Cognome	
Nome	
Matricola	
Aula	

Domande a risposta multipla (indicare con X la risposta corretta nella tabella)

Quesito	1	2	3	4	
Risposta a		X		Х	
Risposta b					
Risposta c					
Risposta d	Χ		Χ		
Punteggio totale					

1) Un voltmetro per misure in DC ha la seguente tabella delle incertezze:

Accuracy = \pm (% of reading + % of range)

Range	Resolution	Accuracy
300 mV	0.01 mV	$\pm(0.01+0.005)$
3 V	0.1 mV	$\pm(0.01+0.005)$
30 V	1 mV	$\pm(0.01+0.005)$

Volendo misurare una tensione di circa 0.5 V, l'incertezza di misura è pari a:

- a) 0.02 mV
- b) 0.05 mV
- c) 2 mV
- d) Nessuna risposta proposta

Soluzione: Il fondo scala scelto è di 3V da cui l'incertezza è pari a $\pm (0.01 \% \cdot 0.5 \ V + 0.005\% \cdot 3V) = 50 \ \mu V + 0.15 \ mV = 0.2 \ mV$

- 2) Avete a disposizione un amperometro con resistenza interna R_A da $100~\Omega$ ed un voltmetro con resistenza di ingresso R_V di $100~k\Omega$. Con questi due strumenti volete misurare, con metodo voltamperometrico un resistore R_X il cui codice a colori corrisponde al valore di $20~k\Omega$ ed incertezza pari all' 1%. Al fine di minimizzare l'effetto sistematico relativo di consumo:
 - a) Utilizzerò uno schema con voltmetro a monte
 - b) Utilizzerò uno schema con voltmetro a valle
 - c) Posso utilizzare indifferentemente uno schema o l'altro schema in quanto l'incertezza di misura è già fissata all'1% in quanto la resistenza ha tale valore di incertezza
 - d) Non sono in grado di decidere quale schema utilizzare (schema con voltmetro a monte o a valle) in quanto non dispongo dei dati di incertezza degli strumenti
 - e) Nessuna risposta proposta

Soluzione: con voltmetro a monte l'errore di consumo relativo è pari a $\Delta R/R_X = R_A/R_X = 100/20000 = 0.5\%$. Con voltmetro a valle l'errore di consumo relativo è pari a $\Delta R/R_X = R_x/(R_X + R_V) = 2 \cdot 10^4/(2 \cdot 10^4 + 10^5) = -16\%$ quindi il metodo da utilizzare è il metodo con voltmetro a monte. La risposta c è ovviamente da scartare.

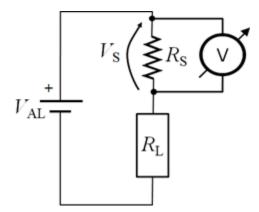
- 3) Il circuito di ingresso di un oscilloscopio
 - a) Equivale al parallelo di una resistenza di 1 $M\Omega$ ed una capacità di circa 10 nF
 - b) Equivale alla serie di una resistenza di 1 $\mathrm{M}\Omega$ ed una capacità di circa 10 nF
 - c) Equivale al parallelo di una resistenza di $10~\Omega$ ed una capacità di circa 10~pF
 - d) Nessuna risposta proposta

Soluzione: v. teoria svolta a lezione

- 4) Un voltmetro basato su un integratore a doppia rampa è
 - a) Dipendente dalle variazioni della tensione di riferimento presente nel circuito integratore
 - b) Dipendente dalle variazioni della resistenza presente nel circuito integratore
 - c) Un convertitore analogico digitale con frequenza di campionamento superiore a 20 MHz MHz
 - d) Uno strumento sensibile ai disturbi sinusoidali a 50 Hz sovrapposti alla tensione continua che si vuole misurare

Soluzione: v. teoria svolta a lezione

ESERCIZIO



Nel circuito di figura, un voltmetro caratterizzato da incertezza assoluta espressa come:

$$\delta V = (0.2 \% \text{ lettura} + 0.01) \text{ V}$$

è collegato in parallelo a un resistore campione $R_S = (1.000 \pm 0.004) \Omega$.

Sapendo che la tensione di alimentazione vale V_{AL} = (20.00 ± 0.05) V e che la misura fornita dal voltmetro è V_S = 7.575 V, valutare le misure della resistenza R_L e della potenza P_L dissipata dalla stessa resistenza.

Si consideri trascurabile l'effetto di carico del voltmetro.

