APPELLO SU PIATTAFORMA RESPONDUS

Cognome ....

Nome ....

Matricola ……………………………………….

Aula ....

1) Un triangolo rettangolo (privo di errore di forma) ha l'ipotenusa pari a (15.0 ± 0.5) cm e il cateto minore pari a (9.0 ± 0.5) cm. Il cateto maggiore vale:

   a) (12.0 ± 0.5) cm
   b) (12.0 ± 1.5) cm
   c) (12.0 ± 1.0) cm
   d) Nessuna delle precedenti

Soluzione: indico con h, M e m rispettivamente ipotenusa, cat. maggiore e minore.
Il cateto maggiore misura $M = \sqrt{h^2 - m^2} = 12\ cm$.
Dalla formula di propagazione delle incertezze (metodo deterministico) si ottine:

$$\delta M = \frac{h}{M}\delta h + \frac{m}{M}\delta m = \frac{15}{12}0.5 + \frac{9}{12}0.5 = 1\ cm$$

~~2)~~ Un segnale è composto da una componente sinusoidale di ampiezza picco-picco 20 V e da una componente continua di circa 1 V. Il segnale è collegato ad un voltmetro a valor medio a doppia semionda con condensatore in serie. La lettura ottenuta (senza incertezza) è pari a:

   a) Circa 6.4 V
   b) Circa 12.7 V
   c) Circa 7.1 V
   d) Circa 14.1 V

Soluzione: il condensatore elimina la componente continua. Trattandosi di una sinusoide la lettura è effettivamente il valore efficace del segnale. Poiché l'ampiezza del segnale è 10 V = ½ $V_{picco\text{-}picco}$, il valore efficace è pari $V_{rms} = \frac{10}{\sqrt{2}} = 7.07 \sim 7.1\ V$

3) Un oscilloscopio digitale in modalità *real time* presenta una profondità di memoria pari a 100 kSamples. Se il fattore di taratura orizzontale è impostato al valore di 2 ms/DIV e le divisioni orizzontali sono 10, la frequenza di campionamento vale:

   a) 20 MHz
   b) 50 MHz
   c) 200 MHz
   d) Nessuna delle precedenti

Soluzione: ogni divisione di 2 ms/DIV presenta 10kSamples. Tra un campione ed il successivo intercorre un intervallo ΔT, corrispondente all'intervallo di campionamento, che vale $\Delta T = T_c = \frac{2 \cdot 10^{-3}}{10000} = 2\ \cdot\ 10^{-7} = 200\ ns \rightarrow f_c = \frac{1}{T_c} = 5\ MHz$

~~4)~~ Si vuole misurare una frequenza f_x di circa 10 Hz. Nella scelta dello strumento preferisco un frequenzimetro a misura indiretta a periodo singolo con oscillatore interno a 10 MHz piuttosto che un frequenzimetro a misura diretta con tempo di misura Tg = 10 s e oscillatore a 10 MHz, in quanto:

   a) La frequenza da misurare è sicuramente multipla della frequenza dell'oscillatore
   b) Nel frequenzimetro a misura indiretta è possibile trascurare l'incertezza di quantizzazione
   c) Con il frequenzimetro a misura indiretta l'incertezza di quantizzazione è pari a 10 µHz
   d) Nessuna delle precedenti

Soluzione: l'inc. di quantizz nel freq a misura indiretta (periodo singolo) vale

$$\left|\frac{\delta f}{f_x}\right|_q = \frac{1}{n} = \frac{f_x}{f_c} = \frac{10}{10^7} = 10^{-6} \rightarrow \delta f = 10^{-6} \cdot 10 = 10\mu Hz$$

Se utilizzassi un freq a misura diretta con T_g=10s otterrei una inc di quantiz di 0.1Hz. Dalla teoria svolta a lezione si esclude a) e b)

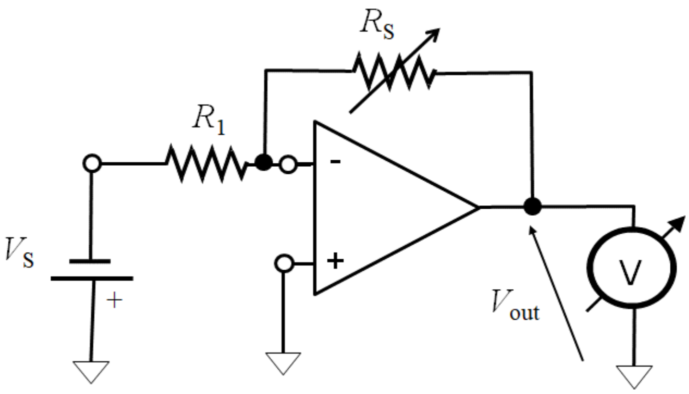
ESERCIZIO

Il circuito mostrato in figura è impiegato per misurare la pressione di una miscela gassosa mediante un sensore resistivo R_S, che è caratterizzato dalla seguente relazione ingresso/uscita:

$$R_S = R_0 \cdot (1 + A \cdot P);\ R_0 = 500\ \Omega;\ A = 8 \cdot 10^{-5}\ (\mathrm{Pa})^{-1}.$$

