

Cognome e Nome..... Matricola.....
Docente

ANALISI COMPLESSA
Appello del 8 MARZO 2011 - Compito A

Esercizio 1 (3 punti)

Trovare gli zeri della funzione

$$f(z) = \frac{e^{z\pi 5\sqrt{2}} - 1}{4 - z^4}, \quad z \in \mathbb{C},$$

nel suo naturale dominio di definizione $\text{dom}(f)$.

Esercizio 2 (3 punti)

Trovare l'insieme delle soluzioni $z \in \mathbb{C}$ dell'equazione

$$(z - i)^2(\bar{z} + i) = 9z - i9$$

e disegnarlo sul piano complesso.

Esercizio 3 (5 punti)

Si determini e si disegni l'insieme di convergenza della serie complessa

$$\sum_{n=1}^{\infty} (2 \cosh z - e^z)^{2n}$$

e se ne calcoli la somma (si ricorda che $\cosh z = (e^z + e^{-z})/2$).

Esercizio 4 (4 punti)

Si calcoli

$$I := \int_{\gamma} \frac{z^2}{(z^2 + 4)(z + 6i)} dz,$$

dove γ è la curva di Jordan percorsa in senso antiorario e avente come sostegno il bordo dell'insieme $C = \{z = x + iy \in \mathbb{C} : x, y \in \mathbb{R}, |x| \leq 3, |y + 6| \leq 6\}$.

Esercizio 5 (5 punti)

Si scriva lo sviluppo di Laurent centrato in $z_0 = 0$ nell'insieme $\mathbb{C} \setminus \{0\}$ della funzione

$$f(z) = z^9 e^{2/z^5}.$$

Si determini il residuo di f in $z_0 = 0$ e la natura di tale singolarità.

Esercizio 6 (4 punti)

Sia $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = |2x| + 3 \operatorname{sign}(-5x),$$

dove sign denota la funzione segno. Disegnare il grafico di f e calcolare la derivata della distribuzione T_f .

Esercizio 7 (4 punti)

Calcolare l'antitrasformata di Laplace della funzione

$$F(s) = \frac{s^4 - 9s^2 - 6}{s^2 - 9}.$$

Esercizio 8 (5 punti)

Si verifichi che se $f : \mathbb{C} \longrightarrow \mathbb{C}$ è una funzione analitica allora la sua parte immaginaria è una funzione armonica in \mathbb{R}^2 .