

Introduzione all'elettrotecnica

Appunti di Elettrotecnica

Indice

1	Fondamenti: Tensione e Corrente	2
1.1	Corrente Elettrica	2
1.1.1	Definizione	2
1.1.2	Natura Fisica	3
1.1.3	Tipi di Corrente	3
1.2	Tensione Elettrica	3
1.2.1	Definizione	3
1.2.2	Natura Fisica	4
1.3	Relazione tra Tensione e Corrente	4
1.3.1	Potenza Elettrica	4
1.3.2	Esempi Pratici	5
1.4	Misura di Tensione e Corrente	5
1.4.1	Strumenti di Misura	5
1.4.2	Rappresentazione Grafica	6
1.5	Riepilogo delle Grandezze Fondamentali	6
2	Legge di Ohm	7
2.1	Teoria	7
2.2	Esercizi Svolti	7
3	Componenti Fondamentali dei Circuiti	8
3.1	Teoria	8
3.1.1	Generatore di Tensione Ideale	8
3.1.2	Generatore di Corrente Ideale	8
3.1.3	Resistore	9
3.1.4	Confronto tra i Componenti	10
3.1.5	Esempi di Circuiti con i Tre Componenti	10
4	Nodi nei Circuiti Elettrici	12
4.1	Teoria	12
4.1.1	Definizione di Nodo	12
4.1.2	Come Riconoscere i Nodi	12
4.1.3	Esempi di Identificazione dei Nodi	12
4.1.4	Definizione di Maglia	13
4.1.5	Prima Legge di Kirchhoff (KCL)	14
4.1.6	Seconda Legge di Kirchhoff (KVL)	14
4.2	Assegnazione di Tensioni e Correnti nei Circuiti	15
4.2.1	Convenzioni Fondamentali	15

4.2.2	Convenzione degli Utilizzatori	15
4.2.3	Convenzione dei generatori	16
4.2.4	Esempi Pratici	16
4.2.5	Riepilogo delle Regole	17
5	Resistenze in Serie	19
5.1	Teoria	19
5.2	Esercizi Svolti	19
6	Resistenze in Parallelo	20
6.1	Teoria	20
6.2	Esercizi Svolti	20
7	Partitore di Tensione e Partitore di Corrente	22
7.1	Partitore di Tensione	22
7.1.1	Teoria	22
7.1.2	Esercizi Svolti	23
7.2	Partitore di Corrente	24
7.2.1	Teoria	24
7.2.2	Esercizi Svolti	25
7.3	Confronto tra Partitore di Tensione e di Corrente	27
8	Circuiti Misti (Serie-Parallelo)	28
8.1	Teoria	28
8.2	Esercizi Svolti	28

1 Fondamenti: Tensione e Corrente

1.1 Corrente Elettrica

1.1.1 Definizione

La **corrente elettrica** è il flusso ordinato di cariche elettriche attraverso un conduttore. Rappresenta la quantità di carica che attraversa una sezione del conduttore nell'unità di tempo.

Definizione matematica:

$$I = \frac{Q}{t} \quad (1)$$

dove:

- I = Corrente elettrica (Ampere, A)
- Q = Carica elettrica (Coulomb, C)
- t = Tempo (secondi, s)

Unità di misura:

- **Ampere (A):** unità fondamentale del Sistema Internazionale
- $1 \text{ A} = 1 \text{ C/s}$ (un coulomb al secondo)

- Sottomultipli comuni:
 - milliampere: $1 \text{ mA} = 10^{-3} \text{ A}$
 - microampere: $1 \mu\text{A} = 10^{-6} \text{ A}$

1.1.2 Natura Fisica

La corrente elettrica è costituita dal movimento di:

- **Elettroni** nei conduttori metallici (verso opposto alla corrente convenzionale)
- **Ioni** nelle soluzioni elettrolitiche
- **Lacune** ed elettroni nei semiconduttori

Convenzione: La corrente convenzionale va dal polo positivo al polo negativo (direzione opposta al movimento degli elettroni).

1.1.3 Tipi di Corrente

Corrente Continua (DC):

- Flusso costante in intensità e direzione
- Esempio: batterie, alimentatori DC
- Simbolo: \equiv o DC

Corrente Alternata (AC):

- Flusso variabile periodicamente nel tempo
- Esempio: rete elettrica domestica
- Simbolo: \sim o AC

1.2 Tensione Elettrica

1.2.1 Definizione

La **tensione elettrica** (o differenza di potenziale) è l'energia necessaria per spostare una carica elettrica tra due punti di un circuito. Rappresenta la "spinta" che muove le cariche elettriche.

Definizione matematica:

$$V = \frac{W}{Q} \quad (2)$$

dove:

- V = Tensione (Volt, V)
- W = Lavoro o Energia (Joule, J)
- Q = Carica elettrica (Coulomb, C)

Unità di misura:

- **Volt (V)**: unità derivata del Sistema Internazionale
- $1 \text{ V} = 1 \text{ J/C}$ (un joule per coulomb)
- Multipli e sottomultipli comuni:
 - kilovolt: $1 \text{ kV} = 10^3 \text{ V}$
 - millivolt: $1 \text{ mV} = 10^{-3} \text{ V}$
 - microvolt: $1 \mu\text{V} = 10^{-6} \text{ V}$

1.2.2 Natura Fisica

La tensione elettrica:

- È sempre una **differenza di potenziale** tra due punti
- Rappresenta l'energia per unità di carica
- È analoga alla pressione in un sistema idraulico
- Esiste anche in assenza di corrente (circuito aperto)

Analogia idraulica:

- Tensione \leftrightarrow Pressione dell'acqua
- Corrente \leftrightarrow Flusso d'acqua
- Resistenza \leftrightarrow Restrangimento del tubo

1.3 Relazione tra Tensione e Corrente

1.3.1 Potenza Elettrica

La potenza elettrica è il prodotto tra tensione e corrente:

$$P = V \cdot I \quad (3)$$

dove:

- P = Potenza (Watt, W)
- V = Tensione (Volt, V)
- I = Corrente (Ampere, A)

Interpretazione:

- La potenza rappresenta l'energia trasferita nell'unità di tempo
- $1 \text{ W} = 1 \text{ V} \cdot 1 \text{ A}$
- Nei resistori, la potenza è sempre dissipata (trasformata in calore)

1.3.2 Esempi Pratici

Esempio 0.1: Una batteria eroga una carica di 360 C in 2 minuti. Calcolare la corrente.

Soluzione:

$$t = 2 \text{ min} = 120 \text{ s}$$
$$I = \frac{Q}{t} = \frac{360}{120} = 3 \text{ A}$$

Esempio 0.2: Per spostare una carica di 0.5 C tra due punti sono necessari 6 J di energia. Calcolare la tensione.

Soluzione:

$$V = \frac{W}{Q} = \frac{6}{0.5} = 12 \text{ V}$$

Esempio 0.3: Una lampadina funziona a 230 V e assorbe una corrente di 0.26 A. Calcolare la potenza dissipata.

