



POLITECNICO
DI TORINO

DET

Department of Electronics and Telecommunications

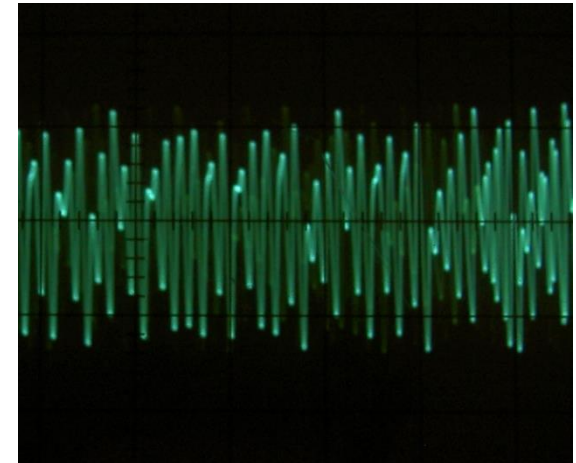
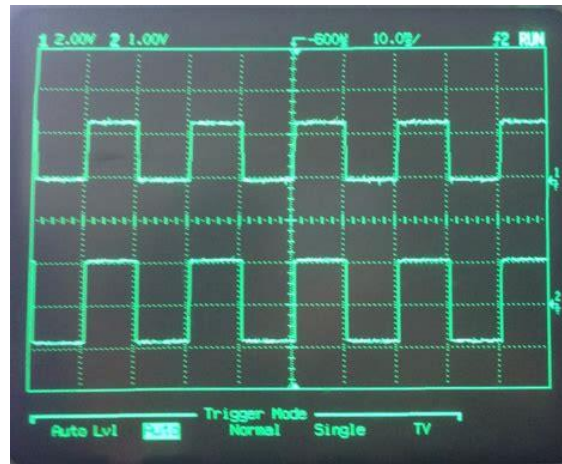
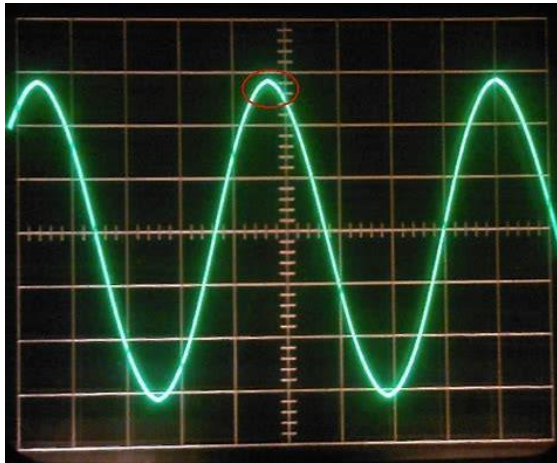
Oscillatori a Rilassamento

Oscillatore

Oscillatore: circuito *autonomo*: non presenta un punto di funzionamento a riposo stabile e, in assenza di ingressi esterni fornisce un'uscita variabile nel tempo.

Si differenziano in base alla **forma d'onda**:

- *Sinusoidali*
- *Ad onda quadra e/o triangolare*
- *Caotici* (forma d'onda limitata non periodica)



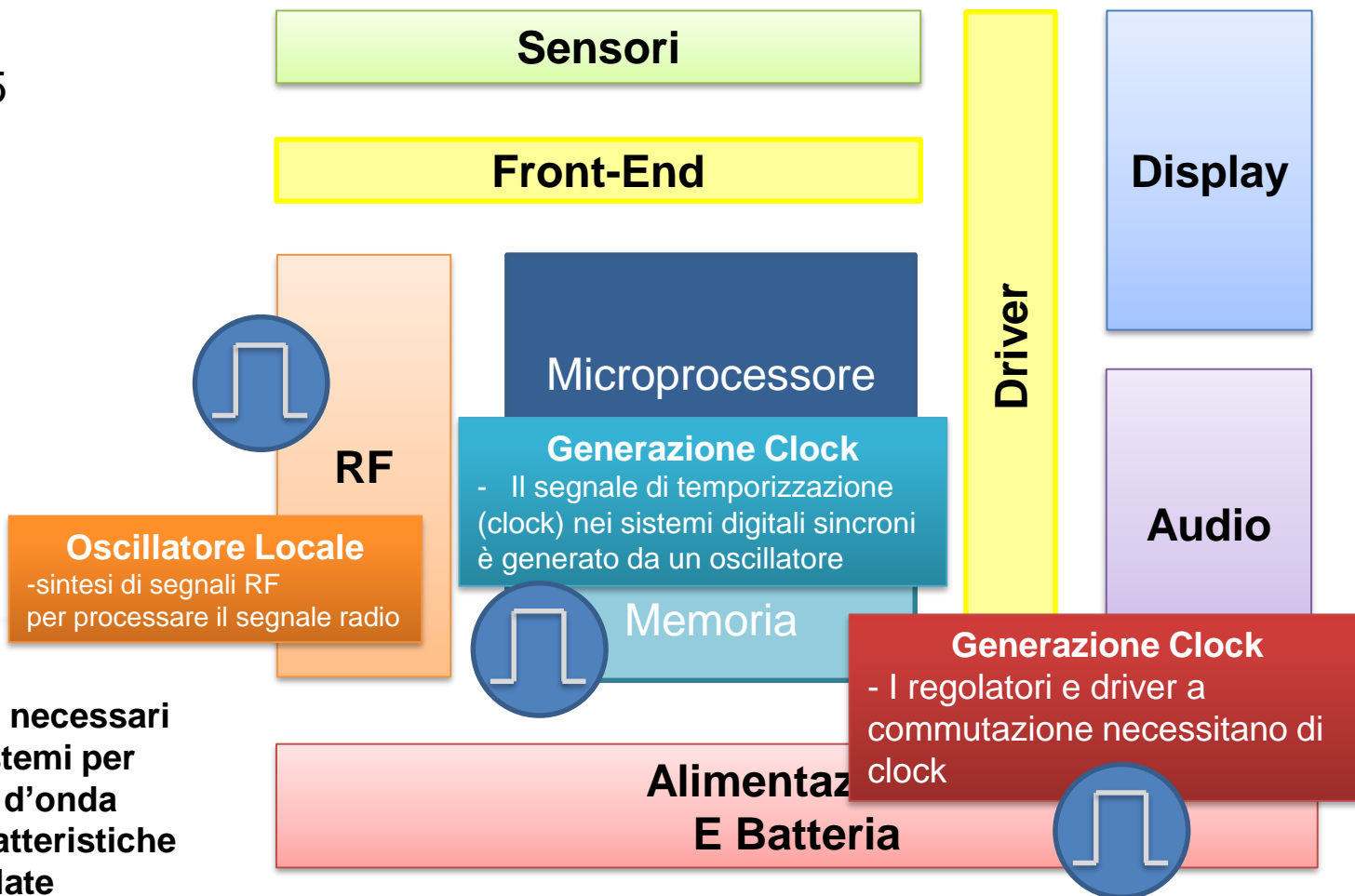
POLITECNICO
DI TORINO

DET
Department of Electronics and Telecommunications

Oscillatori nei Sistemi Elettronici

Schema a blocchi funzionale semplificato

Apple iPhone5



Gli oscillatori sono necessari in molti sotto-sistemi per generare forme d'onda periodiche con caratteristiche ben controllate



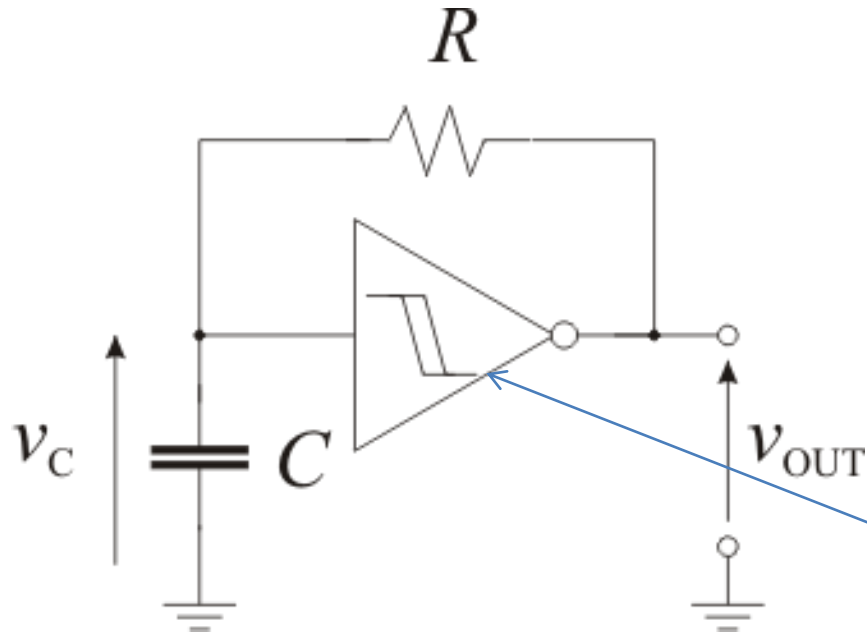
POLITECNICO
DI TORINO

DET
Department of Electronics and Telecommunications

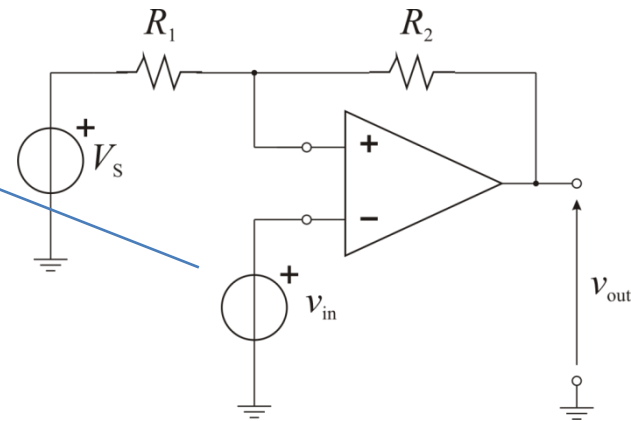
Oscillatore a Rilassamento (I)

Esempio di applicazione dei comparatori con isteresi.

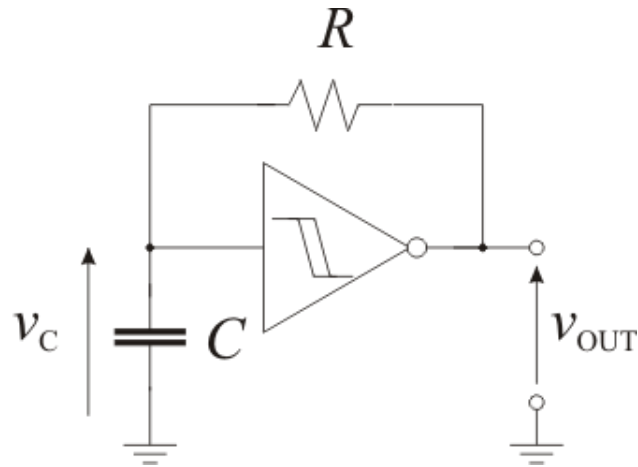
Introducendo una rete di retroazione **RC** in un **comparatore invertente con isteresi** si ottiene un circuito instabile, in grado di generare un'onda quadra



nel comparatore c'è già retroazione positiva,
il gruppo RC aggiunge retroazione negativa

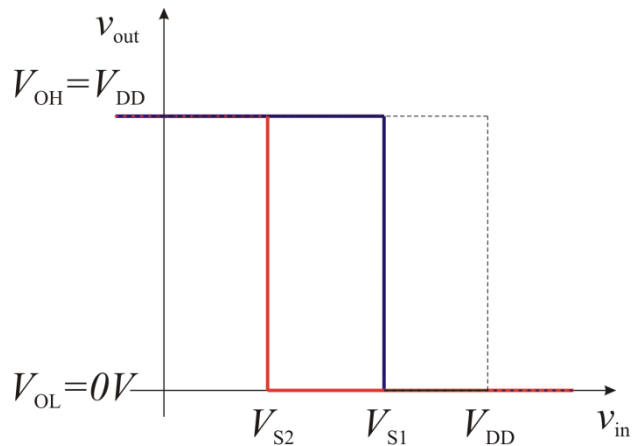


Oscillatore a Rilassamento (II)

