

# Introduzione all'elettrotecnica

## Appunti di Elettrotecnica

### Indice

<b>1</b>	<b>Fondamenti: Tensione e Corrente</b>	<b>2</b>
1.1	Corrente Elettrica . . . . .	2
1.1.1	Definizione . . . . .	2
1.1.2	Natura Fisica . . . . .	3
1.1.3	Tipi di Corrente . . . . .	3
1.2	Tensione Elettrica . . . . .	3
1.2.1	Definizione . . . . .	3
1.2.2	Natura Fisica . . . . .	4
1.3	Relazione tra Tensione e Corrente . . . . .	4
1.3.1	Potenza Elettrica . . . . .	4
1.3.2	Esempi Pratici . . . . .	5
1.4	Misura di Tensione e Corrente . . . . .	5
1.4.1	Strumenti di Misura . . . . .	5
1.4.2	Rappresentazione Grafica . . . . .	6
1.5	Riepilogo delle Grandezze Fondamentali . . . . .	6
<b>2</b>	<b>Legge di Ohm</b>	<b>7</b>
2.1	Teoria . . . . .	7
2.2	Esercizi Svolti . . . . .	7
<b>3</b>	<b>Componenti Fondamentali dei Circuiti</b>	<b>8</b>
3.1	Teoria . . . . .	8
3.1.1	Generatore di Tensione Ideale . . . . .	8
3.1.2	Generatore di Corrente Ideale . . . . .	8
3.1.3	Resistore . . . . .	9
3.1.4	Confronto tra i Componenti . . . . .	10
3.1.5	Esempi di Circuiti con i Tre Componenti . . . . .	10
<b>4</b>	<b>Nodi nei Circuiti Elettrici</b>	<b>12</b>
4.1	Teoria . . . . .	12
4.1.1	Definizione di Nodo . . . . .	12
4.1.2	Come Riconoscere i Nodi . . . . .	12
4.1.3	Esempi di Identificazione dei Nodi . . . . .	12
4.1.4	Definizione di Maglia . . . . .	13
4.1.5	Prima Legge di Kirchhoff (KCL) . . . . .	14
4.1.6	Seconda Legge di Kirchhoff (KVL) . . . . .	14
4.2	Assegnazione di Tensioni e Correnti nei Circuiti . . . . .	15
4.2.1	Convenzioni Fondamentali . . . . .	15

4.2.2	Convenzione degli Utilizzatori . . . . .	15
4.2.3	Convenzione dei generatori . . . . .	16
4.2.4	Esempi Pratici . . . . .	16
4.2.5	Riepilogo delle Regole . . . . .	18
<b>5</b>	<b>Resistenze in Serie</b>	<b>19</b>
5.1	Teoria . . . . .	19
5.2	Esercizi Svolti . . . . .	19
<b>6</b>	<b>Resistenze in Parallelo</b>	<b>20</b>
6.1	Teoria . . . . .	20
6.2	Esercizi Svolti . . . . .	20
<b>7</b>	<b>Partitore di Tensione e Partitore di Corrente</b>	<b>22</b>
7.1	Partitore di Tensione . . . . .	22
7.1.1	Teoria . . . . .	22
7.1.2	Esercizi Svolti . . . . .	23
7.2	Partitore di Corrente . . . . .	24
7.2.1	Teoria . . . . .	24
7.2.2	Esercizi Svolti . . . . .	25
7.3	Confronto tra Partitore di Tensione e di Corrente . . . . .	27
<b>8</b>	<b>Circuiti Misti (Serie-Parallelo)</b>	<b>28</b>
8.1	Teoria . . . . .	28
8.2	Esercizi Svolti . . . . .	28

# 1 Fondamenti: Tensione e Corrente

## 1.1 Corrente Elettrica

### 1.1.1 Definizione

La **corrente elettrica** è il flusso ordinato di cariche elettriche attraverso un conduttore. Rappresenta la quantità di carica che attraversa una sezione del conduttore nell'unità di tempo.

**Definizione matematica:**

$$I = \frac{Q}{t} \quad (1)$$

dove:

- $I$  = Corrente elettrica (Ampere, A)
- $Q$  = Carica elettrica (Coulomb, C)
- $t$  = Tempo (secondi, s)

**Unità di misura:**

- **Ampere (A):** unità fondamentale del Sistema Internazionale
- $1 \text{ A} = 1 \text{ C/s}$  (un coulomb al secondo)

- Sottomultipli comuni:
  - milliampere:  $1 \text{ mA} = 10^{-3} \text{ A}$
  - microampere:  $1 \mu\text{A} = 10^{-6} \text{ A}$

### 1.1.2 Natura Fisica

La corrente elettrica è costituita dal movimento di:

- **Elettroni** nei conduttori metallici (verso opposto alla corrente convenzionale)
- **Ioni** nelle soluzioni elettrolitiche
- **Lacune** ed elettroni nei semiconduttori

**Convenzione:** La corrente convenzionale va dal polo positivo al polo negativo (direzione opposta al movimento degli elettroni).

### 1.1.3 Tipi di Corrente

**Corrente Continua (DC):**

- Flusso costante in intensità e direzione
- Esempio: batterie, alimentatori DC
- Simbolo:  $\equiv$  o DC

**Corrente Alternata (AC):**

- Flusso variabile periodicamente nel tempo
- Esempio: rete elettrica domestica
- Simbolo:  $\sim$  o AC

## 1.2 Tensione Elettrica

### 1.2.1 Definizione

La **tensione elettrica** (o differenza di potenziale) è l'energia necessaria per spostare una carica elettrica tra due punti di un circuito. Rappresenta la "spinta" che muove le cariche elettriche.

**Definizione matematica:**

$$V = \frac{W}{Q} \quad (2)$$

dove:

- $V$  = Tensione (Volt, V)
- $W$  = Lavoro o Energia (Joule, J)
- $Q$  = Carica elettrica (Coulomb, C)

**Unità di misura:**

- **Volt (V)**: unità derivata del Sistema Internazionale
- $1 \text{ V} = 1 \text{ J/C}$  (un joule per coulomb)
- Multipli e sottomultipli comuni:
  - kilovolt:  $1 \text{ kV} = 10^3 \text{ V}$
  - millivolt:  $1 \text{ mV} = 10^{-3} \text{ V}$
  - microvolt:  $1 \mu\text{V} = 10^{-6} \text{ V}$

### 1.2.2 Natura Fisica

La tensione elettrica:

- È sempre una **differenza di potenziale** tra due punti
- Rappresenta l'energia per unità di carica
- È analoga alla pressione in un sistema idraulico
- Esiste anche in assenza di corrente (circuito aperto)

**Analogia idraulica:**

- Tensione  $\leftrightarrow$  Pressione dell'acqua
- Corrente  $\leftrightarrow$  Flusso d'acqua
- Resistenza  $\leftrightarrow$  Restrangimento del tubo

## 1.3 Relazione tra Tensione e Corrente

### 1.3.1 Potenza Elettrica

La potenza elettrica è il prodotto tra tensione e corrente:

$$P = V \cdot I \tag{3}$$

dove:

- $P$  = Potenza (Watt, W)
- $V$  = Tensione (Volt, V)
- $I$  = Corrente (Ampere, A)

**Interpretazione:**

- La potenza rappresenta l'energia trasferita nell'unità di tempo
- $1 \text{ W} = 1 \text{ V} \cdot 1 \text{ A}$
- Nei resistori, la potenza è sempre dissipata (trasformata in calore)

### 1.3.2 Esempi Pratici

**Esempio 0.1:** Una batteria eroga una carica di 360 C in 2 minuti. Calcolare la corrente.

*Soluzione:*

$$t = 2 \text{ min} = 120 \text{ s}$$
$$I = \frac{Q}{t} = \frac{360}{120} = 3 \text{ A}$$