Soluzione:

$$P = V \cdot I = 230 \cdot 0.26 = 59.8 \text{ W} \approx 60 \text{ W}$$

1.4 Misura di Tensione e Corrente

1.4.1 Strumenti di Misura

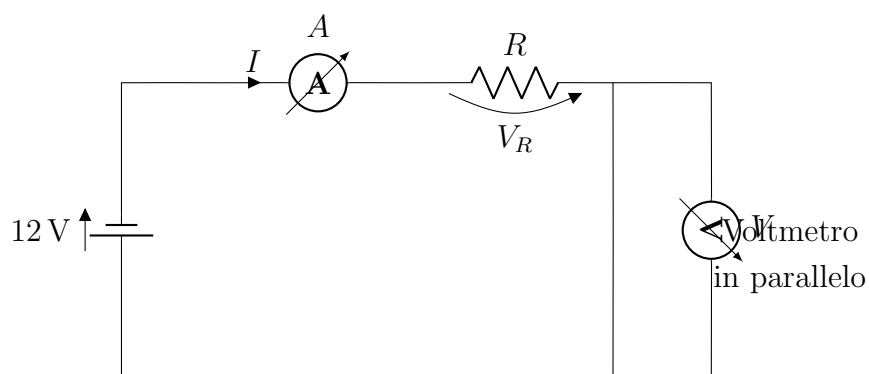
Voltmetro:

- Misura la tensione (differenza di potenziale)
- Si collega in **parallelo** al componente
- Resistenza interna molto alta (idealmente infinita)
- Non deve alterare la corrente del circuito

Amperometro:

- Misura la corrente
- Si collega in **serie** al circuito
- Resistenza interna molto bassa (idealmente nulla)
- Non deve alterare la tensione del circuito

1.4.2 Rappresentazione Grafica



Amperometro in serie

1.5 Riepilogo delle Grandezze Fondamentali

Grandezza	Simbolo	Unità	Formula
Carica elettrica	Q	Coulomb (C)	-
Corrente	I	Ampere (A)	$I = \frac{Q}{t}$
Tensione	V	Volt (V)	$V = \frac{W}{Q}$
Resistenza	R	Ohm (Ω)	$R = \frac{V}{I}$
Potenza	P	Watt (W)	$P = V \cdot I$

2 Legge di Ohm

2.1 Teoria

La legge di Ohm è una delle leggi fondamentali dell'elettrotecnica e stabilisce la relazione tra tensione, corrente e resistenza in un circuito elettrico.

Formula:

$$V = R \cdot I \quad (4)$$

dove:

- V = Tensione (Volt)
- R = Resistenza (Ohm, Ω)
- I = Corrente (Ampere, A)

Dalla formula principale si possono ricavare:

$$I = \frac{V}{R} \quad (5)$$

$$R = \frac{V}{I} \quad (6)$$

2.2 Esercizi Svolti

Esercizio 1.1: Calcolare la corrente che attraversa una resistenza di 100Ω alimentata da una tensione di $12 V$.

Soluzione:

$$I = \frac{V}{R} = \frac{12 V}{100 \Omega} = 0.12 A = 120 mA$$

Esercizio 1.2: Una lampadina attraversata da una corrente di $0.5 A$ ha ai suoi capi una tensione di $230 V$. Calcolare la resistenza della lampadina.

Soluzione:

$$R = \frac{V}{I} = \frac{230 V}{0.5 A} = 460 \Omega$$

Esercizio 1.3: Calcolare la tensione ai capi di un resistore da $2.2 k\Omega$ attraversato da una corrente di $5 mA$.

Soluzione:

$$V = R \cdot I = 2200 \Omega \cdot 0.005 A = 11 V$$

3 Componenti Fondamentali dei Circuiti

3.1 Teoria

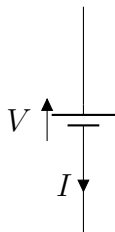
3.1.1 Generatore di Tensione Ideale

Un **generatore di tensione ideale** è un dispositivo che mantiene una differenza di potenziale costante ai suoi capi, indipendentemente dalla corrente che lo attraversa.

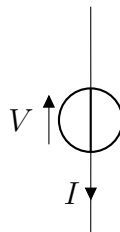
Caratteristiche:

- Fornisce una tensione costante V
- La corrente erogata dipende dal carico collegato
- Resistenza interna nulla (ideale)
- Simbolo: batteria o generatore

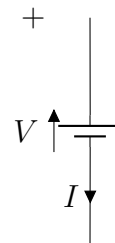
Rappresentazione grafica:



Batteria



Generatore



Con polarità

Equazione caratteristica:

$$V = \text{costante} \quad (7)$$

Comportamento:

- A circuito aperto: $I = 0$, $V = V_{nominale}$
- Con carico: $V = V_{nominale}$, $I = \frac{V}{R_{carico}}$
- In cortocircuito (teorico): $I \rightarrow \infty$ (nella realtà limitato dalla resistenza interna)

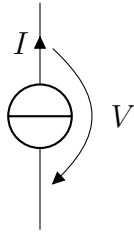
3.1.2 Generatore di Corrente Ideale

Un **generatore di corrente ideale** è un dispositivo che eroga una corrente costante, indipendentemente dalla tensione ai suoi capi.

Caratteristiche:

- Fornisce una corrente costante I
- La tensione ai suoi capi dipende dal carico collegato
- Resistenza interna infinita (ideale)
- Meno comune nella pratica rispetto al generatore di tensione

Rappresentazione grafica:



Simbolo standard

Equazione caratteristica:

$$I = \text{costante} \quad (8)$$

Comportamento:

- A circuito aperto: $V \rightarrow \infty$ (teorico), $I = I_{\text{nominale}}$
- Con carico: $I = I_{\text{nominale}}$, $V = R_{\text{carico}} \cdot I$
- In cortocircuito: $V = 0$, $I = I_{\text{nominale}}$

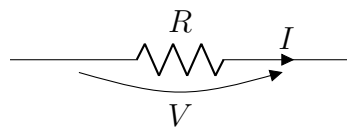
3.1.3 Resistore

Un **resistore** è un componente passivo che si oppone al passaggio della corrente elettrica, dissipando energia sotto forma di calore.

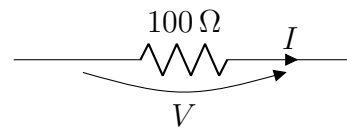
Caratteristiche:

- Valore espresso in Ohm (Ω)
- Componente passivo (non genera energia)
- Segue la Legge di Ohm: $V = R \cdot I$
- Dissipa potenza: $P = V \cdot I = R \cdot I^2 = \frac{V^2}{R}$

Rappresentazione grafica:



Simbolo standard



Con valore

Equazione caratteristica (Legge di Ohm):

$$V = R \cdot I \quad (9)$$

Comportamento:

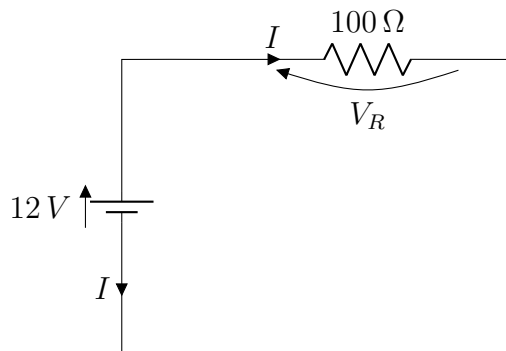
- Relazione lineare tra tensione e corrente
- La potenza dissipata è sempre positiva
- Non dipende dal verso della corrente (componente simmetrico)

3.1.4 Confronto tra i Componenti

Caratteristica	Gen. Tensione	Gen. Corrente	Resistore
Tipo	Attivo	Attivo	Passivo
Grandezza costante	V	I	R
Relazione V - I	$V = \text{cost.}$	$I = \text{cost.}$	$V = R \cdot I$
Resistenza interna	0Ω (ideale)	$\infty \Omega$ (ideale)	R
Potenza	Fornita	Fornita	Dissipata