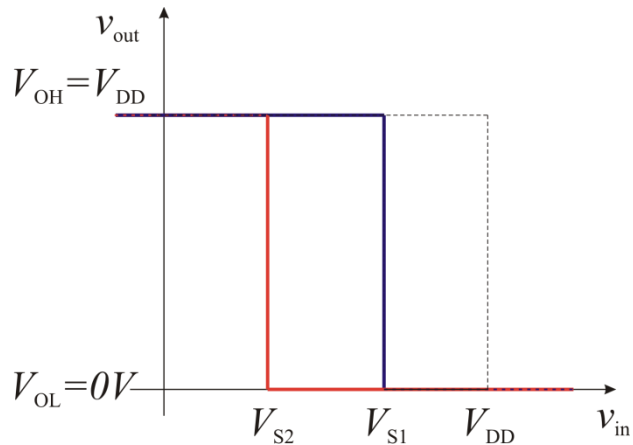
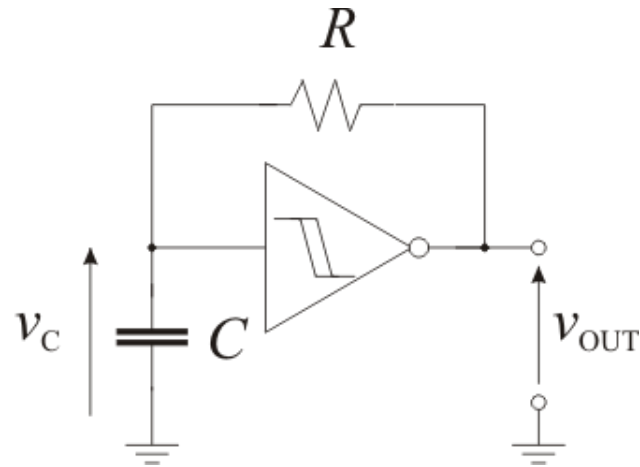


Ipotesi:

- comparatore invertente con isteresi e soglie $0 < V_{S2} < V_{S1} < V_{DD}$
- Livelli logici dell'uscita: stato alto $V_{OH} = V_{DD}$, stato basso $V_{OL} = 0V$.
Trascuriamo gli effetti di carico



Oscillatore a Rilassamento (III)



Analisi in DC (???)

In un ipotetico punto di funzionamento stabile in continua il comparatore dovrebbe essere allo stato alto o allo stato basso

Ipotesi:

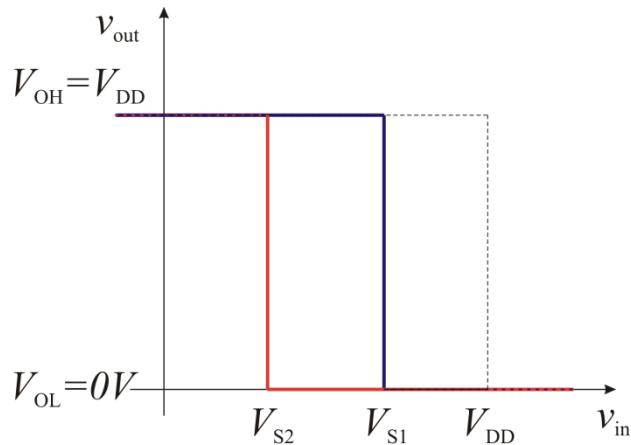
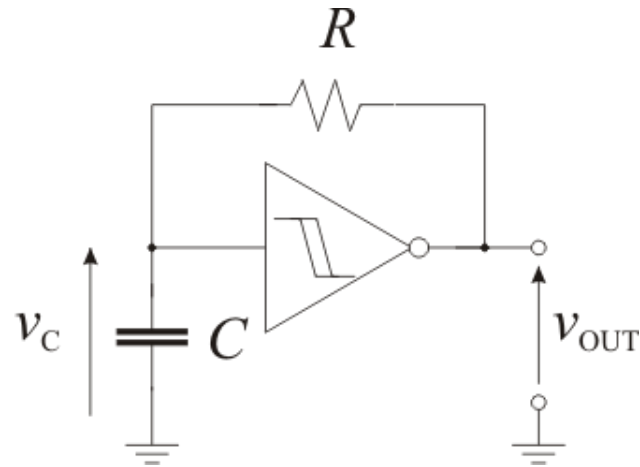
Comparatore allo stato alto $\rightarrow V_{OUT} = V_{DD}$

In continua il condensatore equivale ad un circuito aperto, quindi $V_C = V_{DD}$

Ma per $V_C = V_{DD} > V_{S1}$ il comparatore invertente sarebbe allo stato basso, in contraddizione con l'ipotesi!



Oscillatore a Rilassamento (IV)



Analisi in DC (???)

In un ipotetico punto di funzionamento stabile il comparatore dovrebbe essere allo stato alto o allo stato basso

Ipotesi:

Comparatore allo stato basso $\rightarrow V_{OUT} = 0$

In continua il condensatore equivale ad un circuito aperto, quindi $V_C = V_{OUT} = 0$

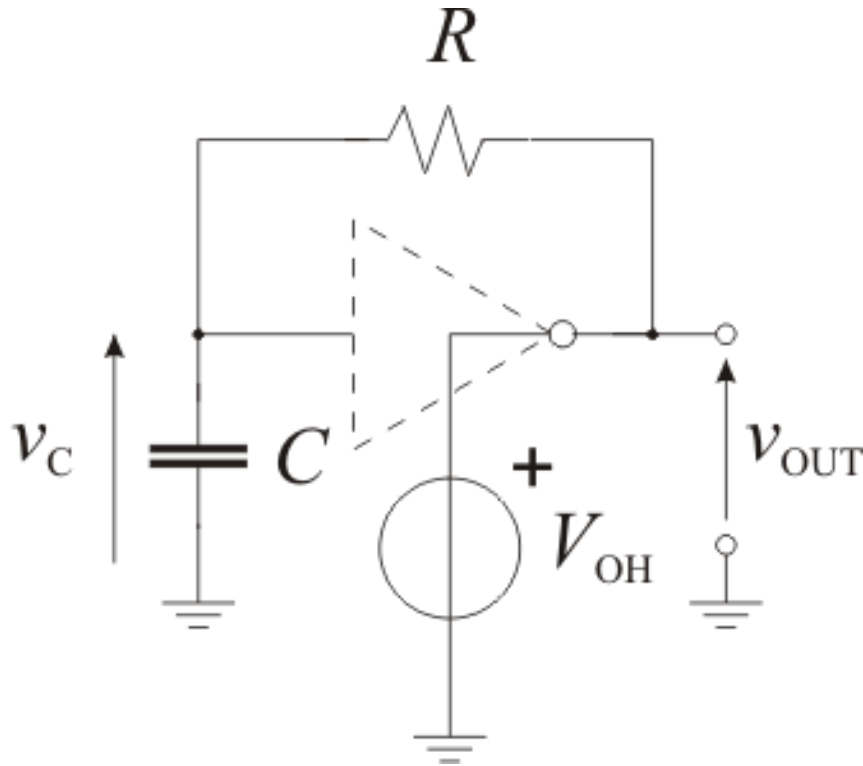
Ma per $V_C = 0 < V_{S2}$ il comparatore invertente sarebbe allo stato alto, in contraddizione con l'ipotesi!

Il circuito non presenta punti di funzionamento stabili

Che cosa succede in pratica?



Oscillatore a Rilassamento - Analisi nel dominio del tempo (I)



- Condizione iniziale il condensatore C è inizialmente scarico: $v_C(0) = 0V$



- Essendo $v_C = v_{in} = 0V < V_{S2}$ l'uscita del comparatore è inizialmente allo **stato alto**

Il condensatore è caricato dall'uscita attraverso R . L'andamento di v_C si può ricavare studiando un

transitorio in circuito RC del primo ordine

$$v_C(t) = [v_C(0) - v_C(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}} + v_C(\infty)$$

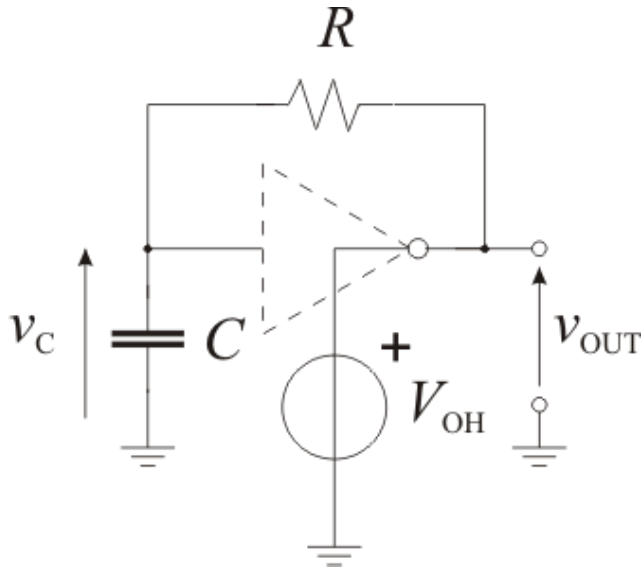
$$v_C(0) = V_{OL} \quad v_C(\infty) = V_{OH}$$

$$\tau = RC$$

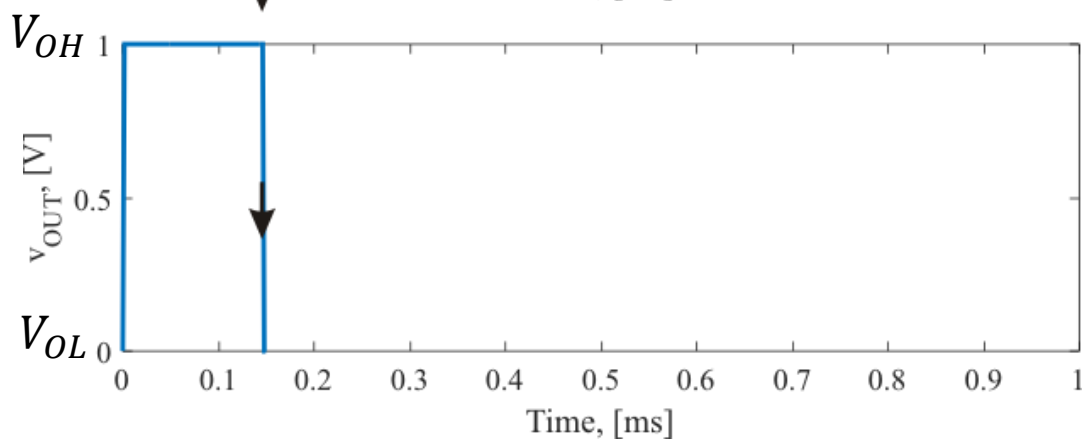
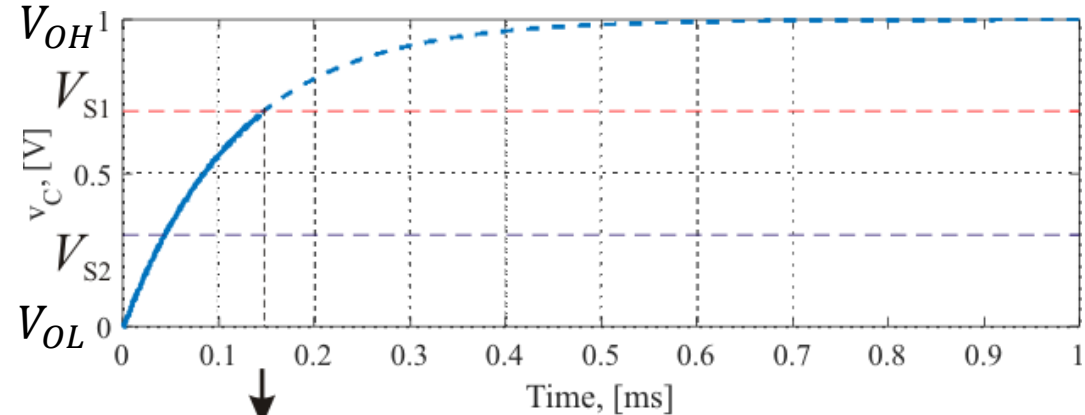


