \sum_{k=0}^n \binom{N}{k} p^k (1-p)^{N-k} \quad n = 0, \dots, N-1$ ;  $y[n] * x[n] = N$  per  $n \geq N$
- B)  $y[n] * x[n] = \sum_{k=0}^N \binom{N}{k} p^k (1-p)^{N-k} \quad n = 0, \dots, N-1$ ;  $y[n] * x[n] = 1$  per  $n \geq N$
- C) nessuna delle altre risposte
- D)  $y[n] * x[n] = \sum_{k=0}^n \binom{N}{k} p^k (1-p)^{N-k} \quad n = 0, \dots, N-1$ ;  $y[n] * x[n] = 1$  per  $n \geq N$

**Esercizio 3. (Punti 1.0)** Si consideri un filtro numerico con trasformata zeta

$$H(z) = \frac{(z-a)(z-b)}{z-c}$$

con  $a, b, c \neq 0$ .

Indicare quale delle seguenti affermazioni è corretta.

- A) Se  $c \neq a$  e  $c \neq b$ , il filtro è IIR e non causale
- B) nessuna delle altre risposte è corretta
- C) Il filtro è sempre IIR
- D) Se  $c \neq a$  e  $c \neq b$ , il filtro è IIR e causale

**Esercizio 4. (Punti 1.5)** Sia dato un processo casuale gaussiano stazionario ed ergodico  $Y(t)$ , a valor medio nullo e varianza  $\sigma^2$ , ed una variabile casuale  $Z$ , indipendente da  $Y(t)$ , uniformemente distribuita in  $[-1/2, +1/2]$ . Si generi il processo casuale

$$V(t) = Y(t) + Z$$

Dire quale delle affermazioni che seguono è corretta.

- A)  $V(t)$  ha valor medio positivo.
- B)  $V(t)$  è un processo gaussiano.
- C)  $V(t)$  non è stazionario del prim'ordine.
- D)  $V(t)$  non è ergodico ne' per la media ne' per l'autocorrelazione.

**Esercizio 5. (Punti 1.5)** Si consideri il processo casuale

$$y(t) = x(t)q(t)$$

dove  $x(t)$  è un processo casuale WSS con densità spettrale di potenza

$$S_x(f) = \frac{2}{1 + 4\pi^2 f^2}$$

e

$$q(t) = \begin{cases} 4 & \text{per } kT \leq t < kT + \frac{T}{2} \\ 0 & \text{per } kT + \frac{T}{2} \leq t < kT + T \end{cases}$$

dove  $k$  è un intero con  $-\infty < k < +\infty$  e  $T > 0$ . Detta  $R_y(t, \tau) = E[y(t)y(t + \tau)]$  l'autocorrelazione del processo  $y(t)$ , quanto vale  $R_y(t, T)$ ?

- A)  $R_y(t, T) = 0$
- B)  $R_y(t, T) = \exp(-T)q(t)$
- C)  $R_y(t, T) = \exp(-T)q^2(t)$
- D)  $R_y(t, T) = \exp(T)q(t)$

**Esercizio 6. (Punti 1)** Si vuole effettuare per via numerica la trasformata di Fourier di un segnale periodico di periodo  $T$

$$x(t) = \cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right)$$

A tale fine:

- Si tronca  $x(t)$  su un intervallo temporale pari a  $3T$ ;
- Si campiona il segnale prendendo 4 campioni per periodo  $T$ ;
- Si effettua la DFT della sequenza ottenuta.

Indicare quale delle seguenti affermazioni è errata

- A) La DFT fornisce un solo valore non nullo, e precisamente il terzo della serie
- B) La DFT fornisce due soli valori non nulli, di cui uno è il quarto della serie
- C) La risoluzione in frequenza è pari a  $1/(3T)$ .
- D) La DFT fornisce 12 campioni dello spettro del segnale

**Esercizio 7. (Punti 1.)** Calcolare il prodotto scalare dei segnali  $x(t) = 2\cos^2(2\pi t) + \cos(2\pi t) + \frac{1}{2}\sin(8\pi t)$  e  $y(t) = \frac{1}{2} - \frac{2}{3}\cos(2\pi t) - \frac{2}{3}\sin(8\pi t)$  sull'intervallo  $t \in [0, 1]$ . Il risultato vale:

- A)  $\frac{1}{2}$
- B)  $\frac{1}{3}$
- C) 0

D) 1

**Esercizio 8. (Punti 1.5)** Sia dato il processo  $X(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - k - \Theta)$ , dove  $\Theta$  è una variabile casuale con densità di probabilità  $f_{\Theta}(\theta) = e^{-2|\theta|}$ . La media del processo  $X(t)$  vale:

A)  $E\{X(t)\} = 1$

B)  $E\{X(t)\} = e^{-2|t|}$

C)  $E\{X(t)\} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} e^{-2|t-k|}$

D)  $E\{X(t)\} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - k)$



5 Novembre 2008

## Compito accorpato TDS-MES (INF - laureandi)

NOTA: Consegnare il testo completo di tutti i fogli e la tabellina con le risposte, ricordandosi di riportare nell'apposito spazio nome e numero di matricola; riportare al più una risposta per ogni esercizio usando LETTERE MAIUSCOLE. Si invitano gli studenti a prendere nota del numero del compito e delle risposte date. Ciò permetterà un immediato confronto con le stringhe corrette che verranno pubblicate sul portale.

Nome	
Cognome	
Matricola	
Compito	32

Esercizio	1	2	3	4	5	6	7	8
Risposta								

**Esercizio 1. (Punti 1.)** Si vuole effettuare per via numerica la trasformata di Fourier di un segnale periodico di periodo  $T$

$$x(t) = \cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right)$$

A tale fine:

- Si tronca  $x(t)$  su un intervallo temporale pari a  $3T$ ;
- Si campiona il segnale prendendo 4 campioni per periodo  $T$ ;
- Si effettua la DFT della sequenza ottenuta.

Indicare quale delle seguenti affermazioni è corretta

- A) La DFT fornisce più di due valori diversi da zero
- B) La DFT fornisce un solo valore non nullo, e precisamente il primo della serie
- C) La DFT fornisce due soli valori non nulli, di cui uno è il quarto della serie
- D) Nessuna delle altre risposte è corretta

**Esercizio 2. (Punti 1.5)** Un filtro numerico reale e causale ha una funzione di trasferimento con tre zeri  $w_i = e^{j\pi/4}$  ( $i = 1, 2, 3$ ). Il filtro è realizzato per mezzo di un filtro trasversale con  $L$  coefficienti  $b_i$ . Inoltre  $H(z)$  è uguale a 0.4 quando  $z = 1$  e  $L \leq 7$ .

Dire quali delle seguenti affermazioni è vera.

- A)  $b_0 = 0.1$ ;  $b_i = 0$  per  $i$  dispari.
- B)  $b_0 = 0.1$ ;  $b_i = 0$  per  $i > 4$ .
- C)  $b_0 \geq 1$ ;  $b_i \neq 0$  per  $0 \leq i \leq 7$ .
- D)  $b_0 < 1$ ;  $b_i \neq 0$  per  $0 \leq i \leq 7$ .