3.1.5 Esempi di Circuiti con i Tre Componenti

Esempio 1: Circuito con Generatore di Tensione



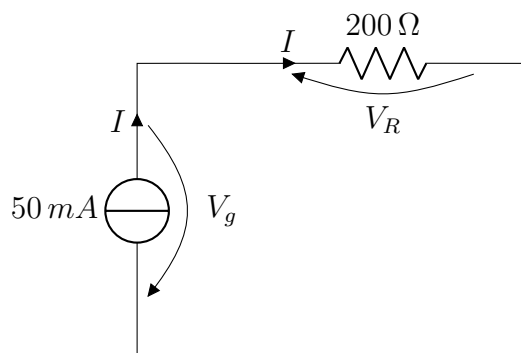
Calcoli:

$$I = \frac{V}{R} = \frac{12}{100} = 0.12 \text{ A} = 120 \text{ mA}$$

$$V_R = 12 \text{ V} \quad (\text{tutta la tensione cade sulla resistenza})$$

$$P_R = V \cdot I = 12 \cdot 0.12 = 1.44 \text{ W} \quad (\text{dissipata})$$

Esempio 2: Circuito con Generatore di Corrente



Calcoli:

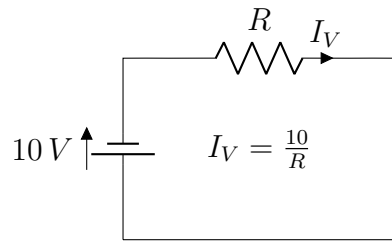
$$I = 50 \text{ mA} = 0.05 \text{ A} \quad (\text{costante})$$

$$V_R = R \cdot I = 200 \cdot 0.05 = 10 \text{ V}$$

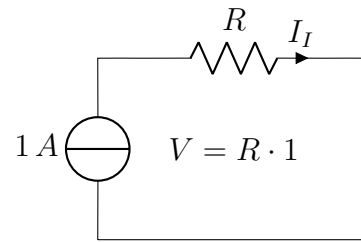
$$V_g = V_R = 10 \text{ V} \quad (\text{tensione ai capi del generatore})$$

$$P_R = V_R \cdot I = 10 \cdot 0.05 = 0.5 \text{ W}$$

Esempio 3: Confronto tra Generatori



Gen. Tensione



Gen. Corrente

Osservazioni:

- Con il generatore di tensione, la corrente dipende da R
- Con il generatore di corrente, la tensione dipende da R
- Il resistore si comporta identicamente in entrambi i casi

4 Nodi nei Circuiti Elettrici

4.1 Teoria

4.1.1 Definizione di Nodo

Un **nodo** è un punto di connessione in un circuito elettrico dove si incontrano due o più componenti. Più precisamente, un nodo è un punto (o insieme di punti collegati da conduttori ideali) dove convergono almeno tre rami del circuito.

4.1.2 Come Riconoscere i Nodi

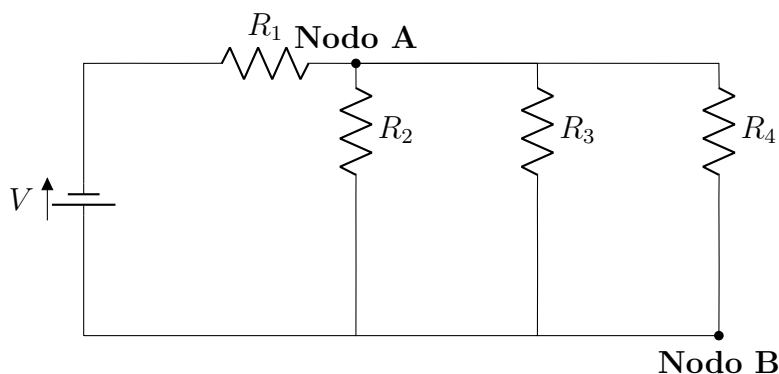
Per identificare correttamente i nodi in un circuito:

1. **Punti di giunzione:** Cercare i punti dove si collegano tre o più elementi
2. **Conduttori ideali:** Tutti i punti collegati da un filo (senza resistenze intermedie) formano lo stesso nodo
3. **Non sono propriamente nodi:** I punti dove si collegano solo due elementi non sono propriamente nodi (semplice passaggio di corrente), ma si possono trattare anche quelli come nodi

Proprietà dei nodi:

- In un nodo, la somma algebrica delle correnti è zero (Prima Legge di Kirchhoff o KCL)
- Tutti i punti di un nodo hanno lo stesso potenziale elettrico
- I nodi sono fondamentali per l'analisi dei circuiti

4.1.3 Esempi di Identificazione dei Nodi



In questo circuito misto:

- **Nodo A:** Punto superiore dove si dividono le correnti verso R_2 , R_3 e R_4 (4 rami: da R_1 e verso le tre resistenze in parallelo)
- **Nodo B:** Punto inferiore dove si ricongiungono le correnti (4 rami: dalle tre resistenze in parallelo e verso la batteria)
- Totale: 2 nodi principali

4.1.4 Definizione di Maglia

Una **maglia** (o ciclo) è un percorso chiuso in un circuito elettrico che:

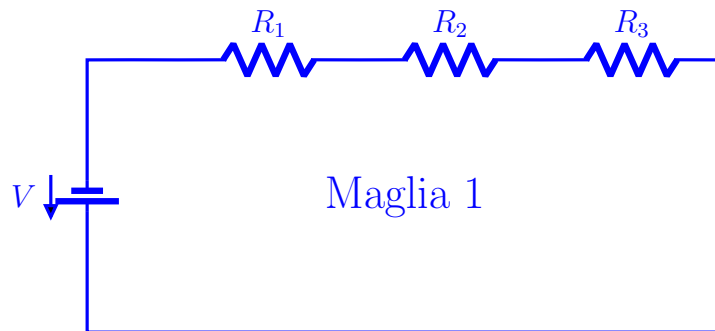
- Parte da un nodo e ritorna allo stesso nodo
- Non passa due volte per lo stesso ramo
- Forma un percorso continuo attraverso i componenti del circuito

Come Riconoscere le Maglie:

1. Identificare un punto di partenza (un nodo qualsiasi)
2. Seguire un percorso attraverso i componenti del circuito
3. Verificare di tornare al punto di partenza senza ripercorrere lo stesso ramo
4. Ogni percorso chiuso distinto costituisce una maglia diversa

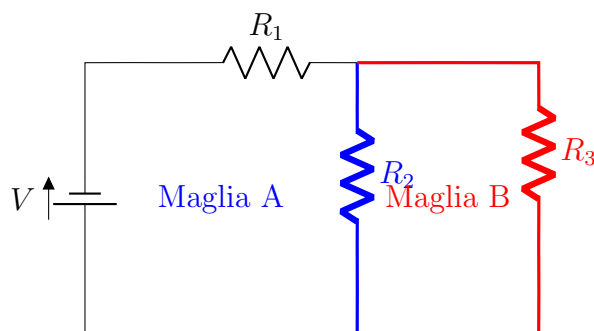
Esempi di Identificazione delle Maglie

Esempio 1: Circuito Serie (1 maglia)



In questo circuito c'è una sola maglia che include la batteria e tutte e tre le resistenze.