**Esempio 0.2:** Per spostare una carica di 0.5 C tra due punti sono necessari 6 J di energia. Calcolare la tensione.

*Soluzione:*

$$V = \frac{W}{Q} = \frac{6}{0.5} = 12 \text{ V}$$

**Esempio 0.3:** Una lampadina funziona a 230 V e assorbe una corrente di 0.26 A. Calcolare la potenza dissipata.

*Soluzione:*

$$P = V \cdot I = 230 \cdot 0.26 = 59.8 \text{ W} \approx 60 \text{ W}$$

## 1.4 Misura di Tensione e Corrente

### 1.4.1 Strumenti di Misura

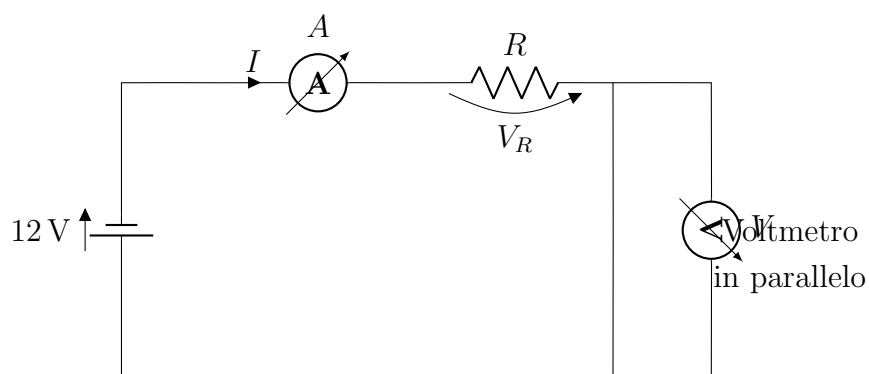
**Voltmetro:**

- Misura la tensione (differenza di potenziale)
- Si collega in **parallelo** al componente
- Resistenza interna molto alta (idealmente infinita)
- Non deve alterare la corrente del circuito

**Amperometro:**

- Misura la corrente
- Si collega in **serie** al circuito
- Resistenza interna molto bassa (idealmente nulla)
- Non deve alterare la tensione del circuito

### 1.4.2 Rappresentazione Grafica



Amperometro in serie

### 1.5 Riepilogo delle Grandezze Fondamentali

Grandezza	Simbolo	Unità	Formula
Carica elettrica	$Q$	Coulomb (C)	-
Corrente	$I$	Ampere (A)	$I = \frac{Q}{t}$
Tensione	$V$	Volt (V)	$V = \frac{W}{Q}$
Resistenza	$R$	Ohm ( $\Omega$ )	$R = \frac{V}{I}$
Potenza	$P$	Watt (W)	$P = V \cdot I$

## 2 Legge di Ohm

### 2.1 Teoria

La legge di Ohm è una delle leggi fondamentali dell'elettrotecnica e stabilisce la relazione tra tensione, corrente e resistenza in un circuito elettrico.

**Formula:**

$$V = R \cdot I \quad (4)$$

dove:

- $V$  = Tensione (Volt)
- $R$  = Resistenza (Ohm,  $\Omega$ )
- $I$  = Corrente (Ampere, A)

Dalla formula principale si possono ricavare:

$$I = \frac{V}{R} \quad (5)$$

$$R = \frac{V}{I} \quad (6)$$

### 2.2 Esercizi Svolti

**Esercizio 1.1:** Calcolare la corrente che attraversa una resistenza di  $100 \Omega$  alimentata da una tensione di  $12 V$ .

*Soluzione:*

$$I = \frac{V}{R} = \frac{12 V}{100 \Omega} = 0.12 A = 120 mA$$

**Esercizio 1.2:** Una lampadina attraversata da una corrente di  $0.5 A$  ha ai suoi capi una tensione di  $230 V$ . Calcolare la resistenza della lampadina.

*Soluzione:*

$$R = \frac{V}{I} = \frac{230 V}{0.5 A} = 460 \Omega$$

**Esercizio 1.3:** Calcolare la tensione ai capi di un resistore da  $2.2 k\Omega$  attraversato da una corrente di  $5 mA$ .

*Soluzione:*

$$V = R \cdot I = 2200 \Omega \cdot 0.005 A = 11 V$$

## 3 Componenti Fondamentali dei Circuiti

### 3.1 Teoria

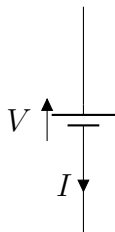
#### 3.1.1 Generatore di Tensione Ideale

Un **generatore di tensione ideale** è un dispositivo che mantiene una differenza di potenziale costante ai suoi capi, indipendentemente dalla corrente che lo attraversa.

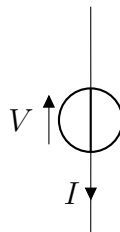
**Caratteristiche:**

- Fornisce una tensione costante  $V$
- La corrente erogata dipende dal carico collegato
- Resistenza interna nulla (ideale)
- Simbolo: batteria o generatore

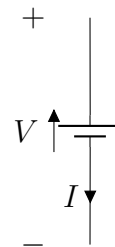
**Rappresentazione grafica:**



Batteria



Generatore



Con polarità

**Equazione caratteristica:**

$$V = \text{costante} \quad (7)$$

**Comportamento:**

- A circuito aperto:  $I = 0$ ,  $V = V_{nominale}$
- Con carico:  $V = V_{nominale}$ ,  $I = \frac{V}{R_{carico}}$
- In cortocircuito (teorico):  $I \rightarrow \infty$  (nella realtà limitato dalla resistenza interna)

#### 3.1.2 Generatore di Corrente Ideale

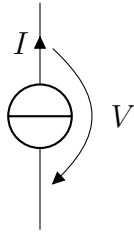
Un **generatore di corrente ideale** è un dispositivo che eroga una corrente costante, indipendentemente dalla tensione ai suoi capi.

**Caratteristiche:**

- Fornisce una corrente costante  $I$
- La tensione ai suoi capi dipende dal carico collegato
- Resistenza interna infinita (ideale)
- Meno comune nella pratica rispetto al generatore di tensione



**Rappresentazione grafica:**



Simbolo standard

**Equazione caratteristica:**

$$I = \text{costante} \quad (8)$$

**Comportamento:**

- A circuito aperto:  $V \rightarrow \infty$  (teorico),  $I = I_{\text{ nominale}}$
- Con carico:  $I = I_{\text{ nominale}}$ ,  $V = R_{\text{carico}} \cdot I$
- In cortocircuito:  $V = 0$ ,  $I = I_{\text{ nominale}}$

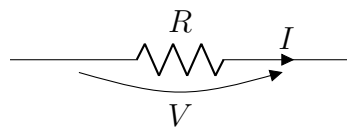
### 3.1.3 Resistore

Un **resistore** è un componente passivo che si oppone al passaggio della corrente elettrica, dissipando energia sotto forma di calore.

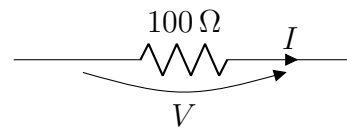
**Caratteristiche:**

- Valore espresso in Ohm ( $\Omega$ )
- Componente passivo (non genera energia)
- Segue la Legge di Ohm:  $V = R \cdot I$
- Dissipa potenza:  $P = V \cdot I = R \cdot I^2 = \frac{V^2}{R}$

**Rappresentazione grafica:**



Simbolo standard



Con valore

**Equazione caratteristica (Legge di Ohm):**

$$V = R \cdot I \quad (9)$$

**Comportamento:**

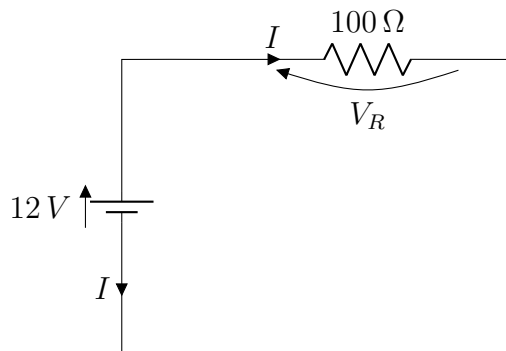
- Relazione lineare tra tensione e corrente
- La potenza dissipata è sempre positiva
- Non dipende dal verso della corrente (componente simmetrico)

