18 luglio 2014
Teoria dei segnali e metodi di elaborazione dei segnali (INF)

NOTA: **Consegnare il testo completo di tutti i fogli e la tabellina con le risposte, ricordandosi di riportare nell'apposito spazio nome e numero di matricola; riportare al più una risposta per ogni esercizio usando LETTERE MAIUSCOLE. Si invitano gli studenti a prendere nota del numero del compito e delle risposte date. Ciò permetterà un immediato confronto con le stringhe corrette che verranno pubblicate sul portale.**

Nome	
Cognome	
Matricola	
Compito	0

Esercizio	1	2	3	4	5	6	7	8
Risposta								

Esercizio 1. **(1.5 punti)** Il segnale

$$x(t) = \cos(2\pi f_0 t)\,\frac{\sin(\pi f_0 t)}{\pi t}$$

viene campionato per una conversione A/D. Indicare qual è la minima frequenza di campionamento che consente un'esatta ricostruzione del segnale a partire dai suoi campioni.

A) $2f_0$

B) non esiste tale frequenza

C) $3f_0$

D) f_0

Esercizio 2. **(1 punto)** Un segnale numerico

$$x[n] = \begin{cases} \frac{1}{2} & n \text{ dispari}, n > 0 \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

viene filtrato da un filtro FIR che ha risposta all'impulso $h[n]$ che vale 1 per $n = 0$, 2 per $n = 1$, 1 per $n = 2$ e 0 altrove, ottenendo in uscita $y[n]$.

Il limite per $n \to \infty$ di $y[n]$ vale

A) 1

B) Nessuna delle altre risposte

C) ∞

D) 2

E) 0

Esercizio 3. **(1.5 punti)** Un sistema discreto causale, lineare e tempo-invariante, ha funzione di trasferimento

$$H(z) = \frac{1}{(z-1)^2} + \frac{4}{z-3}$$

La risposta all'impulso $h[n]$ vale

A) $h[n] = u[n]\,[1 + 4 \times 3^n]$

B) $h[n] = u[n]\,[n + 4 \times 3^n]$

C) $h[n] = u[n-1]\,[n + 4 \times 3^{n-1} - 1]$

D) $h[n] = u[n-1]\,[1 + 4 \times 3^{n-1}]$

Esercizio 4. **(2 punti)** Sia $n(t)$ un processo casuale gaussiano bianco WSS a media nulla. Si consideri la variabile casuale binaria θ ottenuta mediante il seguente processo di decisione:

$$\theta = \begin{cases} -1 & \text{se } \alpha > \beta \\ 1 & \text{se } \alpha \leq \beta \end{cases}$$

dove α è ottenuta mediante integrazione sull' intervallo [0,2T/3] di $n(t)$ e β è una variabile causuale gaussiana a media nulla e varianza σ^2 indipendente da $n(t)$. Dire quale delle affermazioni che seguono è corretta.

A) $E[\theta] = 0$ solo se $\sigma^2 = 1$ per ogni T.

B) Nessuna delle altre risposte è corretta.

C) $E[\theta] > 0$ per ogni valore di σ^2 e T.

D) $E[\theta] = 0$ solo se $\sigma^2 = 1$ e $N = 3/2$.

E) $E[\theta] = 0$ per ogni valore di σ^2 e T.

Esercizio 5. (1.2 punti) Un sistema discreto realizzabile di tipo FIR è caratterizzato da una funzione di trasferimento $H(z)$ a coefficienti reali, con $h[n] = 0$ per $n > 10$. Si consideri il sistema costituito da tale sistema in cascata con un sistema discreto con funzione di trasferimento $H(z^{-1})$. La cascata è caratterizzata dalla funzione di trasferimento $H_c(z) = H(z)H(z^{-1})$. Quale delle seguenti affermazioni è vera?

A) La trasformata di Fourier della risposta all'impulso della cascata dei due sistemi ha fase nulla.

B) La cascata dei due sistemi è sempre instabile.

C) La cascata dei due sistemi ha una risposta all'impulso $h_c[n]$ causale.

D) La risposta all'impulso della cascata dei due sistemi ha una risposta all'impulso $h_c[n]$ con un massimo assoluto per $n = 2$.

Esercizio 6. (1 punto) Si consideri un segnale $a(t)$ ad energia finita con spettro $A(f)$ nullo per $|f| > B_a$ ed il segnale

$$x(t) = 2a(t)\cos(2\pi f_0 t) + \mathrm{j}a(t)\sin(2\pi f_0 t)$$

con $f_0 > 2B_a$.

Dire quale delle seguenti relazioni è corretta:

A) $\mathcal{E}(x) = 0.5\mathcal{E}(a)$

B) $\mathcal{E}(x) = 2\mathcal{E}(a)$

C) $\mathcal{E}(x) = 4\mathcal{E}(a)$

D) Nessuna delle altre relazioni è corretta

E) $\mathcal{E}(x) = 2.5\mathcal{E}(a)$

Esercizio 7. (1.5 punti) Calcolare la trasformata z del seguente segnale:

$$x[n] = u[n](n^2 - n - 1)$$

A) $\frac{-z^3+2z^2+z}{(z-1)^3}$

B) $\frac{z^2+4z}{(z-1)^3}$

C) $\frac{z}{(z-1)}$

D) non esiste

E) $\sum_{i=1}^{n}(i-1)z^i$

Esercizio 8. (1.5 punti) Si consideri un segnale $x(t) = 2 - |t|$ per $|t| \leq 2$ e nullo altrove e la sua versione periodica

$$\overline{x}(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(t - 4n)$$

Utilizzando la formula di Poisson che lega $\overline{x}(t)$ ai campioni dello spettro di $x(t)$, cioè a $X(i/4)$, è possibile dimostrare che

A) $\sum_{i=0}^{+\infty} 1/(2i+1)^4 = \pi^2/96$

B) Nessuna delle altre risposte.

C) $\sum_{i=1}^{+\infty} 1/i^2 = \pi^2/6$

D) $\sum_{i=0}^{+\infty} 1/(2i+1)^2 = \pi^2/8$

18 luglio 2014
Teoria dei segnali e metodi di elaborazione dei segnali (INF)

NOTA: **Consegnare il testo completo di tutti i fogli e la tabellina con le risposte, ricordandosi di riportare nell'apposito spazio nome e numero di matricola; riportare al più una risposta per ogni esercizio usando LETTERE MAIUSCOLE. Si invitano gli studenti a prendere nota del numero del compito e delle risposte date. Ciò permetterà un immediato confronto con le stringhe corrette che verranno pubblicate sul portale.**

Nome	
Cognome	
Matricola	
Compito	1

Esercizio	1	2	3	4	5	6	7	8
Risposta								

Esercizio 1. (1.5 punti) Calcolare la trasformata z del seguente segnale:

$$x[n] = u[n]\frac{n(n-1)}{2}$$

A) non esiste

B) $\frac{z}{(z-1)}$

C) $\frac{1}{(z-1)^2}$

D) $\sum_{i=1}^{n} z^i$

E) $\frac{z}{(z-1)^3}$

Esercizio 2. (1.5 punti) Il segnale

$$x(t) = \cos(2\pi f_0 t) + \mathrm{e}^{-at}u(t)$$

viene campionato per una conversione A/D. Indicare qual è la minima frequenza di campionamento che consente un'esatta ricostruzione del segnale a partire dai suoi campioni.

A) a

B) $f_0 + a$

C) $2f_0$

D) non esiste tale frequenza

Esercizio 3. (1.5 punti) Un sistema discreto causale, lineare e tempo-invariante, ha funzione di trasferimento

$$H(z) = \frac{1}{(z-1)^2} + \frac{4}{z-3}$$

La risposta all'impulso $h[n]$ vale

A) $h[n] = u[n]\,[n + 4 \times 3^n]$

B) $h[n] = u[n]\,[1 + 4 \times 3^n]$

C) $h[n] = u[n-1]\,[1 + 4 \times 3^{n-1}]$

D) $h[n] = u[n-1]\,[n + 4 \times 3^{n-1} - 1]$

Esercizio 4. (1.2 punti) Un sistema discreto realizzabile di tipo FIR è caratterizzato da una funzione di trasferimento $H(z)$ a coefficienti reali, con $h[n] = 0$ per $n > 10$. Si consideri il sistema costituito da tale sistema in cascata con un sistema discreto con funzione di trasferimento $H(z^{-1})$. La cascata è caratterizzata dalla funzione di trasferimento $H_c(z) = H(z)H(z^{-1})$. Quale delle seguenti affermazioni è vera?

A) La trasformata di Fourier della risposta all'impulso della cascata dei due sistemi ha fase nulla.

B) La cascata dei due sistemi è sempre instabile.

C) La cascata dei due sistemi ha una risposta all'impulso $h_c[n]$ causale.

D) La risposta all'impulso della cascata dei due sistemi ha una risposta all'impulso $h_c[n]$ con un massimo assoluto per $n = 2$.

Esercizio 5. (1 punto) Un segnale numerico

$$x[n] = \begin{cases} 1 & n \text{ pari, } n \geq 0 \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

viene filtrato da un filtro FIR che ha risposta all'impulso $h[n]$ che vale 1 per $n = 0$, 2 per $n = 1$, 1 per $n = 2$ e 0 altrove, ottenendo in uscita $y[n]$. Il limite per $n \to \infty$ di $y[n]$ vale

A) ∞

B) Nessuna delle altre risposte

C) 0

D) 2

E) $\frac{1}{2}$

Esercizio 6. (1 punto) Si consideri un segnale $a(t)$ ad energia finita con spettro $A(f)$ nullo per $|f| > B_a$ ed il segnale

$$x(t) = 2a(t)\cos(2\pi f_0 t) + \mathrm{j}a(t)\sin(2\pi f_0 t)$$

con $f_0 > 2B_a$.

Dire quale delle seguenti relazioni è corretta:

A) $\mathcal{E}(x) = 0.5\mathcal{E}(a)$

B) Nessuna delle altre relazioni è corretta

C) $\mathcal{E}(x) = 4\mathcal{E}(a)$

D) $\mathcal{E}(x) = 2\mathcal{E}(a)$

E) $\mathcal{E}(x) = 2.5\mathcal{E}(a)$

Esercizio 7. (2 punti) Sia $n(t)$ un processo casuale gaussiano bianco WSS a media nulla. Si consideri la variabile casuale binaria θ ottenuta mediante il seguente processo di decisione:

$$\theta = \begin{cases} -1 & \text{se } \alpha > \beta \\ 1 & \text{se } \alpha \leq \beta \end{cases}$$

dove α è ottenuta mediante integrazione sull' intervallo [0,2T/3] di $n(t)$ e β è una variabile causuale gaussiana a media nulla e varianza σ^2 indipendente da $n(t)$. Dire quale delle affermazioni che seguono è corretta.

A) $E[\theta] = 0$ solo se $\sigma^2 = 1$ e $N = 3/2$.

B) $E[\theta] > 0$ per ogni valore di σ^2 e T.

C) $E[\theta] = 0$ solo se $\sigma^2 = 1$ per ogni T.

D) $E[\theta] = 0$ per ogni valore di σ^2 e T.

E) Nessuna delle altre risposte è corretta.

Esercizio 8. (1.5 punti) Si consideri un segnale $x(t) = 2 - |t|$ per $|t| \leq 2$ e nullo altrove e la sua versione periodica

$$\overline{x}(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(t - 4n)$$

Utilizzando la formula di Poisson che lega $\overline{x}(t)$ ai campioni dello spettro di $x(t)$, cioè a $X(i/4)$, è possibile dimostrare che

A) $\sum_{i=0}^{+\infty} 1/(2i+1)^2 = \pi^2/8$

B) $\sum_{i=0}^{+\infty} 1/(2i+1)^4 = \pi^2/96$

C) $\sum_{i=1}^{+\infty} 1/i^2 = \pi^2/6$

D) Nessuna delle altre risposte.

18 luglio 2014
Teoria dei segnali e metodi di elaborazione dei segnali (INF)

NOTA: **Consegnare il testo completo di tutti i fogli e la tabellina con le risposte, ricordandosi di riportare nell'apposito spazio nome e numero di matricola; riportare al più una risposta per ogni esercizio usando LETTERE MAIUSCOLE. Si invitano gli studenti a prendere nota del numero del compito e delle risposte date. Ciò permetterà un immediato confronto con le stringhe corrette che verranno pubblicate sul portale.**

Nome	
Cognome	
Matricola	
Compito	2

Esercizio	1	2	3	4	5	6	7	8
Risposta								

Esercizio 1. **(1 punto)** Si consideri un segnale $a(t)$ ad energia finita con spettro $A(f)$ nullo per $|f| > B_a$ ed il segnale

$$x(t) = 2a(t)\cos(2\pi f_0 t) + \mathrm{j}a(t)\sin(2\pi f_0 t)$$

con $f_0 > 2B_a$.

Dire quale delle seguenti relazioni è corretta:

A) Nessuna delle altre relazioni è corretta

B) $\mathcal{E}(x) = 2\mathcal{E}(a)$

C) $\mathcal{E}(x) = 2.5\mathcal{E}(a)$

D) $\mathcal{E}(x) = 0.5\mathcal{E}(a)$

E) $\mathcal{E}(x) = 4\mathcal{E}(a)$

Esercizio 2. **(1.5 punti)** Calcolare la trasformata z del seguente segnale:

$$x[n] = u[n](n^2 - n - 1)$$

A) non esiste

B) $\frac{z^2+4z}{(z-1)^3}$

C) $\frac{z}{(z-1)}$

D) $\sum_{i=1}^{n}(i-1)z^i$

E) $\frac{-z^3+2z^2+z}{(z-1)^3}$

Esercizio 3. **(1 punto)** Un segnale numerico

$$x[n] = \begin{cases} 1 & n \text{ pari}, n \geq 0 \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

viene filtrato da un filtro FIR che ha risposta all'impulso $h[n]$ che vale 1 per $n = 0$, 2 per $n = 1$, 1 per $n = 2$ e 0 altrove, ottenendo in uscita $y[n]$. Il limite per $n \to \infty$ di $y[n]$ vale

A) 0

B) 2

C) $\frac{1}{2}$

D) ∞

E) Nessuna delle altre risposte

Esercizio 4. **(1.5 punti)** Il segnale

$$x(t) = \cos(2\pi f_0 t) + \mathrm{e}^{-at}u(t)$$

viene campionato per una conversione A/D. Indicare qual è la minima frequenza di campionamento che consente un'esatta ricostruzione del segnale a partire dai suoi campioni.

A) a

B) $f_0 + a$

C) non esiste tale frequenza

D) $2f_0$

Esercizio 5. **(2 punti)** Sia $n(t)$ un processo casuale gaussiano bianco WSS a media nulla. Si consideri la variabile casuale binaria θ ottenuta mediante il seguente processo di decisione:

$$\theta = \begin{cases} -1 & \text{se } \alpha > \beta \\ 1 & \text{se } \alpha \leq \beta \end{cases}$$

dove α è ottenuta mediante integrazione sull' intervallo [0,T/2] di $n(t)$ e β è una variabile causuale gaussiana a media nulla e varianza σ^2 indipendente da $n(t)$.