Esempio 2: Circuito Misto (2 maglie principali)



In questo circuito misto:

- **Maglia A** (blu): Batteria $\rightarrow R_1 \rightarrow R_2 \rightarrow$ Batteria
- **Maglia B** (rossa): Batteria $\rightarrow R_1 \rightarrow R_3 \rightarrow$ Batteria
- Esiste anche una maglia interna R_2 - R_3 , ma è combinazione delle prime due

Proprietà importanti delle maglie:

- Il numero di maglie indipendenti in un circuito è dato da: $M = R - N + 1$ dove R è il numero di rami e N il numero di nodi
- Le maglie sono fondamentali per applicare la Seconda Legge di Kirchhoff (KVL)
- In circuiti complessi, scegliere le maglie giuste semplifica l'analisi

4.1.5 Prima Legge di Kirchhoff (KCL)

Nei nodi vale la **Legge di Kirchhoff delle Correnti**:

$$\sum_{k=1}^n I_k = 0 \quad (10)$$

ovvero: *La somma algebrica delle correnti entranti in un nodo è uguale alla somma delle correnti uscenti.*

Esempio applicativo sul circuito parallelo precedente (Nodo A):

$$I_{entrante} = I_1 + I_2 + I_3$$

oppure: $I_{tot} = I_1 + I_2 + I_3$

dove I_{tot} entra nel nodo e I_1, I_2, I_3 escono verso le rispettive resistenze.

4.1.6 Seconda Legge di Kirchhoff (KVL)

Oltre alla legge delle correnti, Kirchhoff formulò anche la **Legge delle Tensioni** (KVL - Kirchhoff's Voltage Law):

$$\sum_{k=1}^n V_k = 0 \quad (11)$$

ovvero: *La somma algebrica delle tensioni lungo una maglia chiusa è uguale a zero.*

Definizione di maglia: Una maglia è un percorso chiuso in un circuito che parte da un punto e ritorna allo stesso punto senza passare due volte per lo stesso ramo.

Come applicare la KVL:

1. Scegliere un verso di percorrenza della maglia (orario o antiorario)
2. Assegnare il segno positivo alle tensioni che si incontrano dal + al - seguendo il verso scelto
3. Assegnare il segno negativo alle tensioni che si incontrano dal - al +
4. La somma algebrica deve essere zero

Esempio applicativo sul circuito serie:

In un circuito serie con una batteria V e tre resistenze R_1, R_2, R_3 :

$$V - V_1 - V_2 - V_3 = 0 \quad (12)$$

oppure:

$$V = V_1 + V_2 + V_3 \quad (13)$$

dove la tensione della batteria è positiva (genera tensione) e le cadute di tensione sulle resistenze sono negative (consumano tensione).

Proprietà della KVL:

- Vale per qualsiasi percorso chiuso in un circuito
- È indipendente dal verso di percorrenza scelto
- È fondamentale per l'analisi delle maglie nei circuiti complessi
- Deriva dal principio di conservazione dell'energia

4.2 Assegnazione di Tensioni e Correnti nei Circuiti

4.2.1 Convenzioni Fondamentali

Quando si analizza un circuito elettrico, è fondamentale assegnare correttamente tensioni e correnti seguendo convenzioni standard.

Convenzione per le Correnti:

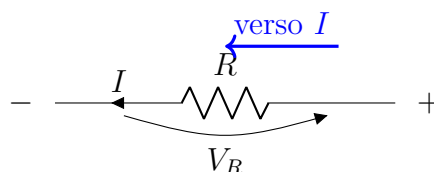
- La corrente si assegna con un **verso arbitrario** prima di risolvere il circuito
- Si indica con una freccia sul ramo del circuito
- Se il risultato del calcolo è **positivo**, il verso assegnato è corretto
- Se il risultato è **negativo**, il verso reale è opposto a quello assegnato
- Nei **generatori**, la corrente esce dal polo positivo (interno al generatore)
- Nei **resistori**, la corrente fluisce dal potenziale maggiore al minore

Convenzione per le Tensioni:

- La tensione si indica con i segni + e – ai capi del componente
- Per i **generatori**: il polo + è quello a potenziale maggiore
- Per i **resistori**: il + si mette dove entra la corrente (convenzione degli utilizzatori)
- La tensione si misura sempre **tra due punti** (differenza di potenziale)

4.2.2 Convenzione degli Utilizzatori

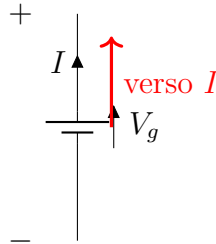
Per i componenti passivi (resistori), si usa la **convenzione degli utilizzatori**:



Regola: La corrente entra dal polo positivo ed esce dal polo negativo.

4.2.3 Convenzione dei generatori

Per i generatori (batterie, generatori di tensione), si usa la **convenzione dei generatori**: la corrente convenzionale esce dal polo positivo del generatore e rientra nel polo negativo.

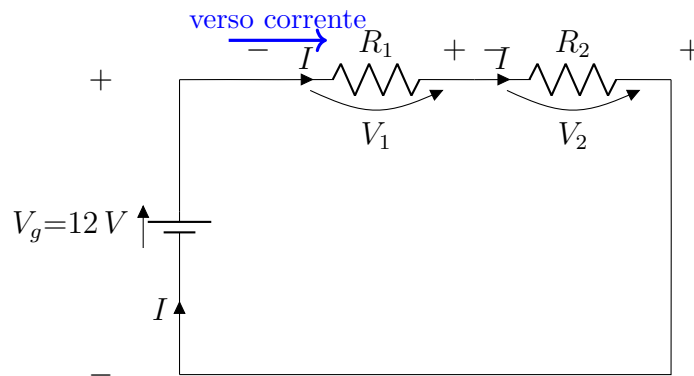


Regola: Internamente al generatore, la corrente va dal polo $-$ al polo $+$ (il generatore "pompa" cariche).

Nel circuito esterno, la corrente esce dal $-$ ed entra nel $+$.

4.2.4 Esempi Pratici

Esempio 1: Circuito Serie - Assegnazione Completa



Spiegazione:

- La corrente I esce dal polo $+$ della batteria
- Attraversa R_1 e R_2 nello stesso verso
- Su R_1 : il $+$ è a sinistra (dove entra I), il $-$ a destra
- Su R_2 : il $+$ è a sinistra (dove entra I), il $-$ a destra
- Vale la KVL: $V_g - V_1 - V_2 = 0 \Rightarrow V_g = V_1 + V_2$

Calcoli: Se $R_1 = 100 \Omega$ e $R_2 = 200 \Omega$:

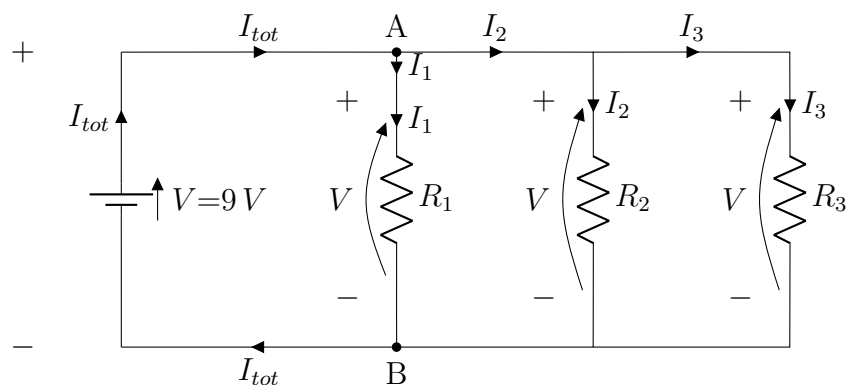
$$R_{eq} = 300 \Omega$$

$$I = \frac{12}{300} = 0.04 \text{ A} = 40 \text{ mA}$$

$$V_1 = 100 \cdot 0.04 = 4 \text{ V}$$

$$V_2 = 200 \cdot 0.04 = 8 \text{ V}$$

Esempio 2: Circuito Parallelo - Divisione Correnti



Spiegazione:

- Al nodo A: $I_{tot} = I_1 + I_2 + I_3$ (KCL)
- Tutte le resistenze hanno la stessa tensione $V = 9\text{ V}$
- Su ogni resistore: il $+$ è in alto (nodo A), il $-$ in basso (nodo B)
- Ogni corrente fluisce dall'alto (potenziale maggiore) verso il basso

Calcoli: Se $R_1 = 90\ \Omega$, $R_2 = 180\ \Omega$, $R_3 = 270\ \Omega$:

$$I_1 = \frac{9}{90} = 100\text{ mA} \quad (\text{verso corretto: verso il basso})$$

$$I_2 = \frac{9}{180} = 50\text{ mA}$$

$$I_3 = \frac{9}{270} = 33.3\text{ mA}$$

$$I_{tot} = 100 + 50 + 33.3 = 183.3\text{ mA}$$

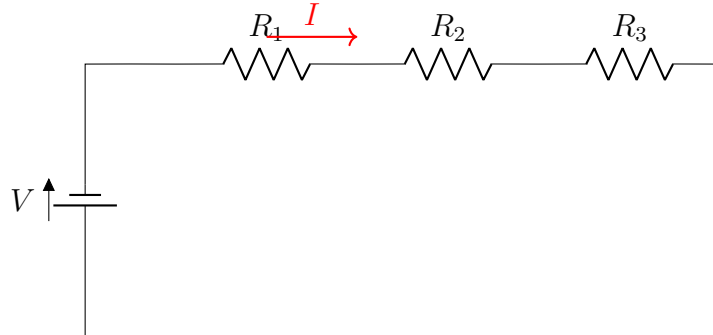
4.2.5 Riepilogo delle Regole

1. **Assegnare arbitrariamente** i versi delle correnti
2. **Applicare la convenzione degli utilizzatori/generatori** sui resistori: $+$ dove entra la corrente
3. **Applicare KCL** ai nodi: $\sum I_{entranti} = \sum I_{uscenti}$
4. **Applicare KVL** alle maglie: percorrere la maglia e sommare algebricamente le tensioni
5. **Interpretare i risultati:** valori negativi indicano versi opposti

5 Resistenze in Serie

5.1 Teoria

Due o più resistenze sono collegate in serie quando sono attraversate dalla stessa corrente.



Resistenza equivalente:

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_n \quad (14)$$

Proprietà:

- La corrente è la stessa in tutti i componenti: $I_{tot} = I_1 = I_2 = I_3$
- La tensione totale è la somma delle tensioni parziali: $V_{tot} = V_1 + V_2 + V_3$
- La resistenza equivalente è sempre maggiore della resistenza più grande

5.2 Esercizi Svolti

Esercizio 2.1: Calcolare la resistenza equivalente di tre resistori in serie: $R_1 = 100 \Omega$, $R_2 = 220 \Omega$, $R_3 = 330 \Omega$.

Soluzione:

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3 = 100 + 220 + 330 = 650 \Omega$$

Esercizio 2.2: Un circuito serie è formato da tre resistori: $R_1 = 1 k\Omega$, $R_2 = 2.2 k\Omega$, $R_3 = 4.7 k\Omega$. Il circuito è alimentato da una tensione di $24 V$. Calcolare:

1. La resistenza equivalente
2. La corrente totale
3. La tensione ai capi di ciascun resistore

Soluzione:

$$1) \quad R_{eq} = 1000 + 2200 + 4700 = 7900 \Omega = 7.9 k\Omega$$

$$2) \quad I = \frac{V_{tot}}{R_{eq}} = \frac{24 V}{7900 \Omega} = 3.04 mA$$

$$3) \quad V_1 = R_1 \cdot I = 1000 \cdot 0.00304 = 3.04 V$$

$$V_2 = R_2 \cdot I = 2200 \cdot 0.00304 = 6.69 V$$

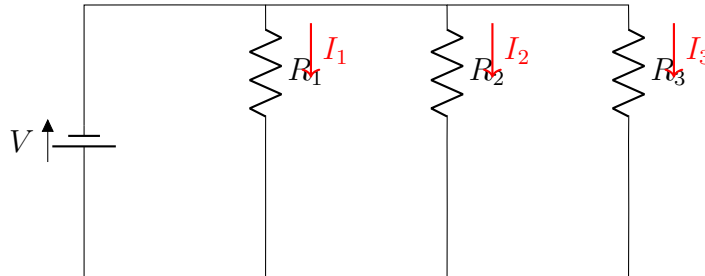
$$V_3 = R_3 \cdot I = 4700 \cdot 0.00304 = 14.27 V$$

$$\text{Verifica: } V_1 + V_2 + V_3 = 3.04 + 6.69 + 14.27 = 24 V \quad \checkmark$$

6 Resistenze in Parallelo

6.1 Teoria

Due o più resistenze sono collegate in parallelo quando hanno gli stessi punti di collegamento, quindi la stessa tensione ai loro capi.



Resistenza equivalente:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_n} \quad (15)$$

Per due resistenze in parallelo:

$$R_{eq} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \quad (16)$$

Proprietà:

- La tensione è la stessa su tutti i componenti: $V_{tot} = V_1 = V_2 = V_3$
- La corrente totale è la somma delle correnti parziali: $I_{tot} = I_1 + I_2 + I_3$
- La resistenza equivalente è sempre minore della resistenza più piccola

6.2 Esercizi Svolti

Esercizio 3.1: Calcolare la resistenza equivalente di due resistori in parallelo: $R_1 = 100 \Omega$, $R_2 = 150 \Omega$.

Soluzione:

$$R_{eq} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{100 \cdot 150}{100 + 150} = \frac{15000}{250} = 60 \Omega$$

Esercizio 3.2: Calcolare la resistenza equivalente di tre resistori in parallelo: $R_1 = 300 \Omega$, $R_2 = 600 \Omega$, $R_3 = 900 \Omega$.

Soluzione:

$$\begin{aligned} \frac{1}{R_{eq}} &= \frac{1}{300} + \frac{1}{600} + \frac{1}{900} \\ &= \frac{6 + 3 + 2}{1800} = \frac{11}{1800} \\ R_{eq} &= \frac{1800}{11} = 163.6 \Omega \end{aligned}$$

Esercizio 3.3: Un circuito parallelo è formato da tre resistori: $R_1 = 1 k\Omega$, $R_2 = 2 k\Omega$, $R_3 = 4 k\Omega$. Il circuito è alimentato da una tensione di $12 V$. Calcolare:

1. La resistenza equivalente
2. La corrente in ciascun resistore
3. La corrente totale

Soluzione:

$$1) \quad \frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{1000} + \frac{1}{2000} + \frac{1}{4000}$$

$$= \frac{4 + 2 + 1}{4000} = \frac{7}{4000}$$

$$R_{eq} = \frac{4000}{7} = 571.4 \, \Omega$$

$$2) \quad I_1 = \frac{V}{R_1} = \frac{12}{1000} = 12 \, mA$$

$$I_2 = \frac{V}{R_2} = \frac{12}{2000} = 6 \, mA$$

$$I_3 = \frac{V}{R_3} = \frac{12}{4000} = 3 \, mA$$

$$3) \quad I_{tot} = I_1 + I_2 + I_3 = 12 + 6 + 3 = 21 \, mA$$

Verifica: $I_{tot} = \frac{V}{R_{eq}} = \frac{12}{571.4} = 21 \, mA \, \checkmark$

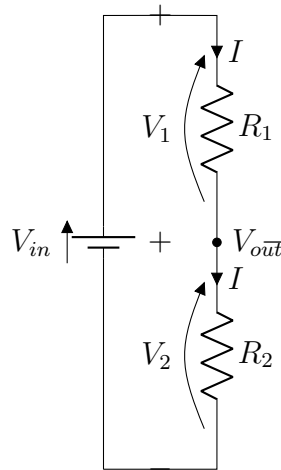
7 Partitore di Tensione e Partitore di Corrente

7.1 Partitore di Tensione

7.1.1 Teoria

Il **partitore di tensione** è una configurazione fondamentale in elettrotecnica che permette di ottenere una tensione ridotta da una tensione di alimentazione maggiore, utilizzando resistenze in serie.

