

Cognome .....  
Nome .....  
Matricola .....  
Aula .....

**Domande a risposta multipla (indicare con X la risposta corretta nella tabella)**

Quesito	1	2	3	4
Risposta a				
Risposta b	X			X
Risposta c			X	
Risposta d		X		
Punteggio totale				

**1) Quale dei seguenti esempi rappresenta il calcolo dell'incertezza con espressione errata, associata al parametro in misura Y, secondo il modello deterministico?**

- a)  $Y = X_1 + X_2 \rightarrow \delta Y = \delta X_1 + \delta X_2$   
b)  $Y = X_1 + X_2 - X_3 \rightarrow \delta Y = \delta X_1 + \delta X_2 - \delta X_3$   
c)  $Y = X_1 \cdot X_2 \cdot X_3 \rightarrow \delta Y = \delta X_1 + \delta X_2 + \delta X_3$   
d)  $Y = 10 \cdot X_1 \rightarrow \delta Y = 10 \cdot \delta X_1$

Risposta corretta: b). Applicando la formula di propagazione delle incertezze al modello  $Y = X_1 + X_2 - X_3$  si ottiene  $\delta Y = \delta X_1 + \delta X_2 + \delta X_3$

**2) Quale tra le seguenti affermazioni è vera per una sonda compensata passiva per oscilloscopi:**

- (a) si usa per filtrare i segnali di ingresso  
(b) può essere compensata solo dal costruttore  
(c) aumenta la frequenza del segnale in ingresso  
(d) diminuisce l'effetto del carico strumentale

Risposta corretta: d) v. teoria

**3) Si sta eseguendo con un frequenzimetro numerico una misura diretta di frequenza che nominalmente è di 100 kHz. La frequenza di clock del frequenzimetro vale 10 MHz,  $\pm 1 \cdot 10^{-7}$ . Quanto deve durare la misurazione per avere una incertezza relativa di quantizzazione pari a  $1 \cdot 10^{-6}$ ?**

- a) 0.1 s  
b) 1 s  
c) 10 s  
d) nessuna delle risposte proposte è corretta

Risposta corretta: a)  $\delta f_x / f_x$  (quantizz.) =  $10^{-6} \rightarrow \delta f_x$  (quantizz.) =  $10^5 \cdot 10^{-6} = 0.1 \text{ Hz} \rightarrow T_g = 10 \text{ s}$

**4) Indicare quale dei seguenti amperometri può misurare una corrente di circa 5 A con una incertezza relativa non superiore allo 0.1%**

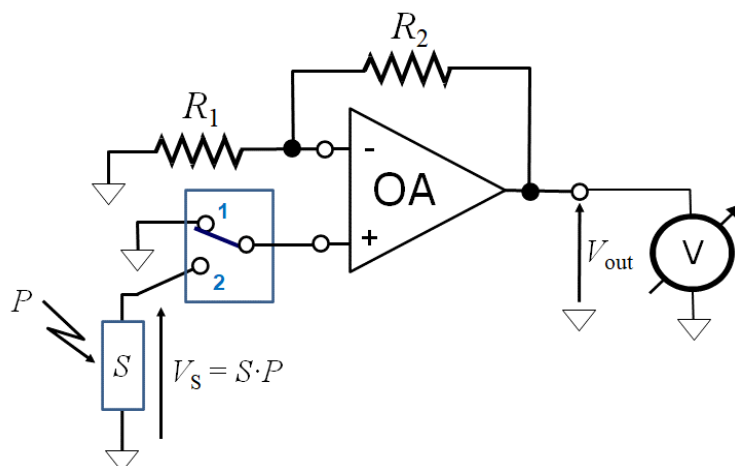
- a) elettromeccanico: portata  $I_p = 5 \text{ A}$  e classe 1  
b) digitale: portata  $I_p = 5 \text{ A}$  e incertezza assoluta  $\delta I = 0.03\% \text{ Lettura} + 0.02\% \text{ Portata}$   
c) elettromeccanico: portata  $I_p = 10 \text{ A}$  e classe 0.1  
d) digitale: portata  $I_p = 10 \text{ A}$  e incertezza assoluta  $\delta I = 0.3\% \text{ Lettura} + 0.02\% \text{ Portata}$

Risposta corretta: b)

Elettromeccanico: lettura 5A, portata  $I_p = 5 \text{ A}$  e classe 1  $\rightarrow$  incertezza rel. 1%  
Digitale: portata  $I_p = 5 \text{ A}$  e incertezza assoluta  $\delta I = 0.03\% 5 + 0.02\% 5 = 2.5 \text{ mV}$

Quindi inc.relativa pari a:  $2.5 \text{ mV} / 5 \cdot 100 = 0.05\% < 0.1\%$   
 Elettromeccanico: lettura 5A, portata  $I_p = 10 \text{ A}$  e classe 0.1  $\rightarrow$  inc.rel. 0.2%  
 Digitale: portata  $I_p = 10 \text{ A}$  e incertezza assoluta  $\delta I = 0.3\% \cdot 5 + 0.02\% \cdot 10 = 17 \text{ mV}$   
 Quindi inc.relativa pari a:  $17 \text{ mV} / 5 \cdot 100 = 0.05\% = 0.34\%$

## ESERCIZIO



La pressione  $P$  in una camera di prova è misurata tramite il sistema mostrato in figura, dove il sensore è caratterizzato da una sensibilità  $S = 50 \mu\text{V}/\text{Pa}$ ,  $\pm 0.1\%$ . Il resistore  $R_1$  ha un valore nominale di  $1 \text{ k}\Omega$  e una tolleranza relativa dello  $0.2\%$ , mentre per il resistore  $R_2$  è disponibile un certificato di taratura che dichiara un valore nominale di  $47050 \Omega$  e un'incertezza assoluta  $\delta R_2 = 50 \Omega$ .