Oscillatore a Rilassamento - Analisi nel dominio del tempo (II)

stato alto: $v_{out} = V_{OH}$



transitorio in circuito RC
del primo ordine



$$v_C(t) = [v_C(0) - v_C(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}} + v_C(\infty)$$

$$v_C(0) = 0V \quad v_C(\infty) = V_{OH} \quad \tau = RC$$



$$v_C(t) = V_{OH} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

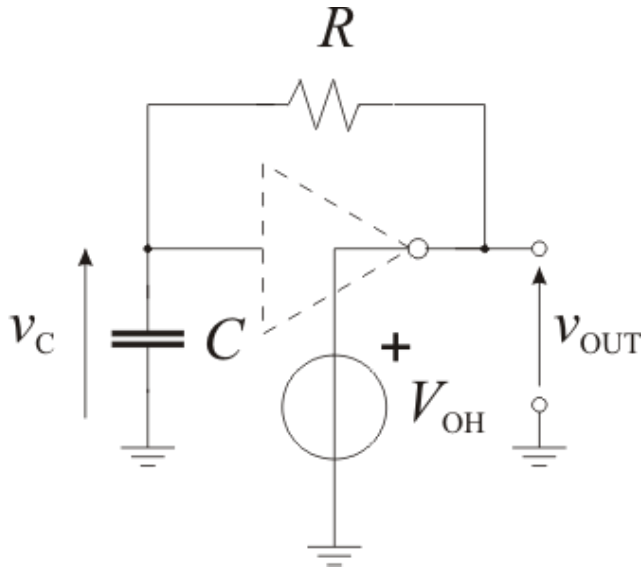


POLITECNICO
DI TORINO

DET
Department of Electronics and Telecommunications

Oscillatore a Rilassamento - Analisi nel dominio del tempo (III)

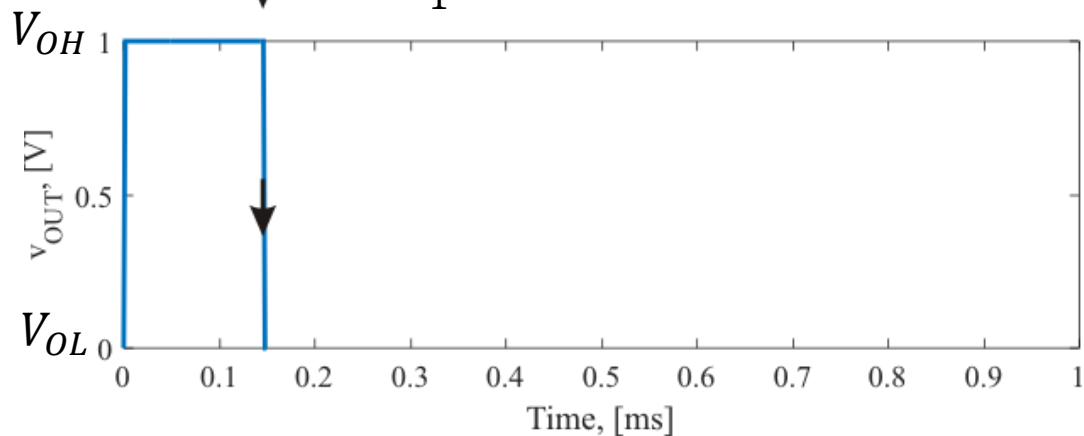
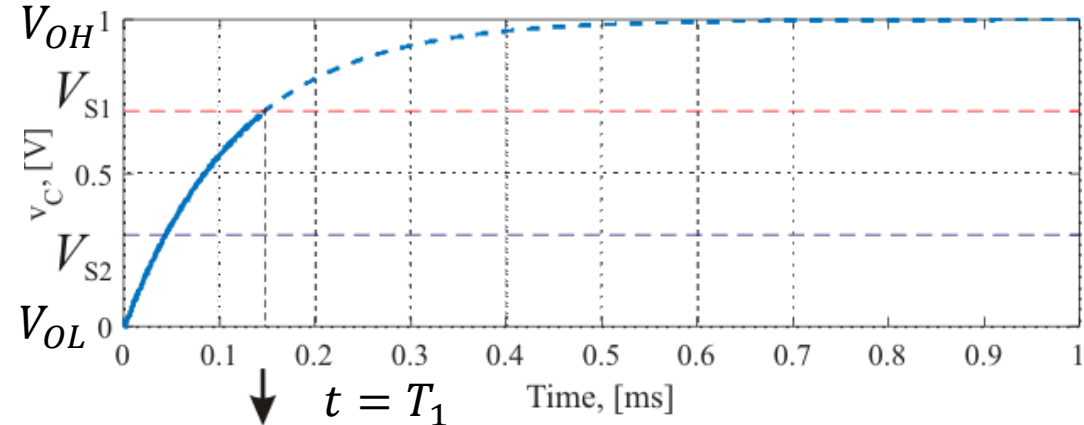
stato alto: $v_{out} = V_{OH}$



l'analisi è valida solo fino a $t = T_1$
quando l'ingresso raggiunge V_{S1}

$$V_{OH}(1 - e^{-\frac{T_1}{\tau}}) = V_{S1}$$

$$T_1 = \tau \log \frac{V_{OH}}{V_{OH} - V_{S1}}$$



$$v_C(t) = V_{OH}(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \text{ per } 0 < t < T_1$$

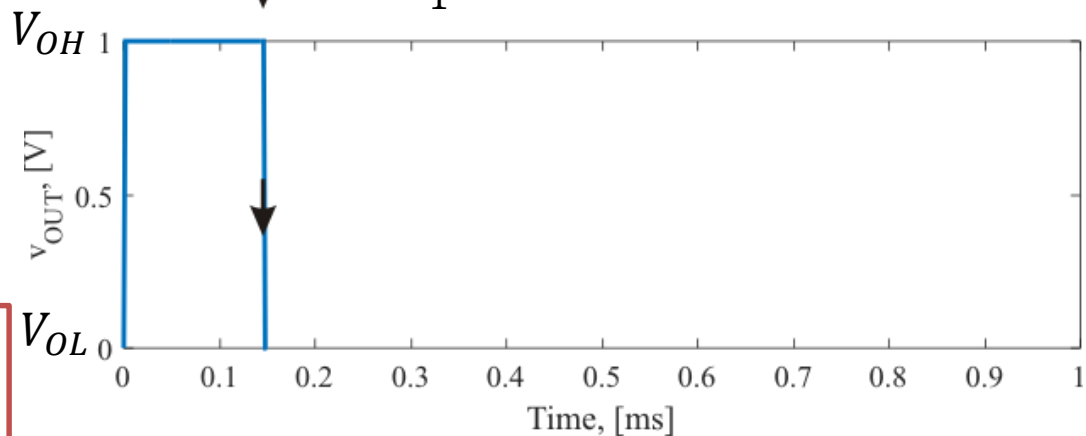
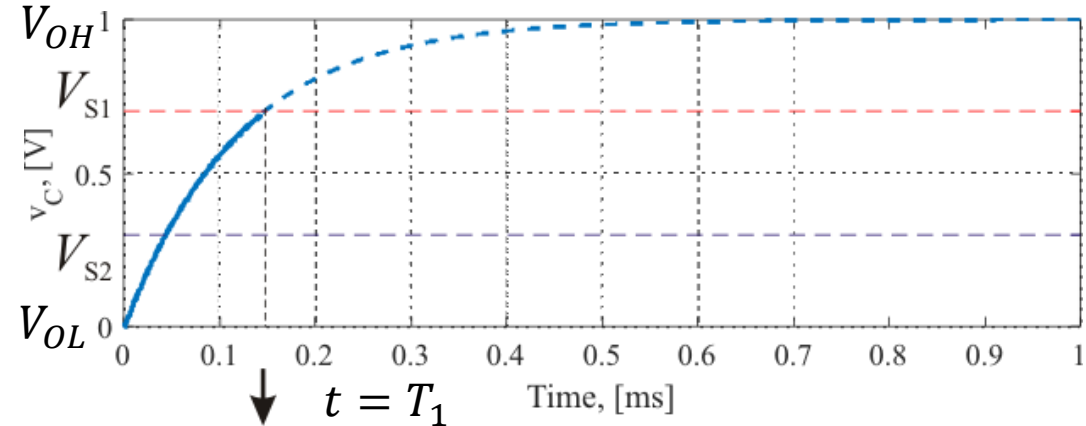
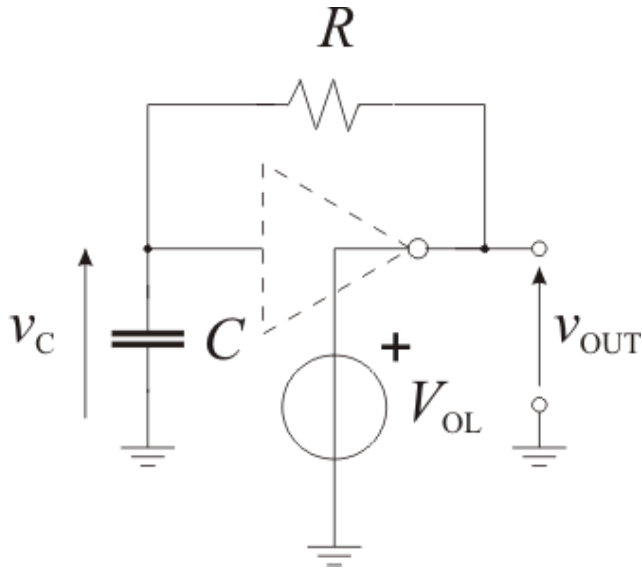


POLITECNICO
DI TORINO

DET
Department of Electronics and Telecommunications

Oscillatore a Rilassamento - Analisi nel dominio del tempo (IV)

stato alto: $v_{out} = V_{OH}$



quando la tensione d'ingresso raggiunge V_{S1} **l'uscita del comparatore commuta a V_{OL}**