Configurazione:



Formula del Partitore di Tensione:

La tensione ai capi di una resistenza in un circuito serie è proporzionale al suo valore rispetto alla resistenza totale:

$$V_1 = V_{in} \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2} \quad (17)$$

$$V_2 = V_{in} \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} = V_{out} \quad (18)$$

Formula generale per n resistenze:

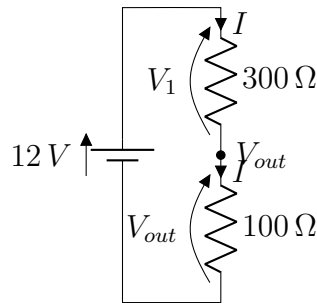
$$V_k = V_{in} \cdot \frac{R_k}{\sum_{i=1}^n R_i} \quad (19)$$

Proprietà:

- La somma delle tensioni parziali è uguale alla tensione totale: $V_1 + V_2 = V_{in}$
- La corrente è la stessa in tutte le resistenze
- Il partitore funziona solo a vuoto o con carichi ad alta impedenza
- La tensione su ciascuna resistenza è proporzionale al suo valore

7.1.2 Esercizi Svolti

Esercizio 5.1: Dato un partitore di tensione con $V_{in} = 12\text{ V}$, $R_1 = 300\ \Omega$, $R_2 = 100\ \Omega$. Calcolare V_{out} (tensione su R_2).



Soluzione:

$$V_{out} = V_{in} \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} = 12 \cdot \frac{100}{300 + 100} = 12 \cdot \frac{100}{400} = 12 \cdot 0.25 = 3\text{ V}$$

$$V_1 = V_{in} \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2} = 12 \cdot \frac{300}{400} = 9\text{ V}$$

Verifica: $V_1 + V_{out} = 9 + 3 = 12\text{ V}$ ✓

Corrente nel circuito:

$$I = \frac{V_{in}}{R_1 + R_2} = \frac{12}{400} = 30\text{ mA}$$

Esercizio 5.2: Progettare un partitore di tensione per ottenere $V_{out} = 5\text{ V}$ da $V_{in} = 15\text{ V}$, con $R_2 = 1\text{ k}\Omega$. Calcolare R_1 .

Soluzione:

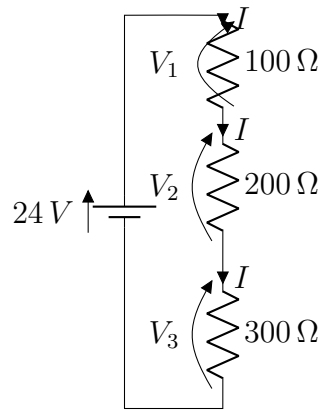
Dalla formula del partitore:

$$\begin{aligned} V_{out} &= V_{in} \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} \\ 5 &= 15 \cdot \frac{1000}{R_1 + 1000} \\ \frac{5}{15} &= \frac{1000}{R_1 + 1000} \\ \frac{1}{3} &= \frac{1000}{R_1 + 1000} \\ R_1 + 1000 &= 3000 \\ R_1 &= 2000\ \Omega = 2\text{ k}\Omega \end{aligned}$$

Verifica:

$$V_{out} = 15 \cdot \frac{1000}{2000 + 1000} = 15 \cdot \frac{1000}{3000} = 15 \cdot \frac{1}{3} = 5\text{ V} \quad \checkmark$$

Esercizio 5.3: Dato un partitore con tre resistenze in serie: $R_1 = 100\ \Omega$, $R_2 = 200\ \Omega$, $R_3 = 300\ \Omega$, alimentato da $V_{in} = 24\text{ V}$. Calcolare le tensioni su ciascuna resistenza.



Soluzione:

$$R_{tot} = 100 + 200 + 300 = 600 \Omega$$

$$V_1 = 24 \cdot \frac{100}{600} = 24 \cdot \frac{1}{6} = 4 V$$

$$V_2 = 24 \cdot \frac{200}{600} = 24 \cdot \frac{1}{3} = 8 V$$

$$V_3 = 24 \cdot \frac{300}{600} = 24 \cdot \frac{1}{2} = 12 V$$

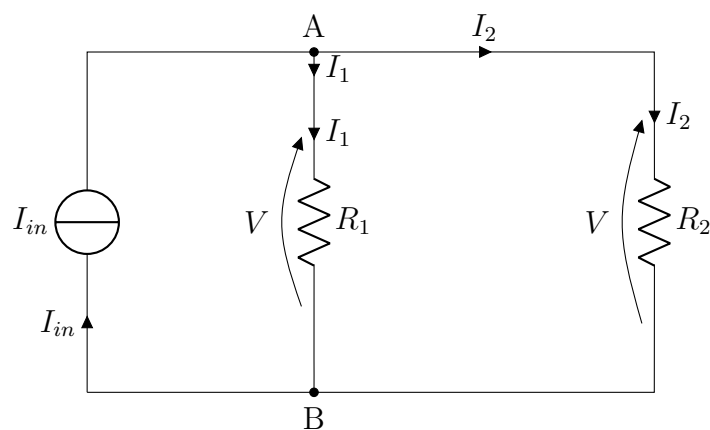
Verifica: $V_1 + V_2 + V_3 = 4 + 8 + 12 = 24 V \checkmark$

7.2 Partitore di Corrente

7.2.1 Teoria

Il **partitore di corrente** è una configurazione che permette di dividere una corrente tra più resistenze in parallelo, in modo inversamente proporzionale ai loro valori.

Configurazione:



Formula del Partitore di Corrente:

La corrente che attraversa una resistenza in un circuito parallelo è inversamente proporzionale al suo valore:

$$I_1 = I_{in} \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} \quad (20)$$

$$I_2 = I_{in} \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2} \quad (21)$$

Nota importante: La corrente maggiore scorre nella resistenza minore!

Formula generale per n resistenze:

$$I_k = I_{in} \cdot \frac{R_{eq}}{R_k} \quad (22)$$

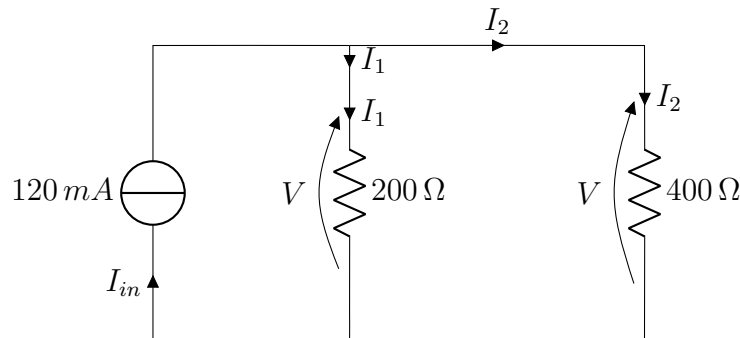
dove R_{eq} è la resistenza equivalente del parallelo.