Dire quale delle affermazioni che seguono è corretta.

A) $E[\theta]$ è nulla per ogni valore di σ^2 e T.

B) $E[\theta]$ è nulla solo se $\sigma^2 = 1$ per ogni T.

C) $E[\theta]$ non è mai nulla.

D) Nessuna delle altre risposte è corretta.

E) $E[\theta]$ è nulla solo se $\sigma^2 = 1$ e $T = 2$.

Esercizio 6. **(1.2 punti)** Un sistema discreto realizzabile di tipo FIR è caratterizzato da una funzione di trasferimento $H(z)$ a coefficienti reali, con $h[n] = 0$ per $n > 10$. Si consideri il sistema costituito da tale sistema in cascata con un sistema discreto con funzione di trasferimento $H(z^{-1})$. La cascata è caratterizzata dalla funzione di trasferimento $H_c(z) = H(z)H(z^{-1})$. Quale delle seguenti affermazioni è vera?

A) La cascata dei due sistemi ha una risposta all'impulso $h_c[n]$ causale.

B) La risposta all'impulso della cascata dei due sistemi ha una risposta all'impulso $h_c[n]$ con un massimo assoluto per $n = 2$.

C) La cascata dei due sistemi è sempre instabile.

D) La trasformata di Fourier della risposta all'impulso della cascata dei due sistemi ha fase nulla.

Esercizio 7. **(1.5 punti)** Si consideri un segnale $x(t) = 1 - |t|/2$ per $|t| \leq 2$ e nullo altrove e la sua versione periodica

$$\overline{x}(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(t - 4n)$$

Utilizzando la formula di Poisson che lega $\overline{x}(t)$ ai campioni dello spettro di $x(t)$, cioè a $X(i/4)$, è possibile dimostrare che

A) $\sum_{i=1}^{+\infty} 1/i^2 = \pi^2/6$

B) $\sum_{i=0}^{+\infty} 1/(2i+1)^2 = \pi^2/8$

C) $\sum_{i=1}^{+\infty} 1/i^4 = \pi^2/90$

D) Nessuna delle altre risposte.

Esercizio 8. **(1.5 punti)** Un sistema discreto causale, lineare e tempo-invariante, ha funzione di trasferimento

$$H(z) = \frac{1}{(z-1)^2} + \frac{4}{z-3}$$

La risposta all'impulso $h[n]$ vale

A) $h[n] = u[n-1]\,[n + 4 \times 3^{n-1} - 1]$

B) $h[n] = u[n]\,[1 + 4 \times 3^n]$

C) $h[n] = u[n]\,[n + 4 \times 3^n]$

D) $h[n] = u[n-1]\,[1 + 4 \times 3^{n-1}]$

18 luglio 2014
Teoria dei segnali e metodi di elaborazione dei segnali (INF)

NOTA: **Consegnare il testo completo di tutti i fogli e la tabellina con le risposte, ricordandosi di riportare nell'apposito spazio nome e numero di matricola; riportare al più una risposta per ogni esercizio usando LETTERE MAIUSCOLE. Si invitano gli studenti a prendere nota del numero del compito e delle risposte date. Ciò permetterà un immediato confronto con le stringhe corrette che verranno pubblicate sul portale.**

Nome	
Cognome	
Matricola	
Compito	3

Esercizio	1	2	3	4	5	6	7	8
Risposta								

Esercizio 1. (1.5 punti) Un sistema discreto causale, lineare e tempo-invariante, ha funzione di trasferimento

$$H(z) = \frac{2}{(z-2)^2} + \frac{2}{z-1}$$

La risposta all'impulso $h[n]$ vale

A) $h[n] = n\, 2^n u[n-1] + 2\delta[n]$

B) $h[n] = (n-1)\, 2^{n-1}\, u[n-2] + 2\, u[n-1]$

C) $h[n] = (2^{n-1} + 2)\, u[n-1]$

D) $h[n] = (n\, 2^{n-1} + 2)\, u[n]$

Esercizio 2. (2 punti) Sia $n(t)$ un processo casuale gaussiano bianco WSS a media nulla. Si consideri la variabile casuale binaria θ ottenuta mediante il seguente processo di decisione:

$$\theta = \begin{cases} -1 & \text{se } \alpha > \beta \\ 1 & \text{se } \alpha \leq \beta \end{cases}$$

dove α è ottenuta mediante integrazione sull' intervallo [0,3T/4] di $n(t)$ e β è una variabile causuale gaussiana a media nulla e varianza σ^2 indipendente da $n(t)$. Dire quale delle affermazioni che seguono è corretta.

A) $E[\theta]$ è nulla per ogni valore di σ^2 e T.

B) $E[\theta]$ è nulla solo se $\sigma^2 = 1/2$ e $T = 4/3$.

C) $E[\theta]$ non è mai nulla.

D) $E[\theta]$ è nulla solo se $\sigma^2 = 1/2$ per ogni T.

E) Nessuna delle altre risposte è corretta.

Esercizio 3. (1.5 punti) Si consideri un segnale $x(t) = 2 - |t|$ per $|t| \leq 2$ e nullo altrove e la sua versione periodica

$$\overline{x}(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(t-4n)$$

Utilizzando la formula di Poisson che lega $\overline{x}(t)$ ai campioni dello spettro di $x(t)$, cioè a $X(i/4)$, è possibile dimostrare che

A) Nessuna delle altre risposte.

B) $\sum_{i=0}^{+\infty} 1/(2i+1)^2 = \pi^2/8$

C) $\sum_{i=0}^{+\infty} 1/(2i+1)^4 = \pi^2/96$

D) $\sum_{i=1}^{+\infty} 1/i^2 = \pi^2/6$

Esercizio 4. (1.5 punti) Calcolare la trasformata z del seguente segnale:

$$x[n] = u[n]n^2$$

A) $\sum_{i=1}^{n} z^i$

B) $\frac{z^2+z}{(z-1)^3}$

C) $\frac{z}{(z-1)}$

D) non esiste

E) $\frac{3z^2-z^3}{(z-1)^3}$

Esercizio 5. **(1 punto)** Si consideri un segnale $a(t)$ ad energia finita con spettro $A(f)$ nullo per $|f| > B_a$ ed il segnale

$$x(t) = 2a(t)\cos(2\pi f_0 t) + \mathrm{j}a(t)\sin(2\pi f_0 t)$$

con $f_0 > 2B_a$.

Dire quale delle seguenti relazioni è corretta:

A) $\mathcal{E}(x) = 4\mathcal{E}(a)$

B) Nessuna delle altre relazioni è corretta

C) $\mathcal{E}(x) = 2.5\mathcal{E}(a)$

D) $\mathcal{E}(x) = 2\mathcal{E}(a)$

E) $\mathcal{E}(x) = 0.5\mathcal{E}(a)$

Esercizio 6. **(1.5 punti)** Il segnale

$$x(t) = \cos(2\pi f_0 t) + \mathrm{e}^{-at}u(t)$$

viene campionato per una conversione A/D. Indicare qual è la minima frequenza di campionamento che consente un'esatta ricostruzione del segnale a partire dai suoi campioni.

A) $2f_0$

B) a

C) non esiste tale frequenza

D) $f_0 + a$

Esercizio 7. **(1 punto)** Un segnale numerico

$$x[n] = \begin{cases} 1 & n \text{ dispari, } n > 0 \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

viene filtrato da un filtro FIR che ha risposta all'impulso $h[n]$ che vale 1 per $n = 0$, 1 per $n = 1$ e 0 altrove, ottenendo in uscita $y[n]$. Il limite per $n \to \infty$ di $y[n]$ vale

A) 1

B) 0

C) Nessuna delle altre risposte

D) 2

E) ∞

Esercizio 8. **(1.2 punti)** Un sistema discreto realizzabile è caratterizzato da una funzione di trasferimento $H(z)$ a coefficienti reali. Uno dei poli di $H(z)$ si trova nel punto $z = -1/3$. Si consideri il sistema costituito da tale sistema in cascata con un sistema discreto con funzione di trasferimento $H(z^{-1})$. La cascata è caratterizzata dalla funzione di trasferimento $H_c(z) = H(z)H(z^{-1})$. Quale delle seguenti affermazioni è vera?

A) La cascata dei due sistemi è stabile.

B) La stabilità della cascata dei due sistemi dipende dalla posizione degli zeri di $H(z)$ all'interno della circonferenza di raggio unitario.

C) La cascata dei due sistemi è instabile.

D) La stabilità della cascata dei due sistemi dipende dalla posizione degli altri poli di $H(z)$.

18 luglio 2014
Teoria dei segnali e metodi di elaborazione dei segnali (INF)

NOTA: **Consegnare il testo completo di tutti i fogli e la tabellina con le risposte, ricordandosi di riportare nell'apposito spazio nome e numero di matricola; riportare al più una risposta per ogni esercizio usando LETTERE MAIUSCOLE. Si invitano gli studenti a prendere nota del numero del compito e delle risposte date. Ciò permetterà un immediato confronto con le stringhe corrette che verranno pubblicate sul portale.**

Nome	
Cognome	
Matricola	
Compito	4

Esercizio	1	2	3	4	5	6	7	8
Risposta								

Esercizio 1. (1.5 punti) Calcolare la trasformata z del seguente segnale:

$$x[n] = u[n](n^2 - 1)$$

A) $\sum_{i=1}^{n}(i-1)z^i$

B) $\frac{z}{(z-1)}$

C) $\frac{z^2+4z}{(z-1)^3}$

D) non esiste

E) $\frac{3z^2-z^3}{(z-1)^3}$

Esercizio 2. (1.5 punti) Il segnale

$$x(t) = \cos(2\pi f_0 t) + \mathrm{e}^{-at}u(t)$$

viene campionato per una conversione A/D. Indicare qual è la minima frequenza di campionamento che consente un'esatta ricostruzione del segnale a partire dai suoi campioni.

A) $f_0 + a$

B) a

C) $2f_0$

D) non esiste tale frequenza

Esercizio 3. (1 punto) Si consideri un segnale $a(t)$ ad energia finita con spettro $A(f)$ nullo per $|f| > B_a$ ed il segnale

$$x(t) = a(t)\cos(2\pi f_0 t) + a(t)\sin(2\pi f_0 t)$$

con $f_0 > 2B_a$.

Indicando con $R_x(\tau)$ la funzione di autocorrelazione di $x(t)$ e con $R_a(\tau)$ la funzione di autocorrelazione di $a(t)$, dire quale delle seguenti relazioni è corretta:

A) $R_x(\tau) = R_a(\tau)\cos(2\pi f_0 \tau)$

B) $R_x(\tau) = 0.5R_a(\tau)\cos(2\pi f_0 \tau)$

C) $R_x(\tau) = R_a(\tau)$

D) $R_x(\tau) = R_a(\tau)\sin(2\pi f_0 \tau)$

E) Nessuna delle altre relazioni è corretta

Esercizio 4. (1.5 punti) Si consideri un segnale $x(t) = 1 - |t|/2$ per $|t| \le 2$ e nullo altrove e la sua versione periodica

$$\overline{x}(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(t-4n)$$

Utilizzando la formula di Poisson che lega $\overline{x}(t)$ ai campioni dello spettro di $x(t)$, cioè a $X(i/4)$, è possibile dimostrare che

A) $\sum_{i=1}^{+\infty} 1/i^2 = \pi^2/6$

B) $\sum_{i=0}^{+\infty} 1/(2i+1)^2 = \pi^2/8$

C) $\sum_{i=1}^{+\infty} 1/i^4 = \pi^2/90$

D) Nessuna delle altre risposte.

Esercizio 5. **(1.2 punti)** Un sistema discreto realizzabile è caratterizzato da una funzione di trasferimento $H(z)$ a coefficienti reali. Uno dei poli di $H(z)$ si trova nel punto $z = -1/3$. Si consideri il sistema costituito da tale sistema in cascata con un sistema discreto con funzione di trasferimento $H(z^{-1})$. La cascata è caratterizzata dalla funzione di trasferimento $H_c(z) = H(z)H(z^{-1})$. Quale delle seguenti affermazioni è vera?

A) La stabilità della cascata dei due sistemi dipende dalla posizione degli altri poli di $H(z)$.

B) La cascata dei due sistemi è stabile.

C) La cascata dei due sistemi è instabile.

D) La stabilità della cascata dei due sistemi dipende dalla posizione degli zeri di $H(z)$ all'interno della circonferenza di raggio unitario.

Esercizio 6. **(1.5 punti)** Un sistema discreto causale, lineare e tempo-invariante, ha funzione di trasferimento

$$H(z) = \frac{6-2z}{(z-2)^2}$$

La risposta all'impulso $h[n]$ vale

A) $h[n] = (n-3)\,2^n u[n]$

B) $h[n] = (n-3)\,2^{n-1} u[n-1]$

C) $h[n] = (n-2)\,2^n u[n]$

D) $h[n] = 2\delta[n] + (n-2)\,2^n u[n-3]$

Esercizio 7. **(2 punti)** Sia $n(t)$ un processo casuale gaussiano bianco WSS a media nulla. Si consideri la variabile casuale binaria θ ottenuta mediante il seguente processo di decisione:

$$\theta = \begin{cases} -1 & \text{se } \alpha > \beta \\ 1 & \text{se } \alpha \leq \beta \end{cases}$$

dove α è ottenuta mediante integrazione sull' intervallo [0,T] di $n(t)$ e β è una variabile causuale gaussiana a media nulla e varianza σ^2 indipendente da $n(t)$.

Dire quale delle affermazioni che seguono è corretta.

A) $E[\theta] < 0$ per ogni valore di σ^2 e T.

B) Nessuna delle altre risposte è corretta.

C) $E[\theta] = 0$ solo se $\sigma^2 = 1/\sqrt{2}$ per ogni T.

D) $E[\theta] = 0$ solo se $\sigma = 1/\sqrt{2}$ per ogni $T = 1$.

E) $E[\theta] = 0$ per ogni valore di σ^2 e T.