Il condensatore resta carico a V_{S1}

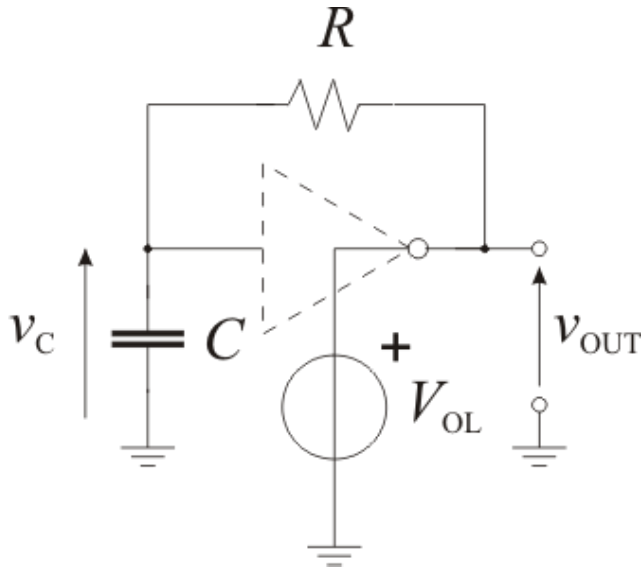


POLITECNICO
DI TORINO

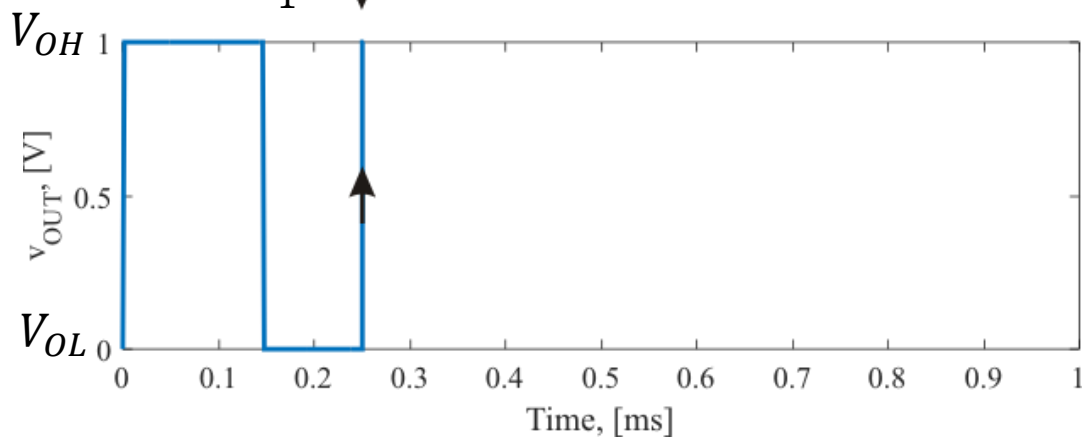
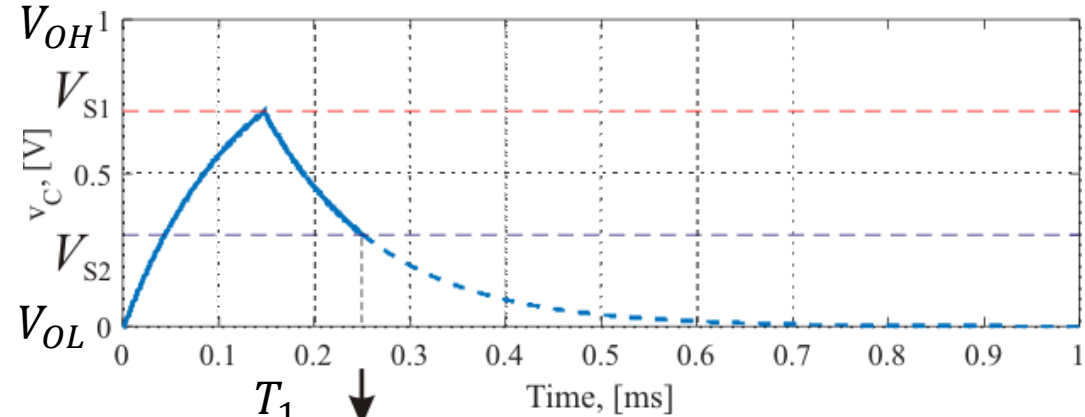
DET
Department of Electronics and Telecommunications

Oscillatore a Rilassamento - Analisi nel dominio del tempo (V)

stato basso: $v_{out} = V_{OL}$



transitorio in circuito RC
del primo ordine



$$v_C(T_1) = V_{S1} \quad v_C(\infty) = V_{OL} \quad \tau = RC \quad \Rightarrow \quad v_C(t) = (V_{S1} - V_{OL})e^{-\frac{t-T_1}{\tau}} + V_{OL}, T_1 < t < T_2$$

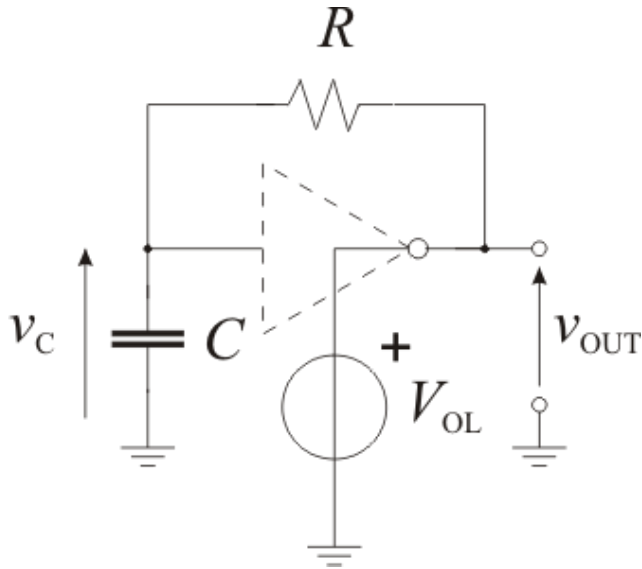


POLITECNICO
DI TORINO

DET
Department of Electronics and Telecommunications

Oscillatore a Rilassamento - Analisi nel dominio del tempo (VI)

stato basso: $v_{out} = V_{OL}$



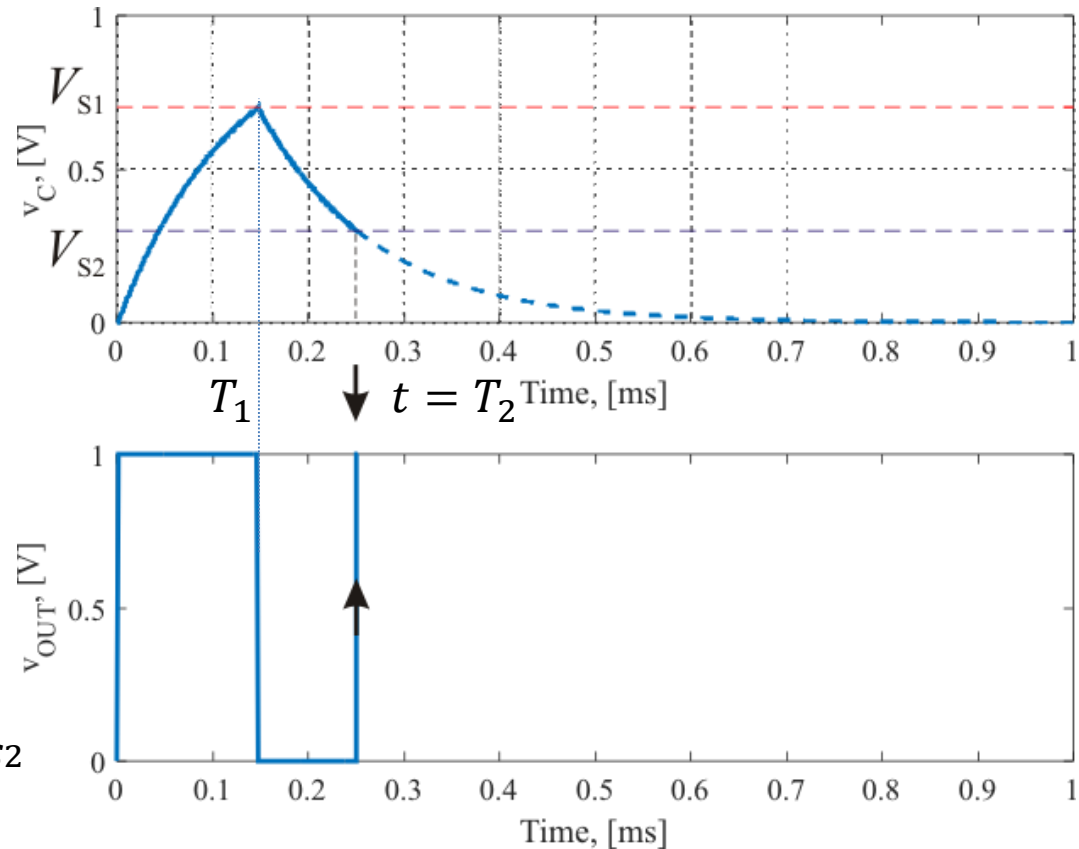
l'analisi è valida solo fino a $t = T_2$
quando la tensione d'ingresso raggiunge V_{S2}

$$(V_{S1} - V_{OL})e^{-\frac{T_2 - T_1}{\tau}} + V_{OL} = V_{S2}$$

$$T_2 - T_1 = \tau \log \frac{V_{S1} - V_{OL}}{V_{S2} - V_{OL}}$$



$$v_C(t) = (V_{S1} - V_{OL})e^{-\frac{t - T_1}{\tau}} + V_{OL}, T_1 < t < T_2$$

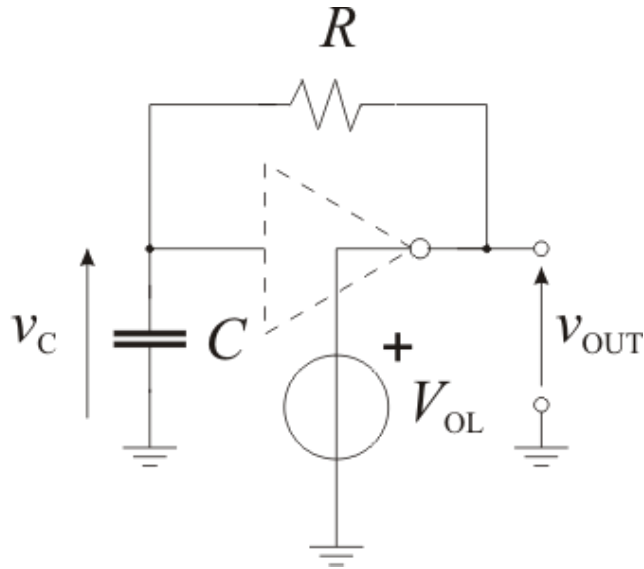


POLITECNICO
DI TORINO

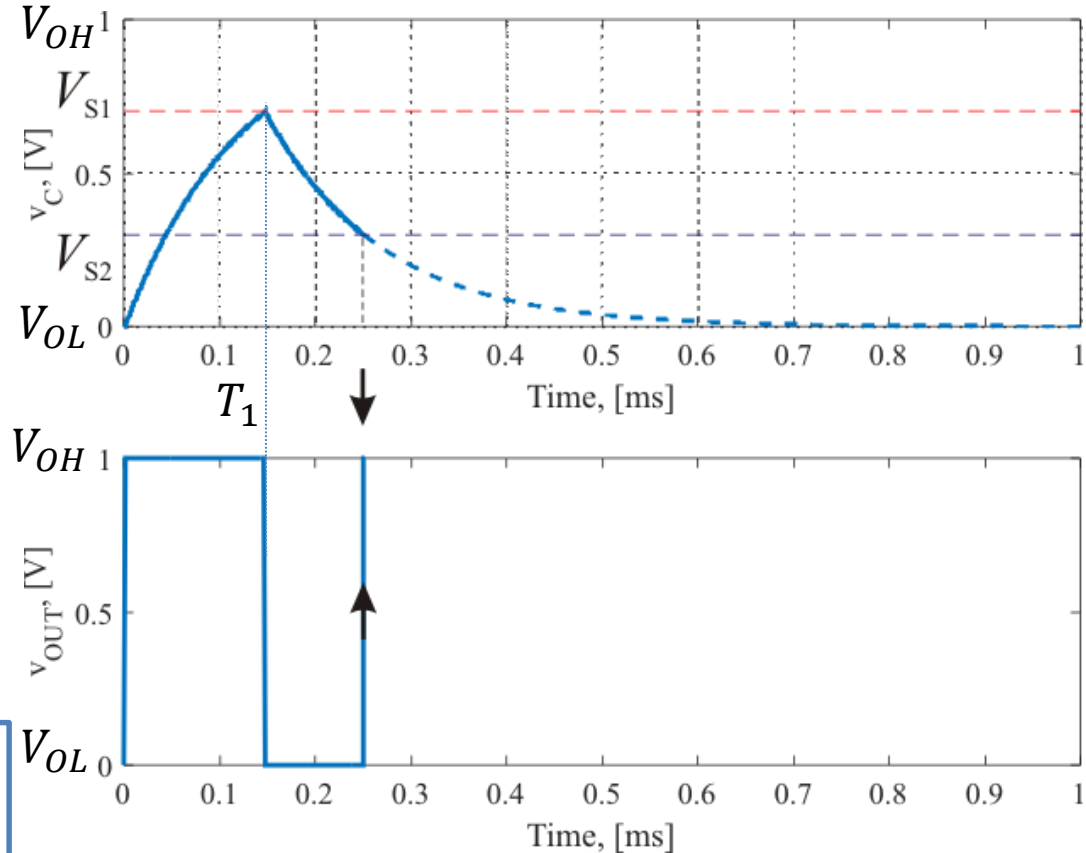
DET
Department of Electronics and Telecommunications