**Esercizio 3. (Punti 1.5)** Si calcoli la convoluzione delle due sequenze

$$x[n] = 1 \quad n = 0, \dots, N; \quad x[n] = 0 \quad \text{altrove}$$

$$y[n] = p^n u[n]$$

- A)  $y[n] * x[n] = \frac{p^{n+1}-1}{p-1} \quad n \in [0, N]; \quad y[n] * x[n] = \frac{p^{n+1}}{p-1}(1-p^{-N-1}) \quad n \geq N;$
- B)  $y[n] * x[n] = (p)^n u[n]$

C) nessuna delle altre risposte

D)  $y[n] * x[n] = \frac{p^n - 1}{p - 1} \quad n \in [0, N]; y[n] * x[n] = \frac{p^n}{p - 1}(1 - p^{-N}) \quad n \geq N;$

**Esercizio 4. (Punti 1.)** Si consideri un filtro numerico con trasformata zeta

$$H(z) = \frac{(z - a)(z - b)}{z - c}$$

con  $a, b, c \neq 0$ .

Indicare quale delle seguenti affermazioni è errata

A) nessuna delle altre risposte è errata

B) Il filtro è sempre non causale

C) Se  $c \neq a$  e  $c \neq b$ , il filtro è IIR e causale

D) Se  $c \neq a$  e  $c \neq b$ , il filtro è IIR e non causale

**Esercizio 5. (Punti 1.5)** Sia dato il processo  $X(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - kT - \Theta)$ , dove  $\Theta$  è una variabile casuale con densità di probabilità  $f_{\Theta}(\theta) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-\theta^2}$ . La media del processo  $X(t)$  vale:

A)  $E\{X(t)\} = \frac{1}{T}$

B)  $E\{X(t)\} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-t^2}$

C)  $E\{X(t)\} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - kT)$

D)  $E\{X(t)\} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} e^{-(t-kT)^2}$

**Esercizio 6. (Punti 1.5)** Sia dato un processo casuale gaussiano stazionario ed ergodico  $Y(t)$ , a valor medio nullo e varianza  $\sigma^2$ , ed una variabile casuale  $Z$ , indipendente da  $Y(t)$ , uniformemente distribuita in  $[-1/2, +1/2]$ . Si generi il processo casuale

$$V(t) = Y(t) + Z$$

Dire quale delle affermazioni che seguono è corretta.

A)  $V(t)$  non è ergodico ne' per la media ne' per l'autocorrelazione .

B)  $V(t)$  non è stazionario del prim'ordine.

C)  $V(t)$  è un processo gaussiano.

D)  $V(t)$  ha valor medio positivo.

**Esercizio 7. (Punti 1.)** Calcolare il prodotto scalare dei segnali  $x(t) = 2 \cos^2(2\pi t) + \cos(2\pi t) + \frac{1}{2} \sin(8\pi t)$  e  $y(t) = \frac{1}{2} - \frac{2}{3} \cos(2\pi t) - \frac{2}{3} \sin(8\pi t)$  sull'intervallo  $t \in [0, 1]$ . Il risultato vale:

A) 1

B)  $\frac{1}{2}$

C)  $\frac{1}{3}$

D) 0

**Esercizio 8. (Punti 1.5)** Si consideri il processo casuale

$$y(t) = x(t)q(t)$$

dove  $x(t)$  è un processo casuale WSS con densità spettrale di potenza

$$S_x(f) = \frac{2}{1 + 4\pi^2 f^2}$$

e

$$q(t) = \begin{cases} 1 & \text{per } kT \leq t < kT + \frac{T}{2} \\ 0 & \text{per } kT + \frac{T}{2} \leq t < kT + T \end{cases}$$

dove  $k$  è un intero con  $-\infty < k < +\infty$  e  $T > 0$ . Detta  $R_y(t, \tau) = E[y(t)y(t + \tau)]$  l'autocorrelazione del processo  $y(t)$ , quanto vale  $R_y(t, T)$ ?

- A)**  $R_y(t, T) = 0$
- B)**  $R_y(t, T) = \exp(-T)q(t)$
- C)**  $R_y(t, T) = \exp(-T)$
- D)**  $R_y(t, T) = \exp(T)q(t)$

5 Novembre 2008

## Compito accorpato TDS-MES (INF - laureandi)

NOTA: Consegnare il testo completo di tutti i fogli e la tabellina con le risposte, ricordandosi di riportare nell'apposito spazio nome e numero di matricola; riportare al più una risposta per ogni esercizio usando LETTERE MAIUSCOLE. Si invitano gli studenti a prendere nota del numero del compito e delle risposte date. Ciò permetterà un immediato confronto con le stringhe corrette che verranno pubblicate sul portale.

Nome	
Cognome	
Matricola	
Compito	33

Esercizio	1	2	3	4	5	6	7	8
Risposta								

**Esercizio 1. (Punti 1.5)** Si calcoli la convoluzione delle due sequenze

$$x[n] = 1 \quad n = 0, \dots, N; \quad x[n] = 0 \quad \text{altrove}$$

$$y[n] = p^n u[n]$$

A)  $y[n] * x[n] = \frac{p^{n+1}-1}{p-1} \quad n \in [0, N]; \quad y[n] * x[n] = \frac{p^{n+1}}{p-1} (1 - p^{-N-1}) \quad n \geq N;$

B)  $y[n] * x[n] = \frac{p^n-1}{p-1} \quad n \in [0, N]; \quad y[n] * x[n] = \frac{p^n}{p-1} (1 - p^{-N}) \quad n \geq N;$

C) nessuna delle altre risposte

D)  $y[n] * x[n] = (p)^n u[n]$

**Esercizio 2. (Punti 1.5)** Sia dato il processo  $X(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - kT - \Theta)$ , dove  $\Theta$  è una variabile casuale con densità di probabilità  $f_{\Theta}(\theta) = \frac{1}{2}e^{-|\theta|}$ . La media del processo  $X(t)$  vale:

A)  $E\{X(t)\} = \frac{1}{2} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} e^{-|t-kT|}$

B)  $E\{X(t)\} = \frac{1}{2}e^{-|t|}$

C)  $E\{X(t)\} = \frac{1}{T}$

D)  $E\{X(t)\} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - kT)$

**Esercizio 3. (Punti 1.5)** Si consideri il processo casuale

$$y(t) = x(t)q(t)$$

dove  $x(t)$  è un processo casuale WSS con densità spettrale di potenza

$$S_x(f) = \sqrt{2\pi} \exp(-2\pi^2 f^2)$$

e

$$q(t) = \begin{cases} 1 & \text{per } kT \leq t < kT + \frac{T}{2} \\ 0 & \text{per } kT + \frac{T}{2} \leq t < kT + T \end{cases}$$

dove  $k$  è un intero con  $-\infty < k < +\infty$  e  $T > 0$ . Detta  $R_y(t, \tau) = E[y(t)y(t+\tau)]$  l'autocorrelazione del processo  $y(t)$ , quanto vale  $R_y(t, T)$ ?

