

Cognome e Nome..... Matricola.....
Docente

ANALISI COMPLESSA
Appello del 11 FEBBRAIO 2009 - Compito A

Esercizio 1 (3 punti)

Disegnare il dominio $\text{dom}(f) \subseteq \mathbb{C}$ e trovare il luogo degli zeri della funzione

$$f(z) = \frac{e^{3iz} - 1}{z^4 - 4}.$$

Esercizio 2 (3 punti)

Determinare l'insieme di analiticità della funzione

$$f(z) = \frac{e^{\cosh z}}{\sin(3iz)}.$$

Esercizio 3 (4 punti)

Si determini l'insieme di convergenza e la somma della serie complessa

$$\sum_{n=0}^{\infty} \left(-\frac{i}{9}\right)^n (z+2i)^{2n+1}.$$

Esercizio 4 (5 punti)

Sia $R \subseteq \mathbb{C}$ il rettangolo di vertici $1, -1, -1 - 5i, 1 - 5i$. Si calcoli

$$I = \int_{\partial R} \frac{e^{iz}}{(z^2 + 5iz - 6)} dz$$

dove ∂R è percorsa in senso antiorario.

Esercizio 5 (5 punti)

Scrivere lo sviluppo di Laurent centrato in $z_0 = 0$ della funzione

$$f(z) = \frac{e^{iz^2}}{z^6}.$$

Classificare la singolarità z_0 e calcolare il residuo di f in z_0 .

Esercizio 6 (4 punti)

Sia $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) := |3x|H(x+1) + \operatorname{sgn}(2x), \quad x \in \mathbb{R}.$$

Disegnare il grafico di f e calcolare la derivata della distribuzione T_f .

Esercizio 7 (4 punti)

Calcolare l'antitrasformata di Laplace della funzione

$$F(s) = \frac{s^4 - 3s^3 + 8s^2 - 28s - 6}{(s^2 + 9)(s - 3)}.$$

Esercizio 8 (5 punti)

- a) Si definisca il concetto di derivata complessa e si enunci con precisione un teorema che collega la derivabilità complessa con le condizioni di Cauchy-Riemann.
- b) Si determini per quali valori di $z_0 \in \mathbb{C}$ la funzione $f(z) = 2 - |z|^2 z$ risulta derivabile in senso complesso in z_0 .