

Cognome e Nome..... Matricola.....  
Docente .....

**ANALISI COMPLESSA**  
**Appello del 10 FEBBRAIO 2010 - Compito A**

**Esercizio 1 (3 punti)**

Data la funzione

$$f(z) = \frac{z^2 - 3}{z - |z|},$$

trovarne il luogo degli zeri nel suo dominio naturale  $\text{dom}(f) \subseteq \mathbb{C}$  e disegnarlo sul piano complesso.

**Esercizio 2 (3 punti)**

Trovare l'insieme delle soluzioni complesse dell'equazione

$$z + i|z| = 2(1 + i) + i \operatorname{Re}(i \bar{z}).$$

**Esercizio 3 (5 punti)**

Si determini e si rappresenti graficamente l'insieme di convergenza della serie complessa

$$\sum_{n=1}^{\infty} (e^{3z})^{n+2}.$$

Se ne calcoli successivamente la somma.

**Esercizio 4 (4 punti)**

Si calcoli

$$I := \int_{\gamma} \frac{\cos(iz)}{(z^2 + 25)(z - 3i)} dz,$$

dove  $\gamma$  è la curva di Jordan percorsa in senso antiorario e avente come sostegno l'insieme  $C = \{z \in \mathbb{C} : |z - 5i| = 5\}$ .

**Esercizio 5 (5 punti)**

Si scriva lo sviluppo di Laurent centrato in  $z_0 = 0$  nell'insieme  $\{z \in \mathbb{C} : 0 < |z| < 1\}$  della funzione

$$f(z) = \frac{z^3 - 4}{z^3 - z^5}.$$

Si determini il residuo di  $f$  in  $z_0 = 0$  e la natura di tale singolarità.

**Esercizio 6 (4 punti)**

Sia  $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$  definita da

$$f(x) = p_7 \left( x + \frac{7}{2} \right) \arctan \left( \frac{x\sqrt{3}}{7} \right),$$

dove  $p_7$  indica la porta di ampiezza 7. Disegnare il grafico di  $f$  e calcolare la derivata della distribuzione  $T_f$ .

**Esercizio 7 (4 punti)**

Sia  $f(x) = xe^{3\pi i x} + \cos x$ ,  $x \in \mathbb{R}$ . Provare che  $T_f$  è una distribuzione temperata e calcolarne la trasformata di Fourier.

**Esercizio 8 (5 punti)**

a) Siano date una distribuzione  $T$  ed una successione di distribuzioni  $T_n$ . Scrivere cosa significa che  $T_n$  converge a  $T$  nel senso delle distribuzioni.

b) Dire se esiste il limite nel senso delle distribuzioni della successione  $T_n = \delta_{(-2)^{3n} \log(2n)}$ . In caso affermativo calcolare tale limite.