Oscillatore a Rilassamento - Analisi nel dominio del tempo (VII)

stato basso: $v_{out} = V_{OL}$



quando la tensione d'ingresso raggiunge V_{S2} **l'uscita del comparatore commuta a V_{OH}**



Il condensatore resta carico a V_{S2}

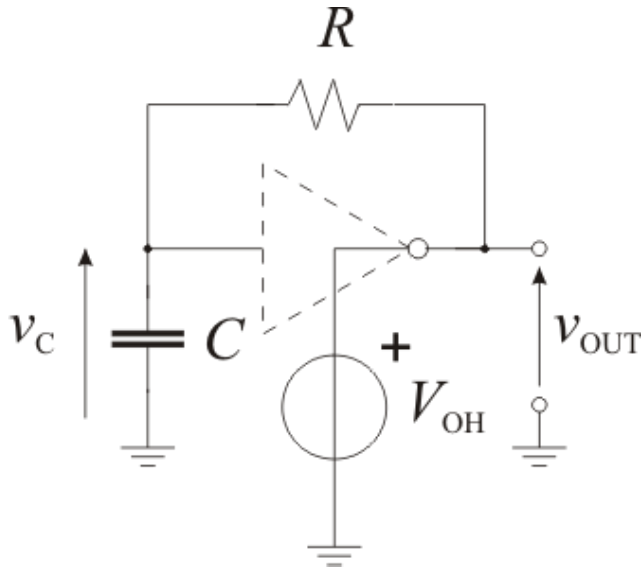


POLITECNICO
DI TORINO

DET
Department of Electronics and Telecommunications

Oscillatore a Rilassamento - Analisi nel dominio del tempo (VIII)

stato alto: $v_{out} = V_{OH}$

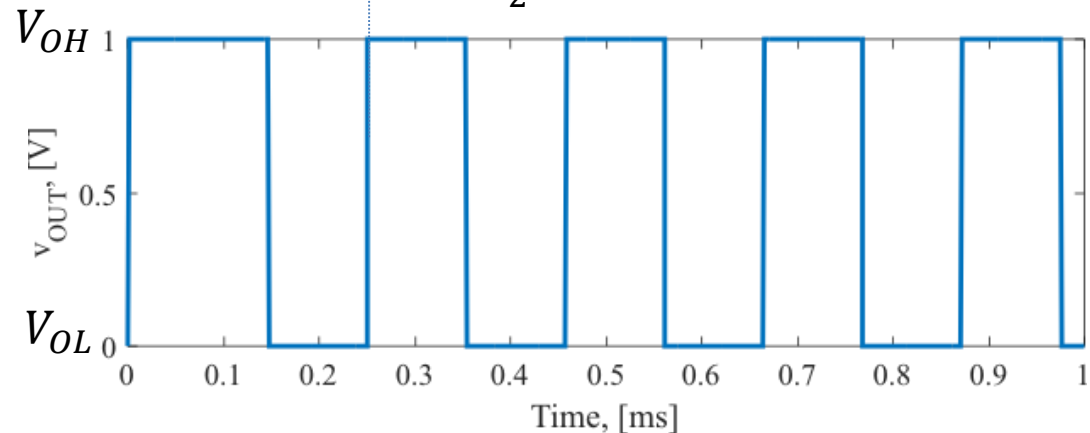
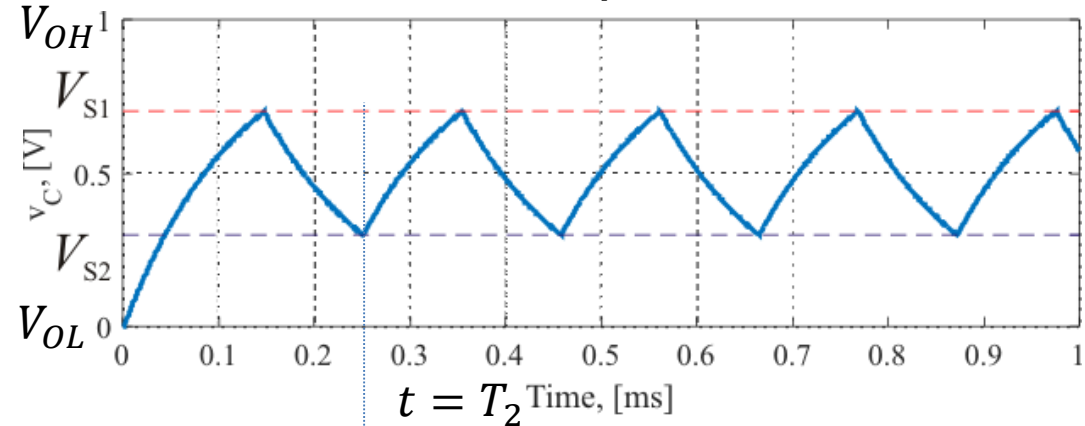


quando l'ingresso raggiunge V_{S2}
l'uscita commuta a V_{OH}

transitorio in circuito RC
del primo ordine

$$v_C(T_2) = V_{S2} \quad v_C(\infty) = V_{OH} \quad \tau = RC$$

Analisi nel dominio del tempo



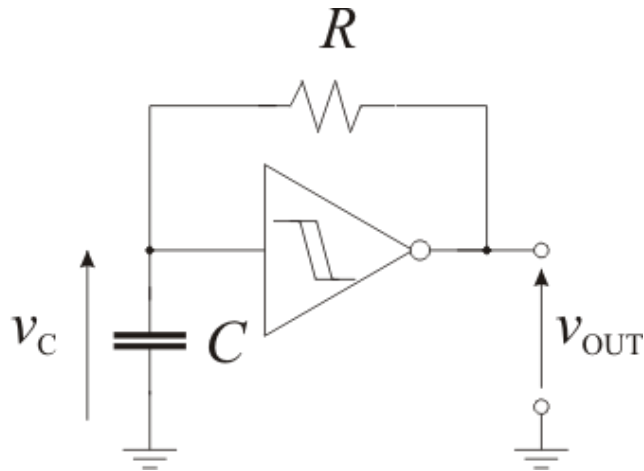
$$v_C(t) = (V_{S2} - V_{OH})e^{-\frac{t-T_2}{\tau}} + V_{OH}$$



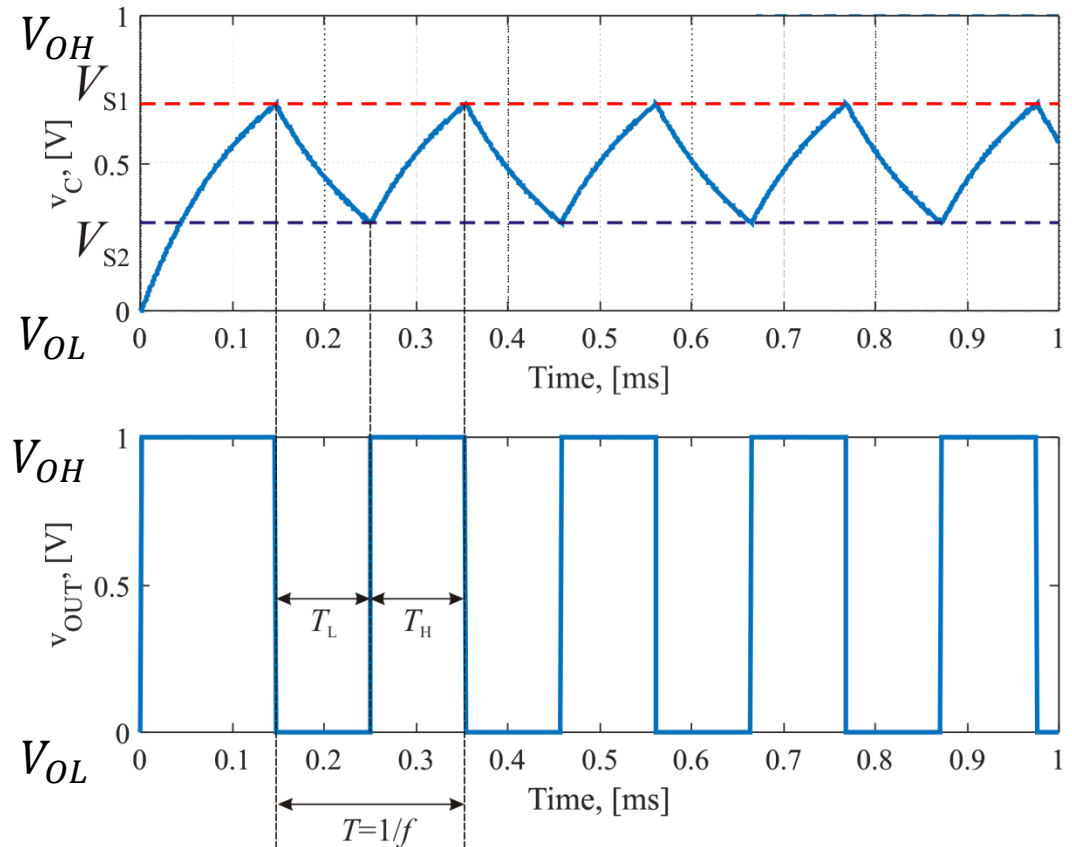
POLITECNICO
DI TORINO

DET
Department of Electronics and Telecommunications

Oscillatore a Rilassamento – Frequenza e Duty Cycle (I)



Si alternano periodicamente fasi:
 T_H : comparatore allo **stato alto**,
il condensatore **C** si **carica**
 T_L : comparatore allo **stato basso**,
il condensatore **C** si **scarica**

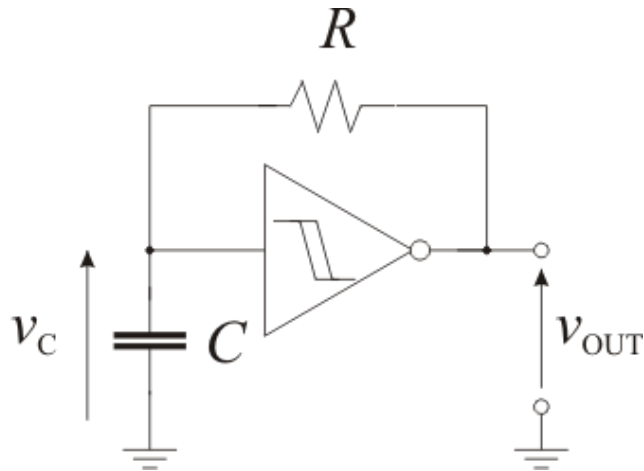


L'uscita del comparatore è un'onda quadra

Calcoliamo la frequenza $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{T_H + T_L}$ e duty cycle $D = \frac{T_H}{T}$



Oscillatore a Rilassamento – Frequenza e Duty Cycle (II)