La caratterizzazione della tensione di fuori zero dell'amplificatore (commutatore in posizione 1) è eseguita collegando a massa l'ingresso dell'amplificatore e misurando la sua tensione di uscita  $V_{\text{out1}}$  mediante un voltmetro con portata  $10 \text{ V}$  e incertezza assoluta  $\delta V = (0.10\% \text{ lettura} + 0.05\% \text{ portata})$ , ottenendo  $V_{\text{out1}} = 0.10 \text{ V}$ .

Valutare la misura (valore e incertezza) della pressione  $P$  quando il voltmetro fornisce la misura  $V_{\text{out2}} = 7.70 \text{ V}$  (commutatore in posizione 2).

### Modello di misura

Quando il commutatore è in posizione 1, il voltmetro misura la tensione di fuori zero dell'amplificatore, ossia:

$$V_{\text{OFF}} = V_{\text{out1}}$$

Quando il voltmetro è in posizione 2, la tensione  $V_{\text{out2}}$  misurata dal voltmetro può essere espressa come:

$$V_{\text{out2}} = V_S \cdot \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) + V_{\text{OFF}} = S \cdot P \cdot \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) + V_{\text{out1}}$$

Invertendo la precedente espressione, si ottiene il seguente modello di misura:

$$P = \frac{V_{\text{out2}} - V_{\text{out1}}}{S} \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

### Valutazione del misurando

Sostituendo i valori numerici nel modello di misura si ottiene:

$$P = \frac{7.70 - 0.10}{50 \cdot 10^{-6}} \cdot \frac{1000}{48050} \approx 3163.371 \dots \text{ Pa}$$

### Valutazione dell'incertezza

Dal modello di misura si può osservare che l'incertezza con cui è valutata la pressione  $P$  dipende dall'incertezza della sensibilità  $S$  del sensore, dall'incertezza delle due misure di tensione e dall'incertezza delle due resistenze  $R_1$  ed  $R_2$ .

L'incertezza della misura di  $P$  è valutata come:

$$\delta P = \left| \frac{\partial P}{\partial S} \right| \cdot \delta S + \left| \frac{\partial P}{\partial V_{\text{out1}}} \right| \cdot \delta V_{\text{out1}} + \left| \frac{\partial P}{\partial V_{\text{out2}}} \right| \cdot \delta V_{\text{out2}} + \left| \frac{\partial P}{\partial R_1} \right| \cdot \delta R_1 + \left| \frac{\partial P}{\partial R_2} \right| \cdot \delta R_2$$

$$\left| \frac{\partial P}{\partial S} \right| = \left| -\frac{V_{\text{out2}} - V_{\text{out1}}}{S^2} \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2} \right| = 6.33 \cdot 10^7 \frac{\text{Pa}}{\text{V/Pa}}$$

$$\left| \frac{\partial P}{\partial V_{\text{out1}}} \right| = \left| -\frac{1}{S} \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2} \right| = 416.2 \frac{\text{Pa}}{\text{V}}$$

$$\left| \frac{\partial P}{\partial V_{\text{out2}}} \right| = \left| \frac{1}{S} \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2} \right| = 416.2 \frac{\text{Pa}}{\text{V}}$$

$$\left| \frac{\partial P}{\partial R_1} \right| = \left| \frac{V_{\text{out2}} - V_{\text{out1}}}{S} \cdot \frac{R_2}{(R_1 + R_2)^2} \right| = 3.10 \frac{\text{Pa}}{\Omega}$$

$$\left| \frac{\partial P}{\partial R_2} \right| = \left| -\frac{V_{\text{out2}} - V_{\text{out1}}}{S} \cdot \frac{R_1}{(R_1 + R_2)^2} \right| = 0.066 \frac{\text{Pa}}{\Omega}$$

$$\delta S = 50 \cdot 10^{-6} \cdot 1 \cdot 10^{-3} = 5 \cdot 10^{-8} \frac{\text{V}}{\text{Pa}}$$

$$\delta V_{\text{out1}} = 0.001 \cdot 0.10 + 0.0005 \cdot 10 = 0.0051 \text{ V}$$

$$\delta V_{\text{out2}} = 0.001 \cdot 7.70 + 0.0005 \cdot 10 = 0.013 \text{ V}$$

$$\delta R_1 = 0.002 \cdot 1000 = 2.0 \Omega; \quad \delta R_2 = 50 \Omega$$

Sostituendo i valori numerici nell'espressione dell'incertezza assoluta  $\delta P$  si ottiene:

$$\delta P = 3.163 + 2.123 + 5.286 + 6.195 + 3.292 \approx 20 \text{ Pa}$$

### Dichiarazione finale della misura

$$P = (3163 \pm 20) \text{ Pa}$$