Esercizio 8. **(1 punto)** Un segnale numerico

$$x[n] = \begin{cases} \left(\frac{1}{2}\right)^n & n \text{ pari, } n \geq 0 \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

viene filtrato da un filtro FIR che ha risposta all'impulso $h[n]$ che vale 1 per $n = 0$, $1/2$ per $n = 1$ e 0 altrove, ottenendo in uscita $y[n]$. Il limite per $n \to \infty$ di $y[n]$ vale

A) $\frac{1}{2}$

B) 2

C) 0

D) Nessuna delle altre risposte

E) ∞

18 luglio 2014
Teoria dei segnali e metodi di elaborazione dei segnali (INF)

NOTA: **Consegnare il testo completo di tutti i fogli e la tabellina con le risposte, ricordandosi di riportare nell'apposito spazio nome e numero di matricola; riportare al più una risposta per ogni esercizio usando LETTERE MAIUSCOLE. Si invitano gli studenti a prendere nota del numero del compito e delle risposte date. Ciò permetterà un immediato confronto con le stringhe corrette che verranno pubblicate sul portale.**

Nome	
Cognome	
Matricola	
Compito	5

Esercizio	1	2	3	4	5	6	7	8
Risposta								

Esercizio 1. **(1.5 punti)** Calcolare la trasformata z del seguente segnale:

$$x[n] = u[n](n^2 - 1)$$

A) $\frac{z^2+4z}{(z-1)^3}$

B) $\frac{z}{(z-1)}$

C) non esiste

D) $\sum_{i=1}^{n}(i-1)z^i$

E) $\frac{3z^2-z^3}{(z-1)^3}$

Esercizio 2. **(1.5 punti)** Il segnale

$$x(t) = \cos(2\pi f_0 t)\,\frac{\sin(\pi f_0 t)}{\pi t}$$

viene campionato per una conversione A/D. Indicare qual è la minima frequenza di campionamento che consente un'esatta ricostruzione del segnale a partire dai suoi campioni.

A) $3f_0$

B) f_0

C) $2f_0$

D) non esiste tale frequenza

Esercizio 3. **(1 punto)** Un segnale numerico

$$x[n] = \begin{cases} \frac{1}{2} & n \text{ dispari}, n > 0 \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

viene filtrato da un filtro FIR che ha risposta all'impulso $h[n]$ che vale 1 per $n = 0$, 2 per $n = 1$, 1 per $n = 2$ e 0 altrove, ottenendo in uscita $y[n]$.

Il limite per $n \to \infty$ di $y[n]$ vale

A) ∞

B) 2

C) 0

D) 1

E) Nessuna delle altre risposte

Esercizio 4. **(1.2 punti)** Un sistema discreto realizzabile di tipo FIR è caratterizzato da una funzione di trasferimento $H(z)$ a coefficienti reali, con $h[n] = 0$ per $n > 10$. Si consideri il sistema costituito da tale sistema in cascata con un sistema discreto con funzione di trasferimento $H(z^{-1})$. La cascata è caratterizzata dalla funzione di trasferimento $H_c(z) = H(z)H(z^{-1})$. Quale delle seguenti affermazioni è vera?

A) La cascata dei due sistemi è sempre instabile.

B) La risposta all'impulso della cascata dei due sistemi ha una risposta all'impulso $h_c[n]$ con un massimo assoluto per $n = 2$.

C) La trasformata di Fourier della risposta all'impulso della cascata dei due sistemi ha fase nulla.

D) La cascata dei due sistemi ha una risposta all'impulso $h_c[n]$ causale.

Esercizio 5. (1 punto) Si consideri un segnale $a(t)$ ad energia finita con spettro $A(f)$ nullo per $|f| > B_a$ ed il segnale

$$x(t) = 2a(t)\cos(2\pi f_0 t) + \mathrm{j}a(t)\sin(2\pi f_0 t)$$

con $f_0 > 2B_a$.

Dire quale delle seguenti relazioni è corretta:

A) $\mathcal{E}(x) = 2.5\mathcal{E}(a)$

B) $\mathcal{E}(x) = 4\mathcal{E}(a)$

C) $\mathcal{E}(x) = 2\mathcal{E}(a)$

D) Nessuna delle altre relazioni è corretta

E) $\mathcal{E}(x) = 0.5\mathcal{E}(a)$

Esercizio 6. (1.5 punti) Si consideri un segnale $x(t) = 1 - |t|/2$ per $|t| \leq 2$ e nullo altrove e la sua versione periodica

$$\overline{x}(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(t - 4n)$$

Utilizzando la formula di Poisson che lega $\overline{x}(t)$ ai campioni dello spettro di $x(t)$, cioè a $X(i/4)$, è possibile dimostrare che

A) $\sum_{i=1}^{+\infty} 1/i^2 = \pi^2/6$

B) $\sum_{i=1}^{+\infty} 1/i^4 = \pi^2/90$

C) Nessuna delle altre risposte.

D) $\sum_{i=0}^{+\infty} 1/(2i+1)^2 = \pi^2/8$

Esercizio 7. (2 punti) Sia $n(t)$ un processo casuale gaussiano bianco WSS a media nulla. Si consideri la variabile casuale binaria θ ottenuta mediante il seguente processo di decisione:

$$\theta = \begin{cases} -1 & \text{se } \alpha > \beta \\ 1 & \text{se } \alpha \leq \beta \end{cases}$$

dove α è ottenuta mediante integrazione sull' intervallo [0,2T/3] di $n(t)$ e β è una variabile causuale gaussiana a media nulla e varianza σ^2 indipendente da $n(t)$. Dire quale delle affermazioni che seguono è corretta.

A) $E[\theta] = 0$ solo se $\sigma^2 = 1$ e $N = 3/2$.

B) $E[\theta] = 0$ solo se $\sigma^2 = 1$ per ogni T.

C) Nessuna delle altre risposte è corretta.

D) $E[\theta] > 0$ per ogni valore di σ^2 e T.

E) $E[\theta] = 0$ per ogni valore di σ^2 e T.

Esercizio 8. (1.5 punti) Un sistema discreto causale, lineare e tempo-invariante, ha funzione di trasferimento

$$H(z) = \frac{6 - 2z}{(z-2)^2}$$

La risposta all'impulso $h[n]$ vale

A) $h[n] = (n-3)\, 2^{n-1} u[n-1]$

B) $h[n] = 2\delta[n] + (n-2)\, 2^n u[n-3]$

C) $h[n] = (n-3)\, 2^n u[n]$

D) $h[n] = (n-2)\, 2^n u[n]$

18 luglio 2014
Teoria dei segnali e metodi di elaborazione dei segnali (INF)

NOTA: **Consegnare il testo completo di tutti i fogli e la tabellina con le risposte, ricordandosi di riportare nell'apposito spazio nome e numero di matricola; riportare al più una risposta per ogni esercizio usando LETTERE MAIUSCOLE. Si invitano gli studenti a prendere nota del numero del compito e delle risposte date. Ciò permetterà un immediato confronto con le stringhe corrette che verranno pubblicate sul portale.**

Nome	
Cognome	
Matricola	
Compito	6

Esercizio	1	2	3	4	5	6	7	8
Risposta								

Esercizio 1. (1 punto) Un segnale numerico

$$x[n] = \begin{cases} 1 & n \text{ dispari, } n > 0 \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

viene filtrato da un filtro FIR che ha risposta all'impulso $h[n]$ che vale 1 per $n = 0$, 1 per $n = 1$ e 0 altrove, ottenendo in uscita $y[n]$. Il limite per $n \to \infty$ di $y[n]$ vale

A) ∞

B) Nessuna delle altre risposte

C) 0

D) 1

E) 2

Esercizio 2. (2 punti) Sia $n(t)$ un processo casuale gaussiano bianco WSS a media nulla. Si consideri la variabile casuale binaria θ ottenuta mediante il seguente processo di decisione:

$$\theta = \begin{cases} -1 & \text{se } \alpha > \beta \\ 1 & \text{se } \alpha \leq \beta \end{cases}$$

dove α è ottenuta mediante integrazione sull' intervallo [0,3T/4] di $n(t)$ e β è una variabile causuale gaussiana a media nulla e varianza σ^2 indipendente da $n(t)$. Dire quale delle affermazioni che seguono è corretta.

A) $E[\theta]$ è nulla solo se $\sigma^2 = 1/2$ e $T = 4/3$.

B) $E[\theta]$ è nulla solo se $\sigma^2 = 1/2$ per ogni T.

C) $E[\theta]$ è nulla per ogni valore di σ^2 e T.

D) $E[\theta]$ non è mai nulla.

E) Nessuna delle altre risposte è corretta.

Esercizio 3. (1.5 punti) Calcolare la trasformata z del seguente segnale:

$$x[n] = u[n]\frac{n(n-1)}{2}$$

A) $\frac{z}{(z-1)^3}$

B) $\frac{1}{(z-1)^2}$

C) $\sum_{i=1}^{n} z^i$

D) $\frac{z}{(z-1)}$

E) non esiste

Esercizio 4. **(1.5 punti)** Un sistema discreto causale, lineare e tempo-invariante, ha funzione di trasferimento

$$H(z) = \frac{6 - 2z}{(z-2)^2}$$

La risposta all'impulso $h[n]$ vale

A) $h[n] = (n-3)\, 2^{n-1} u[n-1]$

B) $h[n] = 2\delta[n] + (n-2)\, 2^n u[n-3]$

C) $h[n] = (n-2)\, 2^n u[n]$

D) $h[n] = (n-3)\, 2^n u[n]$

Esercizio 5. **(1.2 punti)** Un sistema discreto realizzabile di tipo FIR è caratterizzato da una funzione di trasferimento $H(z)$ a coefficienti reali, con $h[n] = 0$ per $n > 10$. Si consideri il sistema costituito da tale sistema in cascata con un sistema discreto con funzione di trasferimento $H(z^{-1})$. La cascata è caratterizzata dalla funzione di trasferimento $H_c(z) = H(z)H(z^{-1})$. Quale delle seguenti affermazioni è vera?

A) La trasformata di Fourier della risposta all'impulso della cascata dei due sistemi ha fase nulla.

B) La cascata dei due sistemi ha una risposta all'impulso $h_c[n]$ causale.

C) La cascata dei due sistemi è sempre instabile.

D) La risposta all'impulso della cascata dei due sistemi ha una risposta all'impulso $h_c[n]$ con un massimo assoluto per $n = 2$.

Esercizio 6. **(2 punti)** Il segnale

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\pi(t + 2k/B)} \sin\left[3\pi\,(tB + 2k)\right]$$

viene campionato per una conversione A/D. Indicare qual è la minima frequenza di campionamento che consente un'esatta ricostruzione del segnale a partire dai suoi campioni.

A) $2B$

B) $3B$

C) non esiste tale frequenza

D) $6B$

Esercizio 7. **(1.5 punti)** Si consideri un segnale $x(t) = 2 - |t|$ per $|t| \leq 2$ e nullo altrove e la sua versione periodica

$$\overline{x}(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(t - 4n)$$

Utilizzando la formula di Poisson che lega $\overline{x}(t)$ ai campioni dello spettro di $x(t)$, cioè a $X(i/4)$, è possibile dimostrare che

A) $\sum_{i=0}^{+\infty} 1/(2i+1)^4 = \pi^2/96$

B) $\sum_{i=1}^{+\infty} 1/i^2 = \pi^2/6$

C) $\sum_{i=0}^{+\infty} 1/(2i+1)^2 = \pi^2/8$

D) Nessuna delle altre risposte.

Esercizio 8. **(1 punto)** Si consideri un segnale $a(t)$ ad energia finita con spettro $A(f)$ nullo per $|f| > B_a$ ed il segnale

$$x(t) = a(t)\cos(2\pi f_0 t) + a(t)\sin(2\pi f_0 t)$$

con $f_0 > 2B_a$.

Dire quale delle seguenti relazioni è corretta:

A) $\mathcal{E}(x) = \mathcal{E}(a)$

B) $\mathcal{E}(x) = 0.5\mathcal{E}(a)$

C) $\mathcal{E}(x) = 2\mathcal{E}(a)$

D) Nessuna delle altre relazioni è corretta

E) $\mathcal{E}(x) = 4\mathcal{E}(a)$

18 luglio 2014
Teoria dei segnali e metodi di elaborazione dei segnali (INF)

NOTA: **Consegnare il testo completo di tutti i fogli e la tabellina con le risposte, ricordandosi di riportare nell'apposito spazio nome e numero di matricola; riportare al più una risposta per ogni esercizio usando LETTERE MAIUSCOLE. Si invitano gli studenti a prendere nota del numero del compito e delle risposte date. Ciò permetterà un immediato confronto con le stringhe corrette che verranno pubblicate sul portale.**

Nome	
Cognome	
Matricola	
Compito	7

Esercizio	1	2	3	4	5	6	7	8
Risposta								

Esercizio 1. (2 punti) Sia $n(t)$ un processo casuale gaussiano bianco WSS a media nulla. Si consideri la variabile casuale binaria θ ottenuta mediante il seguente processo di decisione:

$$\theta = \begin{cases} -1 & \text{se } \alpha > \beta \\ 1 & \text{se } \alpha \leq \beta \end{cases}$$

dove α è ottenuta mediante integrazione sull' intervallo [0,T] di $n(t)$ e β è una variabile causuale gaussiana a media nulla e varianza σ^2 indipendente da $n(t)$.

Dire quale delle affermazioni che seguono è corretta.

A) $E[\theta] = 0$ solo se $\sigma = 1/\sqrt{2}$ per ogni $T = 1$.

B) $E[\theta] < 0$ per ogni valore di σ^2 e T.

C) $E[\theta] = 0$ solo se $\sigma^2 = 1/\sqrt{2}$ per ogni T.

D) Nessuna delle altre risposte è corretta.

E) $E[\theta] = 0$ per ogni valore di σ^2 e T.

Esercizio 2. (1.5 punti) Calcolare la trasformata z del seguente segnale:

$$x[n] = u[n](n^2 - n - 1)$$

A) non esiste

B) $\frac{z}{(z-1)}$

C) $\frac{z^2+4z}{(z-1)^3}$

D) $\sum_{i=1}^{n}(i-1)z^i$

E) $\frac{-z^3+2z^2+z}{(z-1)^3}$

Esercizio 3. (1.5 punti) Un sistema discreto causale, lineare e tempo-invariante, ha funzione di trasferimento

$$H(z) = \frac{2}{(z-2)^2} + \frac{2}{z-1}$$

La risposta all'impulso $h[n]$ vale

A) $h[n] = n\, 2^n u[n-1] + 2\delta[n]$

B) $h[n] = (2^{n-1} + 2)\, u[n-1]$

C) $h[n] = (n\, 2^{n-1} + 2)\, u[n]$

D) $h[n] = (n-1)\, 2^{n-1}\, u[n-2] + 2\, u[n-1]$

Esercizio 4. (1.2 punti) Un sistema discreto realizzabile è caratterizzato da una funzione di trasferimento $H(z)$ a coefficienti reali. Uno dei poli di $H(z)$ si trova nel punto $z = -1/3$. Si consideri il sistema costituito da tale sistema in cascata con un sistema discreto con funzione di trasferimento $H(z^{-1})$. La cascata è caratterizzata dalla funzione di trasferimento $H_c(z) = H(z)H(z^{-1})$. Quale delle seguenti affermazioni è vera?

A) La cascata dei due sistemi è instabile.

B) La stabilità della cascata dei due sistemi dipende dalla posizione degli altri poli di $H(z)$.