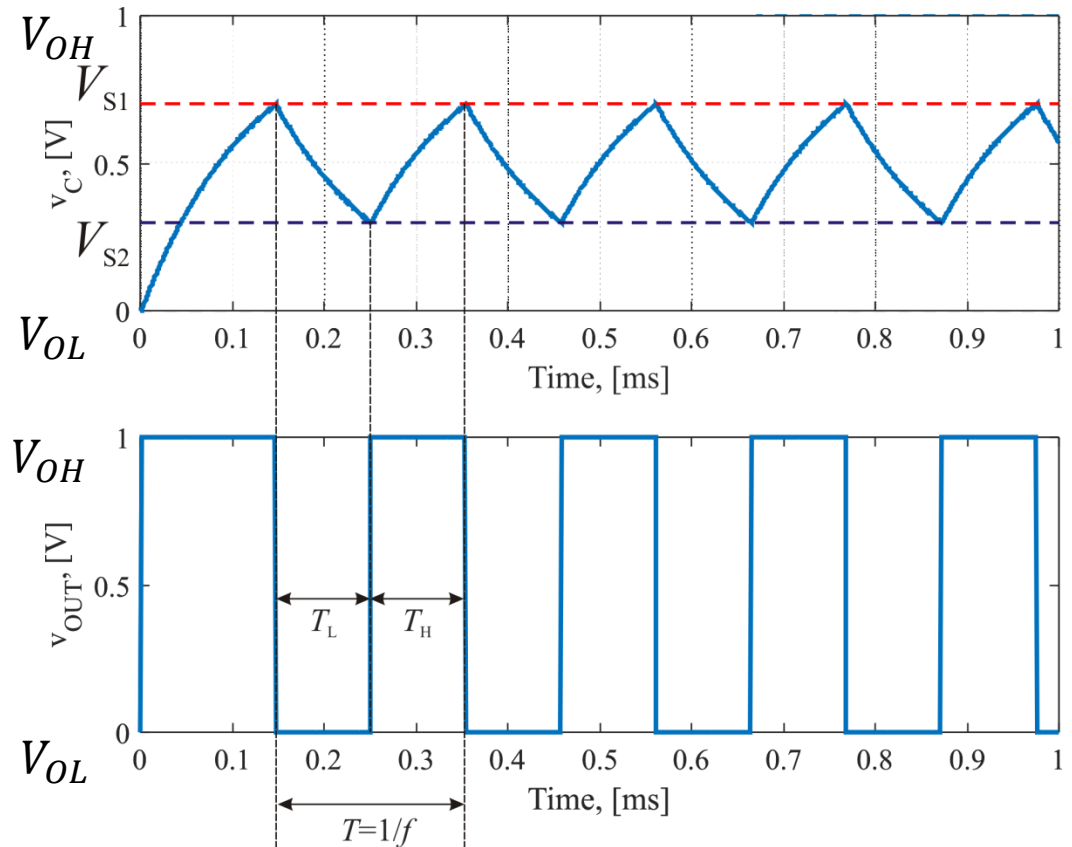


$$T_L = \tau \log \frac{V_{OL} - V_{S1}}{V_{OL} - V_{S2}}$$

$$T_H = \tau \log \frac{V_{OH} - V_{S2}}{V_{OH} - V_{S1}}$$

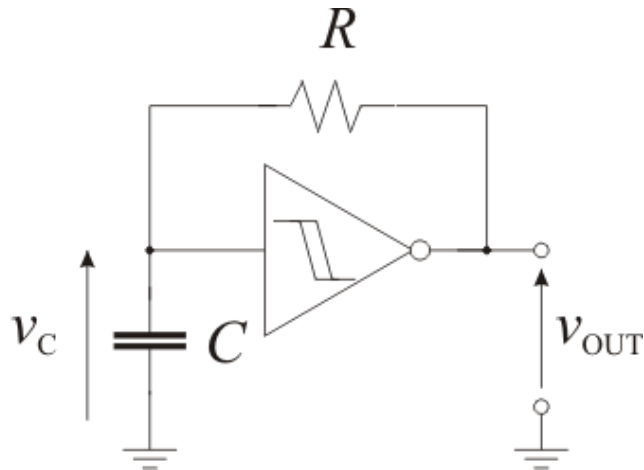
$$T = \frac{1}{f} = T_H + T_L = \tau \log \left(\frac{V_{OH} - V_{S2}}{V_{OH} - V_{S1}} \frac{V_{OL} - V_{S1}}{V_{OL} - V_{S2}} \right)$$

$$D = \frac{\log \frac{V_{OH} - V_{S1}}{V_{OH} - V_{S2}}}{\log \left(\frac{V_{OH} - V_{S2}}{V_{OH} - V_{S1}} \frac{V_{OL} - V_{S1}}{V_{OL} - V_{S2}} \right)}$$



Oscillatore a Rilassamento – Frequenza e Duty Cycle (III)

Analisi nel dominio del tempo



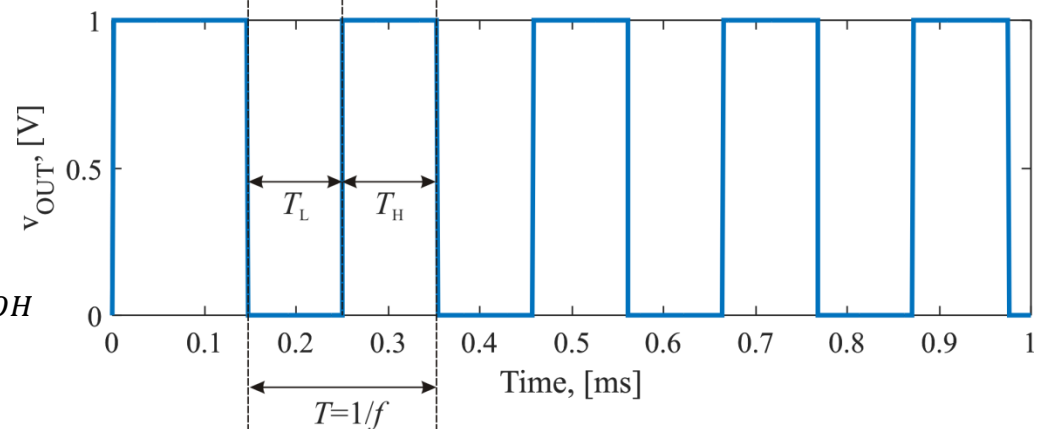
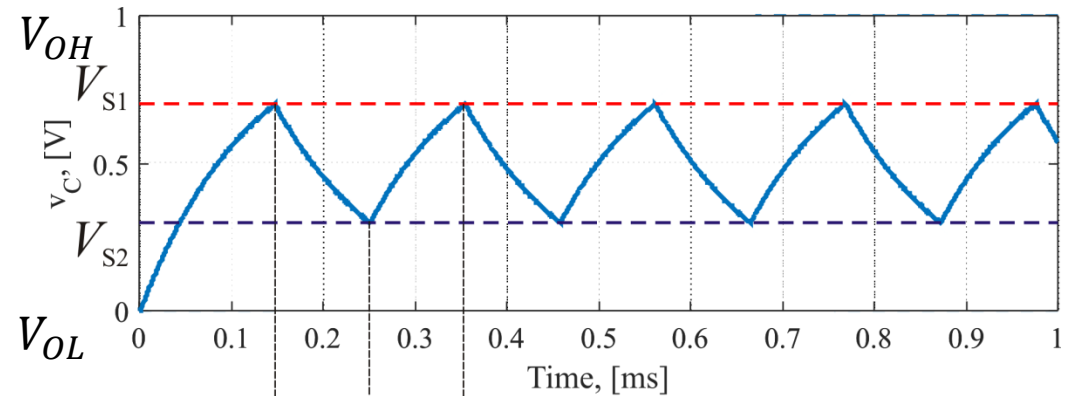
Se le soglie sono simmetriche
rispetto a $V_M = \frac{V_{OH} + V_{OL}}{2}$

$$V_M - V_{OL} = V_{OH} - V_M \rightarrow V_{OL} = 2V_M - V_{OH}$$

$$V_M - V_{S2} = V_{S1} - V_M \rightarrow V_{S2} = 2V_M - V_{S1}$$

$$T_L = \tau \log \frac{V_{OH} + V_{S1}}{V_{OH} - V_{S1}}$$

$$T_H = \tau \log \frac{V_{OH} + V_{S1}}{V_{OH} - V_{S1}} = T_L$$



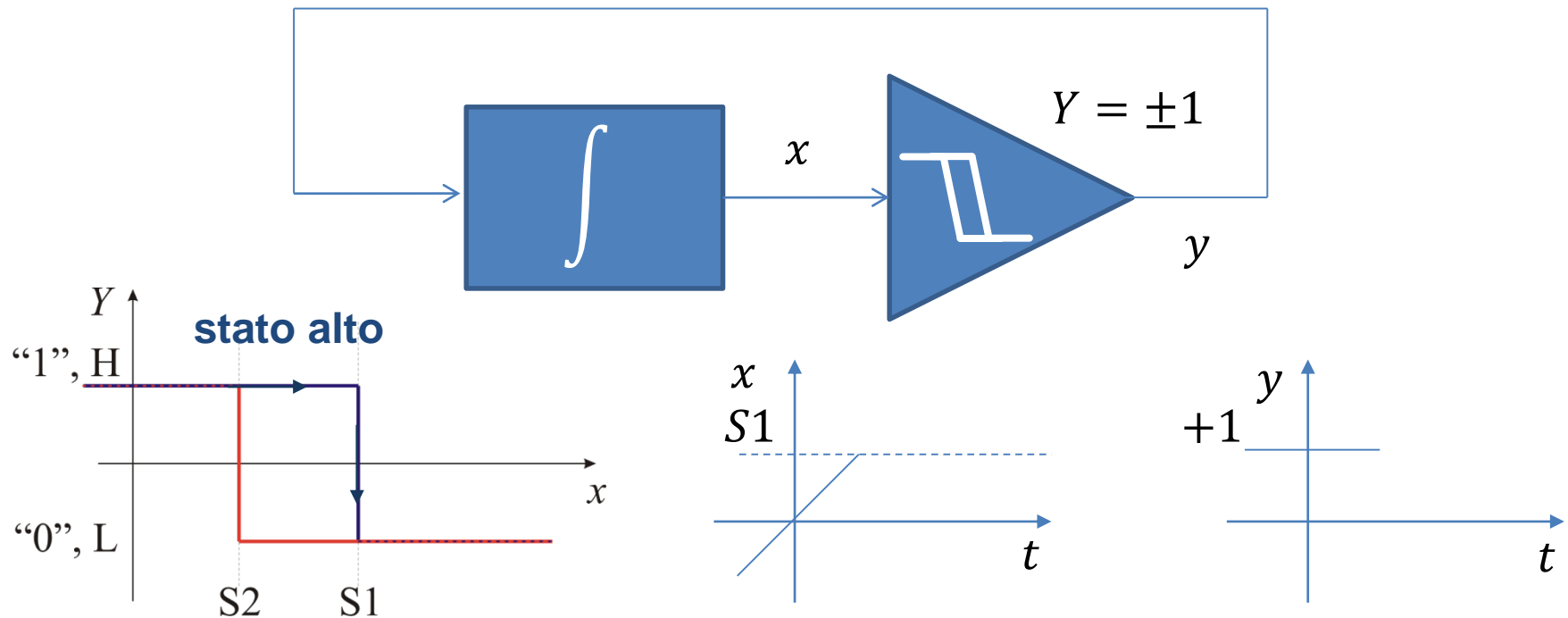
$$T = \frac{1}{f} = 2\tau \log \frac{V_{OH} + V_{S1}}{V_{OH} - V_{S1}}$$

$$D = 0.5$$



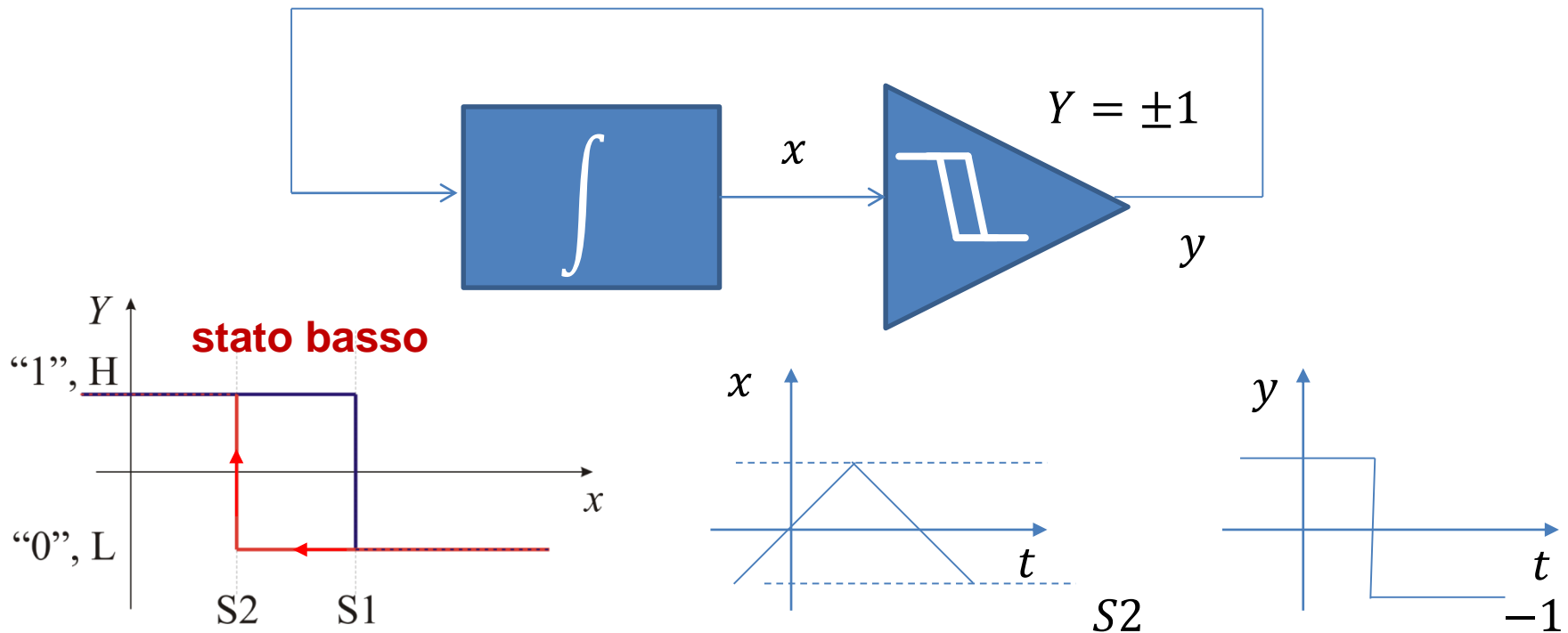
Oscillatore ad Onda Quadra e Triangolare: schema a blocchi (I)

