

Cognome e Nome..... Matricola.....  
Docente .....

**ANALISI COMPLESSA**  
**Appello del 20 FEBBRAIO 2012 - Compito A**

**Esercizio 1 (3 punti)**

Trovare gli zeri della funzione complessa

$$f(z) = \frac{1 - e^{3\pi z}}{z^4 - 16},$$

nel suo naturale dominio di definizione  $\text{dom}(f) \subseteq \mathbb{C}$ .

**Esercizio 2 (3 punti)**

Trovare l'insieme delle soluzioni  $z \in \mathbb{C}$  dell'equazione

$$e^{3z} = e^{3\bar{z}}$$

e disegnarlo nel piano complesso.

**Esercizio 3 (5 punti)**

Si determini e si disegni l'insieme di convergenza della serie complessa

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^5 (iz + 1)^n}{(1 + i2)^n}.$$

**Esercizio 4 (4 punti)**

Si calcoli

$$I := \int_{\gamma} \frac{1}{z^2(z+1)(z+1-i/4)} dz,$$

dove  $\gamma$  è la curva di Jordan percorsa in senso antiorario avente come sostegno l'insieme  $\{z \in \mathbb{C} : |z+1| = 1/2\}$ .

**Esercizio 5 (5 punti)**

Al variare di  $\alpha \in \mathbb{R}$ , si scriva lo sviluppo di Laurent centrato in  $z_0 = 0$  nell'insieme  $\mathbb{C} \setminus \{0\}$  della funzione

$$f(z) := \frac{z^2 - \alpha e^{i2z}}{z^4}.$$

Si determini il residuo di  $f$  in  $z_0 = 0$  e la natura di tale singolarità.

**Esercizio 6 (4 punti)**

Sia  $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$  definita da

$$f(x) = [\operatorname{sgn}(x - 1) + \operatorname{sgn}(x)]x^2.$$

Disegnare il grafico di  $f$  e calcolare la derivata della distribuzione  $T_f$ .

**Esercizio 7 (4 punti)**

Posto

$$f(x) = x^4, \quad x \in \mathbb{R},$$

verificare che la distribuzione  $f(x)\delta_4 + T_f$  è temperata e calcolarne la trasformata di Fourier.

**Esercizio 8 (5 punti)**

a) Scrivere la definizione di funzione armonica.

b) Verificare che se  $f : \mathbb{C} \longrightarrow \mathbb{C}$  è analitica, allora la sua parte reale è armonica.