C) La cascata dei due sistemi è stabile.

D) La stabilità della cascata dei due sistemi dipende dalla posizione degli zeri di $H(z)$ all'interno della circonferenza di raggio unitario.

Esercizio 5. (1 punto) Si consideri un segnale $a(t)$ ad energia finita con spettro $A(f)$ nullo per $|f| > B_a$ ed il segnale

$$x(t) = a(t)\cos(2\pi f_0 t) + a(t)\sin(2\pi f_0 t)$$

con $f_0 > 2B_a$.

Dire quale delle seguenti relazioni è corretta:

A) $\mathcal{E}(x) = 0.5\mathcal{E}(a)$

B) $\mathcal{E}(x) = \mathcal{E}(a)$

C) $\mathcal{E}(x) = 4\mathcal{E}(a)$

D) Nessuna delle altre relazioni è corretta

E) $\mathcal{E}(x) = 2\mathcal{E}(a)$

Esercizio 6. (1 punto) Un segnale numerico

$$x[n] = \begin{cases} \left(\frac{1}{2}\right)^n & n \text{ pari, } n \geq 0 \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

viene filtrato da un filtro FIR che ha risposta all'impulso $h[n]$ che vale 1 per $n = 0$, $1/2$ per $n = 1$ e 0 altrove, ottenendo in uscita $y[n]$. Il limite per $n \to \infty$ di $y[n]$ vale

A) $\frac{1}{2}$

B) Nessuna delle altre risposte

C) 2

D) 0

E) ∞

Esercizio 7. (1.5 punti) Il segnale

$$x(t) = \cos(2\pi f_0 t) + \mathrm{e}^{-at}u(t)$$

viene campionato per una conversione A/D. Indicare qual è la minima frequenza di campionamento che consente un'esatta ricostruzione del segnale a partire dai suoi campioni.

A) $2f_0$

B) a

C) non esiste tale frequenza

D) $f_0 + a$

Esercizio 8. (1.5 punti) Si consideri un segnale $x(t) = 1 - |t|/2$ per $|t| \leq 2$ e nullo altrove e la sua versione periodica

$$\overline{x}(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(t - 4n)$$

Utilizzando la formula di Poisson che lega $\overline{x}(t)$ ai campioni dello spettro di $x(t)$, cioè a $X(i/4)$, è possibile dimostrare che

A) $\sum_{i=0}^{+\infty} 1/(2i+1)^2 = \pi^2/8$

B) $\sum_{i=1}^{+\infty} 1/i^2 = \pi^2/6$

C) Nessuna delle altre risposte.

D) $\sum_{i=1}^{+\infty} 1/i^4 = \pi^2/90$

18 luglio 2014
Teoria dei segnali e metodi di elaborazione dei segnali (INF)

NOTA: **Consegnare il testo completo di tutti i fogli e la tabellina con le risposte, ricordandosi di riportare nell'apposito spazio nome e numero di matricola; riportare al più una risposta per ogni esercizio usando LETTERE MAIUSCOLE. Si invitano gli studenti a prendere nota del numero del compito e delle risposte date. Ciò permetterà un immediato confronto con le stringhe corrette che verranno pubblicate sul portale.**

Nome	
Cognome	
Matricola	
Compito	8

Esercizio	1	2	3	4	5	6	7	8
Risposta								

Esercizio 1. (1.5 punti) Si consideri un segnale $x(t) = 2 - |t|$ per $|t| \leq 2$ e nullo altrove e la sua versione periodica

$$\overline{x}(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(t - 4n)$$

Utilizzando la formula di Poisson che lega $\overline{x}(t)$ ai campioni dello spettro di $x(t)$, cioè a $X(i/4)$, è possibile dimostrare che

A) $\sum_{i=1}^{+\infty} 1/i^2 = \pi^2/6$

B) Nessuna delle altre risposte.

C) $\sum_{i=0}^{+\infty} 1/(2i+1)^4 = \pi^2/96$

D) $\sum_{i=0}^{+\infty} 1/(2i+1)^2 = \pi^2/8$

Esercizio 2. (1 punto) Si consideri un segnale $a(t)$ ad energia finita con spettro $A(f)$ nullo per $|f| > B_a$ ed il segnale

$$x(t) = a(t)\cos(2\pi f_0 t) + a(t)\sin(2\pi f_0 t)$$

con $f_0 > 2B_a$.

Dire quale delle seguenti relazioni è corretta:

A) $\mathcal{E}(x) = \mathcal{E}(a)$

B) $\mathcal{E}(x) = 0.5\mathcal{E}(a)$

C) Nessuna delle altre relazioni è corretta

D) $\mathcal{E}(x) = 2\mathcal{E}(a)$

E) $\mathcal{E}(x) = 4\mathcal{E}(a)$

Esercizio 3. (1.5 punti) Un sistema discreto causale, lineare e tempo-invariante, ha funzione di trasferimento

$$H(z) = \frac{1}{(z-1)^2} + \frac{4}{z-3}$$

La risposta all'impulso $h[n]$ vale

A) $h[n] = u[n]\,[n + 4 \times 3^n]$

B) $h[n] = u[n-1]\,[1 + 4 \times 3^{n-1}]$

C) $h[n] = u[n]\,[1 + 4 \times 3^n]$

D) $h[n] = u[n-1]\,[n + 4 \times 3^{n-1} - 1]$

Esercizio 4. (1 punto) Un segnale numerico

$$x[n] = \begin{cases} \frac{1}{2} & n \text{ dispari, } n > 0 \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

viene filtrato da un filtro FIR che ha risposta all'impulso $h[n]$ che vale 1 per $n = 0$, 2 per $n = 1$, 1 per $n = 2$ e 0 altrove, ottenendo in uscita $y[n]$.

Il limite per $n \to \infty$ di $y[n]$ vale

A) 2

B) 0

C) 1

D) ∞

E) Nessuna delle altre risposte

Esercizio 5. (1.5 punti) Il segnale

$$x(t) = \cos(2\pi f_0 t) + \mathrm{e}^{-at}u(t)$$

viene campionato per una conversione A/D. Indicare qual è la minima frequenza di campionamento che consente un'esatta ricostruzione del segnale a partire dai suoi campioni.

A) non esiste tale frequenza

B) $2f_0$

C) $f_0 + a$

D) a

Esercizio 6. (1.5 punti) Calcolare la trasformata z del seguente segnale:

$$x[n] = u[n]\frac{n(n-1)}{2}$$

A) $\frac{z}{(z-1)^3}$

B) $\sum_{i=1}^{n} z^i$

C) $\frac{z}{(z-1)}$

D) $\frac{1}{(z-1)^2}$

E) non esiste

Esercizio 7. (2 punti) Sia $n(t)$ un processo casuale gaussiano bianco WSS a media nulla. Si consideri la variabile casuale binaria θ ottenuta mediante il seguente processo di decisione:

$$\theta = \begin{cases} -1 & \text{se } \alpha > \beta \\ 1 & \text{se } \alpha \leq \beta \end{cases}$$

dove α è ottenuta mediante integrazione sull' intervallo [0,T/2] di $n(t)$ e β è una variabile causuale gaussiana a media nulla e varianza σ^2 indipendente da $n(t)$.

Dire quale delle affermazioni che seguono è corretta.

A) $E[\theta]$ è nulla per ogni valore di σ^2 e T.

B) $E[\theta]$ non è mai nulla.

C) $E[\theta]$ è nulla solo se $\sigma^2 = 1$ per ogni T.

D) $E[\theta]$ è nulla solo se $\sigma^2 = 1$ e $T = 2$.

E) Nessuna delle altre risposte è corretta.

Esercizio 8. (1.2 punti) Un sistema discreto realizzabile di tipo FIR è caratterizzato da una funzione di trasferimento $H(z)$ a coefficienti reali, con $h[n] = 0$ per $n > 10$. Si consideri il sistema costituito da tale sistema in cascata con un sistema discreto con funzione di trasferimento $H(z^{-1})$. La cascata è caratterizzata dalla funzione di trasferimento $H_c(z) = H(z)H(z^{-1})$. Quale delle seguenti affermazioni è vera?

A) La cascata dei due sistemi ha una risposta all'impulso $h_c[n]$ causale.

B) La risposta all'impulso della cascata dei due sistemi ha una risposta all'impulso $h_c[n]$ con un massimo assoluto per $n = 2$.

C) La trasformata di Fourier della risposta all'impulso della cascata dei due sistemi ha fase nulla.

D) La cascata dei due sistemi è sempre instabile.

18 luglio 2014
Teoria dei segnali e metodi di elaborazione dei segnali (INF)

NOTA: **Consegnare il testo completo di tutti i fogli e la tabellina con le risposte, ricordandosi di riportare nell'apposito spazio nome e numero di matricola; riportare al più una risposta per ogni esercizio usando LETTERE MAIUSCOLE. Si invitano gli studenti a prendere nota del numero del compito e delle risposte date. Ciò permetterà un immediato confronto con le stringhe corrette che verranno pubblicate sul portale.**

Nome	
Cognome	
Matricola	
Compito	9

Esercizio	1	2	3	4	5	6	7	8
Risposta								

Esercizio 1. (2 punti) Sia $n(t)$ un processo casuale gaussiano bianco WSS a media nulla. Si consideri la variabile casuale binaria θ ottenuta mediante il seguente processo di decisione:

$$\theta = \begin{cases} -1 & \text{se } \alpha > \beta \\ 1 & \text{se } \alpha \leq \beta \end{cases}$$

dove α è ottenuta mediante integrazione sull' intervallo [0,T] di $n(t)$ e β è una variabile causuale gaussiana a media nulla e varianza σ^2 indipendente da $n(t)$.

Dire quale delle affermazioni che seguono è corretta.

A) $E[\theta] = 0$ solo se $\sigma^2 = 1/\sqrt{2}$ per ogni T.

B) $E[\theta] = 0$ solo se $\sigma = 1/\sqrt{2}$ per ogni $T = 1$.

C) Nessuna delle altre risposte è corretta.

D) $E[\theta] = 0$ per ogni valore di σ^2 e T.

E) $E[\theta] < 0$ per ogni valore di σ^2 e T.

Esercizio 2. (1 punto) Si consideri un segnale $a(t)$ ad energia finita con spettro $A(f)$ nullo per $|f| > B_a$ ed il segnale

$$x(t) = a(t)\cos(2\pi f_0 t) + a(t)\sin(2\pi f_0 t)$$

con $f_0 > 2B_a$.

Indicando con $R_x(\tau)$ la funzione di autocorrelazione di $x(t)$ e con $R_a(\tau)$ la funzione di autocorrelazione di $a(t)$, dire quale delle seguenti relazioni è corretta:

A) Nessuna delle altre relazioni è corretta

B) $R_x(\tau) = R_a(\tau)\cos(2\pi f_0 \tau)$

C) $R_x(\tau) = 0.5R_a(\tau)\cos(2\pi f_0 \tau)$

D) $R_x(\tau) = R_a(\tau)$

E) $R_x(\tau) = R_a(\tau)\sin(2\pi f_0 \tau)$

Esercizio 3. (1.5 punti) Un sistema discreto causale, lineare e tempo-invariante, ha funzione di trasferimento

$$H(z) = \frac{1}{(z-1)^2} + \frac{4}{z-3}$$

La risposta all'impulso $h[n]$ vale

A) $h[n] = u[n]\,[1 + 4 \times 3^n]$

B) $h[n] = u[n]\,[n + 4 \times 3^n]$

C) $h[n] = u[n-1]\,[1 + 4 \times 3^{n-1}]$

D) $h[n] = u[n-1]\,[n + 4 \times 3^{n-1} - 1]$

Esercizio 4. **(1.5 punti)** Calcolare la trasformata z del seguente segnale:

$$x[n] = u[n]n^2$$

A) $\frac{z}{(z-1)}$

B) $\frac{3z^2-z^3}{(z-1)^3}$

C) non esiste

D) $\frac{z^2+z}{(z-1)^3}$

E) $\sum_{i=1}^{n} z^i$

Esercizio 5. **(1 punto)** Un segnale numerico

$$x[n] = \begin{cases} 1 & n \text{ pari}, \, n \geq 0 \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

viene filtrato da un filtro FIR che ha risposta all'impulso $h[n]$ che vale 1 per $n = 0$, 2 per $n = 1$, 1 per $n = 2$ e 0 altrove, ottenendo in uscita $y[n]$. Il limite per $n \to \infty$ di $y[n]$ vale

A) 0

B) Nessuna delle altre risposte

C) 2

D) ∞

E) $\frac{1}{2}$

Esercizio 6. **(1.5 punti)** Si consideri un segnale $x(t) = 2 - |t|$ per $|t| \leq 2$ e nullo altrove e la sua versione periodica

$$\overline{x}(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(t - 4n)$$

Utilizzando la formula di Poisson che lega $\overline{x}(t)$ ai campioni dello spettro di $x(t)$, cioè a $X(i/4)$, è possibile dimostrare che

A) $\sum_{i=1}^{+\infty} 1/i^2 = \pi^2/6$

B) $\sum_{i=0}^{+\infty} 1/(2i+1)^4 = \pi^2/96$

C) Nessuna delle altre risposte.

D) $\sum_{i=0}^{+\infty} 1/(2i+1)^2 = \pi^2/8$

Esercizio 7. **(2 punti)** Il segnale

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\pi(t + 2k/B)} \sin\left[3\pi\left(tB + 2k\right)\right]$$

viene campionato per una conversione A/D. Indicare qual è la minima frequenza di campionamento che consente un'esatta ricostruzione del segnale a partire dai suoi campioni.

A) $2B$

B) $3B$

C) $6B$

D) non esiste tale frequenza

Esercizio 8. **(1.2 punti)** Un sistema discreto realizzabile di tipo FIR è caratterizzato da una funzione di trasferimento $H(z)$ a coefficienti reali, con $h[n] = 0$ per $n > 10$. Si consideri il sistema costituito da tale sistema in cascata con un sistema discreto con funzione di trasferimento $H(z^{-1})$. La cascata è caratterizzata dalla funzione di trasferimento $H_c(z) = H(z)H(z^{-1})$. Quale delle seguenti affermazioni è vera?

A) La cascata dei due sistemi ha una risposta all'impulso $h_c[n]$ causale.

B) La trasformata di Fourier della risposta all'impulso della cascata dei due sistemi ha fase nulla.

C) La cascata dei due sistemi è sempre instabile.

D) La risposta all'impulso della cascata dei due sistemi ha una risposta all'impulso $h_c[n]$ con un massimo assoluto per $n = 2$.

