

Cognome e Nome..... Matricola.....
Docente

ANALISI COMPLESSA
Appello del 17 FEBBRAIO 2011 - Compito A

Esercizio 1 (3 punti)

Trovare gli zeri della funzione complessa

$$f(z) := \frac{\sin(2\pi z)}{8 - z^3}$$

nel suo naturale dominio di definizione $\text{dom}(f)$.

Esercizio 2 (3 punti)

Stabilire per quali valori del parametro $k \in \mathbb{N} = \{0, 1, 2, \dots\}$ la funzione

$$f(x + iy) := (k + 2)x + i3y^k, \quad x, y \in \mathbb{R},$$

è analitica in \mathbb{C} .

Esercizio 3 (5 punti)

Si determini l'insieme di convergenza della serie complessa

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{e^{-2niz}}{e^{i(n^3 + (-1)^n)}}.$$

Esercizio 4 (4 punti)

Si calcoli

$$I := \int_{\gamma} \frac{z}{(z^2 - 6iz - 8)(z + 3i)} dz,$$

dove γ è la curva di Jordan percorsa in senso antiorario e avente come sostegno il bordo dell'insieme $C = \{z = x + iy \in \mathbb{C} : x, y \in \mathbb{R}, y \geq 0, 1 \leq |z| \leq 5\}$.

Esercizio 5 (5 punti)

Si scriva lo sviluppo di Laurent centrato in $z_0 = 0$ nell'insieme $\{z \in \mathbb{C} : 0 < |z| < 3\}$ della funzione

$$f(z) := \frac{5}{3z^3 + z^4}.$$

Si determini il residuo di f in $z_0 = 0$ e la natura di tale singolarità.

Esercizio 6 (4 punti)

Sia $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = e^{-2|x|}H(x+5),$$

dove H denota la funzione di Heaviside. Disegnare il grafico di f e calcolare la derivata della distribuzione T_f .

Esercizio 7 (4 punti)

Sia $f(x) := ix^3 \sin(8\pi x)$, $x \in \mathbb{R}$. Provare che T_f è una distribuzione temperata e calcolarne la trasformata di Fourier.

Esercizio 8 (5 punti)

a) Siano date una distribuzione T ed una successione di distribuzioni T_n . Scrivere cosa significa che T_n converge a T nel senso delle distribuzioni.

b) Dire se esiste il limite nel senso delle distribuzioni della successione $T_n = \delta_{3n} - \delta_{\frac{2}{n}}$. In caso affermativo calcolare tale limite.