

Cognome .....  
Nome .....  
Matricola .....  
Aula .....

1) Quale dei seguenti esempi rappresenta il calcolo dell'incertezza con espressione errata, associata al parametro in misura  $Y$ , secondo il modello deterministico?

- a)  $Y = X_1 + X_2 - X_3 \rightarrow \delta Y = \delta X_1 + \delta X_2 - \delta X_3$
- b)  $Y = X_1 \cdot X_2 \cdot X_3 \rightarrow \varepsilon Y = \varepsilon X_1 + \varepsilon X_2 + \varepsilon X_3$
- c)  $Y = 10 \cdot X_1 \rightarrow \delta Y = 10 \cdot \delta X_1$
- d)  $Y = X_1 + X_2 \rightarrow \delta Y = \delta X_1 + \delta X_2$

Risposta corretta: a). Applicando la formula di propagazione delle incertezze al modello  $Y = X_1 + X_2 - X_3$  si ottiene  $\delta Y = \delta X_1 + \delta X_2 + \delta X_3$

2) Quale tra le seguenti affermazioni è vera per una sonda compensata passiva per oscilloscopi:

- a) aumenta la frequenza del segnale in ingresso
- b) **diminuisce l'effetto del carico strumentale**
- c) si usa per filtrare i segnali di ingresso
- d) può essere compensata solo dal costruttore

Risposta corretta: b) v. teoria

~~3)~~ Si sta eseguendo con un frequenzimetro numerico una misura diretta di frequenza che nominalmente è di 100 kHz. La frequenza di clock del frequenzimetro vale 10 MHz,  $\pm 1 \cdot 10^{-7}$ . Quanto deve durare la misurazione per avere una incertezza relativa di quantizzazione pari a  $1 \cdot 10^{-6}$ ?

- a) 0.1 s
- b) 1 s
- c) **10 s**
- d) nessuna delle risposte proposte è corretta

Risposta corretta: c)  $\delta f_x / f_x$  (quantizz.) =  $10^{-6} \rightarrow \delta f_x$  (quantizz.) =  $10^5 \cdot 10^{-6} = 0.1$  Hz  $\rightarrow T_g = 10$  s

4) Indicare quale dei seguenti amperometri può misurare una corrente di circa 5 A con una incertezza relativa non superiore allo 0.1%

- a) elettromeccanico: portata  $I_p = 10$  A e classe 0.1
- b) digitale: portata  $I_p = 10$  A e incertezza assoluta  $\delta I = 0.3\%$  Lettura + 0.02% Portata
- c) elettromeccanico: portata  $I_p = 5$  A e classe 1
- d) **digitale: portata  $I_p = 5$  A e incertezza assoluta  $\delta I = 0.03\%$  Lettura + 0.02% Portata**

Risposta corretta: b)

Elettromeccanico: lettura 5A, portata  $I_p = 5$  A e classe 1  $\rightarrow$  incertezza rel. 1%

Digitale: portata  $I_p = 5$  A e incertezza assoluta  $\delta I = 0.03\% \cdot 5 + 0.02\% \cdot 5 = 2.5$  mV

Quindi inc.rel.ativa pari a:  $2.5 \text{ mV} / 5 \cdot 100 = 0.05\% < 0.1\%$

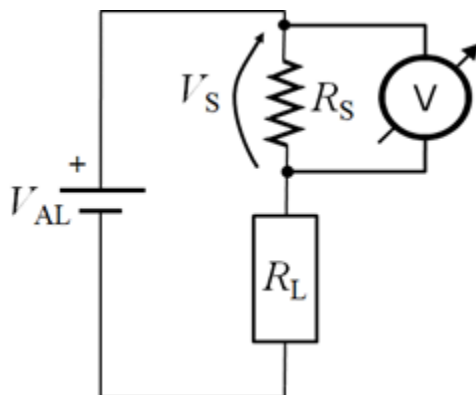
Elettromeccanico: lettura 5A, portata  $I_p = 10$  A e classe 0.1  $\rightarrow$  inc.rel. 0.2%

Digitale: portata  $I_p = 10$  A e incertezza assoluta  $\delta I = 0.3\% \cdot 5 + 0.02\% \cdot 10 = 17$  mV

Quindi inc.rel.ativa pari a:  $17 \text{ mV} / 5 \cdot 100 = 0.05\% = 0.34\%$



### ESERCIZIO



Nel circuito di figura, un voltmetro con portata 5 V e incertezza assoluta espressa come  $\delta V = (0.1 \% \text{ lettura} + 0.08 \% \text{ portata}) V$

è collegato in parallelo a un resistore campione  $R_S = (2.000 \pm 0.005) \Omega$ .