18 luglio 2014
Teoria dei segnali e metodi di elaborazione dei segnali (INF)

NOTA: **Consegnare il testo completo di tutti i fogli e la tabellina con le risposte, ricordandosi di riportare nell'apposito spazio nome e numero di matricola; riportare al più una risposta per ogni esercizio usando LETTERE MAIUSCOLE. Si invitano gli studenti a prendere nota del numero del compito e delle risposte date. Ciò permetterà un immediato confronto con le stringhe corrette che verranno pubblicate sul portale.**

Nome	
Cognome	
Matricola	
Compito	10

Esercizio	1	2	3	4	5	6	7	8
Risposta								

Esercizio 1. (1.5 punti) Un sistema discreto causale, lineare e tempo-invariante, ha funzione di trasferimento

$$H(z) = \frac{1}{(z-1)^2} + \frac{4}{z-3}$$

La risposta all'impulso $h[n]$ vale

A) $h[n] = u[n-1]\,[n + 4 \times 3^{n-1} - 1]$

B) $h[n] = u[n-1]\,[1 + 4 \times 3^{n-1}]$

C) $h[n] = u[n]\,[n + 4 \times 3^{n}]$

D) $h[n] = u[n]\,[1 + 4 \times 3^{n}]$

Esercizio 2. (2 punti) Il segnale

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\pi(t + 2k/B)} \sin\left[3\pi\left(tB + 2k\right)\right]$$

viene campionato per una conversione A/D. Indicare qual è la minima frequenza di campionamento che consente un'esatta ricostruzione del segnale a partire dai suoi campioni.

A) $2B$

B) non esiste tale frequenza

C) $3B$

D) $6B$

Esercizio 3. (1 punto) Un segnale numerico

$$x[n] = \begin{cases} \frac{1}{2} & n \text{ dispari, } n > 0 \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

viene filtrato da un filtro FIR che ha risposta all'impulso $h[n]$ che vale 1 per $n = 0$, 2 per $n = 1$, 1 per $n = 2$ e 0 altrove, ottenendo in uscita $y[n]$.

Il limite per $n \to \infty$ di $y[n]$ vale

A) 2

B) ∞

C) 0

D) 1

E) Nessuna delle altre risposte

Esercizio 4. (1.5 punti) Si consideri un segnale $x(t) = 2 - |t|$ per $|t| \leq 2$ e nullo altrove e la sua versione periodica

$$\overline{x}(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(t - 4n)$$

Utilizzando la formula di Poisson che lega $\overline{x}(t)$ ai campioni dello spettro di $x(t)$, cioè a $X(i/4)$, è possibile dimostrare che

A) $\sum_{i=1}^{+\infty} 1/i^2 = \pi^2/6$

B) $\sum_{i=0}^{+\infty} 1/(2i+1)^2 = \pi^2/8$

C) $\sum_{i=0}^{+\infty} 1/(2i+1)^4 = \pi^2/96$

D) Nessuna delle altre risposte.

Esercizio 5. (1.2 punti) Un sistema discreto realizzabile di tipo FIR è caratterizzato da una funzione di trasferimento $H(z)$ a coefficienti reali, con $h[n] = 0$ per $n > 10$. Si consideri il sistema costituito da tale sistema in cascata con un sistema discreto con funzione di trasferimento $H(z^{-1})$. La cascata è caratterizzata dalla funzione di trasferimento $H_c(z) = H(z)H(z^{-1})$. Quale delle seguenti affermazioni è vera?

A) La cascata dei due sistemi ha una risposta all'impulso $h_c[n]$ causale.

B) La cascata dei due sistemi è sempre instabile.

C) La trasformata di Fourier della risposta all'impulso della cascata dei due sistemi ha fase nulla.

D) La risposta all'impulso della cascata dei due sistemi ha una risposta all'impulso $h_c[n]$ con un massimo assoluto per $n = 2$.

Esercizio 6. (1.5 punti) Calcolare la trasformata z del seguente segnale:

$$x[n] = u[n](n^2 - n - 1)$$

A) $\frac{z^2+4z}{(z-1)^3}$

B) $\frac{-z^3+2z^2+z}{(z-1)^3}$

C) $\sum_{i=1}^{n}(i-1)z^i$

D) non esiste

E) $\frac{z}{(z-1)}$

Esercizio 7. (2 punti) Sia $n(t)$ un processo casuale gaussiano bianco WSS a media nulla. Si consideri la variabile casuale binaria θ ottenuta mediante il seguente processo di decisione:

$$\theta = \begin{cases} -1 & \text{se } \alpha > \beta \\ 1 & \text{se } \alpha \leq \beta \end{cases}$$

dove α è ottenuta mediante integrazione sull' intervallo [0,T/2] di $n(t)$ e β è una variabile causuale gaussiana a media nulla e varianza σ^2 indipendente da $n(t)$.

Dire quale delle affermazioni che seguono è corretta.

A) $E[\theta]$ è nulla solo se $\sigma^2 = 1$ per ogni T.

B) $E[\theta]$ è nulla per ogni valore di σ^2 e T.

C) Nessuna delle altre risposte è corretta.

D) $E[\theta]$ è nulla solo se $\sigma^2 = 1$ e $T = 2$.

E) $E[\theta]$ non è mai nulla.

Esercizio 8. (1 punto) Si consideri un segnale $a(t)$ ad energia finita con spettro $A(f)$ nullo per $|f| > B_a$ ed il segnale

$$x(t) = a(t)\cos(2\pi f_0 t) + a(t)\sin(2\pi f_0 t)$$

con $f_0 > 2B_a$.

Dire quale delle seguenti relazioni è corretta:

A) $\mathcal{E}(x) = 0.5\mathcal{E}(a)$

B) $\mathcal{E}(x) = 2\mathcal{E}(a)$

C) $\mathcal{E}(x) = 4\mathcal{E}(a)$

D) Nessuna delle altre relazioni è corretta

E) $\mathcal{E}(x) = \mathcal{E}(a)$

18 luglio 2014
Teoria dei segnali e metodi di elaborazione dei segnali (INF)

NOTA: **Consegnare il testo completo di tutti i fogli e la tabellina con le risposte, ricordandosi di riportare nell'apposito spazio nome e numero di matricola; riportare al più una risposta per ogni esercizio usando LETTERE MAIUSCOLE. Si invitano gli studenti a prendere nota del numero del compito e delle risposte date. Ciò permetterà un immediato confronto con le stringhe corrette che verranno pubblicate sul portale.**

Nome	
Cognome	
Matricola	
Compito	11

Esercizio	1	2	3	4	5	6	7	8
Risposta								

Esercizio 1. **(1.5 punti)** Un sistema discreto causale, lineare e tempo-invariante, ha funzione di trasferimento

$$H(z) = \frac{6-2z}{(z-2)^2}$$

La risposta all'impulso $h[n]$ vale

A) $h[n] = (n-2)\, 2^n u[n]$

B) $h[n] = (n-3)\, 2^n u[n]$

C) $h[n] = (n-3)\, 2^{n-1} u[n-1]$

D) $h[n] = 2\delta[n] + (n-2)\, 2^n u[n-3]$

Esercizio 2. **(1.5 punti)** Si consideri un segnale $x(t) = 2 - |t|$ per $|t| \leq 2$ e nullo altrove e la sua versione periodica

$$\overline{x}(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(t-4n)$$

Utilizzando la formula di Poisson che lega $\overline{x}(t)$ ai campioni dello spettro di $x(t)$, cioè a $X(i/4)$, è possibile dimostrare che

A) $\sum_{i=0}^{+\infty} 1/(2i+1)^4 = \pi^2/96$

B) Nessuna delle altre risposte.

C) $\sum_{i=1}^{+\infty} 1/i^2 = \pi^2/6$

D) $\sum_{i=0}^{+\infty} 1/(2i+1)^2 = \pi^2/8$

Esercizio 3. **(1.2 punti)** Un sistema discreto realizzabile è caratterizzato da una funzione di trasferimento $H(z)$ a coefficienti reali. Uno dei poli di $H(z)$ si trova nel punto $z = -1/3$. Si consideri il sistema costituito da tale sistema in cascata con un sistema discreto con funzione di trasferimento $H(z^{-1})$. La cascata è caratterizzata dalla funzione di trasferimento $H_c(z) = H(z)H(z^{-1})$. Quale delle seguenti affermazioni è vera?

A) La cascata dei due sistemi è instabile.

B) La stabilità della cascata dei due sistemi dipende dalla posizione degli zeri di $H(z)$ all'interno della circonferenza di raggio unitario.

C) La stabilità della cascata dei due sistemi dipende dalla posizione degli altri poli di $H(z)$.

D) La cascata dei due sistemi è stabile.

Esercizio 4. **(2 punti)** Il segnale

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\pi(t+2k/B)} \sin\left[3\pi\left(tB+2k\right)\right]$$

viene campionato per una conversione A/D. Indicare qual è la minima frequenza di campionamento che consente un'esatta ricostruzione del segnale a partire dai suoi campioni.

A) $6B$

B) non esiste tale frequenza

C) $2B$

D) $3B$

Esercizio 5. **(2 punti)** Sia $n(t)$ un processo casuale gaussiano bianco WSS a media nulla. Si consideri la variabile casuale binaria θ ottenuta mediante il seguente processo di decisione:

$$\theta = \begin{cases} -1 & \text{se } \alpha > \beta \\ 1 & \text{se } \alpha \leq \beta \end{cases}$$

dove α è ottenuta mediante integrazione sull' intervallo [0,T] di $n(t)$ e β è una variabile causuale gaussiana a media nulla e varianza σ^2 indipendente da $n(t)$.

Dire quale delle affermazioni che seguono è corretta.

A) $E[\theta] = 0$ solo se $\sigma^2 = 1/\sqrt{2}$ per ogni T.

B) $E[\theta] = 0$ per ogni valore di σ^2 e T.

C) $E[\theta] < 0$ per ogni valore di σ^2 e T.

D) Nessuna delle altre risposte è corretta.

E) $E[\theta] = 0$ solo se $\sigma = 1/\sqrt{2}$ per ogni $T = 1$.

Esercizio 6. **(1.5 punti)** Calcolare la trasformata z del seguente segnale:

$$x[n] = u[n]\frac{n(n-1)}{2}$$

A) non esiste

B) $\frac{z}{(z-1)^3}$

C) $\frac{z}{(z-1)}$

D) $\frac{1}{(z-1)^2}$

E) $\sum_{i=1}^{n} z^i$

Esercizio 7. **(1 punto)** Un segnale numerico

$$x[n] = \begin{cases} \left(\frac{1}{2}\right)^n & n \text{ pari, } n \geq 0 \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

viene filtrato da un filtro FIR che ha risposta all'impulso $h[n]$ che vale 1 per $n = 0$, $1/2$ per $n = 1$ e 0 altrove, ottenendo in uscita $y[n]$. Il limite per $n \to \infty$ di $y[n]$ vale

A) $\frac{1}{2}$

B) ∞

C) 0

D) 2

E) Nessuna delle altre risposte

Esercizio 8. **(1 punto)** Si consideri un segnale $a(t)$ ad energia finita con spettro $A(f)$ nullo per $|f| > B_a$ ed il segnale

$$x(t) = a(t)\cos(2\pi f_0 t) + a(t)\sin(2\pi f_0 t)$$

con $f_0 > 2B_a$.

Indicando con $R_x(\tau)$ la funzione di autocorrelazione di $x(t)$ e con $R_a(\tau)$ la funzione di autocorrelazione di $a(t)$, dire quale delle seguenti relazioni è corretta:

A) $R_x(\tau) = R_a(\tau)\cos(2\pi f_0 \tau)$

B) Nessuna delle altre relazioni è corretta

C) $R_x(\tau) = R_a(\tau)\sin(2\pi f_0 \tau)$

D) $R_x(\tau) = 0.5 R_a(\tau)\cos(2\pi f_0 \tau)$

E) $R_x(\tau) = R_a(\tau)$

18 luglio 2014
Teoria dei segnali e metodi di elaborazione dei segnali (INF)

NOTA: **Consegnare il testo completo di tutti i fogli e la tabellina con le risposte, ricordandosi di riportare nell'apposito spazio nome e numero di matricola; riportare al più una risposta per ogni esercizio usando LETTERE MAIUSCOLE. Si invitano gli studenti a prendere nota del numero del compito e delle risposte date. Ciò permetterà un immediato confronto con le stringhe corrette che verranno pubblicate sul portale.**

Nome	
Cognome	
Matricola	
Compito	12

Esercizio	1	2	3	4	5	6	7	8
Risposta								

Esercizio 1. (1.5 punti) Il segnale

$$x(t) = \cos(2\pi f_0 t) + \mathrm{e}^{-at} u(t)$$

viene campionato per una conversione A/D. Indicare qual è la minima frequenza di campionamento che consente un'esatta ricostruzione del segnale a partire dai suoi campioni.

A) $2f_0$

B) non esiste tale frequenza

C) $f_0 + a$

D) a

Esercizio 2. (1.5 punti) Calcolare la trasformata z del seguente segnale:

$$x[n] = u[n]\frac{n(n-1)}{2}$$

A) $\frac{z}{(z-1)}$

B) non esiste

C) $\frac{1}{(z-1)^2}$

D) $\sum_{i=1}^{n} z^i$

E) $\frac{z}{(z-1)^3}$

Esercizio 3. (1.5 punti) Un sistema discreto causale, lineare e tempo-invariante, ha funzione di trasferimento

$$H(z) = \frac{1}{(z-1)^2} + \frac{4}{z-3}$$

La risposta all'impulso $h[n]$ vale

A) $h[n] = u[n-1]\,[n + 4 \times 3^{n-1} - 1]$

B) $h[n] = u[n]\,[1 + 4 \times 3^n]$

C) $h[n] = u[n-1]\,[1 + 4 \times 3^{n-1}]$

D) $h[n] = u[n]\,[n + 4 \times 3^n]$

Esercizio 4. (1 punto) Un segnale numerico

$$x[n] = \begin{cases} \frac{1}{2} & n \text{ dispari, } n > 0 \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

viene filtrato da un filtro FIR che ha risposta all'impulso $h[n]$ che vale 1 per $n = 0$, 2 per $n = 1$, 1 per $n = 2$ e 0 altrove, ottenendo in uscita $y[n]$.

Il limite per $n \to \infty$ di $y[n]$ vale

A) 2

B) Nessuna delle altre risposte

C) 1

D) ∞

E) 0

Esercizio 5. (2 punti) Sia $n(t)$ un processo casuale gaussiano bianco WSS a media nulla. Si consideri la variabile casuale binaria θ ottenuta mediante il seguente processo di decisione:

$$\theta = \begin{cases} -1 & \text{se } \alpha > \beta \\ 1 & \text{se } \alpha \leq \beta \end{cases}$$

dove α è ottenuta mediante integrazione sull' intervallo [0,2T/3] di $n(t)$ e β è una variabile causuale gaussiana a media nulla e varianza σ^2 indipendente da $n(t)$. Dire quale delle affermazioni che seguono è corretta.

A) Nessuna delle altre risposte è corretta.

B) $E[\theta] = 0$ per ogni valore di σ^2 e T.

C) $E[\theta] > 0$ per ogni valore di σ^2 e T.