Soluzione

Modello di misura

Essendo trascurabile la corrente assorbita dal voltmetro, si può considerare valida l'uguaglianza $I_S = I_L$, per cui:

$$R_{\rm L} = \frac{V_{\rm L}}{I_{\rm L}} = \frac{V_{\rm AL} - V_{\rm S}}{V_{\rm S}/R_{\rm S}} = R_{\rm S} \cdot \frac{V_{\rm AL} - V_{\rm S}}{V_{\rm S}}$$

Per lo stesso motivo, per quanto riguarda la potenza dissipata dalla resistenza R_L si può scrivere:

$$P_{\rm L} = V_{\rm L} \cdot I_{\rm L} = \left(V_{\rm AL} - V_{\rm S}\right) \cdot \frac{V_{\rm S}}{R_{\rm s}}$$

Valutazione del misurando

Sostituendo i valori numerici nei due modelli di misura si ottiene:

$$R_L = R_S \cdot \frac{V_{AL} - V_S}{V_S} = 1 \cdot \frac{20 - 7.575}{7.575} \approx 1.64026... \Omega$$

$$P_L = (V_{AL} - V_S) \cdot \frac{V_S}{R_S} = (20 - 7.575) \cdot \frac{7.575}{1} = 94.11937 \dots W$$

Valutazione dell'incertezza

Applicando la regola generale di propagazione dell'incertezza del modello deterministico, per la resistenza si ottiene:

Politecnico di Torino Prova scritta - 2023-02-20

$$\begin{split} \delta R_{\mathrm{L}} &= \left| \frac{\partial R_{\mathrm{L}}}{\partial R_{\mathrm{S}}} \right| \cdot \delta R_{\mathrm{S}} + \left| \frac{\partial R_{\mathrm{L}}}{\partial V_{\mathrm{AL}}} \right| \cdot \delta V_{\mathrm{AL}} + \left| \frac{\partial R_{\mathrm{L}}}{\partial V_{\mathrm{S}}} \right| \cdot \delta V_{\mathrm{S}} = \\ &= \left| \frac{V_{\mathrm{AL}}}{V_{\mathrm{S}}} - 1 \right| \cdot \delta R_{\mathrm{S}} + \frac{R_{\mathrm{S}}}{V_{\mathrm{S}}} \cdot \delta V_{\mathrm{AL}} + \frac{R_{\mathrm{S}} \cdot V_{\mathrm{AL}}}{V_{\mathrm{S}}^2} \cdot \delta V_{\mathrm{S}} \end{split}$$

mentre per la potenza si avrà:

$$\begin{split} & \delta P_{\rm L} = \left| \frac{\partial P_{\rm L}}{\partial R_{\rm S}} \right| \cdot \delta R_{\rm S} + \left| \frac{\partial P_{\rm L}}{\partial V_{\rm AL}} \right| \cdot \delta V_{\rm AL} + \left| \frac{\partial P_{\rm L}}{\partial V_{\rm S}} \right| \cdot \delta V_{\rm S} = \\ & = \left| \frac{\left(V_{\rm S} - V_{\rm AL} \right) \cdot V_{\rm S}}{R_{\rm S}^2} \right| \cdot \delta R_{\rm S} + \frac{V_{\rm S}}{R_{\rm S}} \cdot \delta V_{\rm AL} + \left| \frac{V_{\rm AL}}{R_{\rm S}} - 2 \cdot \frac{V_{\rm S}}{R_{\rm S}} \right| \cdot \delta V_{\rm S} \end{split}$$

Le incertezze delle grandezze presenti nei modelli di misura sono ottenute a partire dai dati forniti:

$$\delta R_S = 0.004 \ \Omega; \quad \delta V_{AL} = 0.05 \ V$$

 $\delta V_S = 0.002 \cdot 7.575 + 0.01 = 0.01515 + 0.01 \approx 0.025 \ V$

Sostituendo i valori numerici nelle espressioni delle incertezze assolute, si ottiene infine:

$$\delta R_L = 1.64 \cdot 0.004 + 0.132 \cdot 0.05 + 0.349 \cdot 0.025 =$$
 $= 0.00656 + 0.0066 + 0.00877 \approx 0.022 \Omega$

$$\delta P_L = 94.1 \cdot 0.004 + 7.575 \cdot 0.05 + 4.85 \cdot 0.025 =$$
 $= 0.376 + 0.379 + 0.122 \approx 0.88 \text{ W}$

Dichiarazione finale delle misure

$$R_L = (1.640 \pm 0.022) \Omega$$

 $P_L = (94.12 \pm 0.88) \text{ W}$