A)  $R_y(t, T) = \exp\left(\frac{-T^2}{2}\right)q(t)$

B)  $R_y(t, T) = \exp\left(\frac{-T^2}{2}\right)q(t - T/2)$

C)  $R_y(t, T) = \exp\left(\frac{-T^2}{2}\right)$

D)  $R_y(t, T) = 0$

**Esercizio 4. (Punti 1.5)** Sia dato un processo casuale stazionario ed ergodico  $Y(t)$  con densità di probabilità del prim'ordine  $f_Y(y) = 0.5e^{-|y|}$ , ed una variabile casuale  $Z$ , indipendente da  $Y(t)$ , uniformemente distribuita in  $[-2, +2]$ . Si generi il processo casuale

$$X(t) = Y(t) + Z$$

Dire quale delle affermazioni che seguono è *falsa*.

A)  $X(t)$  ha valor medio nullo.

B)  $X(t)$  può assumere qualunque valore reale.

C)  $X(t)$  è stazionario del prim'ordine.

D)  $X(t)$  è ergodico per l'autocorrelazione.

**Esercizio 5. (Punti 1)** Si vuole effettuare per via numerica la trasformata di Fourier di un segnale periodico di periodo  $T$

$$x(t) = \cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right)$$

A tale fine:

- Si tronca  $x(t)$  su un intervallo temporale pari a  $2T$ ;
- Si campiona il segnale prendendo 8 campioni per periodo  $T$ ;
- Si effettua la DFT della sequenza ottenuta.

Indicare quale delle seguenti affermazioni è corretta

A) La DFT fornisce più di due valori diversi da zero

B) La DFT fornisce due soli valori non nulli, di cui uno è il terzo della serie

C) La DFT fornisce un solo valore non nullo, e precisamente il quinto della serie

D) Nessuna delle altre risposte è corretta

**Esercizio 6. (Punti 1.)** Calcolare il prodotto scalare dei segnali  $x(t) = 2\cos^2(2\pi t) + \cos(2\pi t) + \frac{1}{2}\sin(8\pi t)$  e  $y(t) = \frac{1}{2} - \frac{2}{3}\cos(2\pi t) - \frac{2}{3}\sin(8\pi t)$  sull'intervallo  $t \in [0, 1]$ . Il risultato vale:

A)  $\frac{1}{2}$

B) 1

C) 0

D)  $\frac{1}{3}$

**Esercizio 7. (Punti 1.5)** Un filtro numerico reale e causale ha una funzione di trasferimento con tre zeri  $w_i = e^{j\pi/4}$  ( $i = 1, 2, 3$ ). Il filtro è realizzato per mezzo di un filtro trasversale con  $L$  coefficienti  $b_i$ . Inoltre  $H(z)$  è uguale a 1 quando  $z = 1$  e  $L \leq 7$ .

Dire quali delle seguenti affermazioni è vera.

A)  $b_0 < 1$ ;  $b_i \neq 0$  per  $0 \leq i \leq 7$ .

B)  $b_0 = 0.25$ ;  $b_i = 0$  per  $i$  dispari.

C)  $b_0 \geq 1$ ;  $b_i \neq 0$  per  $0 \leq i \leq 7$ .

D)  $b_0 = 0.25$ ;  $b_i = 0$  per  $i > 4$ .

**Esercizio 8. (Punti 1.)** Si consideri un filtro numerico con trasformata zeta

$$H(z) = \frac{(z-a)(z-b)}{z-c}$$

con  $a, b, c \neq 0$ .

Indicare quale delle seguenti affermazioni è corretta

- A)** nessuna delle altre risposte è corretta
- B)** Il filtro è sempre IIR
- C)** Se  $c \neq a$  e  $c \neq b$ , il filtro è IIR e causale
- D)** Il filtro è non causale

5 Novembre 2008

## Compito accorpato TDS-MES (INF - laureandi)

NOTA: Consegnare il testo completo di tutti i fogli e la tabellina con le risposte, ricordandosi di riportare nell'apposito spazio nome e numero di matricola; riportare al più una risposta per ogni esercizio usando LETTERE MAIUSCOLE. Si invitano gli studenti a prendere nota del numero del compito e delle risposte date. Ciò permetterà un immediato confronto con le stringhe corrette che verranno pubblicate sul portale.

Nome	
Cognome	
Matricola	
Compito	34

Esercizio	1	2	3	4	5	6	7	8
Risposta								

**Esercizio 1. (Punti 1.5)** Un filtro numerico reale e causale ha una funzione di trasferimento con tre zeri  $w_i = e^{ji\pi/4}$  ( $i = 1, 2, 3$ ). Il filtro è realizzato per mezzo di un filtro trasversale con  $L$  coefficienti  $b_i$ . Inoltre  $H(z)$  è uguale a 0.1 quando  $z = 1$  e  $L \leq 7$ .

Dire quali delle seguenti affermazioni è vera.

A)  $b_0 = 0.025$ ;  $b_i = 0$  per  $i$  dispari.

B)  $b_0 \geq 1$ ;  $b_i \neq 0$  per  $0 \leq i \leq 7$ .

C)  $b_0 < 1$ ;  $b_i \neq 0$  per  $0 \leq i \leq 7$ .

D)  $b_0 = 0.025$ ;  $b_i = 0$  per  $i > 4$ .

**Esercizio 2. (Punti 1.)** Calcolare il prodotto scalare dei segnali  $x(t) = \frac{2}{3} \sin^2(4\pi t) + 2 \cos(2\pi t) + \sin(6\pi t)$  e  $y(t) = 1 + \frac{2}{3} \cos(2\pi t) - 2 \sin(4\pi t) + 6 \cos(8\pi t)$  sull'intervallo  $t \in [0, 1]$ . Il risultato vale:

A) 1

B)  $\frac{1}{3}$

C)  $\frac{1}{2}$

D) 0

**Esercizio 3. (Punti 1.5)** Si consideri il processo casuale

$$y(t) = x(t)q(t)$$

dove  $x(t)$  è un processo casuale WSS con densità spettrale di potenza

$$S_x(f) = \frac{2}{1 + 4\pi^2 f^2}$$

e

$$q(t) = \begin{cases} 1 & \text{per } kT \leq t < kT + \frac{T}{2} \\ 0 & \text{per } kT + \frac{T}{2} \leq t < kT + T \end{cases}$$

dove  $k$  è un intero con  $-\infty < k < +\infty$  e  $T > 0$ . Detta  $R_y(t, \tau) = E[y(t)y(t + \tau)]$  l'autocorrelazione del processo  $y(t)$ , quanto vale  $R_y(t, T)$ ?

A)  $R_y(t, T) = \exp(-T)$

B)  $R_y(t, T) = \exp(T)q(t)$

C)  $R_y(t, T) = \exp(-T)q(t)$

D)  $R_y(t, T) = 0$

**Esercizio 4. (Punti 1.5)** Sia dato il processo  $X(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - k - \Theta)$ , dove  $\Theta$  è una variabile casuale con densità di probabilità  $f_{\Theta}(\theta) = e^{-2|\theta|}$ . La media del processo  $X(t)$  vale:

A)  $E\{X(t)\} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - k)$

B)  $E\{X(t)\} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} e^{-2|t-k|}$

C)  $E\{X(t)\} = 1$

D)  $E\{X(t)\} = e^{-2|t|}$

**Esercizio 5. (Punti 1.5)** Sia dato un processo casuale gaussiano stazionario ed ergodico  $Y(t)$ , a valor medio nullo e varianza unitaria, ed una variabile casuale  $Z$ , indipendente da  $Y(t)$ , uniformemente distribuita in  $[-1, +1]$ . Si generi il processo casuale

$$W(t) = Y(t) + Z$$

Dire quale delle affermazioni che seguono è corretta.

