**Cognome e Nome............................................. Matricola............**
**Docente ........................**

# ANALISI COMPLESSA
## Appello del 21 SETTEMBRE 2011 - Compito A

**Esercizio 1 (3 punti)**
Trovare gli zeri della funzione

$$f(z) = \frac{\overline{z}^2 - 4}{z - 3\overline{z}}\,, \qquad z \in \mathbb{C}\,,$$

nel suo naturale dominio di definizione $\mathrm{dom}(f)$.

**Esercizio 2 (3 punti)**
Stabilire se la funzione

$$f(x+iy) := \sin(x-y) + i\cos(x-y), \quad x, y \in \mathbb{R}$$

è analitica nel piano complesso.

**Esercizio 3 (5 punti)**
Si determini e si disegni l'insieme di convergenza della serie complessa

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt[3]{n}(z+i)^{4n}}{2in^2 + (i+3)\log n} \, .$$

**Esercizio 4 (4 punti)**
Si calcoli

$$I := \int_\gamma \frac{dz}{z^3 + 9z} \, ,$$

dove $\gamma$ è la curva di Jordan percorsa in senso antiorario avente come sostegno l'insieme $C = \{z \in \mathbb{C} \; : \; |z - 2i| = 4\}$.

**Esercizio 5 (5 punti)**
Si scriva lo sviluppo di Laurent centrato in $z_0 = 0$ nell'insieme $\mathbb{C} \setminus \{0\}$ della funzione

$$f(z) := \frac{\cosh(z^3)}{z^5} - \frac{3}{z} + \frac{2}{z^3} - \frac{1}{z^5}\,.$$

Si determini il residuo di $f$ in $z_0 = 0$ e la natura di tale singolarità.

**Esercizio 6 (4 punti)**
Sia $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = e^x H(-x) + (e^x + 1)p_2(x-1)\,,$$

dove $H$ denota la funzione di Heaviside e $p_2$ la funzione porta di ampiezza 2. Disegnare il grafico di $f$ e calcolare la derivata della distribuzione $T_f$ .

**Esercizio 7 (4 punti)**
Sia $f(x) := (x^2 - i)\sin x$, $x \in \mathbb{R}$. Provare che $T_f$ è una distribuzione temperata e calcolarne la trasformata di Fourier.

**Esercizio 8 (5 punti)**
a) Siano date una distribuzione $T$ ed una successione di distribuzioni $T_n$. Scrivere cosa significa che $T_n$ converge a $T$ nel senso delle distribuzioni.

b) Dire se esiste il limite nel senso delle distribuzioni della successione $T_n = n\delta_{-n}$. In caso affermativo calcolare tale limite.