- Il comparatore invertente con isteresi ha soglie $S1$ e $S2$, uscita $+1$ allo stato alto e -1 allo stato basso
- Assumiamo che l'uscita del comparatore y sia alta (costante positiva $+1$): allora, l'uscita x dell'integratore è una rampa crescente.
- Quando l'uscita x dell'integratore raggiunge la soglia $S1$, il comparatore commuta



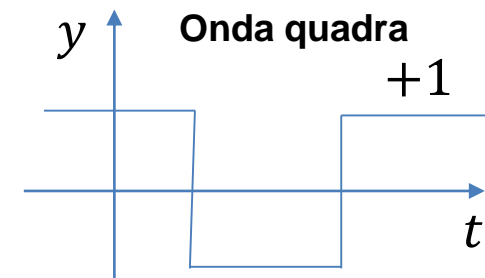
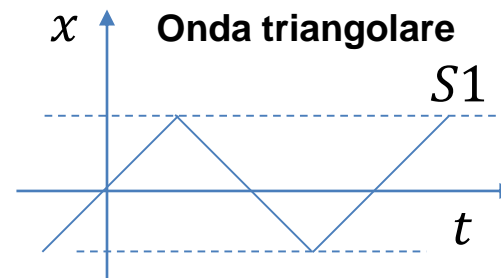
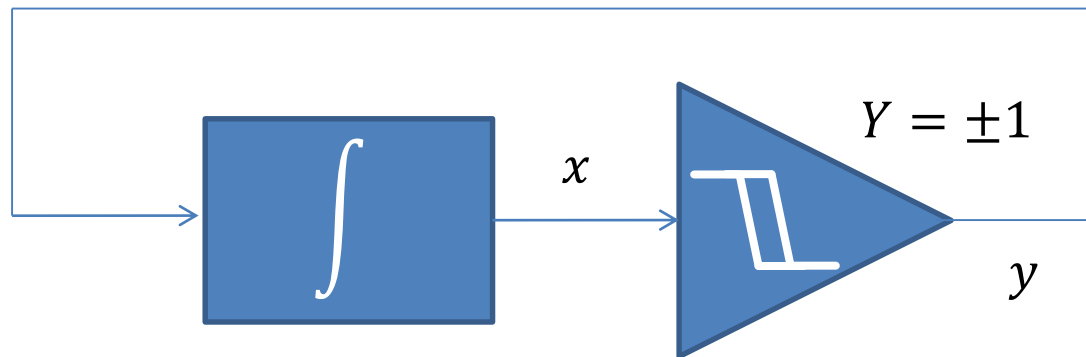
Oscillatore ad Onda Quadra e Triangolare: schema a blocchi (II)

- Quando l'uscita x dell'integratore raggiunge la soglia $S1$, il comparatore commuta
- l'uscita del comparatore y diventa bassa (costante negativa -1): l'uscita x dell'integratore è una rampa decrescente.
- Quando x raggiunge la soglia $S2$, il comparatore ritorna allo stato alto



Oscillatore ad Onda Quadra e Triangolare: schema a blocchi (III)

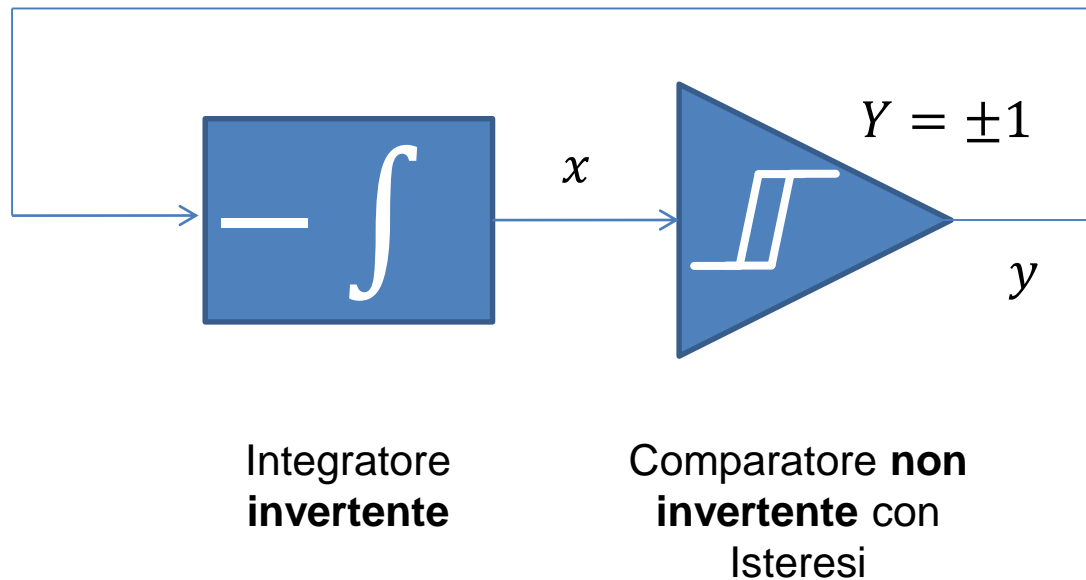
- Quando l'uscita x dell'integratore raggiunge la soglia $S1$, il comparatore commuta
- l'uscita del comparatore y diventa bassa (costante negativa -1): l'uscita x dell'integratore è una rampa decrescente.
- Quando x raggiunge la soglia $S2$, il comparatore ritorna allo stato alto
- La sequenza si ripete periodicamente, così che x ha un andamento ad onda triangolare mentre y è un'onda quadra



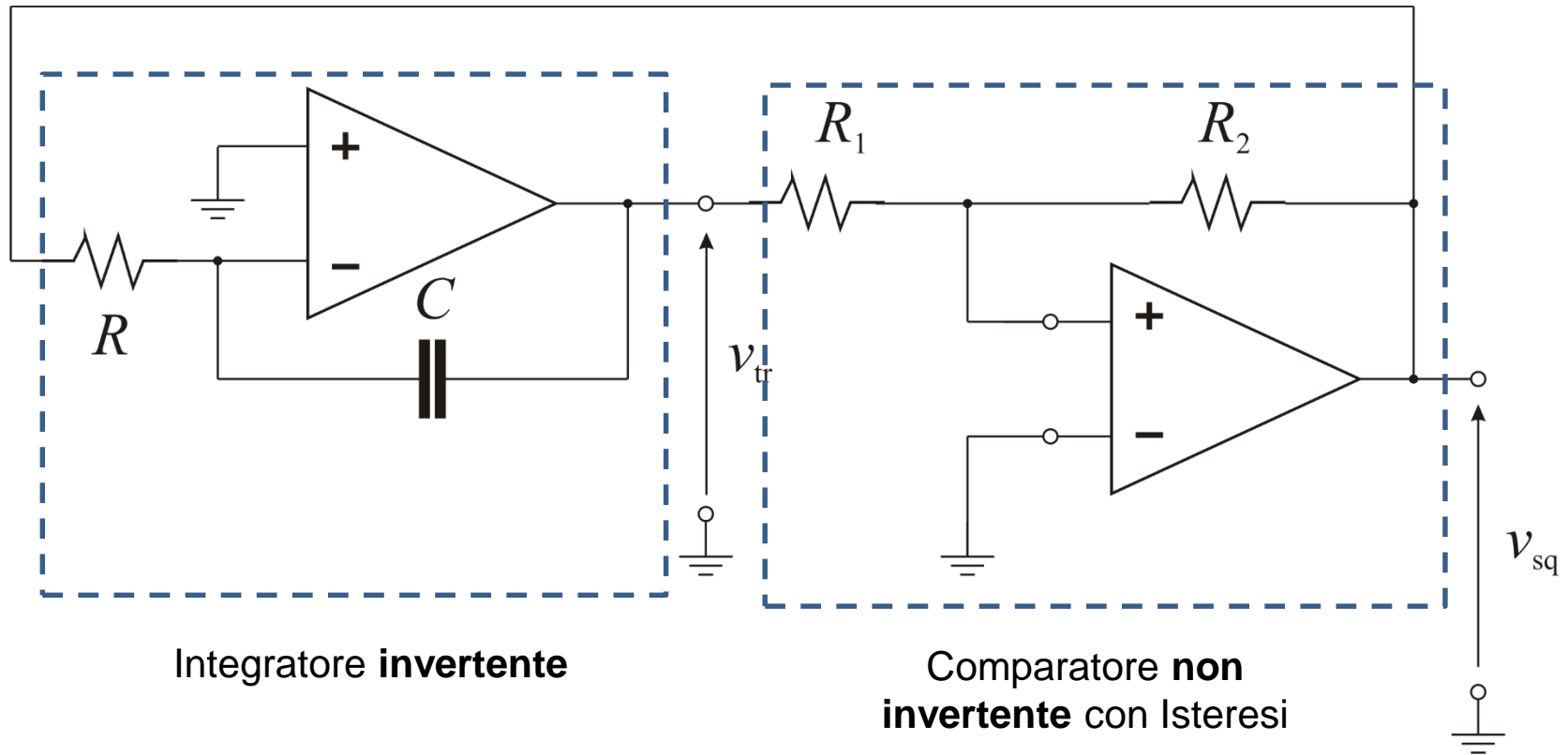
Oscillatore ad Onda Quadra e Triangolare: circuito (I)

Possiamo utilizzare un integratore basato su operazionale ed un comparatore con isteresi

L'integratore basato su operazionale è già invertente, quindi il comparatore dovrà essere non-invertente



Oscillatore ad Onda Quadra e Triangolare: circuito (II)



Integratore **invertente**

Comparatore **non invertente** con Isteresi

Si considera per semplicità:

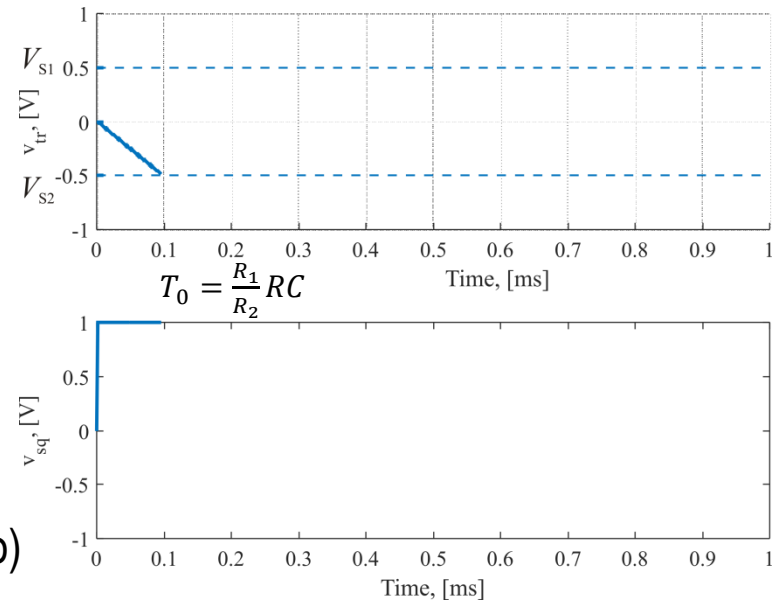
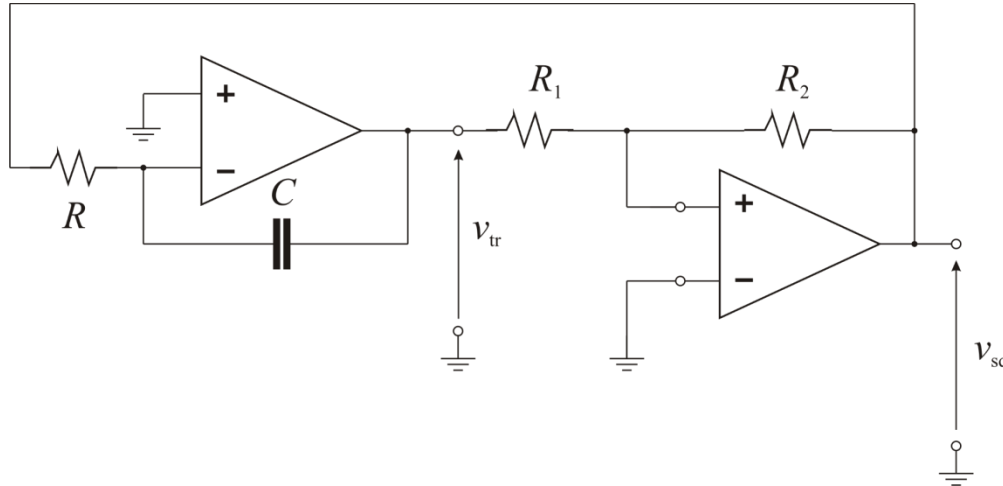
$$V_{OH} = -V_{OL} = V_{AL}$$

$$V_{S1} = -V_{S2} = V_{AL} \frac{R_1}{R_2}$$



Oscillatore ad Onda Quadra e Triangolare: circuito (III)

Analisi nel dominio del tempo



In $t = 0$ assumiamo $v_C(0) = 0$ (condensatore scarico) e comparatore allo stato alto

$$v_{sq}(t) = V_{OH} = V_{AL}$$

$$v_{tr}(t) = v_C(0) - \frac{1}{RC} \int_0^t V_{AL} dt' = v_C(0) - \frac{V_{AL}}{RC} t$$

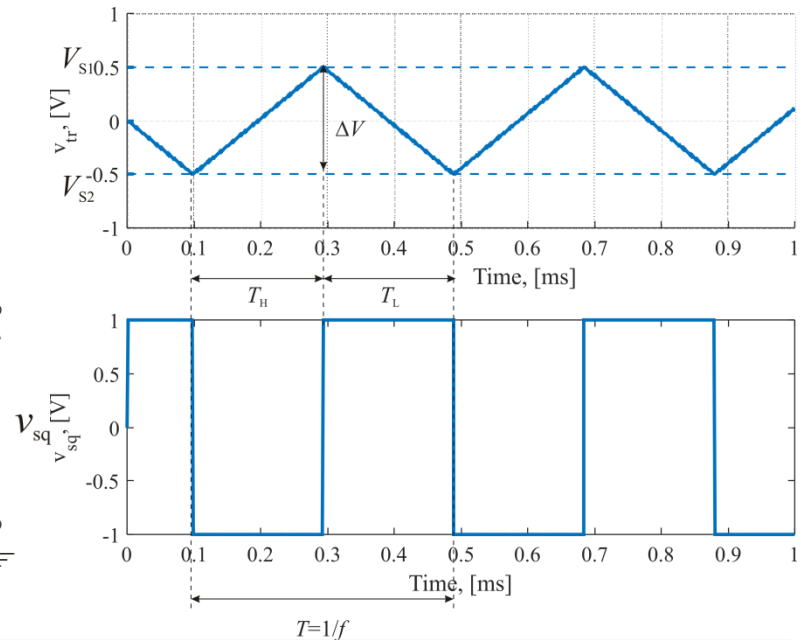
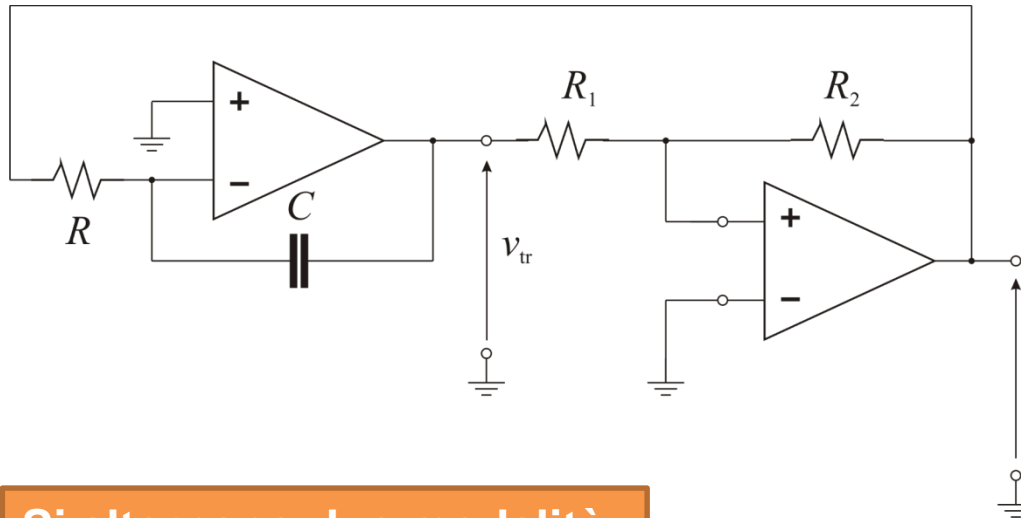
La tensione v_{tr} decresce linearmente con pendenza $-\frac{V_{AL}}{RC}$ fino a quando raggiunge $V_{S2} = -\frac{R_1}{R_2} V_{AL}$

Quando questo avviene, i.e. @ $T_0 = \frac{R_1}{R_2} RC$ il comparatore commuta allo stato basso.



Oscillatore ad Onda Quadra e Triangolare: circuito (IV)

Analisi nel dominio del tempo



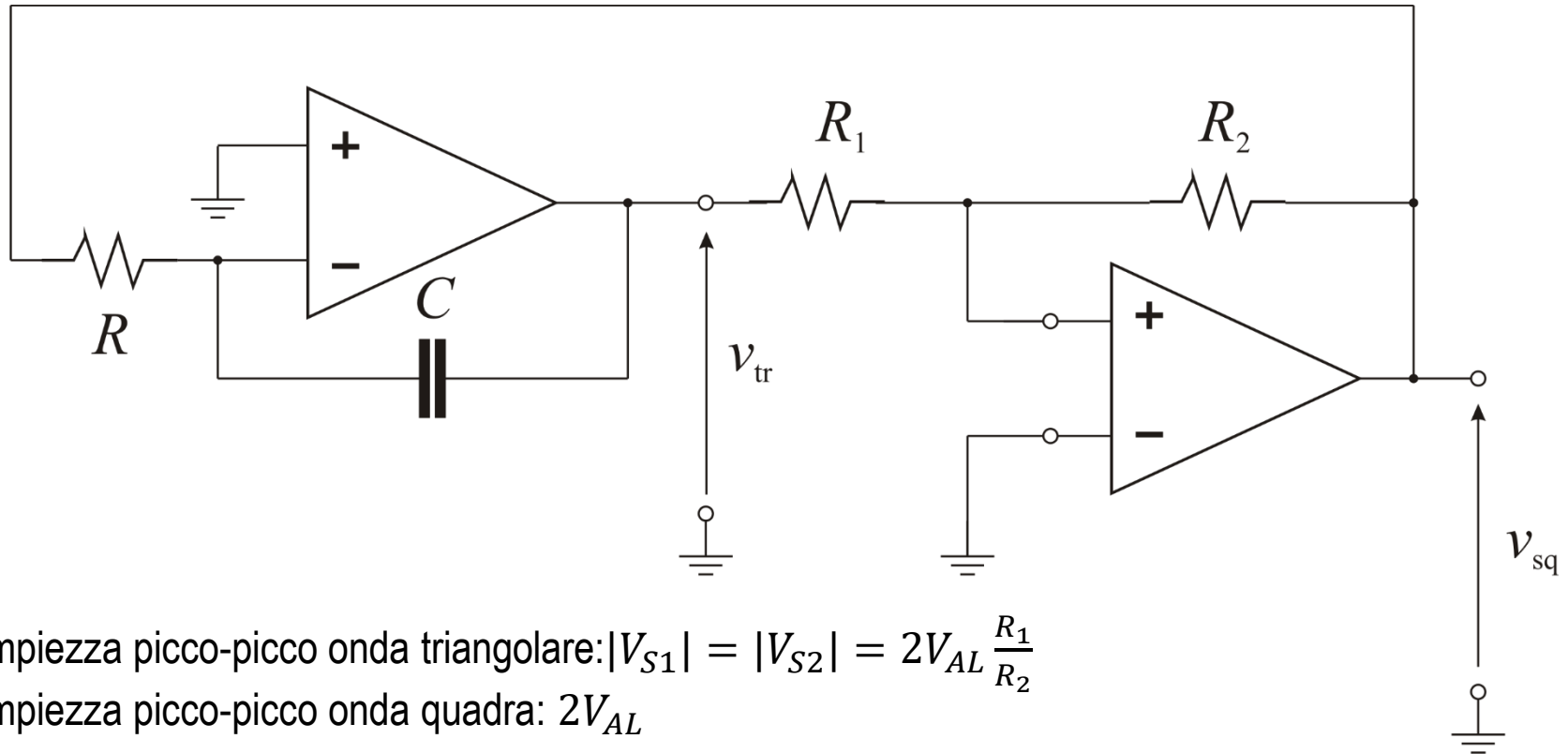
Si alternano due modalità:

Il comparatore è allo **stato basso**, l'uscita è integrata dall'int. invertente $\rightarrow v_{tr}$ cresce fino a $V_{S1} = V_{AL} \frac{R_1}{R_2}$
 $v_{sq}(t) = V_{OL} = -V_{AL}$
 $v_{tr}(t) = V_{S2} + \frac{V_{AL}}{RC} t$
 Condizione di commutazione
 $v_{tr}(T_H) = V_{S2} + \frac{V_{AL}}{RC} T_H = V_{S1} \Rightarrow T_H = RC \frac{V_{S1} - V_{S2}}{V_{AL}} = 2RC \frac{R_1}{R_2}$

Il comparatore è allo **stato alto**, l'uscita è integrata dall'int. invertente $\rightarrow v_{tr}$ decresce fino a $V_{S2} = -V_{AL} \frac{R_1}{R_2}$
 $v_{sq}(t) = V_{OL} = +V_{AL}$
 $v_{tr}(t) = V_{S1} - \frac{V_{AL}}{RC} t$
 Condizione di commutazione
 $v_{tr}(T_L) = V_{S1} - \frac{V_{AL}}{RC} T_L = V_{S2} \Rightarrow T_L = RC \frac{V_{S1} - V_{S2}}{V_{AL}} = 2RC \frac{R_1}{R_2}$



Oscillatore ad Onda Quadra e Triangolare: circuito (V)



Ampiezza picco-picco onda triangolare: $|V_{S1}| = |V_{S2}| = 2V_{AL} \frac{R_1}{R_2}$

Ampiezza picco-picco onda quadra: $2V_{AL}$

Frequenza: $f = \frac{1}{T_H + T_L} = \frac{1}{4RC} \frac{R_2}{R_1}$

Duty Cycle: $D = \frac{T_1}{T} = 0.5$



POLITECNICO
DI TORINO

DET
Department of Electronics and Telecommunications