L'incertezza garantita dal sensore è pari a $\delta P_S = 10\ \mathrm{Pa} + 0.001 \cdot P$

Sapendo che $V_S = (1.000 \pm 0.001)$ V ed $R_1 = (500.00 \pm 0.25)\ \Omega$, valutare la misura della pressione P quando $V_{out} = (6.000 \pm 0.005)$ V.



Modello di misura

In condizioni di idealità dell'opamp, la relazione che lega V_{out} e le altre grandezze in gioco è la seguente:

$$V_{out} = \frac{R_S}{R_1} \cdot V_S = \frac{R_0 \cdot (1 + A \cdot P)}{R_1} \cdot V_S$$

da cui, invertendo l'espressione precedente, si ricava facilmente l'espressione che lega la grandezza incognita (in questo caso P) alle grandezze note R_0, R_1 , V_S, V_{out} e, infine, A

$$P = f(R_0, R_1, V_{out}, V_S, A) = \frac{1}{A} \cdot \left[\frac{V_{out}}{V_S} \cdot \frac{R_1}{R_0} - 1\right]$$

Stima del misurando

Dalla relazione precedente, sostituendo i valori inseriti nel testo, si ottiene la stima della pressione come:

$$P = \frac{1}{A} \cdot \left[\frac{V_{out}}{V_S} \cdot \frac{R_1}{R_0} - 1\right] = \frac{1}{8 \cdot 10^{-5}} \cdot \left[\frac{6}{1} \cdot \frac{500}{500} - 1\right] = \frac{5}{8} \cdot 10^5 = 62500\ Pa$$

Stima dell'incertezza

Osservando il modello di misura, si può notare che l'incertezza con cui è stimata la pressione dipende dall'incertezza con cui sono noti i parametri A ed R_0 del sensore resistivo. Il testo non fornisce informazioni relative a questi due parametri, ma dichiara l'incertezza assoluta di pressione come

$$\delta P_S = 10Pa + 0.001 \cdot P = 10 + 0.001 \cdot 62500 = 72.5\ Pa$$

L'incertezza complessiva della misura di pressione è infine stimata come:

$$\delta P = \left|\frac{\partial P}{\partial R_1}\right| \delta R_1 + \left|\frac{\partial P}{\partial V_{out}}\right| \delta V_{out} + \left|\frac{\partial P}{\partial V_S}\right| \delta V_S + \overbrace{\left|\frac{\partial P}{\partial R_0}\right| \delta R_0 + \left|\frac{\partial P}{\partial A}\right| \delta A}^{\delta P_S}$$

$$\left|\frac{\partial P}{\partial R_1}\right| = \frac{1}{A} \cdot \frac{V_{out}}{V_S \cdot R_0} = \frac{6}{8 \cdot 10^{-5} \cdot 1 \cdot 500} = 150\frac{Pa}{\Omega}$$
$$\left|\frac{\partial P}{\partial V_{out}}\right| = \frac{1}{A} \cdot \frac{R_1}{V_S \cdot R_0} = \frac{500}{8 \cdot 10^{-5} \cdot 1 \cdot 500} = 12500\frac{Pa}{\Omega}$$
$$\left|\frac{\partial P}{\partial V_S}\right| = \frac{1}{A} \cdot \frac{V_{out} \cdot R_1}{R_0} \cdot \frac{1}{V_S^2} = \frac{6 \cdot 500}{8 \cdot 10^{-5} \cdot 500} \cdot \frac{1}{1^2} = 75000\frac{Pa}{\mathrm{V}}$$
$$\overbrace{\left|\frac{\partial P}{\partial R_0}\right| \delta R_0 + \left|\frac{\partial P}{\partial A}\right| \delta A}^{\delta P_S} = \delta P_S = 72.5Pa$$

Inoltre:

$$\delta R_1 = 0.25\Omega;\ \delta V_{out} = 0.005\mathrm{V};\ \delta V_S = 0.001\mathrm{V}$$

da cui, sostituendo i valori numerici nell'espressione dell'incertezza assoluta di $\boldsymbol{\delta P}$ si ottiene:

$$\boldsymbol{\delta P = (150 \cdot 0.25) + (12500 \cdot 0.005) + (75000 \cdot 0.001) + 72.5 = 247.5\ Pa \rightarrow 0.25\ kPa}$$

Dichiarazione finale della misura

$$\boxed{P = (62.50 \pm 0.25)\ kPa}$$