A)  $W(t)$  è un processo gaussiano a valor medio nullo.

B)  $W(t)$  è ergodico per la media.

C)  $W(t)$  non è stazionario del prim'ordine.

D)  $W(t)$  non è ergodico per l'autocorrelazione .

**Esercizio 6. (Punti 1.5)** Si calcoli la convoluzione delle due sequenze

$$x[n] = \binom{N}{n} p^n (1-p)^{N-n} \quad n = 0, \dots, N; \quad x[n] = 0 \quad \text{altrove}$$

$$y[n] = u[n]$$

A)  $y[n] * x[n] = \sum_{k=0}^N \binom{N}{k} p^k (1-p)^{N-k} \quad n = 0, \dots, N-1; y[n] * x[n] = 1 \text{ per } n \geq N$

B)  $y[n] * x[n] = \sum_{k=0}^n \binom{N}{k} p^k (1-p)^{N-k} \quad n = 0, \dots, N-1; y[n] * x[n] = N \text{ per } n \geq N$

C)  $y[n] * x[n] = \sum_{k=0}^n \binom{N}{k} p^k (1-p)^{N-k} \quad n = 0, \dots, N-1; y[n] * x[n] = 1 \text{ per } n \geq N$

D) nessuna delle altre risposte

**Esercizio 7. (Punti 1.0)** Si consideri un filtro numerico con trasformata zeta

$$H(z) = \frac{(z-a)(z-b)}{z-c}$$

con  $a, b, c \neq 0$ .

Indicare quale delle seguenti affermazioni è corretta.

A) Se  $c \neq a$  e  $c \neq b$ , il filtro è IIR e non causale

B) Se  $c \neq a$  e  $c \neq b$ , il filtro è IIR e causale

C) nessuna delle altre risposte è corretta

D) Il filtro è sempre IIR

**Esercizio 8. (Punti 1)** Si vuole effettuare per via numerica la trasformata di Fourier di un segnale periodico di periodo  $T$

$$x(t) = \cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right)$$

A tale fine:



- Si tronca  $x(t)$  su un intervallo temporale pari a  $2T$ ;
- Si campiona il segnale prendendo 8 campioni per periodo  $T$ ;
- Si effettua la DFT della sequenza ottenuta.

Indicare quale delle seguenti affermazioni è errata

- A)** La DFT fornisce un solo valore non nullo, e precisamente il quinto della serie
- B)** La DFT fornisce due soli valori non nulli, di cui uno è il terzo della serie
- C)** La DFT fornisce 16 campioni dello spettro del segnale
- D)** La risoluzione in frequenza è pari a  $1/(2T)$ .

5 Novembre 2008

## Compito accorpato TDS-MES (INF - laureandi)

NOTA: Consegnare il testo completo di tutti i fogli e la tabellina con le risposte, ricordandosi di riportare nell'apposito spazio nome e numero di matricola; riportare al più una risposta per ogni esercizio usando LETTERE MAIUSCOLE. Si invitano gli studenti a prendere nota del numero del compito e delle risposte date. Ciò permetterà un immediato confronto con le stringhe corrette che verranno pubblicate sul portale.

Nome	
Cognome	
Matricola	
Compito	35

Esercizio	1	2	3	4	5	6	7	8
Risposta								

**Esercizio 1. (Punti 1.)** Si vuole effettuare per via numerica la trasformata di Fourier di un segnale periodico di periodo  $T$

$$x(t) = \cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right)$$

A tale fine:

- Si tronca  $x(t)$  su un intervallo temporale pari a  $3T$ ;
- Si campiona il segnale prendendo 4 campioni per periodo  $T$ ;
- Si effettua la DFT della sequenza ottenuta.

Indicare quale delle seguenti affermazioni è corretta

- A) La DFT fornisce due soli valori non nulli, di cui uno è il quarto della serie  
B) La DFT fornisce un solo valore non nullo, e precisamente il primo della serie  
C) Nessuna delle altre risposte è corretta  
D) La DFT fornisce più di due valori diversi da zero

**Esercizio 2. (Punti 1.5)** Si calcoli la convoluzione delle due sequenze

$$x[n] = 1 \quad n = 0, \dots, N; \quad x[n] = 0 \quad \text{altrove}$$

$$y[n] = p^n u[n]$$

A)  $y[n] * x[n] = \frac{p^n - 1}{p - 1} \quad n \in [0, N]; \quad y[n] * x[n] = \frac{p^n}{p - 1}(1 - p^{-N}) \quad n \geq N;$

B) nessuna delle altre risposte

C)  $y[n] * x[n] = \frac{p^{n+1} - 1}{p - 1} \quad n \in [0, N]; \quad y[n] * x[n] = \frac{p^{n+1}}{p - 1}(1 - p^{-N-1}) \quad n \geq N;$

D)  $y[n] * x[n] = (p)^n u[n]$

**Esercizio 3. (Punti 1.5)** Si consideri il processo casuale

$$y(t) = x(t)q(t)$$

dove  $x(t)$  è un processo casuale WSS con densità spettrale di potenza

$$S_x(f) = \frac{2}{1 + 4\pi^2 f^2}$$

e

$$q(t) = \begin{cases} 1 & \text{per } kT \leq t < kT + \frac{T}{2} \\ 0 & \text{per } kT + \frac{T}{2} \leq t < kT + T \end{cases}$$

dove  $k$  è un intero con  $-\infty < k < +\infty$  e  $T > 0$ . Detta  $R_y(t, \tau) = E[y(t)y(t + \tau)]$  l'autocorrelazione del processo  $y(t)$ , quanto vale  $R_y(t, T)$ ?

- A)  $R_y(t, T) = \exp(-T)q(t)$
- B)  $R_y(t, T) = \exp(T)q(t)$
- C)  $R_y(t, T) = \exp(-T)$
- D)  $R_y(t, T) = 0$

**Esercizio 4. (Punti 1.5)** Un filtro numerico reale e causale ha una funzione di trasferimento con tre zeri  $w_i = e^{j i \pi / 4}$  ( $i = 1, 2, 3$ ). Il filtro è realizzato per mezzo di un filtro trasversale con  $L$  coefficienti  $b_i$ . Inoltre  $H(z)$  è uguale a 0.1 quando  $z = 1$  e  $L \leq 7$ .

Dire quali delle seguenti affermazioni è vera.

- A)  $b_0 \geq 1$ ;  $b_i \neq 0$  per  $0 \leq i \leq 7$ .
- B)  $b_0 < 1$ ;  $b_i \neq 0$  per  $0 \leq i \leq 7$ .
- C)  $b_0 = 0.025$ ;  $b_i = 0$  per  $i$  dispari.
- D)  $b_0 = 0.025$ ;  $b_i = 0$  per  $i > 4$ .