Proprietà:

- La somma delle correnti parziali è uguale alla corrente totale: $I_1 + I_2 = I_{in}$
- La tensione è la stessa su tutte le resistenze
- La corrente si distribuisce in modo inversamente proporzionale alle resistenze
- La resistenza più piccola conduce la corrente maggiore

7.2.2 Esercizi Svolti

Esercizio 5.4: Dato un partitore di corrente con $I_{in} = 120 \text{ mA}$, $R_1 = 200 \Omega$, $R_2 = 400 \Omega$. Calcolare I_1 e I_2 .



Soluzione:

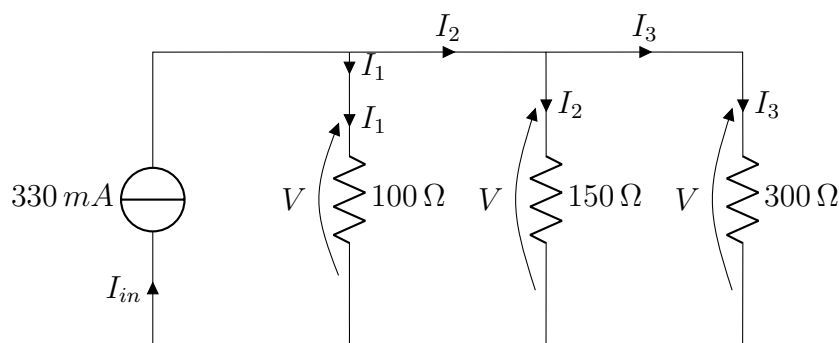
$$I_1 = I_{in} \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} = 120 \cdot \frac{400}{200 + 400} = 120 \cdot \frac{400}{600} = 120 \cdot \frac{2}{3} = 80 \text{ mA}$$

$$I_2 = I_{in} \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2} = 120 \cdot \frac{200}{600} = 120 \cdot \frac{1}{3} = 40 \text{ mA}$$

Verifica: $I_1 + I_2 = 80 + 40 = 120 \text{ mA} = I_{in}$ ✓

Osservazione: $R_1 < R_2$ quindi $I_1 > I_2$ (la corrente maggiore passa nella resistenza minore)

Esercizio 5.5: Dato un partitore di corrente con tre resistenze: $R_1 = 100 \Omega$, $R_2 = 150 \Omega$, $R_3 = 300 \Omega$, alimentato da $I_{in} = 330 \text{ mA}$. Calcolare le correnti in ciascuna resistenza.



Soluzione:

Prima calcoliamo la resistenza equivalente:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{100} + \frac{1}{150} + \frac{1}{300} = \frac{6 + 4 + 2}{600} = \frac{12}{600} = \frac{1}{50}$$

$$R_{eq} = 50 \Omega$$

Ora calcoliamo le correnti usando la formula generale:

$$I_1 = I_{in} \cdot \frac{R_{eq}}{R_1} = 330 \cdot \frac{50}{100} = 330 \cdot 0.5 = 165 \text{ mA}$$

$$I_2 = I_{in} \cdot \frac{R_{eq}}{R_2} = 330 \cdot \frac{50}{150} = 330 \cdot \frac{1}{3} = 110 \text{ mA}$$

$$I_3 = I_{in} \cdot \frac{R_{eq}}{R_3} = 330 \cdot \frac{50}{300} = 330 \cdot \frac{1}{6} = 55 \text{ mA}$$

Verifica: $I_1 + I_2 + I_3 = 165 + 110 + 55 = 330 \text{ mA} = I_{in}$ ✓

Osservazione: $R_1 < R_2 < R_3$ quindi $I_1 > I_2 > I_3$ (ordine inverso rispetto alle resistenze)

Esercizio 5.6: Un circuito ha $I_{in} = 60 \text{ mA}$, $R_1 = 1 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 2 \text{ k}\Omega$. Calcolare:

1. Le correnti I_1 e I_2
2. La tensione comune V
3. La potenza dissipata in ciascuna resistenza

Soluzione:

$$1) \quad I_1 = 60 \cdot \frac{2000}{1000 + 2000} = 60 \cdot \frac{2}{3} = 40 \text{ mA}$$

$$I_2 = 60 \cdot \frac{1000}{3000} = 60 \cdot \frac{1}{3} = 20 \text{ mA}$$

$$2) \quad R_{eq} = \frac{1000 \cdot 2000}{3000} = \frac{2000000}{3000} = 666.7 \Omega$$

$$V = I_{in} \cdot R_{eq} = 0.06 \cdot 666.7 = 40 \text{ V}$$

(oppure: $V = I_1 \cdot R_1 = 0.04 \cdot 1000 = 40 \text{ V}$)

$$3) \quad P_1 = I_1^2 \cdot R_1 = (0.04)^2 \cdot 1000 = 1.6 \text{ W}$$

$$P_2 = I_2^2 \cdot R_2 = (0.02)^2 \cdot 2000 = 0.8 \text{ W}$$

7.3 Confronto tra Partitore di Tensione e di Corrente

Caratteristica	Partitore di Tensione	Partitore di Corrente
Configurazione	Serie	Parallelo
Grandezza divisa	Tensione	Corrente
Grandezza comune	Corrente	Tensione
Proporzionalità	Diretta ($V_k \propto R_k$)	Inversa ($I_k \propto \frac{1}{R_k}$)
Formula	$V_k = V_{in} \cdot \frac{R_k}{R_{tot}}$	$I_k = I_{in} \cdot \frac{R_{eq}}{R_k}$
Resistenza maggiore	Riceve tensione maggiore	Riceve corrente minore

Regola pratica:

- **Partitore di tensione:** La resistenza più grande "prende" più tensione
- **Partitore di corrente:** La resistenza più piccola "prende" più corrente

8 Circuiti Misti (Serie-Parallelo)

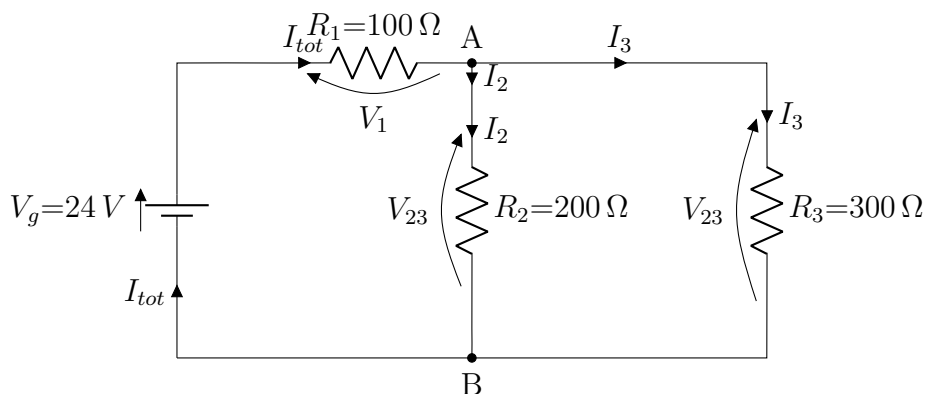
8.1 Teoria

I circuiti misti contengono sia collegamenti in serie che in parallelo. Per risolverli:

1. Identificare i gruppi di resistenze in serie o parallelo
2. Calcolare le resistenze equivalenti parziali
3. Procedere per semplificazioni successive fino ad ottenere R_{eq} totale

8.2 Esercizi Svolti

Esercizio 4.1: Dato il seguente circuito misto:



Calcolare:

1. La resistenza equivalente del parallelo $R_2 \parallel R_3$
2. La resistenza equivalente totale
3. La corrente totale I_{tot}
4. La tensione V_1 e V_{23}
5. Le correnti I_2 e I_3

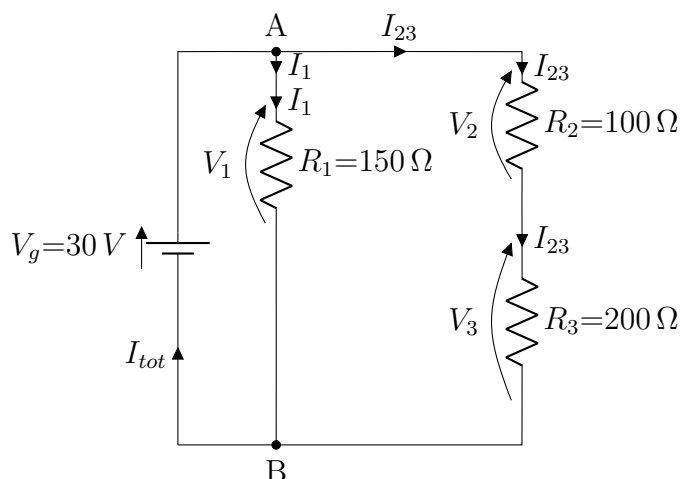
Soluzione:

$$\begin{aligned} 1) \quad R_{23} &= \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} = \frac{200 \cdot 300}{200 + 300} = \frac{60000}{500} = 120 \, \Omega \\ 2) \quad R_{eq} &= R_1 + R_{23} = 100 + 120 = 220 \, \Omega \\ 3) \quad I_{tot} &= \frac{V_g}{R_{eq}} = \frac{24}{220} = 0.109 \, A = 109 \, mA \\ 4) \quad V_1 &= R_1 \cdot I_{tot} = 100 \cdot 0.109 = 10.9 \, V \\ V_{23} &= R_{23} \cdot I_{tot} = 120 \cdot 0.109 = 13.1 \, V \\ 5) \quad I_2 &= \frac{V_{23}}{R_2} = \frac{13.1}{200} = 65.5 \, mA \\ I_3 &= \frac{V_{23}}{R_3} = \frac{13.1}{300} = 43.7 \, mA \end{aligned}$$

Verifiche:

- $V_1 + V_{23} = 10.9 + 13.1 = 24 \text{ V} \checkmark$
- $I_2 + I_3 = 65.5 + 43.7 = 109.2 \text{ mA} \approx I_{tot} \checkmark$

Esercizio 4.2: Dato il seguente circuito misto:



Calcolare:

1. La resistenza equivalente del ramo serie $R_2 + R_3$
2. La resistenza equivalente totale
3. La corrente totale e le correnti nei due rami
4. Tutte le tensioni

Soluzione:

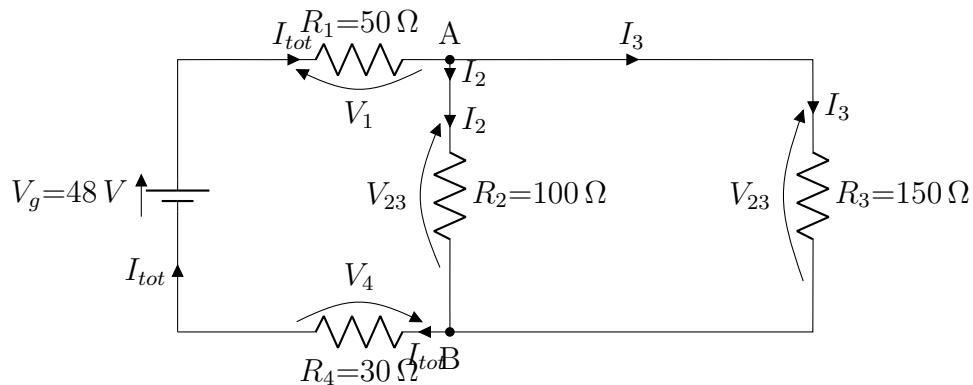
- 1) $R_{23} = R_2 + R_3 = 100 + 200 = 300 \Omega$
- 2) $R_{eq} = \frac{R_1 \cdot R_{23}}{R_1 + R_{23}} = \frac{150 \cdot 300}{150 + 300} = \frac{45000}{450} = 100 \Omega$
- 3) $I_{tot} = \frac{V_g}{R_{eq}} = \frac{30}{100} = 0.3 \text{ A} = 300 \text{ mA}$
 $I_1 = \frac{V_g}{R_1} = \frac{30}{150} = 0.2 \text{ A} = 200 \text{ mA}$
 $I_{23} = \frac{V_g}{R_{23}} = \frac{30}{300} = 0.1 \text{ A} = 100 \text{ mA}$
- 4) $V_1 = V_g = 30 \text{ V}$ (resistenza in parallelo)
 $V_2 = R_2 \cdot I_{23} = 100 \cdot 0.1 = 10 \text{ V}$
 $V_3 = R_3 \cdot I_{23} = 200 \cdot 0.1 = 20 \text{ V}$

Verifiche:

- $I_1 + I_{23} = 200 + 100 = 300 \text{ mA} = I_{tot} \checkmark$

- $V_2 + V_3 = 10 + 20 = 30 \text{ V} = V_g \checkmark$

Esercizio 4.3: Dato il seguente circuito misto più complesso:



Calcolare:

1. La resistenza equivalente totale
2. La corrente totale
3. Tutte le tensioni e correnti del circuito

Soluzione:

$$\begin{aligned}
 1) \quad R_{23} &= \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} = \frac{100 \cdot 150}{100 + 150} = \frac{15000}{250} = 60 \, \Omega \\
 R_{eq} &= R_1 + R_{23} + R_4 = 50 + 60 + 30 = 140 \, \Omega \\
 2) \quad I_{tot} &= \frac{V_g}{R_{eq}} = \frac{48}{140} = 0.343 \, A = 343 \, mA \\
 3) \quad V_1 &= R_1 \cdot I_{tot} = 50 \cdot 0.343 = 17.15 \, V \\
 V_{23} &= R_{23} \cdot I_{tot} = 60 \cdot 0.343 = 20.58 \, V \\
 V_4 &= R_4 \cdot I_{tot} = 30 \cdot 0.343 = 10.29 \, V \\
 I_2 &= \frac{V_{23}}{R_2} = \frac{20.58}{100} = 205.8 \, mA \\
 I_3 &= \frac{V_{23}}{R_3} = \frac{20.58}{150} = 137.2 \, mA
 \end{aligned}$$

Verifiche:

- $V_1 + V_{23} + V_4 = 17.15 + 20.58 + 10.29 = 48.02 \text{ V} \approx V_g \checkmark$
- $I_2 + I_3 = 205.8 + 137.2 = 343 \text{ mA} = I_{tot} \checkmark$

Esercizio 4.4: Dato il seguente circuito misto più complesso:

