Analisi Complessa Esame 17 Febbraio 2011 Risposte

Dipartimento of Scienze Matematiche, Politecnico di Torino

Esercizio 1 L'insieme degli zeri di f è $\left\{\frac{k}{2} : k \in \mathbb{Z}, k \neq 4\right\}$.

Esercizio 2 f è olomorfa in \mathbb{C} se e solo se k=1.

Esercizio 3 L'insieme di convergenza è $\{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Im} z \leq 0\}$.

Esercizio 4 $I = \frac{6}{35}\pi$.

Esercizio 5

$$f(z) = \left(\frac{5}{3z^3} - \frac{5}{9z^2} + \frac{5}{27z}\right) + \frac{5}{3}\sum_{n=3}^{\infty} \frac{(-1)^n}{3^n} z^{n-3} \qquad \forall z \in \mathbb{C} \ : \ 0 < |z| < 3.$$

 $\operatorname{Res}_f(0) = \frac{5}{27}.$

 $z_0 = 0$ è un polo di ordine 3.

Esercizio 6 Se $x \in \mathbb{R} \setminus \{0, -5\}$ allora esiste $f'(x) = -2\operatorname{sign}(x)e^{-2|x|}H(x+5)$ e

$$(T_f)' = T_{f'} + e^{10}\delta_{-5}$$

Esercizio 7

$$\mathcal{F}(T_f) = \frac{1}{16\pi^3 i} \left(\delta_4^{(3)} - \delta_{-4}^{(3)} \right)$$

Esercizio 8

b)
$$T_n \to -\delta_0$$
 in $\mathscr{D}'(\mathbb{R})$.