Sapendo che la tensione di alimentazione vale  $V_{AL} = (10.00 \pm 0.02) V$  e che la misura fornita dal voltmetro è  $V_S = 3.750 V$ , valutare le misure della resistenza  $R_L$  e della potenza  $P_L$  dissipata dalla stessa resistenza.

Si consideri trascurabile l'effetto di carico del voltmetro.

### Soluzione

#### Modello di misura

Essendo trascurabile la corrente assorbita dal voltmetro, si può considerare valida l'uguaglianza  $I_S = I_L$ , per cui:

$$R_L = \frac{V_L}{I_L} = \frac{V_{AL} - V_S}{V_S / R_S} = R_S \cdot \frac{V_{AL} - V_S}{V_S}$$

Per lo stesso motivo, per quanto riguarda la potenza dissipata dalla resistenza  $R_L$  si può scrivere:

$$P_L = V_L \cdot I_L = (V_{AL} - V_S) \cdot \frac{V_S}{R_S}$$

#### Valutazione del misurando

Sostituendo i valori numerici nei due modelli di misura si ottiene:

$$R_L = R_S \cdot \frac{V_{AL} - V_S}{V_S} = 2 \cdot \frac{10 - 3.75}{3.75} \approx 3.3333... \Omega$$

$$P_L = (V_{AL} - V_S) \cdot \frac{V_S}{R_S} = (10 - 3.75) \cdot \frac{3.75}{2} = 11.71875 W$$

### Valutazione dell'incertezza

Applicando la regola generale di propagazione dell'incertezza del modello deterministico, per la resistenza si ottiene:

$$\begin{aligned}\delta R_L &= \left| \frac{\partial R_L}{\partial R_S} \right| \cdot \delta R_S + \left| \frac{\partial R_L}{\partial V_{AL}} \right| \cdot \delta V_{AL} + \left| \frac{\partial R_L}{\partial V_S} \right| \cdot \delta V_S = \\ &= \left| \frac{V_{AL}}{V_S} - 1 \right| \cdot \delta R_S + \frac{R_S}{V_S} \cdot \delta V_{AL} + \frac{R_S \cdot V_{AL}}{V_S^2} \cdot \delta V_S\end{aligned}$$

mentre per la potenza si avrà:

$$\begin{aligned}\delta P_L &= \left| \frac{\partial P_L}{\partial R_S} \right| \cdot \delta R_S + \left| \frac{\partial P_L}{\partial V_{AL}} \right| \cdot \delta V_{AL} + \left| \frac{\partial P_L}{\partial V_S} \right| \cdot \delta V_S = \\ &= \left| \frac{(V_S - V_{AL}) \cdot V_S}{R_S^2} \right| \cdot \delta R_S + \frac{V_S}{R_S} \cdot \delta V_{AL} + \left| \frac{V_{AL}}{R_S} - 2 \cdot \frac{V_S}{R_S} \right| \cdot \delta V_S\end{aligned}$$

Le incertezze delle grandezze presenti nei modelli di misura sono ottenute a partire dai dati forniti:

$$\begin{aligned}\delta R_S &= 0.005 \, \Omega; \quad \delta V_{AL} = 0.02 \, V \\ \delta V_S &= 0.001 \cdot 3.75 + 0.0008 \cdot 5 = 0.00375 + 0.004 \approx 0.0078 \, V\end{aligned}$$

Sostituendo i valori numerici nelle espressioni delle incertezze assolute, si ottiene infine:

$$\begin{aligned}\delta R_L &= 1.67 \cdot 0.005 + 0.533 \cdot 0.02 + 1.422 \cdot 0.0078 = \\ &= 0.00833 + 0.01067 + 0.01102 \approx 0.030 \, \Omega\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\delta P_L &= 5.9 \cdot 0.005 + 1.875 \cdot 0.02 + 1.25 \cdot 0.0078 = \\ &= 0.029 + 0.038 + 0.010 \approx 0.077 \, W\end{aligned}$$

### Dichiarazione finale delle misure

$$\begin{aligned}R_L &= (3.333 \pm 0.030) \, \Omega \\ P_L &= (11.72 \pm 0.08) \, W\end{aligned}$$