D) $E[\theta] = 0$ solo se $\sigma^2 = 1$ e $N = 3/2$.

E) $E[\theta] = 0$ solo se $\sigma^2 = 1$ per ogni T.

Esercizio 6. (1.5 punti) Si consideri un segnale $x(t) = 1 - |t|/2$ per $|t| \leq 2$ e nullo altrove e la sua versione periodica

$$\overline{x}(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(t - 4n)$$

Utilizzando la formula di Poisson che lega $\overline{x}(t)$ ai campioni dello spettro di $x(t)$, cioè a $X(i/4)$, è possibile dimostrare che

A) $\sum_{i=1}^{+\infty} 1/i^4 = \pi^2/90$

B) $\sum_{i=0}^{+\infty} 1/(2i+1)^2 = \pi^2/8$

C) Nessuna delle altre risposte.

D) $\sum_{i=1}^{+\infty} 1/i^2 = \pi^2/6$

Esercizio 7. (1 punto) Si consideri un segnale $a(t)$ ad energia finita con spettro $A(f)$ nullo per $|f| > B_a$ ed il segnale

$$x(t) = a(t)\cos(2\pi f_0 t) + a(t)\sin(2\pi f_0 t)$$

con $f_0 > 2B_a$.

Indicando con $R_x(\tau)$ la funzione di autocorrelazione di $x(t)$ e con $R_a(\tau)$ la funzione di autocorrelazione di $a(t)$, dire quale delle seguenti relazioni è corretta:

A) $R_x(\tau) = 0.5R_a(\tau)\cos(2\pi f_0 \tau)$

B) $R_x(\tau) = R_a(\tau)\cos(2\pi f_0 \tau)$

C) $R_x(\tau) = R_a(\tau)\sin(2\pi f_0 \tau)$

D) Nessuna delle altre relazioni è corretta

E) $R_x(\tau) = R_a(\tau)$

Esercizio 8. (1.2 punti) Un sistema discreto realizzabile di tipo FIR è caratterizzato da una funzione di trasferimento $H(z)$ a coefficienti reali, con $h[n] = 0$ per $n > 10$. Si consideri il sistema costituito da tale sistema in cascata con un sistema discreto con funzione di trasferimento $H(z^{-1})$. La cascata è caratterizzata dalla funzione di trasferimento $H_c(z) = H(z)H(z^{-1})$. Quale delle seguenti affermazioni è vera?

A) La trasformata di Fourier della risposta all'impulso della cascata dei due sistemi ha fase nulla.

B) La cascata dei due sistemi ha una risposta all'impulso $h_c[n]$ causale.

C) La cascata dei due sistemi è sempre instabile.

D) La risposta all'impulso della cascata dei due sistemi ha una risposta all'impulso $h_c[n]$ con un massimo assoluto per $n = 2$.

18 luglio 2014
Teoria dei segnali e metodi di elaborazione dei segnali (INF)

NOTA: **Consegnare il testo completo di tutti i fogli e la tabellina con le risposte, ricordandosi di riportare nell'apposito spazio nome e numero di matricola; riportare al più una risposta per ogni esercizio usando LETTERE MAIUSCOLE. Si invitano gli studenti a prendere nota del numero del compito e delle risposte date. Ciò permetterà un immediato confronto con le stringhe corrette che verranno pubblicate sul portale.**

Nome	
Cognome	
Matricola	
Compito	13

Esercizio	1	2	3	4	5	6	7	8
Risposta								

Esercizio 1. (2 punti) Sia $n(t)$ un processo casuale gaussiano bianco WSS a media nulla. Si consideri la variabile casuale binaria θ ottenuta mediante il seguente processo di decisione:

$$\theta = \begin{cases} -1 & \text{se } \alpha > \beta \\ 1 & \text{se } \alpha \leq \beta \end{cases}$$

dove α è ottenuta mediante integrazione sull' intervallo [0,T] di $n(t)$ e β è una variabile causuale gaussiana a media nulla e varianza σ^2 indipendente da $n(t)$.

Dire quale delle affermazioni che seguono è corretta.

A) $E[\theta] = 0$ per ogni valore di σ^2 e T.

B) $E[\theta] = 0$ solo se $\sigma^2 = 1/\sqrt{2}$ per ogni T.

C) $E[\theta] = 0$ solo se $\sigma = 1/\sqrt{2}$ per ogni $T = 1$.

D) $E[\theta] < 0$ per ogni valore di σ^2 e T.

E) Nessuna delle altre risposte è corretta.

Esercizio 2. (1.5 punti) Il segnale

$$x(t) = \cos(2\pi f_0 t) \frac{\sin(\pi f_0 t)}{\pi t}$$

viene campionato per una conversione A/D. Indicare qual è la minima frequenza di campionamento che consente un'esatta ricostruzione del segnale a partire dai suoi campioni.

A) non esiste tale frequenza

B) f_0

C) $3f_0$

D) $2f_0$

Esercizio 3. (1 punto) Si consideri un segnale $a(t)$ ad energia finita con spettro $A(f)$ nullo per $|f| > B_a$ ed il segnale

$$x(t) = a(t)\cos(2\pi f_0 t) + a(t)\sin(2\pi f_0 t)$$

con $f_0 > 2B_a$.

Indicando con $R_x(\tau)$ la funzione di autocorrelazione di $x(t)$ e con $R_a(\tau)$ la funzione di autocorrelazione di $a(t)$, dire quale delle seguenti relazioni è corretta:

A) $R_x(\tau) = 0.5R_a(\tau)\cos(2\pi f_0 \tau)$

B) $R_x(\tau) = R_a(\tau)$

C) $R_x(\tau) = R_a(\tau)\sin(2\pi f_0 \tau)$

D) $R_x(\tau) = R_a(\tau)\cos(2\pi f_0 \tau)$

E) Nessuna delle altre relazioni è corretta

Esercizio 4. **(1.5 punti)** Calcolare la trasformata z del seguente segnale:

$$x[n] = u[n]\frac{n(n-1)}{2}$$

A) $\frac{z}{(z-1)^3}$

B) non esiste

C) $\frac{z}{(z-1)}$

D) $\sum_{i=1}^{n} z^i$

E) $\frac{1}{(z-1)^2}$

Esercizio 5. **(1.2 punti)** Un sistema discreto realizzabile di tipo FIR è caratterizzato da una funzione di trasferimento $H(z)$ a coefficienti reali, con $h[n] = 0$ per $n > 10$. Si consideri il sistema costituito da tale sistema in cascata con un sistema discreto con funzione di trasferimento $H(z^{-1})$. La cascata è caratterizzata dalla funzione di trasferimento $H_c(z) = H(z)H(z^{-1})$. Quale delle seguenti affermazioni è vera?

A) La risposta all'impulso della cascata dei due sistemi ha una risposta all'impulso $h_c[n]$ con un massimo assoluto per $n = 2$.

B) La cascata dei due sistemi è sempre instabile.

C) La trasformata di Fourier della risposta all'impulso della cascata dei due sistemi ha fase nulla.

D) La cascata dei due sistemi ha una risposta all'impulso $h_c[n]$ causale.

Esercizio 6. **(1 punto)** Un segnale numerico

$$x[n] = \begin{cases} \left(\frac{1}{2}\right)^n & n \text{ pari, } n \geq 0 \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

viene filtrato da un filtro FIR che ha risposta all'impulso $h[n]$ che vale 1 per $n = 0$, $1/2$ per $n = 1$ e 0 altrove, ottenendo in uscita $y[n]$. Il limite per $n \to \infty$ di $y[n]$ vale

A) 0

B) $\frac{1}{2}$

C) ∞

D) Nessuna delle altre risposte

E) 2

Esercizio 7. **(1.5 punti)** Si consideri un segnale $x(t) = 1 - |t|/2$ per $|t| \leq 2$ e nullo altrove e la sua versione periodica

$$\overline{x}(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(t - 4n)$$

Utilizzando la formula di Poisson che lega $\overline{x}(t)$ ai campioni dello spettro di $x(t)$, cioè a $X(i/4)$, è possibile dimostrare che

A) $\sum_{i=0}^{+\infty} 1/(2i+1)^2 = \pi^2/8$

B) $\sum_{i=1}^{+\infty} 1/i^4 = \pi^2/90$

C) $\sum_{i=1}^{+\infty} 1/i^2 = \pi^2/6$

D) Nessuna delle altre risposte.

Esercizio 8. **(1.5 punti)** Un sistema discreto causale, lineare e tempo-invariante, ha funzione di trasferimento

$$H(z) = \frac{6 - 2z}{(z-2)^2}$$

La risposta all'impulso $h[n]$ vale

A) $h[n] = (n-3)\, 2^n u[n]$

B) $h[n] = 2\delta[n] + (n-2)\, 2^n u[n-3]$

C) $h[n] = (n-2)\, 2^n u[n]$

D) $h[n] = (n-3)\, 2^{n-1} u[n-1]$

18 luglio 2014
Teoria dei segnali e metodi di elaborazione dei segnali (INF)

NOTA: **Consegnare il testo completo di tutti i fogli e la tabellina con le risposte, ricordandosi di riportare nell'apposito spazio nome e numero di matricola; riportare al più una risposta per ogni esercizio usando LETTERE MAIUSCOLE. Si invitano gli studenti a prendere nota del numero del compito e delle risposte date. Ciò permetterà un immediato confronto con le stringhe corrette che verranno pubblicate sul portale.**

Nome	
Cognome	
Matricola	
Compito	14

Esercizio	1	2	3	4	5	6	7	8
Risposta								

Esercizio 1. (1.2 punti) Un sistema discreto realizzabile è caratterizzato da una funzione di trasferimento $H(z)$ a coefficienti reali. Uno dei poli di $H(z)$ si trova nel punto $z = 0.5(1 + j)$. Si consideri il sistema costituito da tale sistema in cascata con un sistema discreto con funzione di trasferimento $H(z^{-1})$. La cascata è caratterizzata dalla funzione di trasferimento $H_c(z) = H(z)H(z^{-1})$. Quale delle seguenti affermazioni è vera?

A) La stabilità della cascata dei due sistemi dipende dalla posizione degli zeri di $H(z)$ all'interno della circonferenza di raggio unitario.

B) La cascata dei due sistemi è stabile.

C) La cascata dei due sistemi è instabile.

D) La stabilità della cascata dei due sistemi dipende dalla posizione degli altri poli di $H(z)$.

Esercizio 2. (1 punto) Si consideri un segnale $a(t)$ ad energia finita con spettro $A(f)$ nullo per $|f| > B_a$ ed il segnale

$$x(t) = a(t)\cos(2\pi f_0 t) + a(t)\sin(2\pi f_0 t)$$

con $f_0 > 2B_a$.

Dire quale delle seguenti relazioni è corretta:

A) $\mathcal{E}(x) = 4\mathcal{E}(a)$

B) $\mathcal{E}(x) = \mathcal{E}(a)$

C) $\mathcal{E}(x) = 0.5\mathcal{E}(a)$

D) Nessuna delle altre relazioni è corretta

E) $\mathcal{E}(x) = 2\mathcal{E}(a)$

Esercizio 3. (1.5 punti) Calcolare la trasformata z del seguente segnale:

$$x[n] = u[n]n^2$$

A) $\frac{z}{(z-1)}$

B) $\sum_{i=1}^{n} z^i$

C) $\frac{3z^2-z^3}{(z-1)^3}$

D) $\frac{z^2+z}{(z-1)^3}$

E) non esiste

Esercizio 4. (1.5 punti) Si consideri un segnale $x(t) = 1 - |t|/2$ per $|t| \leq 2$ e nullo altrove e la sua versione periodica

$$\overline{x}(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(t - 4n)$$

Utilizzando la formula di Poisson che lega $\overline{x}(t)$ ai campioni dello spettro di $x(t)$, cioè a $X(i/4)$, è possibile dimostrare che

A) $\sum_{i=0}^{+\infty} 1/(2i+1)^2 = \pi^2/8$

B) $\sum_{i=1}^{+\infty} 1/i^2 = \pi^2/6$

C) Nessuna delle altre risposte.

D) $\sum_{i=1}^{+\infty} 1/i^4 = \pi^2/90$

Esercizio 5. **(1 punto)** Un segnale numerico

$$x[n] = \begin{cases} \frac{1}{2} & n \text{ dispari}, n > 0 \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

viene filtrato da un filtro FIR che ha risposta all'impulso $h[n]$ che vale 1 per $n = 0$, 2 per $n = 1$, 1 per $n = 2$ e 0 altrove, ottenendo in uscita $y[n]$.

Il limite per $n \to \infty$ di $y[n]$ vale

A) Nessuna delle altre risposte

B) ∞

C) 0

D) 1

E) 2

Esercizio 6. **(2 punti)** Sia $n(t)$ un processo casuale gaussiano bianco WSS a media nulla. Si consideri la variabile casuale binaria θ ottenuta mediante il seguente processo di decisione:

$$\theta = \begin{cases} -1 & \text{se } \alpha > \beta \\ 1 & \text{se } \alpha \leq \beta \end{cases}$$

dove α è ottenuta mediante integrazione sull' intervallo [0,3T/4] di $n(t)$ e β è una variabile causuale gaussiana a media nulla e varianza σ^2 indipendente da $n(t)$. Dire quale delle affermazioni che seguono è corretta.

A) $E[\theta]$ è nulla per ogni valore di σ^2 e T.

B) $E[\theta]$ è nulla solo se $\sigma^2 = 1/2$ e $T = 4/3$.

C) $E[\theta]$ non è mai nulla.

D) Nessuna delle altre risposte è corretta.

E) $E[\theta]$ è nulla solo se $\sigma^2 = 1/2$ per ogni T.

Esercizio 7. **(1.5 punti)** Un sistema discreto causale, lineare e tempo-invariante, ha funzione di trasferimento

$$H(z) = \frac{6 - 2z}{(z-2)^2}$$

La risposta all'impulso $h[n]$ vale

A) $h[n] = (n-3)\, 2^n u[n]$

B) $h[n] = (n-3)\, 2^{n-1} u[n-1]$

C) $h[n] = (n-2)\, 2^n u[n]$

D) $h[n] = 2\delta[n] + (n-2)\, 2^n u[n-3]$

Esercizio 8. **(1.5 punti)** Il segnale

$$x(t) = \cos(2\pi f_0 t) + \mathrm{e}^{-at} u(t)$$

viene campionato per una conversione A/D. Indicare qual è la minima frequenza di campionamento che consente un'esatta ricostruzione del segnale a partire dai suoi campioni.