### 3.1.4 Confronto tra i Componenti

Caratteristica	Gen. Tensione	Gen. Corrente	Resistore
Tipo	Attivo	Attivo	Passivo
Grandezza costante	$V$	$I$	$R$
Relazione $V$ - $I$	$V = \text{cost.}$	$I = \text{cost.}$	$V = R \cdot I$
Resistenza interna	$0 \Omega$ (ideale)	$\infty \Omega$ (ideale)	$R$
Potenza	Fornita	Fornita	Dissipata

### 3.1.5 Esempi di Circuiti con i Tre Componenti

#### Esempio 1: Circuito con Generatore di Tensione



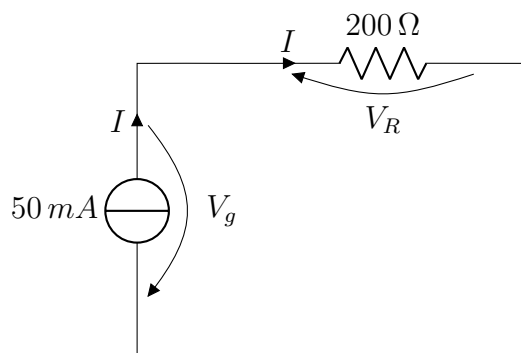
Calcoli:

$$I = \frac{V}{R} = \frac{12}{100} = 0.12 \text{ A} = 120 \text{ mA}$$

$$V_R = 12 \text{ V} \quad (\text{tutta la tensione cade sulla resistenza})$$

$$P_R = V \cdot I = 12 \cdot 0.12 = 1.44 \text{ W} \quad (\text{dissipata})$$

#### Esempio 2: Circuito con Generatore di Corrente



Calcoli:

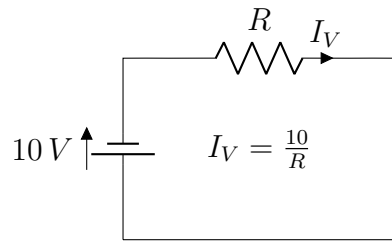
$$I = 50 \text{ mA} = 0.05 \text{ A} \quad (\text{costante})$$

$$V_R = R \cdot I = 200 \cdot 0.05 = 10 \text{ V}$$

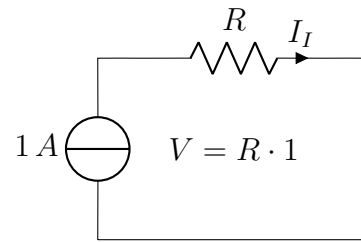
$$V_g = V_R = 10 \text{ V} \quad (\text{tensione ai capi del generatore})$$

$$P_R = V_R \cdot I = 10 \cdot 0.05 = 0.5 \text{ W}$$

#### Esempio 3: Confronto tra Generatori



Gen. Tensione



Gen. Corrente

**Osservazioni:**

- Con il generatore di tensione, la corrente dipende da  $R$
- Con il generatore di corrente, la tensione dipende da  $R$
- Il resistore si comporta identicamente in entrambi i casi

## 4 Nodi nei Circuiti Elettrici

### 4.1 Teoria

#### 4.1.1 Definizione di Nodo

Un **nodo** è un punto di connessione in un circuito elettrico dove si incontrano due o più componenti. Più precisamente, un nodo è un punto (o insieme di punti collegati da conduttori ideali) dove convergono almeno tre rami del circuito.

#### 4.1.2 Come Riconoscere i Nodi

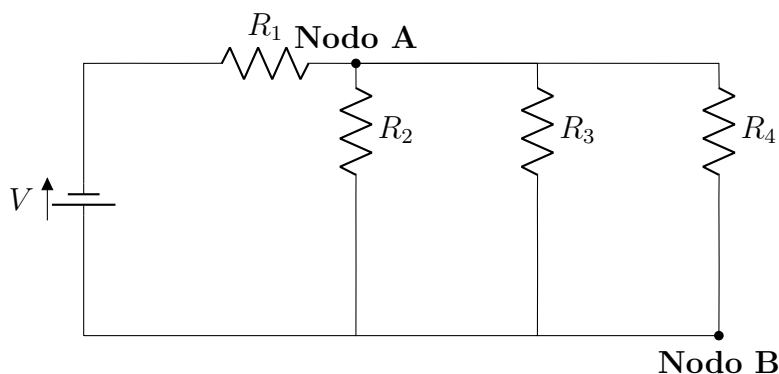
Per identificare correttamente i nodi in un circuito:

1. **Punti di giunzione:** Cercare i punti dove si collegano tre o più elementi
2. **Conduttori ideali:** Tutti i punti collegati da un filo (senza resistenze intermedie) formano lo stesso nodo
3. **Non sono propriamente nodi:** I punti dove si collegano solo due elementi non sono propriamente nodi (semplice passaggio di corrente), ma si possono trattare anche quelli come nodi

#### Proprietà dei nodi:

- In un nodo, la somma algebrica delle correnti è zero (Prima Legge di Kirchhoff o KCL)
- Tutti i punti di un nodo hanno lo stesso potenziale elettrico
- I nodi sono fondamentali per l'analisi dei circuiti

#### 4.1.3 Esempi di Identificazione dei Nodi



In questo circuito misto:

- **Nodo A:** Punto superiore dove si dividono le correnti verso  $R_2$ ,  $R_3$  e  $R_4$  (4 rami: da  $R_1$  e verso le tre resistenze in parallelo)
- **Nodo B:** Punto inferiore dove si ricongiungono le correnti (4 rami: dalle tre resistenze in parallelo e verso la batteria)
- Totale: 2 nodi principali

#### 4.1.4 Definizione di Maglia

Una **maglia** (o ciclo) è un percorso chiuso in un circuito elettrico che:

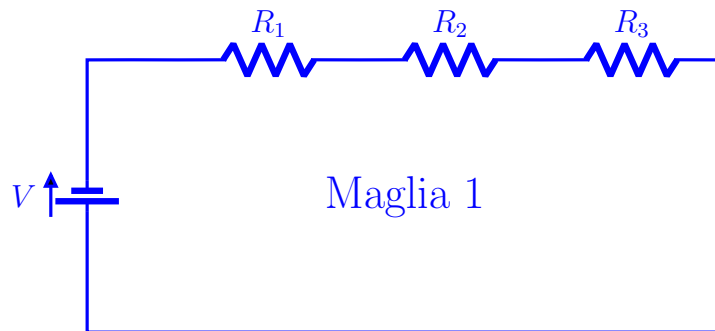
- Parte da un nodo e ritorna allo stesso nodo
- Non passa due volte per lo stesso ramo
- Forma un percorso continuo attraverso i componenti del circuito

##### Come Riconoscere le Maglie:

1. Identificare un punto di partenza (un nodo qualsiasi)
2. Seguire un percorso attraverso i componenti del circuito
3. Verificare di tornare al punto di partenza senza ripercorrere lo stesso ramo
4. Ogni percorso chiuso distinto costituisce una maglia diversa

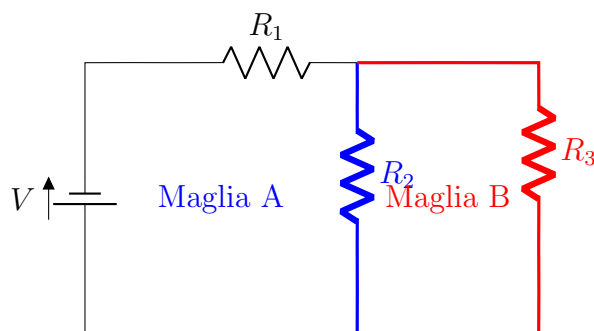
##### Esempi di Identificazione delle Maglie

###### Esempio 1: Circuito Serie (1 maglia)



In questo circuito c'è una sola maglia che include la batteria e tutte e tre le resistenze.

###### Esempio 2: Circuito Misto (2 maglie principali)



In questo circuito misto:

- **Maglia A** (blu): Batteria  $\rightarrow R_1 \rightarrow R_2 \rightarrow$  Batteria
- **Maglia B** (rossa): Batteria  $\rightarrow R_1 \rightarrow R_3 \rightarrow$  Batteria
- Esiste anche una maglia interna  $R_2$ - $R_3$ , ma è combinazione delle prime due

### Proprietà importanti delle maglie:

- Il numero di maglie indipendenti in un circuito è dato da:  $M = R - N + 1$  dove  $R$  è il numero di rami e  $N$  il numero di nodi
- Le maglie sono fondamentali per applicare la Seconda Legge di Kirchhoff (KVL)
- In circuiti complessi, scegliere le maglie giuste semplifica l'analisi

#### 4.1.5 Prima Legge di Kirchhoff (KCL)

Nei nodi vale la **Legge di Kirchhoff delle Correnti**:

$$\sum_{k=1}^n I_k = 0 \quad (10)$$

ovvero: *La somma algebrica delle correnti entranti in un nodo è uguale alla somma delle correnti uscenti.*

**Esempio applicativo sul circuito parallelo precedente (Nodo A):**

$$I_{entrante} = I_1 + I_2 + I_3$$

oppure:  $I_{tot} = I_1 + I_2 + I_3$

dove  $I_{tot}$  entra nel nodo e  $I_1, I_2, I_3$  escono verso le rispettive resistenze.

#### 4.1.6 Seconda Legge di Kirchhoff (KVL)

Oltre alla legge delle correnti, Kirchhoff formulò anche la **Legge delle Tensioni** (KVL - Kirchhoff's Voltage Law):

$$\sum_{k=1}^n V_k = 0 \quad (11)$$

ovvero: *La somma algebrica delle tensioni lungo una maglia chiusa è uguale a zero.*

**Definizione di maglia:** Una maglia è un percorso chiuso in un circuito che parte da un punto e ritorna allo stesso punto senza passare due volte per lo stesso ramo.

**Come applicare la KVL:**

1. Scegliere un verso di percorrenza della maglia (orario o antiorario)
2. Assegnare il segno positivo alle tensioni che si incontrano dal + al - seguendo il verso scelto
3. Assegnare il segno negativo alle tensioni che si incontrano dal - al +
4. La somma algebrica deve essere zero

**Esempio applicativo sul circuito serie:**

In un circuito serie con una batteria  $V$  e tre resistenze  $R_1, R_2, R_3$ :

$$V - V_1 - V_2 - V_3 = 0 \quad (12)$$

oppure:

$$V = V_1 + V_2 + V_3 \quad (13)$$

dove la tensione della batteria è positiva (genera tensione) e le cadute di tensione sulle resistenze sono negative (consumano tensione).

#### Proprietà della KVL:

- Vale per qualsiasi percorso chiuso in un circuito
- È indipendente dal verso di percorrenza scelto
- È fondamentale per l'analisi delle maglie nei circuiti complessi
- Deriva dal principio di conservazione dell'energia

## 4.2 Assegnazione di Tensioni e Correnti nei Circuiti

### 4.2.1 Convenzioni Fondamentali

Quando si analizza un circuito elettrico, è fondamentale assegnare correttamente tensioni e correnti seguendo convenzioni standard.

#### Convenzione per le Correnti:

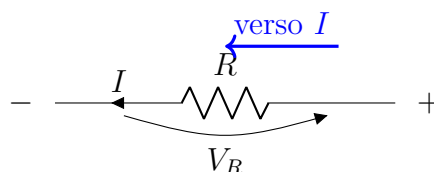
- La corrente si assegna con un **verso arbitrario** prima di risolvere il circuito
- Si indica con una freccia sul ramo del circuito
- Se il risultato del calcolo è **positivo**, il verso assegnato è corretto
- Se il risultato è **negativo**, il verso reale è opposto a quello assegnato
- Nei **generatori**, la corrente esce dal polo positivo (interno al generatore)
- Nei **resistori**, la corrente fluisce dal potenziale maggiore al minore

#### Convenzione per le Tensioni:

- La tensione si indica con i segni + e - ai capi del componente
- Per i **generatori**: il polo + è quello a potenziale maggiore
- Per i **resistori**: il + si mette dove entra la corrente (convenzione degli utilizzatori)
- La tensione si misura sempre **tra due punti** (differenza di potenziale)

### 4.2.2 Convenzione degli Utilizzatori

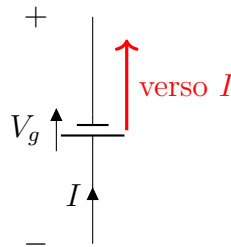
Per i componenti passivi (resistori), si usa la **convenzione degli utilizzatori**:



**Regola:** La corrente entra dal polo positivo ed esce dal polo negativo.

### 4.2.3 Convenzione dei generatori

Per i generatori (batterie, generatori di tensione), si usa la **convenzione dei generatori**: la corrente convenzionale esce dal polo positivo del generatore e rientra nel polo negativo.

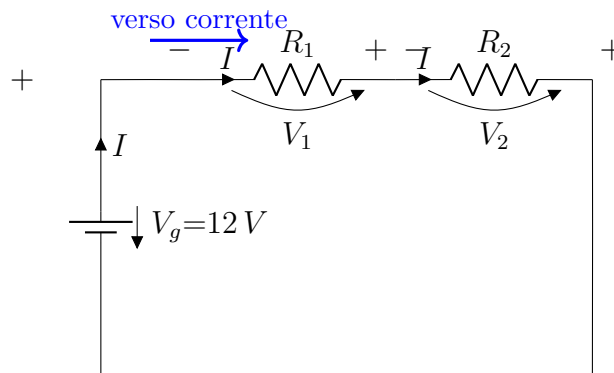


**Regola:** Internamente al generatore, la corrente va dal polo  $-$  al polo  $+$  (il generatore "pompa" cariche).

Nel circuito esterno, la corrente esce dal  $-$  ed entra nel  $+$ .

### 4.2.4 Esempi Pratici

#### Esempio 1: Circuito Serie - Assegnazione Completa



#### Spiegazione:

- La corrente  $I$  esce dal polo  $+$  della batteria
- Attraversa  $R_1$  e  $R_2$  nello stesso verso
- Su  $R_1$ : il  $+$  è a sinistra (dove entra  $I$ ), il  $-$  a destra
- Su  $R_2$ : il  $+$  è a sinistra (dove entra  $I$ ), il  $-$  a destra
- Vale la KVL:  $V_g - V_1 - V_2 = 0 \Rightarrow V_g = V_1 + V_2$

**Calcoli:** Se  $R_1 = 100 \Omega$  e  $R_2 = 200 \Omega$ :

$$R_{eq} = 300 \Omega$$

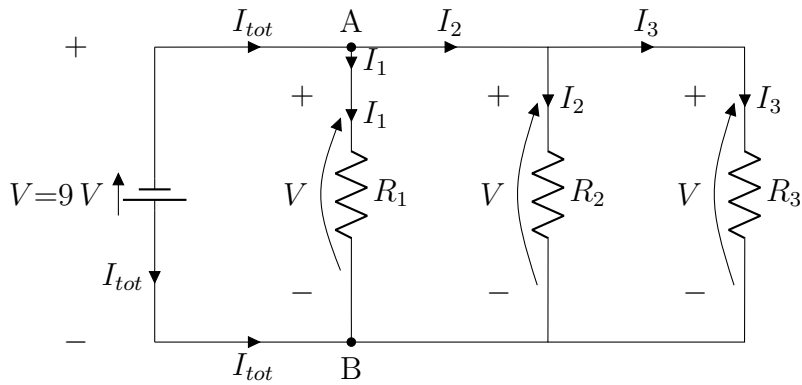
$$I = \frac{12}{300} = 0.04 \text{ A} = 40 \text{ mA}$$

$$V_1 = 100 \cdot 0.04 = 4 \text{ V}$$

$$V_2 = 200 \cdot 0.04 = 8 \text{ V}$$

#### Esempio 2: Circuito Parallelo - Divisione Correnti





### Spiegazione:

- Al nodo A:  $I_{tot} = I_1 + I_2 + I_3$  (KCL)
- Tutte le resistenze hanno la stessa tensione  $V = 9\text{ V}$
- Su ogni resistore: il  $+$  è in alto (nodo A), il  $-$  in basso (nodo B)
- Ogni corrente fluisce dall'alto (potenziale maggiore) verso il basso

**Calcoli:** Se  $R_1 = 90\ \Omega$ ,  $R_2 = 180\ \Omega$ ,  $R_3 = 270\ \Omega$ :

$$I_1 = \frac{9}{90} = 100\text{ mA} \quad (\text{verso corretto: verso il basso})$$

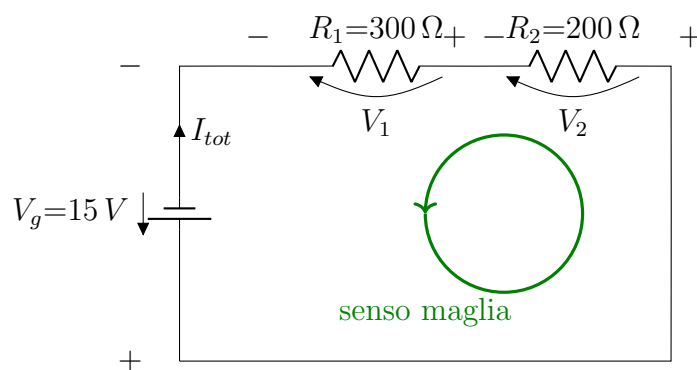
$$I_2 = \frac{9}{180} = 50\text{ mA}$$

$$I_3 = \frac{9}{270} = 33.3\text{ mA}$$

$$I_{tot} = 100 + 50 + 33.3 = 183.3\text{ mA}$$

### Esempio 3: Applicazione della KVL con Segni

Consideriamo una maglia con batteria e resistori:



### Applicazione KVL (senso orario):

- Partendo dal polo  $-$  della batteria e percorrendo la maglia in senso orario:
- Attraverso la batteria:  $+V_g$  (si va da  $-$  a  $+$ )
- Attraverso  $R_1$ :  $-V_1$  (si va da  $+$  a  $-$ )

- Attraverso  $R_2$ :  $-V_2$  (si va da + a -)

**Equazione KVL:**

$$+V_g - V_1 - V_2 = 0 \quad \Rightarrow \quad V_g = V_1 + V_2 \quad (14)$$

**Calcoli:**

$$I = \frac{15}{300 + 200} = 30 \text{ mA}$$

$$V_1 = 300 \cdot 0.03 = 9 \text{ V}$$

$$V_2 = 200 \cdot 0.03 = 6 \text{ V}$$

$$\text{Verifica: } 15 = 9 + 6 \quad \checkmark$$

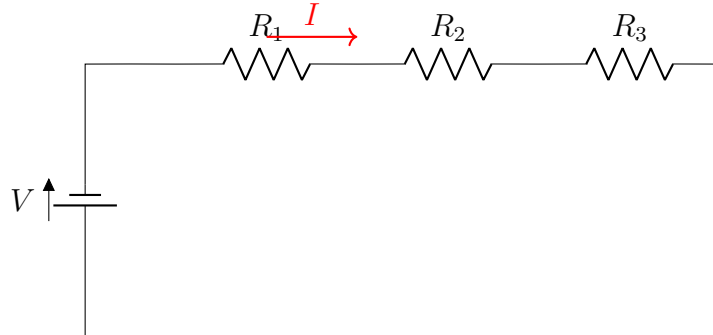
#### 4.2.5 Riepilogo delle Regole

1. **Assegnare arbitrariamente** i versi delle correnti
2. **Applicare la convenzione degli utilizzatori/generatori** sui resistori: + dove entra la corrente
3. **Applicare KCL** ai nodi:  $\sum I_{entranti} = \sum I_{uscenti}$
4. **Applicare KVL** alle maglie: percorrere la maglia e sommare algebricamente le tensioni
5. **Interpretare i risultati:** valori negativi indicano versi opposti

## 5 Resistenze in Serie

### 5.1 Teoria

Due o più resistenze sono collegate in serie quando sono attraversate dalla stessa corrente.



**Resistenza equivalente:**

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_n \quad (15)$$

**Proprietà:**

- La corrente è la stessa in tutti i componenti:  $I_{tot} = I_1 = I_2 = I_3$
- La tensione totale è la somma delle tensioni parziali:  $V_{tot} = V_1 + V_2 + V_3$
- La resistenza equivalente è sempre maggiore della resistenza più grande

### 5.2 Esercizi Svolti

**Esercizio 2.1:** Calcolare la resistenza equivalente di tre resistori in serie:  $R_1 = 100 \Omega$ ,  $R_2 = 220 \Omega$ ,  $R_3 = 330 \Omega$ .

*Soluzione:*

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3 = 100 + 220 + 330 = 650 \Omega$$

**Esercizio 2.2:** Un circuito serie è formato da tre resistori:  $R_1 = 1 k\Omega$ ,  $R_2 = 2.2 k\Omega$ ,  $R_3 = 4.7 k\Omega$ . Il circuito è alimentato da una tensione di  $24 V$ . Calcolare:

1. La resistenza equivalente
2. La corrente totale
3. La tensione ai capi di ciascun resistore

*Soluzione:*

$$1) \quad R_{eq} = 1000 + 2200 + 4700 = 7900 \Omega = 7.9 k\Omega$$

$$2) \quad I = \frac{V_{tot}}{R_{eq}} = \frac{24 V}{7900 \Omega} = 3.04 mA$$

$$3) \quad V_1 = R_1 \cdot I = 1000 \cdot 0.00304 = 3.04 V$$

$$V_2 = R_2 \cdot I = 2200 \cdot 0.00304 = 6.69 V$$

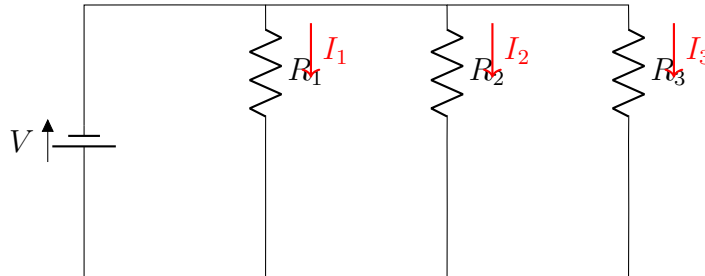
$$V_3 = R_3 \cdot I = 4700 \cdot 0.00304 = 14.27 V$$

$$\text{Verifica: } V_1 + V_2 + V_3 = 3.04 + 6.69 + 14.27 = 24 V \quad \checkmark$$

## 6 Resistenze in Parallelo

### 6.1 Teoria

Due o più resistenze sono collegate in parallelo quando hanno gli stessi punti di collegamento, quindi la stessa tensione ai loro capi.



**Resistenza equivalente:**

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_n} \quad (16)$$

Per due resistenze in parallelo:

$$R_{eq} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \quad (17)$$

**Proprietà:**

- La tensione è la stessa su tutti i componenti:  $V_{tot} = V_1 = V_2 = V_3$
- La corrente totale è la somma delle correnti parziali:  $I_{tot} = I_1 + I_2 + I_3$
- La resistenza equivalente è sempre minore della resistenza più piccola

### 6.2 Esercizi Svolti

**Esercizio 3.1:** Calcolare la resistenza equivalente di due resistori in parallelo:  $R_1 = 100 \Omega$ ,  $R_2 = 150 \Omega$ .

*Soluzione:*

$$R_{eq} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{100 \cdot 150}{100 + 150} = \frac{15000}{250} = 60 \Omega$$

**Esercizio 3.2:** Calcolare la resistenza equivalente di tre resistori in parallelo:  $R_1 = 300 \Omega$ ,  $R_2 = 600 \Omega$ ,  $R_3 = 900 \Omega$ .

*Soluzione:*

$$\begin{aligned} \frac{1}{R_{eq}} &= \frac{1}{300} + \frac{1}{600} + \frac{1}{900} \\ &= \frac{6 + 3 + 2}{1800} = \frac{11}{1800} \\ R_{eq} &= \frac{1800}{11} = 163.6 \Omega \end{aligned}$$

**Esercizio 3.3:** Un circuito parallelo è formato da tre resistori:  $R_1 = 1 k\Omega$ ,  $R_2 = 2 k\Omega$ ,  $R_3 = 4 k\Omega$ . Il circuito è alimentato da una tensione di  $12 V$ . Calcolare:

1. La resistenza equivalente
2. La corrente in ciascun resistore
3. La corrente totale

*Soluzione:*

$$1) \quad \frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{1000} + \frac{1}{2000} + \frac{1}{4000}$$

$$= \frac{4 + 2 + 1}{4000} = \frac{7}{4000}$$

$$R_{eq} = \frac{4000}{7} = 571.4 \, \Omega$$

$$2) \quad I_1 = \frac{V}{R_1} = \frac{12}{1000} = 12 \, mA$$

$$I_2 = \frac{V}{R_2} = \frac{12}{2000} = 6 \, mA$$

$$I_3 = \frac{V}{R_3} = \frac{12}{4000} = 3 \, mA$$

$$3) \quad I_{tot} = I_1 + I_2 + I_3 = 12 + 6 + 3 = 21 \, mA$$

Verifica:  $I_{tot} = \frac{V}{R_{eq}} = \frac{12}{571.4} = 21 \, mA \, \checkmark$

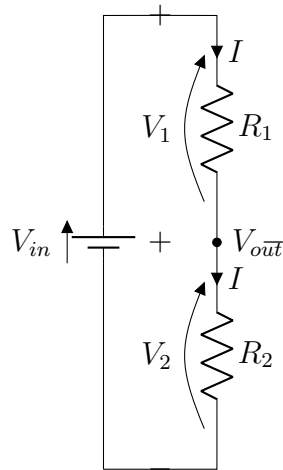
## 7 Partitore di Tensione e Partitore di Corrente

### 7.1 Partitore di Tensione

#### 7.1.1 Teoria

Il **partitore di tensione** è una configurazione fondamentale in elettrotecnica che permette di ottenere una tensione ridotta da una tensione di alimentazione maggiore, utilizzando resistenze in serie.

**Configurazione:**



**Formula del Partitore di Tensione:**

La tensione ai capi di una resistenza in un circuito serie è proporzionale al suo valore rispetto alla resistenza totale:

$$V_1 = V_{in} \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2} \quad (18)$$

$$V_2 = V_{in} \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} = V_{out} \quad (19)$$

**Formula generale per  $n$  resistenze:**

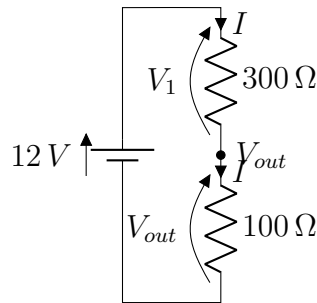
$$V_k = V_{in} \cdot \frac{R_k}{\sum_{i=1}^n R_i} \quad (20)$$

**Proprietà:**

- La somma delle tensioni parziali è uguale alla tensione totale:  $V_1 + V_2 = V_{in}$
- La corrente è la stessa in tutte le resistenze
- Il partitore funziona solo a vuoto o con carichi ad alta impedenza
- La tensione su ciascuna resistenza è proporzionale al suo valore

### 7.1.2 Esercizi Svolti

**Esercizio 5.1:** Dato un partitore di tensione con  $V_{in} = 12\text{ V}$ ,  $R_1 = 300\ \Omega$ ,  $R_2 = 100\ \Omega$ . Calcolare  $V_{out}$  (tensione su  $R_2$ ).



*Soluzione:*

$$V_{out} = V_{in} \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} = 12 \cdot \frac{100}{300 + 100} = 12 \cdot \frac{100}{400} = 12 \cdot 0.25 = 3\text{ V}$$

$$V_1 = V_{in} \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2} = 12 \cdot \frac{300}{400} = 9\text{ V}$$

**Verifica:**  $V_1 + V_{out} = 9 + 3 = 12\text{ V}$  ✓

**Corrente nel circuito:**

$$I = \frac{V_{in}}{R_1 + R_2} = \frac{12}{400} = 30\text{ mA}$$

**Esercizio 5.2:** Progettare un partitore di tensione per ottenere  $V_{out} = 5\text{ V}$  da  $V_{in} = 15\text{ V}$ , con  $R_2 = 1\text{ k}\Omega$ . Calcolare  $R_1$ .

*Soluzione:*

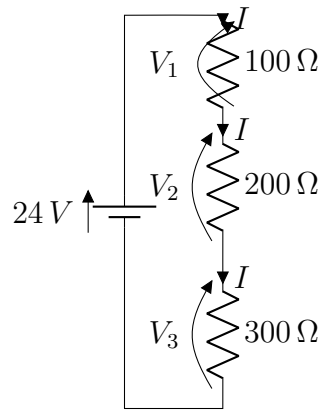
Dalla formula del partitore:

$$\begin{aligned} V_{out} &= V_{in} \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} \\ 5 &= 15 \cdot \frac{1000}{R_1 + 1000} \\ \frac{5}{15} &= \frac{1000}{R_1 + 1000} \\ \frac{1}{3} &= \frac{1000}{R_1 + 1000} \\ R_1 + 1000 &= 3000 \\ R_1 &= 2000\ \Omega = 2\text{ k}\Omega \end{aligned}$$

**Verifica:**

$$V_{out} = 15 \cdot \frac{1000}{2000 + 1000} = 15 \cdot \frac{1000}{3000} = 15 \cdot \frac{1}{3} = 5\text{ V} \quad \checkmark$$

**Esercizio 5.3:** Dato un partitore con tre resistenze in serie:  $R_1 = 100\ \Omega$ ,  $R_2 = 200\ \Omega$ ,  $R_3 = 300\ \Omega$ , alimentato da  $V_{in} = 24\text{ V}$ . Calcolare le tensioni su ciascuna resistenza.



*Soluzione:*

$$R_{tot} = 100 + 200 + 300 = 600 \, \Omega$$

$$V_1 = 24 \cdot \frac{100}{600} = 24 \cdot \frac{1}{6} = 4 \, V$$

$$V_2 = 24 \cdot \frac{200}{600} = 24 \cdot \frac{1}{3} = 8 \, V$$

$$V_3 = 24 \cdot \frac{300}{600} = 24 \cdot \frac{1}{2} = 12 \, V$$

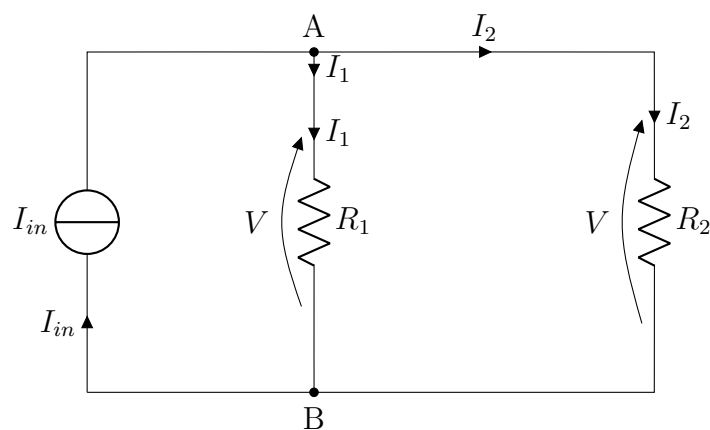
**Verifica:**  $V_1 + V_2 + V_3 = 4 + 8 + 12 = 24 \, V \, \checkmark$

## 7.2 Partitore di Corrente

### 7.2.1 Teoria

Il **partitore di corrente** è una configurazione che permette di dividere una corrente tra più resistenze in parallelo, in modo inversamente proporzionale ai loro valori.

**Configurazione:**



**Formula del Partitore di Corrente:**

La corrente che attraversa una resistenza in un circuito parallelo è inversamente proporzionale al suo valore:

$$I_1 = I_{in} \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} \quad (21)$$



$$I_2 = I_{in} \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2} \quad (22)$$

**Nota importante:** La corrente maggiore scorre nella resistenza minore!

**Formula generale per  $n$  resistenze:**

$$I_k = I_{in} \cdot \frac{R_{eq}}{R_k} \quad (23)$$

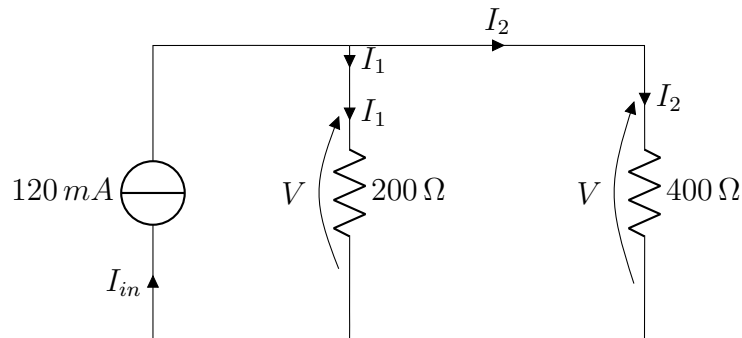
dove  $R_{eq}$  è la resistenza equivalente del parallelo.

**Proprietà:**

- La somma delle correnti parziali è uguale alla corrente totale:  $I_1 + I_2 = I_{in}$
- La tensione è la stessa su tutte le resistenze
- La corrente si distribuisce in modo inversamente proporzionale alle resistenze
- La resistenza più piccola conduce la corrente maggiore

### 7.2.2 Esercizi Svolti

**Esercizio 5.4:** Dato un partitore di corrente con  $I_{in} = 120 \text{ mA}$ ,  $R_1 = 200 \Omega$ ,  $R_2 = 400 \Omega$ . Calcolare  $I_1$  e  $I_2$ .



*Soluzione:*

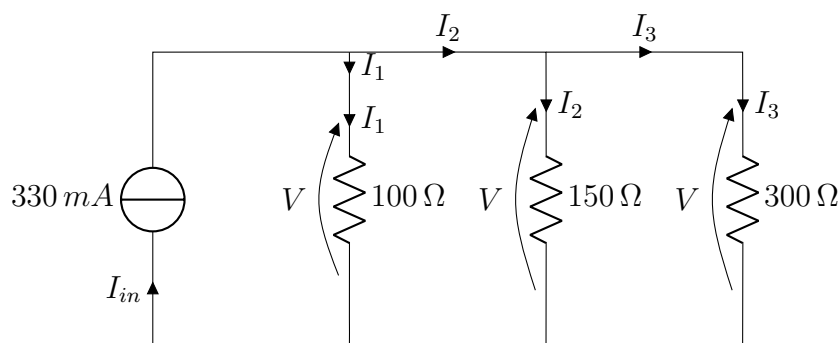
$$I_1 = I_{in} \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} = 120 \cdot \frac{400}{200 + 400} = 120 \cdot \frac{400}{600} = 120 \cdot \frac{2}{3} = 80 \text{ mA}$$

$$I_2 = I_{in} \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2} = 120 \cdot \frac{200}{600} = 120 \cdot \frac{1}{3} = 40 \text{ mA}$$

**Verifica:**  $I_1 + I_2 = 80 + 40 = 120 \text{ mA} = I_{in}$  ✓

**Osservazione:**  $R_1 < R_2$  quindi  $I_1 > I_2$  (la corrente maggiore passa nella resistenza minore)

**Esercizio 5.5:** Dato un partitore di corrente con tre resistenze:  $R_1 = 100 \Omega$ ,  $R_2 = 150 \Omega$ ,  $R_3 = 300 \Omega$ , alimentato da  $I_{in} = 330 \text{ mA}$ . Calcolare le correnti in ciascuna resistenza.



*Soluzione:*

Prima calcoliamo la resistenza equivalente:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{100} + \frac{1}{150} + \frac{1}{300} = \frac{6 + 4 + 2}{600} = \frac{12}{600} = \frac{1}{50}$$

$$R_{eq} = 50 \Omega$$

Ora calcoliamo le correnti usando la formula generale:

$$I_1 = I_{in} \cdot \frac{R_{eq}}{R_1} = 330 \cdot \frac{50}{100} = 330 \cdot 0.5 = 165 \text{ mA}$$

$$I_2 = I_{in} \cdot \frac{R_{eq}}{R_2} = 330 \cdot \frac{50}{150} = 330 \cdot \frac{1}{3} = 110 \text{ mA}$$

$$I_3 = I_{in} \cdot \frac{R_{eq}}{R_3} = 330 \cdot \frac{50}{300} = 330 \cdot \frac{1}{6} = 55 \text{ mA}$$

**Verifica:**  $I_1 + I_2 + I_3 = 165 + 110 + 55 = 330 \text{ mA} = I_{in}$  ✓

**Osservazione:**  $R_1 < R_2 < R_3$  quindi  $I_1 > I_2 > I_3$  (ordine inverso rispetto alle resistenze)

**Esercizio 5.6:** Un circuito ha  $I_{in} = 60 \text{ mA}$ ,  $R_1 = 1 \text{ k}\Omega$ ,  $R_2 = 2 \text{ k}\Omega$ . Calcolare:

1. Le correnti  $I_1$  e  $I_2$
2. La tensione comune  $V$
3. La potenza dissipata in ciascuna resistenza

*Soluzione:*

$$1) \quad I_1 = 60 \cdot \frac{2000}{1000 + 2000} = 60 \cdot \frac{2}{3} = 40 \text{ mA}$$

$$I_2 = 60 \cdot \frac{1000}{3000} = 60 \cdot \frac{1}{3} = 20 \text{ mA}$$

$$2) \quad R_{eq} = \frac{1000 \cdot 2000}{3000} = \frac{2000000}{3000} = 666.7 \Omega$$

$$V = I_{in} \cdot R_{eq} = 0.06 \cdot 666.7 = 40 \text{ V}$$

(oppure:  $V = I_1 \cdot R_1 = 0.04 \cdot 1000 = 40 \text{ V}$ )

$$3) \quad P_1 = I_1^2 \cdot R_1 = (0.04)^2 \cdot 1000 = 1.6 \text{ W}$$

$$P_2 = I_2^2 \cdot R_2 = (0.02)^2 \cdot 2000 = 0.8 \text{ W}$$

### 7.3 Confronto tra Partitore di Tensione e di Corrente

Caratteristica	Partitore di Tensione	Partitore di Corrente
Configurazione	Serie	Parallelo
Grandezza divisa	Tensione	Corrente
Grandezza comune	Corrente	Tensione
Proporzionalità	Diretta ( $V_k \propto R_k$ )	Inversa ( $I_k \propto \frac{1}{R_k}$ )
Formula	$V_k = V_{in} \cdot \frac{R_k}{R_{tot}}$	$I_k = I_{in} \cdot \frac{R_{eq}}{R_k}$
Resistenza maggiore	Riceve tensione maggiore	Riceve corrente minore

**Regola pratica:**

- **Partitore di tensione:** La resistenza più grande "prende" più tensione
- **Partitore di corrente:** La resistenza più piccola "prende" più corrente

## 8 Circuiti Misti (Serie-Parallelo)

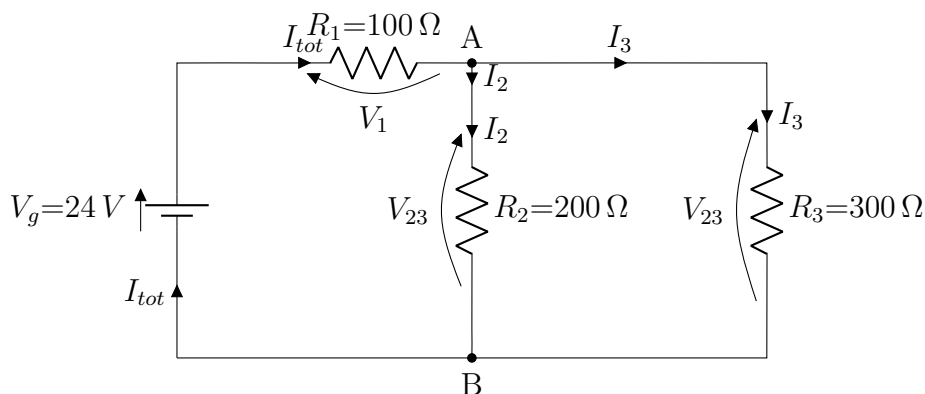
### 8.1 Teoria

I circuiti misti contengono sia collegamenti in serie che in parallelo. Per risolverli:

1. Identificare i gruppi di resistenze in serie o parallelo
2. Calcolare le resistenze equivalenti parziali
3. Procedere per semplificazioni successive fino ad ottenere  $R_{eq}$  totale

### 8.2 Esercizi Svolti

**Esercizio 4.1:** Dato il seguente circuito misto:



Calcolare:

1. La resistenza equivalente del parallelo  $R_2 \parallel R_3$
2. La resistenza equivalente totale
3. La corrente totale  $I_{tot}$
4. La tensione  $V_1$  e  $V_{23}$
5. Le correnti  $I_2$  e  $I_3$

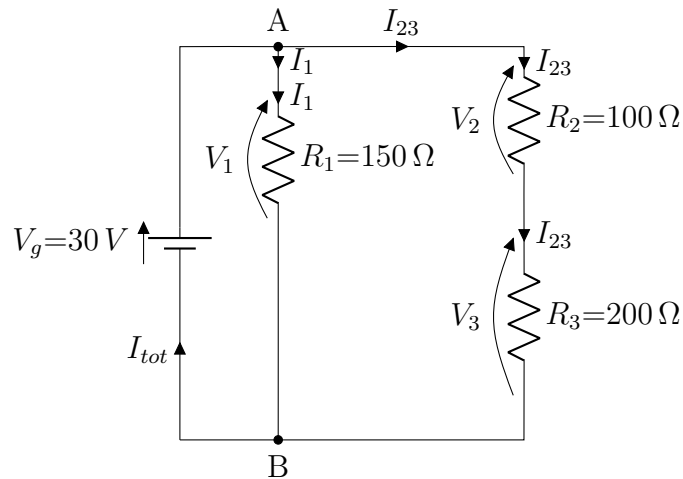
*Soluzione:*

$$\begin{aligned} 1) \quad R_{23} &= \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} = \frac{200 \cdot 300}{200 + 300} = \frac{60000}{500} = 120 \, \Omega \\ 2) \quad R_{eq} &= R_1 + R_{23} = 100 + 120 = 220 \, \Omega \\ 3) \quad I_{tot} &= \frac{V_g}{R_{eq}} = \frac{24}{220} = 0.109 \, A = 109 \, mA \\ 4) \quad V_1 &= R_1 \cdot I_{tot} = 100 \cdot 0.109 = 10.9 \, V \\ V_{23} &= R_{23} \cdot I_{tot} = 120 \cdot 0.109 = 13.1 \, V \\ 5) \quad I_2 &= \frac{V_{23}}{R_2} = \frac{13.1}{200} = 65.5 \, mA \\ I_3 &= \frac{V_{23}}{R_3} = \frac{13.1}{300} = 43.7 \, mA \end{aligned}$$

**Verifiche:**

- $V_1 + V_{23} = 10.9 + 13.1 = 24 \text{ V} \checkmark$
- $I_2 + I_3 = 65.5 + 43.7 = 109.2 \text{ mA} \approx I_{tot} \checkmark$

**Esercizio 4.2:** Dato il seguente circuito misto:



Calcolare:

1. La resistenza equivalente del ramo serie  $R_2 + R_3$
2. La resistenza equivalente totale
3. La corrente totale e le correnti nei due rami
4. Tutte le tensioni

*Soluzione:*

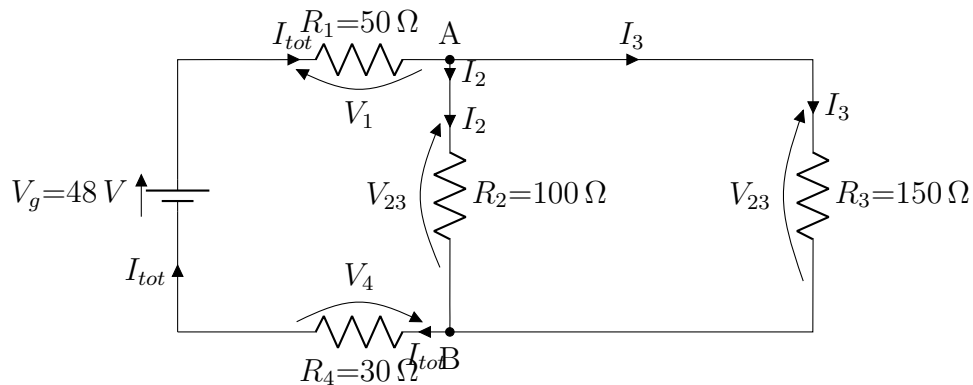
- 1)  $R_{23} = R_2 + R_3 = 100 + 200 = 300 \Omega$
- 2)  $R_{eq} = \frac{R_1 \cdot R_{23}}{R_1 + R_{23}} = \frac{150 \cdot 300}{150 + 300} = \frac{45000}{450} = 100 \Omega$
- 3)  $I_{tot} = \frac{V_g}{R_{eq}} = \frac{30}{100} = 0.3 \text{ A} = 300 \text{ mA}$   
 $I_1 = \frac{V_g}{R_1} = \frac{30}{150} = 0.2 \text{ A} = 200 \text{ mA}$   
 $I_{23} = \frac{V_g}{R_{23}} = \frac{30}{300} = 0.1 \text{ A} = 100 \text{ mA}$
- 4)  $V_1 = V_g = 30 \text{ V}$  (resistenza in parallelo)  
 $V_2 = R_2 \cdot I_{23} = 100 \cdot 0.1 = 10 \text{ V}$   
 $V_3 = R_3 \cdot I_{23} = 200 \cdot 0.1 = 20 \text{ V}$

**Verifiche:**

- $I_1 + I_{23} = 200 + 100 = 300 \text{ mA} = I_{tot} \checkmark$

- $V_2 + V_3 = 10 + 20 = 30 \text{ V} = V_g \checkmark$

**Esercizio 4.3:** Dato il seguente circuito misto più complesso:



Calcolare:

1. La resistenza equivalente totale
2. La corrente totale
3. Tutte le tensioni e correnti del circuito

*Soluzione:*

$$\begin{aligned}
 1) \quad R_{23} &= \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} = \frac{100 \cdot 150}{100 + 150} = \frac{15000}{250} = 60 \, \Omega \\
 R_{eq} &= R_1 + R_{23} + R_4 = 50 + 60 + 30 = 140 \, \Omega \\
 2) \quad I_{tot} &= \frac{V_g}{R_{eq}} = \frac{48}{140} = 0.343 \, \text{A} = 343 \, \text{mA} \\
 3) \quad V_1 &= R_1 \cdot I_{tot} = 50 \cdot 0.343 = 17.15 \, \text{V} \\
 V_{23} &= R_{23} \cdot I_{tot} = 60 \cdot 0.343 = 20.58 \, \text{V} \\
 V_4 &= R_4 \cdot I_{tot} = 30 \cdot 0.343 = 10.29 \, \text{V} \\
 I_2 &= \frac{V_{23}}{R_2} = \frac{20.58}{100} = 205.8 \, \text{mA} \\
 I_3 &= \frac{V_{23}}{R_3} = \frac{20.58}{150} = 137.2 \, \text{mA}
 \end{aligned}$$

**Verifiche:**

- $V_1 + V_{23} + V_4 = 17.15 + 20.58 + 10.29 = 48.02 \text{ V} \approx V_g \checkmark$
- $I_2 + I_3 = 205.8 + 137.2 = 343 \text{ mA} = I_{tot} \checkmark$

**Esercizio 4.4:** Dato il seguente circuito misto più complesso:

