Politecnico di Torino
Prova scritta - 2022-02-25

Sistemi Elettronici, Tecnologie e Misure
PARTE DI MISURE

Cognome ....

Nome ....

Matricola ……………………………………….

Aula ....

Domande a risposta multipla (indicare con X la risposta corretta nella tabella)

Quesito	1	2	3	4	
Risposta a	X				
Risposta b					
Risposta c					
Risposta d		X	X	X	
Punteggio totale					

1) Una resistenza di valore $R = (10 \pm 0.05)\ \Omega$ è percorsa da una corrente $I = 5$ mA misurata per mezzo di un amperometro di classe 1 e fondo scala disponibili pari a 1 mA, 10 mA e 100 mA. L'incertezza relativa della tensione ai capi della resistenza vale:

   a) 2.5 %
   b) 1.5%
   c) 1%
   d) Nessuna delle precedenti

   Soluzione: la lettura di corrente a centro scala fa si che l'incertezza relativa sia pari al doppio della classe: infatti l'1% di 10 mA corrisponde a inc. pari a 0.1 mA, quindi $\frac{\delta I}{I} = \frac{0.1\ mA}{5\ mA} = 2\%$

   Quindi si ottiene $\frac{\delta V}{V} = \frac{\delta R}{R} + \frac{\delta I}{I} = 0.5\% + 2\% = 2.5\%$ quindi la risposta corretta è la (a)

2) La misura di una resistenza mediante un multimetro numerico con la tecnica a quattro fili permette di

   a) misurare resistenze elevate per eliminare le resistenze parassite poste in parallelo alla resistenza di misura
   b) misurare resistenze elevate quando la resistenza interna del multimetro può influenzare la misura
   c) ridurre l'effetto del consumo del multimetro sulla misura voltamperometrica
   d) misurare resistenze con incertezze dell'ordine dei fili di collegamento e delle resistenze di contatto

   Soluzione: v.teoria svolta a lezione, risposta (d)

3) In un frequenzimetro a misura diretta l'incertezza relativa di quantizzazione

   a) peggiora all'aumentare della frequenza da misurare
   b) migliora se diminuisce il tempo di gate
   c) migliora se aumenta la frequenza del quarzo campione presente all'interno dello strumento
   d) nessuna delle precedenti

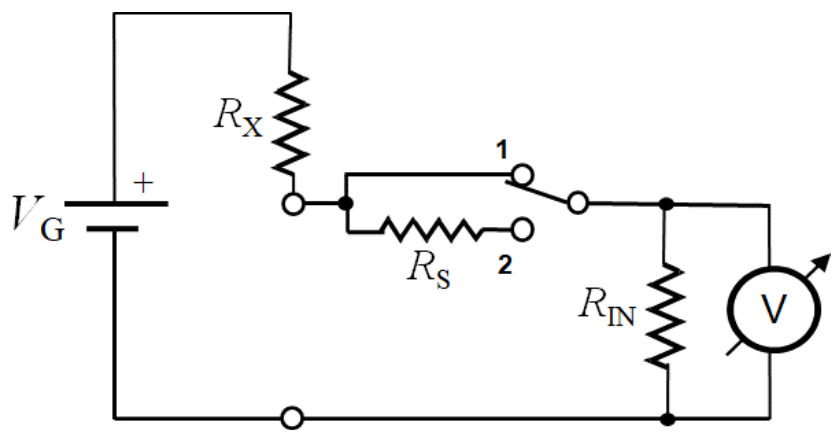
Soluzione: l'inc. relativa di quantizzazione è pari a: $\frac{\delta f_x}{f_x} = \frac{1}{n} = \frac{1}{f_x \cdot T_g}$ quindi la risposta corretta è la (d)

4) Un segnale periodico ad onda quadra ha valore massimo pari ad A e valore minino nullo. Il segnale ha *duty-cycle* pari ad αT con $0 \leq \alpha \leq 1$. Il valor medio ed il valore efficace sono rispettivamente pari a:

a) $A \cdot \alpha T\ , A\sqrt{\alpha}$
b) $A \cdot \alpha\ ,\ A^2\alpha$
c) $A \cdot \alpha, (A\alpha)^2$
d) Nessuna delle precedenti

Il valor medio è pari a $\frac{1}{T}\int_0^T s(t) = \frac{1}{T}\alpha T A = \alpha A$, il valore efficace è pari a $\sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T s^2(t)dt} = \sqrt{\frac{1}{T}A^2\alpha T} = A\sqrt{\alpha}$ quindi la risposta corretta è la (d)

ESERCIZIO



La resistenza interna R_X di una sorgente di tensione è valutata usando il circuito elettrico mostrato in figura dal confronto tra le misure V_1 (commutatore in posizione 1) e V_2 (commutatore in posizione 2) fornite dal voltmetro.

Il voltmetro è caratterizzato dalle seguenti specifiche:

$$\delta V = \pm (5 \cdot 10^{-6} \cdot \text{lettura} + 2 \cdot 10^{-6})\ \text{V}$$

$$R_{IN} = 10\ \text{M}\Omega,\ \pm 0{,}005\ \%$$

Con il commutatore in posizione 1 si misura la tensione V_1 = 9.99948 V.

Con il commutatore in posizione 2, un resistore R_S = 10 MΩ (incertezza trascurabile) è collegato in serie al voltmetro, ottenendo la misura V_2 = 4.99987 V.

Valutare la misura (<u>valore e incertezza</u>) della resistenza R_X.

Modello di misura

Quando il commutatore è in posizione 1, la tensione V_1 può essere espressa come:

$$V_1 = V_G \cdot \frac{R_{IN}}{R_{IN} + R_X}$$

Quando il voltmetro è in posizione 2, la tensione V_2 misurata dal voltmetro può essere espressa come:

$$V_2 = V_G \cdot \frac{R_{IN}}{R_{IN} + R_S + R_X}$$

Dal rapporto delle due tensioni si ottiene:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{R_{IN}}{R_{IN} + R_X} \cdot \frac{R_{IN} + R_S + R_X}{R_{IN}} = \frac{R_{IN} + R_S + R_X}{R_{IN} + R_X}$$

Dopo semplici passaggi algebrici, a partire dalla relazione precedente si ottiene il seguente modello di misura:

$$R_X = R_S \cdot \frac{V_2}{V_1 - V_2} - R_{IN}$$

Valutazione del misurando

Sostituendo i valori numerici nel modello di misura si ottiene:

$$R_X = 1 \cdot 10^7 \cdot \frac{4{,}99987}{9{,}99948 - 4{,}99987} - 1 \cdot 10^7 \approx 520{,}04 \ldots\ \Omega$$

Valutazione dell'incertezza

Dal modello di misura si può osservare che l'incertezza con cui è valutata la resistenza R_X dipende dall'incertezza delle due misure di tensione V_1 e V_2 e dall'incertezza della resistenza R_{IN}, avendo considerato trascurabile l'incertezza di R_S.

L'incertezza della misura di R_X è valutata come:

$$\delta R_X = \left|\frac{\partial R_X}{\partial V_1}\right| \cdot \delta V_1 + \left|\frac{\partial R_X}{\partial V_2}\right| \cdot \delta V_2 + \left|\frac{\partial R_X}{\partial R_{IN}}\right| \cdot \delta R_{IN}$$

$$\left|\frac{\partial R_X}{\partial V_1}\right| = \left|-\frac{R_S \cdot V_2}{(V_1 - V_2)^2}\right| \approx 2 \cdot 10^6 \frac{\Omega}{\mathrm{V}}$$

$$\left|\frac{\partial R_X}{\partial V_2}\right| = \left|\frac{R_S \cdot V_1}{(V_1 - V_2)^2}\right| \approx 4 \cdot 10^6 \frac{\Omega}{\mathrm{V}}$$

$$\left|\frac{\partial R_X}{\partial R_{IN}}\right| = 1 \frac{\Omega}{\Omega}$$

$$\delta V_1 = 5 \cdot 10^{-6} \cdot 9{,}99948 + 2 \cdot 10^{-6} \approx 52\ \mu V$$

$$\delta V_2 = 5 \cdot 10^{-6} \cdot 4{,}99987 + 2 \cdot 10^{-6} \approx 27\ \mu V$$

$$\delta R_{\mathrm{IN}} = 5 \cdot 10^{-5} \cdot 1 \cdot 10^{7} = 500\ \Omega$$

Sostituendo i valori numerici nell'espressione dell'incertezza assoluta δR_X si ottiene:

$$\delta R_{\mathrm{X}} = 104 + 108 + 500 = 712\ \Omega$$

Dichiarazione finale della misura

$$\boxed{R_{\mathrm{X}} = (0{,}52 \pm 0{,}71)\ \mathrm{k\Omega}}$$