**Esercizio 5. (Punti 1.0)** Si consideri un filtro numerico con trasformata zeta

$$H(z) = \frac{(z-a)(z-b)}{z-c}$$

con  $a, b, c \neq 0$ .

Indicare quale delle seguenti affermazioni è corretta.

- A) nessuna delle altre risposte è corretta
- B) Il filtro è sempre IIR
- C) Se  $c \neq a$  e  $c \neq b$ , il filtro è IIR e causale
- D) Se  $c \neq a$  e  $c \neq b$ , il filtro è IIR e non causale

**Esercizio 6. (Punti 1.)** Calcolare il prodotto scalare dei segnali  $x(t) = 2 \cos^2(2\pi t) + \cos(2\pi t) + \frac{1}{2} \sin(8\pi t)$  e  $y(t) = \frac{1}{2} - \frac{2}{3} \cos(2\pi t) - \frac{2}{3} \sin(8\pi t)$  sull'intervallo  $t \in [0, 1]$ . Il risultato vale:

- A)  $\frac{1}{3}$
- B) 1
- C)  $\frac{1}{2}$
- D) 0

**Esercizio 7. (Punti 1.5)** Sia dato il processo  $X(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - kT - \Theta)$ , dove  $\Theta$  è una variabile casuale con densità di probabilità  $f_{\Theta}(\theta) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-\theta^2}$ . La media del processo  $X(t)$  vale:

- A)  $E\{X(t)\} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-t^2}$
- B)  $E\{X(t)\} = \frac{1}{T}$
- C)  $E\{X(t)\} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - kT)$
- D)  $E\{X(t)\} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} e^{-(t-kT)^2}$

**Esercizio 8. (Punti 1.5)** Sia dato un processo casuale gaussiano stazionario ed ergodico  $Y(t)$ , a valor medio nullo e varianza  $\sigma^2$ , ed una variabile casuale  $Z$ , indipendente da  $Y(t)$ , uniformemente distribuita in  $[-1/2, +1/2]$ . Si generi il processo casuale

$$V(t) = Y(t) + Z$$

Dire quale delle affermazioni che seguono è corretta.

- A)  $V(t)$  è un processo gaussiano.
- B)  $V(t)$  non è ergodico né per la media né per l'autocorrelazione .
- C)  $V(t)$  ha valor medio positivo.
- D)  $V(t)$  non è stazionario del prim'ordine.

5 Novembre 2008

## Compito accorpato TDS-MES (INF - laureandi)

NOTA: Consegnare il testo completo di tutti i fogli e la tabellina con le risposte, ricordandosi di riportare nell'apposito spazio nome e numero di matricola; riportare al più una risposta per ogni esercizio usando LETTERE MAIUSCOLE. Si invitano gli studenti a prendere nota del numero del compito e delle risposte date. Ciò permetterà un immediato confronto con le stringhe corrette che verranno pubblicate sul portale.

Nome	
Cognome	
Matricola	
Compito	36

Esercizio	1	2	3	4	5	6	7	8
Risposta								

**Esercizio 1. (Punti 1.5)** Sia dato un processo casuale gaussiano stazionario ed ergodico  $Y(t)$ , a valor medio nullo e varianza  $\sigma^2$ , ed una variabile casuale  $Z$ , indipendente da  $Y(t)$ , uniformemente distribuita in  $[-1/2, +1/2]$ . Si generi il processo casuale

$$V(t) = Y(t) + Z$$

Dire quale delle affermazioni che seguono è corretta.

- A)  $V(t)$  non è stazionario del prim'ordine.
- B)  $V(t)$  è un processo gaussiano.
- C)  $V(t)$  non è ergodico ne' per la media ne' per l'autocorrelazione .
- D)  $V(t)$  ha valor medio positivo.

**Esercizio 2. (Punti 1.)** Si consideri un filtro numerico con trasformata zeta

$$H(z) = \frac{(z-a)(z-b)}{z-c}$$

con  $a, b, c \neq 0$ .

Indicare quale delle seguenti affermazioni è corretta

- A) nessuna delle altre risposte è corretta
- B) Se  $c \neq a$  e  $c \neq b$ , il filtro è IIR e causale
- C) Il filtro è sempre IIR
- D) Il filtro è non causale

**Esercizio 3. (Punti 1.5)** Si calcoli la convoluzione delle due sequenze

$$x[n] = \binom{N}{n} p^n (1-p)^{N-n} \quad n = 0, \dots, N; \quad x[n] = 0 \quad \text{altrove}$$

$$y[n] = u[n]$$

- A)  $y[n] * x[n] = \sum_{k=0}^n \binom{N}{k} p^k (1-p)^{N-k} \quad n = 0, \dots, N-1; y[n] * x[n] = N \text{ per } n \geq N$
- B) nessuna delle altre risposte
- C)  $y[n] * x[n] = \sum_{k=0}^N \binom{N}{k} p^k (1-p)^{N-k} \quad n = 0, \dots, N-1; y[n] * x[n] = 1 \text{ per } n \geq N$
- D)  $y[n] * x[n] = \sum_{k=0}^n \binom{N}{k} p^k (1-p)^{N-k} \quad n = 0, \dots, N-1; y[n] * x[n] = 1 \text{ per } n \geq N$

**Esercizio 4. (Punti 1.5)** Sia dato il processo  $X(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - k - \Theta)$ , dove  $\Theta$  è una variabile casuale con densità di probabilità  $f_{\Theta}(\theta) = e^{-2|\theta|}$ . La media del processo  $X(t)$  vale:

- A)  $E\{X(t)\} = 1$
- B)  $E\{X(t)\} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} e^{-2|t-k|}$
- C)  $E\{X(t)\} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - k)$
- D)  $E\{X(t)\} = e^{-2|t|}$

**Esercizio 5. (Punti 1.5)** Un filtro numerico reale e causale ha una funzione di trasferimento con tre zeri  $w_i = e^{j\pi/4}$  ( $i = 1, 2, 3$ ). Il filtro è realizzato per mezzo di un filtro trasversale con  $L$  coefficienti  $b_i$ . Inoltre  $H(z)$  è uguale a 0.4 quando  $z = 1$  e  $L \leq 7$ .

Dire quali delle seguenti affermazioni è vera.

- A)  $b_0 = 0.1$ ;  $b_i = 0$  per  $i$  dispari.
- B)  $b_0 < 1$ ;  $b_i \neq 0$  per  $0 \leq i \leq 7$ .
- C)  $b_0 \geq 1$ ;  $b_i \neq 0$  per  $0 \leq i \leq 7$ .
- D)  $b_0 = 0.1$ ;  $b_i = 0$  per  $i > 4$ .

