

Cognome e Nome..... Matricola.....  
Docente .....

**ANALISI COMPLESSA**  
**Appello del 31 GENNAIO 2012 - Compito A**

**Esercizio 1 (3 punti)**

Trovare gli zeri della funzione complessa

$$f(z) = \frac{z^4 - 4}{z + \sqrt{2}i},$$

nel suo naturale dominio di definizione  $\text{dom}(f) \subseteq \mathbb{C}$ .

**Esercizio 2 (3 punti)**

Trovare l'insieme delle soluzioni  $z \in \mathbb{C}$  dell'equazione

$$\text{Re}(z - 5 - \bar{z}) + i3\text{Im}(\bar{z} + 1 - z) = (\bar{z} - 3)(z + 3)$$

e disegnarlo nel piano complesso.

**Esercizio 3 (5 punti)**

Si determini e si disegni l'insieme di convergenza della serie complessa

$$\sum_{n=1}^{\infty} e^{2nz+inz}.$$

Se ne calcoli la somma.

**Esercizio 4 (4 punti)**

Si calcoli

$$I := \int_{\gamma} \frac{e^{iz}}{z^2 - 3iz + 4} dz,$$

dove  $\gamma$  è la curva di Jordan percorsa in senso antiorario avente come sostegno il bordo del quadrato di vertici  $3, 3i, -3, -3i$ .

**Esercizio 5 (5 punti)**

Si scriva lo sviluppo di Laurent centrato in  $z_0 = 0$  nell'insieme  $\{z \in \mathbb{C} \mid 0 < |z| < 1\}$  della funzione

$$f(z) := \frac{1}{z^5 - iz^2}.$$

Si determini il residuo di  $f$  in  $z_0 = 0$  e la natura di tale singolarità.

**Esercizio 6 (4 punti)**

Sia  $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$  definita da

$$f(x) = -2H(-3 - x) + |x| - 2H(x - 3),$$

dove  $H$  denota la funzione di Heaviside. Disegnare il grafico di  $f$  e calcolare la derivata della distribuzione  $T_f$ .

**Esercizio 7 (4 punti)**

Calcolare l'antitrasformata di Laplace della funzione

$$F(s) = \frac{s^2 - 3s + 1}{s^2 - 4s + 4}.$$

**Esercizio 8 (5 punti)**

- a) Scrivere la definizione di trasformata di Fourier di una distribuzione a supporto compatto.
- b) Usando tale definizione, calcolare  $\mathcal{F}(\delta_{x_0})$ , la trasformata di Fourier della delta di Dirac centrata in  $x_0 \in \mathbb{R}$ .