A) $f_0 + a$

B) $2f_0$

C) non esiste tale frequenza

D) a

18 luglio 2014
Teoria dei segnali e metodi di elaborazione dei segnali (INF)

NOTA: **Consegnare il testo completo di tutti i fogli e la tabellina con le risposte, ricordandosi di riportare nell'apposito spazio nome e numero di matricola; riportare al più una risposta per ogni esercizio usando LETTERE MAIUSCOLE. Si invitano gli studenti a prendere nota del numero del compito e delle risposte date. Ciò permetterà un immediato confronto con le stringhe corrette che verranno pubblicate sul portale.**

Nome	
Cognome	
Matricola	
Compito	15

Esercizio	1	2	3	4	5	6	7	8
Risposta								

Esercizio 1. (1 punto) Si consideri un segnale $a(t)$ ad energia finita con spettro $A(f)$ nullo per $|f| > B_a$ ed il segnale

$$x(t) = a(t)\cos(2\pi f_0 t) + a(t)\sin(2\pi f_0 t)$$

con $f_0 > 2B_a$.

Indicando con $R_x(\tau)$ la funzione di autocorrelazione di $x(t)$ e con $R_a(\tau)$ la funzione di autocorrelazione di $a(t)$, dire quale delle seguenti relazioni è corretta:

A) Nessuna delle altre relazioni è corretta

B) $R_x(\tau) = R_a(\tau)\cos(2\pi f_0 \tau)$

C) $R_x(\tau) = R_a(\tau)\sin(2\pi f_0 \tau)$

D) $R_x(\tau) = 0.5R_a(\tau)\cos(2\pi f_0 \tau)$

E) $R_x(\tau) = R_a(\tau)$

Esercizio 2. (1 punto) Un segnale numerico

$$x[n] = \begin{cases} 1 & n \text{ pari}, n \geq 0 \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

viene filtrato da un filtro FIR che ha risposta all'impulso $h[n]$ che vale 1 per $n = 0$, 2 per $n = 1$, 1 per $n = 2$ e 0 altrove, ottenendo in uscita $y[n]$. Il limite per $n \to \infty$ di $y[n]$ vale

A) ∞

B) $\frac{1}{2}$

C) Nessuna delle altre risposte

D) 0

E) 2

Esercizio 3. (2 punti) Sia $n(t)$ un processo casuale gaussiano bianco WSS a media nulla. Si consideri la variabile casuale binaria θ ottenuta mediante il seguente processo di decisione:

$$\theta = \begin{cases} -1 & \text{se } \alpha > \beta \\ 1 & \text{se } \alpha \leq \beta \end{cases}$$

dove α è ottenuta mediante integrazione sull' intervallo [0,T] di $n(t)$ e β è una variabile causuale gaussiana a media nulla e varianza σ^2 indipendente da $n(t)$.

Dire quale delle affermazioni che seguono è corretta.

A) $E[\theta] = 0$ solo se $\sigma = 1/\sqrt{2}$ per ogni $T = 1$.

B) Nessuna delle altre risposte è corretta.

C) $E[\theta] < 0$ per ogni valore di σ^2 e T.

D) $E[\theta] = 0$ solo se $\sigma^2 = 1/\sqrt{2}$ per ogni T.

E) $E[\theta] = 0$ per ogni valore di σ^2 e T.

Esercizio 4. (1.5 punti) Calcolare la trasformata z del seguente segnale:

$$x[n] = u[n]\frac{n(n-1)}{2}$$

A) $\frac{z}{(z-1)^3}$

B) $\frac{z}{(z-1)}$

C) non esiste

D) $\sum_{i=1}^{n} z^i$

E) $\frac{1}{(z-1)^2}$

Esercizio 5. (1.5 punti) Il segnale

$$x(t) = \cos(2\pi f_0 t) + \mathrm{e}^{-at}u(t)$$

viene campionato per una conversione A/D. Indicare qual è la minima frequenza di campionamento che consente un'esatta ricostruzione del segnale a partire dai suoi campioni.

A) $2f_0$

B) non esiste tale frequenza

C) a

D) $f_0 + a$

Esercizio 6. (1.5 punti) Un sistema discreto causale, lineare e tempo-invariante, ha funzione di trasferimento

$$H(z) = \frac{1}{(z-1)^2} + \frac{4}{z-3}$$

La risposta all'impulso $h[n]$ vale

A) $h[n] = u[n-1]\,[n + 4 \times 3^{n-1} - 1]$

B) $h[n] = u[n]\,[n + 4 \times 3^{n}]$

C) $h[n] = u[n-1]\,[1 + 4 \times 3^{n-1}]$

D) $h[n] = u[n]\,[1 + 4 \times 3^{n}]$

Esercizio 7. (1.5 punti) Si consideri un segnale $x(t) = 1 - |t|/2$ per $|t| \leq 2$ e nullo altrove e la sua versione periodica

$$\overline{x}(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(t-4n)$$

Utilizzando la formula di Poisson che lega $\overline{x}(t)$ ai campioni dello spettro di $x(t)$, cioè a $X(i/4)$, è possibile dimostrare che

A) Nessuna delle altre risposte.

B) $\sum_{i=0}^{+\infty} 1/(2i+1)^2 = \pi^2/8$

C) $\sum_{i=1}^{+\infty} 1/i^2 = \pi^2/6$

D) $\sum_{i=1}^{+\infty} 1/i^4 = \pi^2/90$

Esercizio 8. (1.2 punti) Un sistema discreto realizzabile di tipo FIR è caratterizzato da una funzione di trasferimento $H(z)$ a coefficienti reali, con $h[n] = 0$ per $n > 10$. Si consideri il sistema costituito da tale sistema in cascata con un sistema discreto con funzione di trasferimento $H(z^{-1})$. La cascata è caratterizzata dalla funzione di trasferimento $H_c(z) = H(z)H(z^{-1})$. Quale delle seguenti affermazioni è vera?

A) La cascata dei due sistemi ha una risposta all'impulso $h_c[n]$ causale.

B) La trasformata di Fourier della risposta all'impulso della cascata dei due sistemi ha fase nulla.

C) La cascata dei due sistemi è sempre instabile.

D) La risposta all'impulso della cascata dei due sistemi ha una risposta all'impulso $h_c[n]$ con un massimo assoluto per $n = 2$.

18 luglio 2014
Teoria dei segnali e metodi di elaborazione dei segnali (INF)

NOTA: **Consegnare il testo completo di tutti i fogli e la tabellina con le risposte, ricordandosi di riportare nell'apposito spazio nome e numero di matricola; riportare al più una risposta per ogni esercizio usando LETTERE MAIUSCOLE. Si invitano gli studenti a prendere nota del numero del compito e delle risposte date. Ciò permetterà un immediato confronto con le stringhe corrette che verranno pubblicate sul portale.**

Nome	
Cognome	
Matricola	
Compito	16

Esercizio	1	2	3	4	5	6	7	8
Risposta								

Esercizio 1. **(1.5 punti)** Calcolare la trasformata z del seguente segnale:

$$x[n] = u[n](n^2 - 1)$$

A) $\sum_{i=1}^{n}(i-1)z^i$

B) $\frac{z^2+4z}{(z-1)^3}$

C) $\frac{z}{(z-1)}$

D) $\frac{3z^2-z^3}{(z-1)^3}$

E) non esiste

Esercizio 2. **(1.5 punti)** Si consideri un segnale $x(t) = 2 - |t|$ per $|t| \leq 2$ e nullo altrove e la sua versione periodica

$$\overline{x}(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(t-4n)$$

Utilizzando la formula di Poisson che lega $\overline{x}(t)$ ai campioni dello spettro di $x(t)$, cioè a $X(i/4)$, è possibile dimostrare che

A) Nessuna delle altre risposte.

B) $\sum_{i=0}^{+\infty} 1/(2i+1)^4 = \pi^2/96$

C) $\sum_{i=0}^{+\infty} 1/(2i+1)^2 = \pi^2/8$

D) $\sum_{i=1}^{+\infty} 1/i^2 = \pi^2/6$

Esercizio 3. **(1 punto)** Si consideri un segnale $a(t)$ ad energia finita con spettro $A(f)$ nullo per $|f| > B_a$ ed il segnale

$$x(t) = a(t)\cos(2\pi f_0 t) + a(t)\sin(2\pi f_0 t)$$

con $f_0 > 2B_a$.

Indicando con $R_x(\tau)$ la funzione di autocorrelazione di $x(t)$ e con $R_a(\tau)$ la funzione di autocorrelazione di $a(t)$, dire quale delle seguenti relazioni è corretta:

A) $R_x(\tau) = R_a(\tau)$

B) $R_x(\tau) = 0.5R_a(\tau)\cos(2\pi f_0 \tau)$

C) $R_x(\tau) = R_a(\tau)\cos(2\pi f_0 \tau)$

D) $R_x(\tau) = R_a(\tau)\sin(2\pi f_0 \tau)$

E) Nessuna delle altre relazioni è corretta

Esercizio 4. **(1.2 punti)** Un sistema discreto realizzabile è caratterizzato da una funzione di trasferimento $H(z)$ a coefficienti reali. Uno dei poli di $H(z)$ si trova nel punto $z = -1/3$. Si consideri il sistema costituito da tale sistema in cascata con un sistema discreto con funzione di trasferimento $H(z^{-1})$. La cascata è caratterizzata dalla funzione di trasferimento $H_c(z) = H(z)H(z^{-1})$. Quale delle seguenti affermazioni è vera?

A) La cascata dei due sistemi è instabile.

B) La cascata dei due sistemi è stabile.

C) La stabilità della cascata dei due sistemi dipende dalla posizione degli zeri di $H(z)$ all'interno della circonferenza di raggio unitario.

D) La stabilità della cascata dei due sistemi dipende dalla posizione degli altri poli di $H(z)$.

Esercizio 5. (1.5 punti) Il segnale

$$x(t) = \cos(2\pi f_0 t) + \mathrm{e}^{-at}u(t)$$

viene campionato per una conversione A/D. Indicare qual è la minima frequenza di campionamento che consente un'esatta ricostruzione del segnale a partire dai suoi campioni.

A) $f_0 + a$

B) a

C) non esiste tale frequenza

D) $2f_0$

Esercizio 6. (2 punti) Sia $n(t)$ un processo casuale gaussiano bianco WSS a media nulla. Si consideri la variabile casuale binaria θ ottenuta mediante il seguente processo di decisione:

$$\theta = \begin{cases} -1 & \text{se } \alpha > \beta \\ 1 & \text{se } \alpha \leq \beta \end{cases}$$

dove α è ottenuta mediante integrazione sull' intervallo [0,3T/4] di $n(t)$ e β è una variabile causuale gaussiana a media nulla e varianza σ^2 indipendente da $n(t)$. Dire quale delle affermazioni che seguono è corretta.

A) $E[\theta]$ è nulla solo se $\sigma^2 = 1/2$ e $T = 4/3$.

B) $E[\theta]$ è nulla solo se $\sigma^2 = 1/2$ per ogni T.

C) $E[\theta]$ non è mai nulla.

D) Nessuna delle altre risposte è corretta.

E) $E[\theta]$ è nulla per ogni valore di σ^2 e T.

Esercizio 7. (1 punto) Un segnale numerico

$$x[n] = \begin{cases} 1 & n \text{ dispari, } n > 0 \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

viene filtrato da un filtro FIR che ha risposta all'impulso $h[n]$ che vale 1 per $n = 0$, 1 per $n = 1$ e 0 altrove, ottenendo in uscita $y[n]$. Il limite per $n \to \infty$ di $y[n]$ vale

A) Nessuna delle altre risposte

B) 2

C) 1

D) 0

E) ∞

Esercizio 8. (1.5 punti) Un sistema discreto causale, lineare e tempo-invariante, ha funzione di trasferimento

$$H(z) = \frac{1}{(z-1)^2} + \frac{4}{z-3}$$

La risposta all'impulso $h[n]$ vale

A) $h[n] = u[n-1]\,[1 + 4 \times 3^{n-1}]$

B) $h[n] = u[n]\,[n + 4 \times 3^n]$

C) $h[n] = u[n]\,[1 + 4 \times 3^n]$

D) $h[n] = u[n-1]\,[n + 4 \times 3^{n-1} - 1]$

18 luglio 2014
Teoria dei segnali e metodi di elaborazione dei segnali (INF)

NOTA: **Consegnare il testo completo di tutti i fogli e la tabellina con le risposte, ricordandosi di riportare nell'apposito spazio nome e numero di matricola; riportare al più una risposta per ogni esercizio usando LETTERE MAIUSCOLE. Si invitano gli studenti a prendere nota del numero del compito e delle risposte date. Ciò permetterà un immediato confronto con le stringhe corrette che verranno pubblicate sul portale.**

Nome	
Cognome	
Matricola	
Compito	17

Esercizio	1	2	3	4	5	6	7	8
Risposta								

Esercizio 1. (1.5 punti) Calcolare la trasformata z del seguente segnale:

$$x[n] = u[n]n^2$$

A) $\frac{z^2+z}{(z-1)^3}$

B) non esiste

C) $\frac{z}{(z-1)}$

D) $\frac{3z^2-z^3}{(z-1)^3}$

E) $\sum_{i=1}^{n} z^i$

Esercizio 2. (2 punti) Sia $n(t)$ un processo casuale gaussiano bianco WSS a media nulla. Si consideri la variabile casuale binaria θ ottenuta mediante il seguente processo di decisione:

$$\theta = \begin{cases} -1 & \text{se } \alpha > \beta \\ 1 & \text{se } \alpha \leq \beta \end{cases}$$

dove α è ottenuta mediante integrazione sull' intervallo [0,3T/4] di $n(t)$ e β è una variabile causuale gaussiana a media nulla e varianza σ^2 indipendente da $n(t)$. Dire quale delle affermazioni che seguono è corretta.

A) Nessuna delle altre risposte è corretta.

B) $E[\theta]$ è nulla per ogni valore di σ^2 e T.

C) $E[\theta]$ non è mai nulla.

D) $E[\theta]$ è nulla solo se $\sigma^2 = 1/2$ e $T = 4/3$.

E) $E[\theta]$ è nulla solo se $\sigma^2 = 1/2$ per ogni T.

Esercizio 3. (1 punto) Si consideri un segnale $a(t)$ ad energia finita con spettro $A(f)$ nullo per $|f| > B_a$ ed il segnale

$$x(t) = a(t)\cos(2\pi f_0 t) + a(t)\sin(2\pi f_0 t)$$

con $f_0 > 2B_a$.

Indicando con $R_x(\tau)$ la funzione di autocorrelazione di $x(t)$ e con $R_a(\tau)$ la funzione di autocorrelazione di $a(t)$, dire quale delle seguenti relazioni è corretta:

A) $R_x(\tau) = R_a(\tau)$

B) $R_x(\tau) = R_a(\tau)\sin(2\pi f_0 \tau)$

C) $R_x(\tau) = R_a(\tau)\cos(2\pi f_0 \tau)$

D) Nessuna delle altre relazioni è corretta

E) $R_x(\tau) = 0.5R_a(\tau)\cos(2\pi f_0 \tau)$

Esercizio 4. (1.5 punti) Il segnale

$$x(t) = \cos(2\pi f_0 t) + \mathrm{e}^{-at} u(t)$$

viene campionato per una conversione A/D. Indicare qual è la minima frequenza di campionamento che consente un'esatta ricostruzione del segnale a partire dai suoi campioni.

A) $f_0 + a$

B) $2f_0$

C) a

D) non esiste tale frequenza

Esercizio 5. (1.2 punti) Un sistema discreto realizzabile di tipo FIR è caratterizzato da una funzione di trasferimento $H(z)$ a coefficienti reali, con $h[n] = 0$ per $n > 10$. Si consideri il sistema costituito da tale sistema in cascata con un sistema discreto con funzione di trasferimento $H(z^{-1})$. La cascata è caratterizzata dalla funzione di trasferimento $H_c(z) = H(z)H(z^{-1})$. Quale delle seguenti affermazioni è vera?

A) La risposta all'impulso della cascata dei due sistemi ha una risposta all'impulso $h_c[n]$ con un massimo assoluto per $n = 2$.

B) La trasformata di Fourier della risposta all'impulso della cascata dei due sistemi ha fase nulla.

C) La cascata dei due sistemi ha una risposta all'impulso $h_c[n]$ causale.

D) La cascata dei due sistemi è sempre instabile.

Esercizio 6. (1.5 punti) Un sistema discreto causale, lineare e tempo-invariante, ha funzione di trasferimento

$$H(z) = \frac{6 - 2z}{(z-2)^2}$$

La risposta all'impulso $h[n]$ vale

A) $h[n] = 2\delta[n] + (n-2)\, 2^n u[n-3]$

B) $h[n] = (n-3)\, 2^n u[n]$

C) $h[n] = (n-2)\, 2^n u[n]$

D) $h[n] = (n-3)\, 2^{n-1} u[n-1]$

Esercizio 7. (1.5 punti) Si consideri un segnale $x(t) = 1 - |t|/2$ per $|t| \leq 2$ e nullo altrove e la sua versione periodica

$$\overline{x}(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(t - 4n)$$

Utilizzando la formula di Poisson che lega $\overline{x}(t)$ ai campioni dello spettro di $x(t)$, cioè a $X(i/4)$, è possibile dimostrare che

A) Nessuna delle altre risposte.

B) $\sum_{i=1}^{+\infty} 1/i^2 = \pi^2/6$

C) $\sum_{i=0}^{+\infty} 1/(2i+1)^2 = \pi^2/8$

D) $\sum_{i=1}^{+\infty} 1/i^4 = \pi^2/90$

Esercizio 8. (1 punto) Un segnale numerico

$$x[n] = \begin{cases} \left(\frac{1}{2}\right)^n & n \text{ pari, } n \geq 0 \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

viene filtrato da un filtro FIR che ha risposta all'impulso $h[n]$ che vale 1 per $n = 0$, $1/2$ per $n = 1$ e 0 altrove, ottenendo in uscita $y[n]$. Il limite per $n \to \infty$ di $y[n]$ vale

A) 0

B) ∞

C) $\frac{1}{2}$

D) 2

E) Nessuna delle altre risposte

18 luglio 2014
Teoria dei segnali e metodi di elaborazione dei segnali (INF)

NOTA: **Consegnare il testo completo di tutti i fogli e la tabellina con le risposte, ricordandosi di riportare nell'apposito spazio nome e numero di matricola; riportare al più una risposta per ogni esercizio usando LETTERE MAIUSCOLE. Si invitano gli studenti a prendere nota del numero del compito e delle risposte date. Ciò permetterà un immediato confronto con le stringhe corrette che verranno pubblicate sul portale.**

Nome	
Cognome	
Matricola	
Compito	18

Esercizio	1	2	3	4	5	6	7	8
Risposta								

Esercizio 1. (1.5 punti) Un sistema discreto causale, lineare e tempo-invariante, ha funzione di trasferimento

$$H(z) = \frac{2}{(z-2)^2} + \frac{2}{z-1}$$

La risposta all'impulso $h[n]$ vale

A) $h[n] = (2^{n-1} + 2)\, u[n-1]$

B) $h[n] = n\, 2^n u[n-1] + 2\delta[n]$

C) $h[n] = (n-1)\, 2^{n-1}\, u[n-2] + 2\, u[n-1]$

D) $h[n] = (n\, 2^{n-1} + 2)\, u[n]$

Esercizio 2. (1.5 punti) Il segnale

$$x(t) = \frac{1}{\pi^2 t^2} \left[\sin^2\left(\frac{\pi t B}{2}\right) - \sin^2(\pi t B) \right]$$

viene campionato per una conversione A/D. Indicare qual è la minima frequenza di campionamento che consente un'esatta ricostruzione del segnale a partire dai suoi campioni.

A) B

B) non esiste tale frequenza

C) $4B$

D) $2B$

Esercizio 3. (1 punto) Si consideri un segnale $a(t)$ ad energia finita con spettro $A(f)$ nullo per $|f| > B_a$ ed il segnale

$$x(t) = a(t)\cos(2\pi f_0 t) + a(t)\sin(2\pi f_0 t)$$

con $f_0 > 2B_a$.

Dire quale delle seguenti relazioni è corretta:

A) $\mathcal{E}(x) = \mathcal{E}(a)$

B) $\mathcal{E}(x) = 2\mathcal{E}(a)$

C) Nessuna delle altre relazioni è corretta

D) $\mathcal{E}(x) = 0.5\mathcal{E}(a)$

E) $\mathcal{E}(x) = 4\mathcal{E}(a)$

Esercizio 4. (1.2 punti) Un sistema discreto realizzabile è caratterizzato da una funzione di trasferimento $H(z)$ a coefficienti reali. Uno dei poli di $H(z)$ si trova nel punto $z = -1/3$. Si consideri il sistema costituito da tale sistema in cascata con un sistema discreto con funzione di trasferimento $H(z^{-1})$. La cascata è caratterizzata dalla funzione di trasferimento $H_c(z) = H(z)H(z^{-1})$. Quale delle seguenti affermazioni è vera?

A) La cascata dei due sistemi è instabile.

B) La cascata dei due sistemi è stabile.

C) La stabilità della cascata dei due sistemi dipende dalla posizione degli altri poli di $H(z)$.

D) La stabilità della cascata dei due sistemi dipende dalla posizione degli zeri di $H(z)$ all'interno della circonferenza di raggio unitario.

Esercizio 5. (1.5 punti) Calcolare la trasformata z del seguente segnale:

$$x[n] = u[n]n^2$$

A) $\frac{3z^2-z^3}{(z-1)^3}$

B) $\frac{z}{(z-1)}$

C) $\sum_{i=1}^{n} z^i$

D) non esiste

E) $\frac{z^2+z}{(z-1)^3}$

Esercizio 6. (2 punti) Sia $n(t)$ un processo casuale gaussiano bianco WSS a media nulla. Si consideri la variabile casuale binaria θ ottenuta mediante il seguente processo di decisione:

$$\theta = \begin{cases} -1 & \text{se } \alpha > \beta \\ 1 & \text{se } \alpha \leq \beta \end{cases}$$

dove α è ottenuta mediante integrazione sull' intervallo [0,T] di $n(t)$ e β è una variabile causuale gaussiana a media nulla e varianza σ^2 indipendente da $n(t)$.

Dire quale delle affermazioni che seguono è corretta.

A) $E[\theta] < 0$ per ogni valore di σ^2 e T.

B) $E[\theta] = 0$ solo se $\sigma^2 = 1/\sqrt{2}$ per ogni T.

C) Nessuna delle altre risposte è corretta.

D) $E[\theta] = 0$ solo se $\sigma = 1/\sqrt{2}$ per ogni $T = 1$.

E) $E[\theta] = 0$ per ogni valore di σ^2 e T.

Esercizio 7. (1 punto) Un segnale numerico

$$x[n] = \begin{cases} \left(\frac{1}{2}\right)^n & n \text{ pari, } n \geq 0 \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

viene filtrato da un filtro FIR che ha risposta all'impulso $h[n]$ che vale 1 per $n = 0$, 1/2 per $n = 1$ e 0 altrove, ottenendo in uscita $y[n]$. Il limite per $n \to \infty$ di $y[n]$ vale

A) 0

B) ∞

C) Nessuna delle altre risposte

D) 2

E) $\frac{1}{2}$

Esercizio 8. (1.5 punti) Si consideri un segnale $x(t) = 2 - |t|$ per $|t| \leq 2$ e nullo altrove e la sua versione periodica

$$\overline{x}(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(t - 4n)$$

Utilizzando la formula di Poisson che lega $\overline{x}(t)$ ai campioni dello spettro di $x(t)$, cioè a $X(i/4)$, è possibile dimostrare che

A) Nessuna delle altre risposte.

B) $\sum_{i=0}^{+\infty} 1/(2i+1)^2 = \pi^2/8$

C) $\sum_{i=1}^{+\infty} 1/i^2 = \pi^2/6$

D) $\sum_{i=0}^{+\infty} 1/(2i+1)^4 = \pi^2/96$

18 luglio 2014
Teoria dei segnali e metodi di elaborazione dei segnali (INF)

NOTA: **Consegnare il testo completo di tutti i fogli e la tabellina con le risposte, ricordandosi di riportare nell'apposito spazio nome e numero di matricola; riportare al più una risposta per ogni esercizio usando LETTERE MAIUSCOLE. Si invitano gli studenti a prendere nota del numero del compito e delle risposte date. Ciò permetterà un immediato confronto con le stringhe corrette che verranno pubblicate sul portale.**

Nome	
Cognome	
Matricola	
Compito	19

Esercizio	1	2	3	4	5	6	7	8
Risposta								

Esercizio 1. (1.5 punti) Calcolare la trasformata z del seguente segnale:

$$x[n] = u[n](n^2 - n - 1)$$

A) $\sum_{i=1}^{n}(i-1)z^i$

B) $\frac{z}{(z-1)}$

C) $\frac{-z^3+2z^2+z}{(z-1)^3}$

D) $\frac{z^2+4z}{(z-1)^3}$

E) non esiste

Esercizio 2. (1.5 punti) Un sistema discreto causale, lineare e tempo-invariante, ha funzione di trasferimento

$$H(z) = \frac{2}{(z-2)^2} + \frac{2}{z-1}$$

La risposta all'impulso $h[n]$ vale

A) $h[n] = (2^{n-1} + 2)\, u[n-1]$

B) $h[n] = n\, 2^n u[n-1] + 2\delta[n]$

C) $h[n] = (n-1)\, 2^{n-1}\, u[n-2] + 2\, u[n-1]$

D) $h[n] = (n\, 2^{n-1} + 2)\, u[n]$

Esercizio 3. (1.5 punti) Il segnale

$$x(t) = \cos(2\pi f_0 t) + \mathrm{e}^{-at}u(t)$$

viene campionato per una conversione A/D. Indicare qual è la minima frequenza di campionamento che consente un'esatta ricostruzione del segnale a partire dai suoi campioni.

A) a

B) $2f_0$

C) non esiste tale frequenza

D) $f_0 + a$

Esercizio 4. (1 punto) Un segnale numerico

$$x[n] = \begin{cases} \left(\frac{1}{2}\right)^n & n \text{ pari, } n \geq 0 \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

viene filtrato da un filtro FIR che ha risposta all'impulso $h[n]$ che vale 1 per $n = 0$, $1/2$ per $n = 1$ e 0 altrove, ottenendo in uscita $y[n]$. Il limite per $n \to \infty$ di $y[n]$ vale

A) 0

B) Nessuna delle altre risposte

C) $\frac{1}{2}$

D) 2

E) ∞

Esercizio 5. (2 punti) Sia $n(t)$ un processo casuale gaussiano bianco WSS a media nulla. Si consideri la variabile casuale binaria θ ottenuta mediante il seguente processo di decisione:

$$\theta = \begin{cases} -1 & \text{se } \alpha > \beta \\ 1 & \text{se } \alpha \leq \beta \end{cases}$$

dove α è ottenuta mediante integrazione sull' intervallo [0,2T/3] di $n(t)$ e β è una variabile causuale gaussiana a media nulla e varianza σ^2 indipendente da $n(t)$. Dire quale delle affermazioni che seguono è corretta.

A) $E[\theta] = 0$ solo se $\sigma^2 = 1$ e $N = 3/2$.

B) $E[\theta] > 0$ per ogni valore di σ^2 e T.

C) $E[\theta] = 0$ solo se $\sigma^2 = 1$ per ogni T.

D) Nessuna delle altre risposte è corretta.

E) $E[\theta] = 0$ per ogni valore di σ^2 e T.

Esercizio 6. (1.2 punti) Un sistema discreto realizzabile di tipo FIR è caratterizzato da una funzione di trasferimento $H(z)$ a coefficienti reali, con $h[n] = 0$ per $n > 10$. Si consideri il sistema costituito da tale sistema in cascata con un sistema discreto con funzione di trasferimento $H(z^{-1})$. La cascata è caratterizzata dalla funzione di trasferimento $H_c(z) = H(z)H(z^{-1})$. Quale delle seguenti affermazioni è vera?

A) La risposta all'impulso della cascata dei due sistemi ha una risposta all'impulso $h_c[n]$ con un massimo assoluto per $n = 2$.

B) La cascata dei due sistemi è sempre instabile.

C) La cascata dei due sistemi ha una risposta all'impulso $h_c[n]$ causale.

D) La trasformata di Fourier della risposta all'impulso della cascata dei due sistemi ha fase nulla.

Esercizio 7. (1 punto) Si consideri un segnale $a(t)$ ad energia finita con spettro $A(f)$ nullo per $|f| > B_a$ ed il segnale

$$x(t) = 2a(t)\cos(2\pi f_0 t) + \mathrm{j}a(t)\sin(2\pi f_0 t)$$

con $f_0 > 2B_a$.

Dire quale delle seguenti relazioni è corretta:

A) $\mathcal{E}(x) = 2\mathcal{E}(a)$

B) $\mathcal{E}(x) = 2.5\mathcal{E}(a)$

C) $\mathcal{E}(x) = 0.5\mathcal{E}(a)$

D) $\mathcal{E}(x) = 4\mathcal{E}(a)$

E) Nessuna delle altre relazioni è corretta

Esercizio 8. (1.5 punti) Si consideri un segnale $x(t) = 2 - |t|$ per $|t| \leq 2$ e nullo altrove e la sua versione periodica

$$\overline{x}(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(t - 4n)$$

Utilizzando la formula di Poisson che lega $\overline{x}(t)$ ai campioni dello spettro di $x(t)$, cioè a $X(i/4)$, è possibile dimostrare che

A) $\sum_{i=0}^{+\infty} 1/(2i+1)^4 = \pi^2/96$

B) $\sum_{i=0}^{+\infty} 1/(2i+1)^2 = \pi^2/8$

C) $\sum_{i=1}^{+\infty} 1/i^2 = \pi^2/6$

D) Nessuna delle altre risposte.