**Esercizio 6. (Punti 1.)** Calcolare il prodotto scalare dei segnali  $x(t) = \frac{2}{3} \sin^2(4\pi t) + 2 \cos(2\pi t) + \sin(6\pi t)$  e  $y(t) = 1 + \frac{2}{3} \cos(2\pi t) - 2 \sin(4\pi t) + 6 \cos(8\pi t)$  sull'intervallo  $t \in [0, 1]$ . Il risultato vale:

- A)  $\frac{1}{3}$
- B)  $\frac{1}{2}$
- C) 0
- D) 1

**Esercizio 7. (Punti 1)** Si vuole effettuare per via numerica la trasformata di Fourier di un segnale periodico di periodo  $T$

$$x(t) = \cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right)$$

A tale fine:

- Si tronca  $x(t)$  su un intervallo temporale pari a  $3T$ ;
- Si campiona il segnale prendendo 4 campioni per periodo  $T$ ;
- Si effettua la DFT della sequenza ottenuta.

Indicare quale delle seguenti affermazioni è errata

- A) La DFT fornisce un solo valore non nullo, e precisamente il terzo della serie
- B) La DFT fornisce due soli valori non nulli, di cui uno è il quarto della serie
- C) La DFT fornisce 12 campioni dello spettro del segnale
- D) La risoluzione in frequenza è pari a  $1/(3T)$ .

**Esercizio 8. (Punti 1.5)** Si consideri il processo casuale

$$y(t) = x(t)q(t)$$

dove  $x(t)$  è un processo casuale WSS con densità spettrale di potenza

$$S_x(f) = \frac{2}{1 + 4\pi^2 f^2}$$

e

$$q(t) = \begin{cases} 1 & \text{per } kT \leq t < kT + \frac{T}{2} \\ 0 & \text{per } kT + \frac{T}{2} \leq t < kT + T \end{cases}$$

dove  $k$  è un intero con  $-\infty < k < +\infty$  e  $T > 0$ . Detta  $R_y(t, \tau) = E[y(t)y(t + \tau)]$  l'autocorrelazione del processo  $y(t)$ , quanto vale  $R_y(t, T)$ ?

**A)**  $R_y(t, T) = \exp(-T)q(t)$

**B)**  $R_y(t, T) = \exp(T)q(t)$

**C)**  $R_y(t, T) = 0$

**D)**  $R_y(t, T) = \exp(-T)$

5 Novembre 2008

## Compito accorpato TDS-MES (INF - laureandi)

NOTA: Consegnare il testo completo di tutti i fogli e la tabellina con le risposte, ricordandosi di riportare nell'apposito spazio nome e numero di matricola; riportare al più una risposta per ogni esercizio usando LETTERE MAIUSCOLE. Si invitano gli studenti a prendere nota del numero del compito e delle risposte date. Ciò permetterà un immediato confronto con le stringhe corrette che verranno pubblicate sul portale.

Nome	
Cognome	
Matricola	
Compito	37

Esercizio	1	2	3	4	5	6	7	8
Risposta								

**Esercizio 1. (Punti 1.)** Calcolare il prodotto scalare dei segnali  $x(t) = \cos^2(2\pi t) + \sin(6\pi t)$  e  $y(t) = \frac{1}{2} + \cos(2\pi t) - 2\cos(4\pi t) + \frac{1}{2}\sin(6\pi t)$  sull'intervallo  $t \in [0, 1]$ . Il risultato vale:

- A) 1
- B) 0
- C)  $\frac{1}{3}$
- D)  $\frac{1}{2}$

**Esercizio 2. (Punti 1.0)** Si consideri un filtro numerico con trasformata zeta

$$H(z) = \frac{(z-a)(z-b)}{z-c}$$

con  $a, b, c \neq 0$ .

Indicare quale delle seguenti affermazioni è corretta.

- A) Se  $c \neq a$  e  $c \neq b$ , il filtro è IIR e causale
- B) nessuna delle altre risposte è corretta
- C) Il filtro è sempre IIR
- D) Se  $c \neq a$  e  $c \neq b$ , il filtro è IIR e non causale

**Esercizio 3. (Punti 1)** Si vuole effettuare per via numerica la trasformata di Fourier di un segnale periodico di periodo  $T$

$$x(t) = \cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right)$$

A tale fine:

- Si tronca  $x(t)$  su un intervallo temporale pari a  $2T$ ;
- Si campiona il segnale prendendo 8 campioni per periodo  $T$ ;
- Si effettua la DFT della sequenza ottenuta.

Indicare quale delle seguenti affermazioni è corretta

- A) La DFT fornisce più di due valori diversi da zero
- B) Nessuna delle altre risposte è corretta



C) La DFT fornisce un solo valore non nullo, e precisamente il quinto della serie

D) La DFT fornisce due soli valori non nulli, di cui uno è il terzo della serie

**Esercizio 4. (Punti 1.5)** Si calcoli la convoluzione delle due sequenze

$$x[n] = \binom{N}{n} p^n (1-p)^{N-n} \quad n = 0, \dots, N; \quad x[n] = 0 \quad \text{altrove}$$

$$y[n] = u[n]$$

A) nessuna delle altre risposte

B)  $y[n] * x[n] = \sum_{k=0}^n \binom{N}{k} p^k (1-p)^{N-k} \quad n = 0, \dots, N-1; y[n] * x[n] = 1 \text{ per } n \geq N$

C)  $y[n] * x[n] = \sum_{k=0}^n \binom{N}{k} p^k (1-p)^{N-k} \quad n = 0, \dots, N-1; y[n] * x[n] = N \text{ per } n \geq N$

D)  $y[n] * x[n] = \sum_{k=0}^N \binom{N}{k} p^k (1-p)^{N-k} \quad n = 0, \dots, N-1; y[n] * x[n] = 1 \text{ per } n \geq N$

**Esercizio 5. (Punti 1.5)** Si consideri il processo casuale

$$y(t) = x(t)q(t)$$

dove  $x(t)$  è un processo casuale WSS con densità spettrale di potenza

$$S_x(f) = \frac{2}{1 + 4\pi^2 f^2}$$

e

$$q(t) = \begin{cases} 1 & \text{per } kT \leq t < kT + \frac{T}{2} \\ 0 & \text{per } kT + \frac{T}{2} \leq t < kT + T \end{cases}$$

dove  $k$  è un intero con  $-\infty < k < +\infty$  e  $T > 0$ . Detta  $R_y(t, \tau) = E[y(t)y(t+\tau)]$  l'autocorrelazione del processo  $y(t)$ , quanto vale  $R_y(t, T)$ ?

A)  $R_y(t, T) = 0$

B)  $R_y(t, T) = \exp(-T)$

C)  $R_y(t, T) = \exp(T)q(t)$

D)  $R_y(t, T) = \exp(-T)q(t)$

**Esercizio 6. (Punti 1.5)** Sia dato un processo casuale stazionario ed ergodico  $Y(t)$  con densità di probabilità del prim'ordine  $f_Y(y) = 0.5e^{-|y|}$ , ed una variabile casuale  $Z$ , indipendente da  $Y(t)$ , uniformemente distribuita in  $[-2, +2]$ . Si generi il processo casuale

$$X(t) = Y(t) + Z$$

Dire quale delle affermazioni che seguono è *falsa*.

A)  $X(t)$  è ergodico per l'autocorrelazione.

B)  $X(t)$  ha valor medio nullo.

C)  $X(t)$  può assumere qualunque valore reale.

D)  $X(t)$  è stazionario del prim'ordine.

**Esercizio 7. (Punti 1.5)** Sia dato il processo  $X(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t-k-\Theta)$ , dove  $\Theta$  è una variabile casuale con densità di probabilità  $f_\Theta(\theta) = e^{-2|\theta|}$ . La media del processo  $X(t)$  vale:

A)  $E\{X(t)\} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t-k)$

B)  $E\{X(t)\} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} e^{-2|t-k|}$

C)  $E\{X(t)\} = e^{-2|t|}$

D)  $E\{X(t)\} = 1$

**Esercizio 8. (Punti 1.5)** Un filtro numerico reale e causale ha una funzione di trasferimento con tre zeri  $w_i = e^{ji\pi/4}$  ( $i = 1, 2, 3$ ). Il filtro è realizzato per mezzo di un filtro trasversale con  $L$  coefficienti  $b_i$ . Inoltre  $H(z)$  è uguale a 0.1 quando  $z = 1$  e  $L \leq 7$ .

Dire quali delle seguenti affermazioni è vera.

- A)  $b_0 < 1$ ;  $b_i \neq 0$  per  $0 \leq i \leq 7$ .
- B)  $b_0 = 0.025$ ;  $b_i = 0$  per  $i > 4$ .
- C)  $b_0 \geq 1$ ;  $b_i \neq 0$  per  $0 \leq i \leq 7$ .
- D)  $b_0 = 0.025$ ;  $b_i = 0$  per  $i$  dispari.

5 Novembre 2008

## Compito accorpato TDS-MES (INF - laureandi)

NOTA: Consegnare il testo completo di tutti i fogli e la tabellina con le risposte, ricordandosi di riportare nell'apposito spazio nome e numero di matricola; riportare al più una risposta per ogni esercizio usando LETTERE MAIUSCOLE. Si invitano gli studenti a prendere nota del numero del compito e delle risposte date. Ciò permetterà un immediato confronto con le stringhe corrette che verranno pubblicate sul portale.

Nome	
Cognome	
Matricola	
Compito	38

Esercizio	1	2	3	4	5	6	7	8
Risposta								

**Esercizio 1. (Punti 1.5)** Si consideri il processo casuale

$$y(t) = x(t)q(t)$$

dove  $x(t)$  è un processo casuale WSS con densità spettrale di potenza

$$S_x(f) = \sqrt{2\pi} \exp(-2\pi^2 f^2)$$

e

$$q(t) = \begin{cases} 2 & \text{per } kT \leq t < kT + \frac{T}{2} \\ 0 & \text{per } kT + \frac{T}{2} \leq t < kT + T \end{cases}$$

dove  $k$  è un intero con  $-\infty < k < +\infty$  e  $T > 0$ . Detta  $R_y(t, \tau) = E[y(t)y(t + \tau)]$  l'autocorrelazione del processo  $y(t)$ , quanto vale  $R_y(t, T)$ ?

- A)  $R_y(t, T) = \exp(-\frac{T^2}{2})$
- B)  $R_y(t, T) = 0$
- C)  $R_y(t, T) = \exp(-\frac{T^2}{2})q(t)$
- D)  $R_y(t, T) = \exp(-\frac{T^2}{2})q^2(t)$

**Esercizio 2. (Punti 1.)** Si consideri un filtro numerico con trasformata zeta

$$H(z) = \frac{(z-a)(z-b)}{z-c}$$

con  $a, b, c \neq 0$ .

Indicare quale delle seguenti affermazioni è errata

- A) Il filtro è sempre non causale
- B) nessuna delle altre risposte è errata
- C) Se  $c \neq a$  e  $c \neq b$ , il filtro è IIR e non causale
- D) Se  $c \neq a$  e  $c \neq b$ , il filtro è IIR e causale

**Esercizio 3. (Punti 1.5)** Un filtro numerico reale e causale ha una funzione di trasferimento con tre zeri  $w_i = e^{j\pi/4}$  ( $i = 1, 2, 3$ ). Il filtro è realizzato per mezzo di un filtro trasversale con  $L$  coefficienti  $b_i$ . Inoltre  $H(z)$  è uguale a 0.4 quando  $z = 1$  e  $L \leq 7$ .

Dire quali delle seguenti affermazioni è vera.

- A)  $b_0 < 1$ ;  $b_i \neq 0$  per  $0 \leq i \leq 7$ .

- B)  $b_0 \geq 1$ ;  $b_i \neq 0$  per  $0 \leq i \leq 7$ .  
 C)  $b_0 = 0.1$ ;  $b_i = 0$  per  $i > 4$ .  
 D)  $b_0 = 0.1$ ;  $b_i = 0$  per  $i$  dispari.

**Esercizio 4. (Punti 1)** Si vuole effettuare per via numerica la trasformata di Fourier di un segnale periodico di periodo  $T$

$$x(t) = \cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right)$$

A tale fine:

- Si tronca  $x(t)$  su un intervallo temporale pari a  $2T$ ;
- Si campiona il segnale prendendo 8 campioni per periodo  $T$ ;
- Si effettua la DFT della sequenza ottenuta.

Indicare quale delle seguenti affermazioni è corretta

- A) La DFT fornisce un solo valore non nullo, e precisamente il quinto della serie  
 B) La DFT fornisce due soli valori non nulli, di cui uno è il terzo della serie  
 C) Nessuna delle altre risposte è corretta  
 D) La DFT fornisce più di due valori diversi da zero

**Esercizio 5. (Punti 1.)** Calcolare il prodotto scalare dei segnali  $x(t) = 2\cos^2(2\pi t) + \cos(2\pi t) + \frac{1}{2}\sin(8\pi t)$  e  $y(t) = \frac{1}{2} - \frac{2}{3}\cos(2\pi t) - \frac{2}{3}\sin(8\pi t)$  sull'intervallo  $t \in [0, 1]$ . Il risultato vale:

- A)  $\frac{1}{3}$   
 B) 1  
 C) 0  
 D)  $\frac{1}{2}$

**Esercizio 6. (Punti 1.5)** Si calcoli la convoluzione delle due sequenze

$$x[n] = 1 \quad n = 0, \dots, N; \quad x[n] = 0 \quad \text{altrove}$$

$$y[n] = p^n u[n]$$

- A)  $y[n] * x[n] = (p)^n u[n]$   
 B) nessuna delle altre risposte  
 C)  $y[n] * x[n] = \frac{p^{n+1}-1}{p-1} \quad n \in [0, N]; \quad y[n] * x[n] = \frac{p^{n+1}}{p-1}(1 - p^{-N-1}) \quad n \geq N;$   
 D)  $y[n] * x[n] = \frac{p^n-1}{p-1} \quad n \in [0, N]; \quad y[n] * x[n] = \frac{p^n}{p-1}(1 - p^{-N}) \quad n \geq N;$

**Esercizio 7. (Punti 1.5)** Sia dato un processo casuale gaussiano stazionario ed ergodico  $Y(t)$ , a valor medio nullo e varianza  $\sigma^2$ , ed una variabile casuale  $Z$ , indipendente da  $Y(t)$ , uniformemente distribuita in  $[-1/2, +1/2]$ . Si generi il processo casuale

$$V(t) = Y(t) + Z$$

Dire quale delle affermazioni che seguono è corretta.

- A)  $V(t)$  non è stazionario del prim'ordine.  
 B)  $V(t)$  non è ergodico ne' per la media ne' per l'autocorrelazione .  
 C)  $V(t)$  è un processo gaussiano.  
 D)  $V(t)$  ha valor medio positivo.

**Esercizio 8. (Punti 1.5)** Sia dato il processo  $X(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - kT - \Theta)$ , dove  $\Theta$  è una variabile casuale con densità di probabilità  $f_{\Theta}(\theta) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-\theta^2}$ . La media del processo  $X(t)$  vale:

A)  $E\{X(t)\} = \frac{1}{T}$

B)  $E\{X(t)\} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-t^2}$

C)  $E\{X(t)\} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - kT)$

D)  $E\{X(t)\} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} e^{-(t-kT)^2}$

# Compito accorpato TDS-MES (INF - laureandi)

NOTA: Consegnare il testo completo di tutti i fogli e la tabellina con le risposte, ricordandosi di riportare nell'apposito spazio nome e numero di matricola; riportare al più una risposta per ogni esercizio usando LETTERE MAIUSCOLE. Si invitano gli studenti a prendere nota del numero del compito e delle risposte date. Ciò permetterà un immediato confronto con le stringhe corrette che verranno pubblicate sul portale.

Nome	
Cognome	
Matricola	
Compito	39

Esercizio	1	2	3	4	5	6	7	8
Risposta								

**Esercizio 1. (Punti 1.5)** Si calcoli la convoluzione delle due sequenze

$$x[n] = 1 \quad n = 0, \dots, N; \quad x[n] = 0 \quad \text{altrove}$$

$$y[n] = p^n u[n]$$

A)  $y[n] * x[n] = \frac{p^{n+1}-1}{p-1} \quad n \in [0, N]; \quad y[n] * x[n] = \frac{p^{n+1}}{p-1} (1 - p^{-N-1}) \quad n \geq N;$

B) nessuna delle altre risposte

C)  $y[n] * x[n] = (p)^n u[n]$

D)  $y[n] * x[n] = \frac{p^n-1}{p-1} \quad n \in [0, N]; \quad y[n] * x[n] = \frac{p^n}{p-1} (1 - p^{-N}) \quad n \geq N;$

**Esercizio 2. (Punti 1.5)** Si consideri il processo casuale

$$y(t) = x(t)q(t)$$

dove  $x(t)$  è un processo casuale WSS con densità spettrale di potenza

$$S_x(f) = \frac{2}{1 + 4\pi^2 f^2}$$

e

$$q(t) = \begin{cases} 1 & \text{per } kT \leq t < kT + \frac{T}{2} \\ 0 & \text{per } kT + \frac{T}{2} \leq t < kT + T \end{cases}$$

dove  $k$  è un intero con  $-\infty < k < +\infty$  e  $T > 0$ . Detta  $R_y(t, \tau) = E[y(t)y(t+\tau)]$  l'autocorrelazione del processo  $y(t)$ , quanto vale  $R_y(t, T)$ ?

A)  $R_y(t, T) = \exp(-T)$

B)  $R_y(t, T) = \exp(-T)q(t)$

C)  $R_y(t, T) = 0$

D)  $R_y(t, T) = \exp(T)q(t)$

**Esercizio 3. (Punti 1.5)** Sia dato il processo  $X(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - k - \Theta)$ , dove  $\Theta$  è una variabile casuale con densità di probabilità  $f_{\Theta}(\theta) = e^{-2|\theta|}$ . La media del processo  $X(t)$  vale:

A)  $E\{X(t)\} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} e^{-2|t-k|}$

B)  $E\{X(t)\} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - k)$

C)  $E\{X(t)\} = 1$

D)  $E\{X(t)\} = e^{-2|t|}$

**Esercizio 4. (Punti 1.5)** Sia dato un processo casuale gaussiano stazionario ed ergodico  $Y(t)$ , a valor medio nullo e varianza  $\sigma^2$ , ed una variabile casuale  $Z$ , indipendente da  $Y(t)$ , uniformemente distribuita in  $[-1/2, +1/2]$ . Si generi il processo casuale

$$V(t) = Y(t) + Z$$

Dire quale delle affermazioni che seguono è corretta.

- A)  $V(t)$  non è ergodico ne' per la media ne' per l'autocorrelazione .
- B)  $V(t)$  è un processo gaussiano.
- C)  $V(t)$  ha valor medio positivo.
- D)  $V(t)$  non è stazionario del prim'ordine.

**Esercizio 5. (Punti 1.)** Calcolare il prodotto scalare dei segnali  $x(t) = 2 \cos^2(2\pi t) + \cos(2\pi t) + \frac{1}{2} \sin(8\pi t)$  e  $y(t) = \frac{1}{2} - \frac{2}{3} \cos(2\pi t) - \frac{2}{3} \sin(8\pi t)$  sull'intervallo  $t \in [0, 1]$ . Il risultato vale:

- A)  $\frac{1}{3}$
- B) 0
- C) 1
- D)  $\frac{1}{2}$

**Esercizio 6. (Punti 1.5)** Un filtro numerico reale e causale ha una funzione di trasferimento con tre zeri  $w_i = e^{ji\pi/4}$  ( $i = 1, 2, 3$ ). Il filtro è realizzato per mezzo di un filtro trasversale con  $L$  coefficienti  $b_i$ . Inoltre  $H(z)$  è uguale a 0.4 quando  $z = 1$  e  $L \leq 7$ .

Dire quali delle seguenti affermazioni è vera.

- A)  $b_0 < 1$ ;  $b_i \neq 0$  per  $0 \leq i \leq 7$ .
- B)  $b_0 \geq 1$ ;  $b_i \neq 0$  per  $0 \leq i \leq 7$ .
- C)  $b_0 = 0.1$ ;  $b_i = 0$  per  $i > 4$ .
- D)  $b_0 = 0.1$ ;  $b_i = 0$  per  $i$  dispari.

**Esercizio 7. (Punti 1.)** Si consideri un filtro numerico con trasformata zeta

$$H(z) = \frac{(z-a)(z-b)}{z-c}$$

con  $a, b, c \neq 0$ .

Indicare quale delle seguenti affermazioni è errata

- A) Se  $c \neq a$  e  $c \neq b$ , il filtro è IIR e non causale
- B) Il filtro può essere FIR o IIR a seconda dei parametri
- C) Il filtro è causale
- D) nessuna delle altre risposte è errata

**Esercizio 8. (Punti 1)** Si vuole effettuare per via numerica la trasformata di Fourier di un segnale periodico di periodo  $T$

$$x(t) = \cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right)$$

A tale fine:

- Si tronca  $x(t)$  su un intervallo temporale pari a  $2T$ ;

- Si campiona il segnale prendendo 8 campioni per periodo  $T$ ;
- Si effettua la DFT della sequenza ottenuta.

Indicare quale delle seguenti affermazioni è corretta

- A) La DFT fornisce due soli valori non nulli, di cui uno è il terzo della serie
- B) La DFT fornisce più di due valori diversi da zero
- C) La DFT fornisce un solo valore non nullo, e precisamente il quinto della serie
- D) Nessuna delle altre risposte è corretta