CUDAR
CENTRO UNIVERSITARIO DE AUTOMACIÓN Y ROBÓTICA

UTN
Facultad Regional Córdoba

TECNICAS DIGITALES III

Agenda

Análisis en el dominio del tiempo y la transformada Z.

- **Modelos de sistemas en tiempo Discreto.**

Análisis en el dominio del tiempo y la transformada Z

Una señal de tiempo discreto es un conjunto de valores numéricos que representan información o medidas a lo largo del tiempo, donde cada valor se toma en momentos específicos y aislados en lugar de en una secuencia continua.
Estos momentos específicos se llaman puntos de muestreo.
En una señal de tiempo discreto, la información se registra solo en intervalos de tiempo discretos. y(n)

Lineal en el tiempo

$$S(a \cdot x_1[n] + b \cdot x_2[n]) = a \cdot S(x_1[n]) + b \cdot S(x_2[n])$$

Donde *S* representa la operación realizada por el sistema

Análisis en el dominio del tiempo y la transformada Z

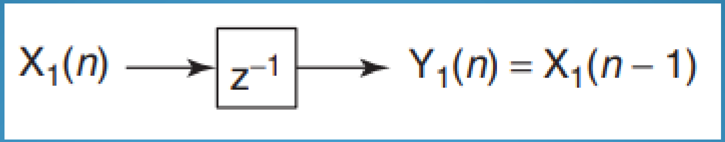
Invariancia en el tiempo

Un sistema lineal en tiempo discreto se considera invariante en el tiempo si su comportamiento no cambia con el desplazamiento en el tiempo de la señal de entrada.

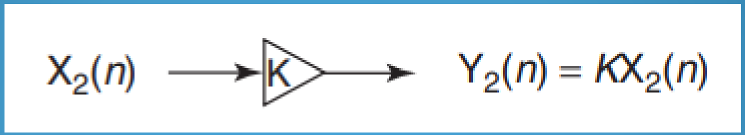
$$S(x[n-k]) = y[n-k]$$

Análisis en el dominio del tiempo y la transformada Z
Modelado se sistemas en tiempo discreto

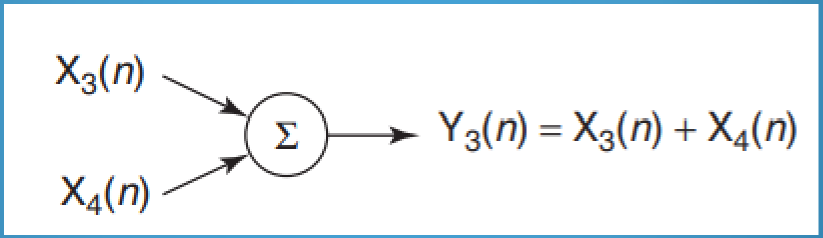
Retardo



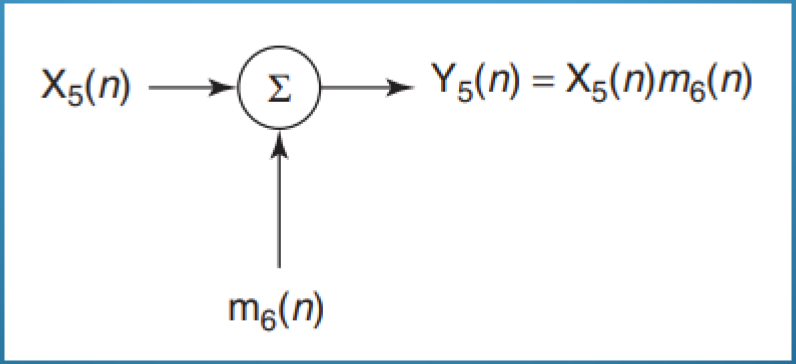
Ganancia



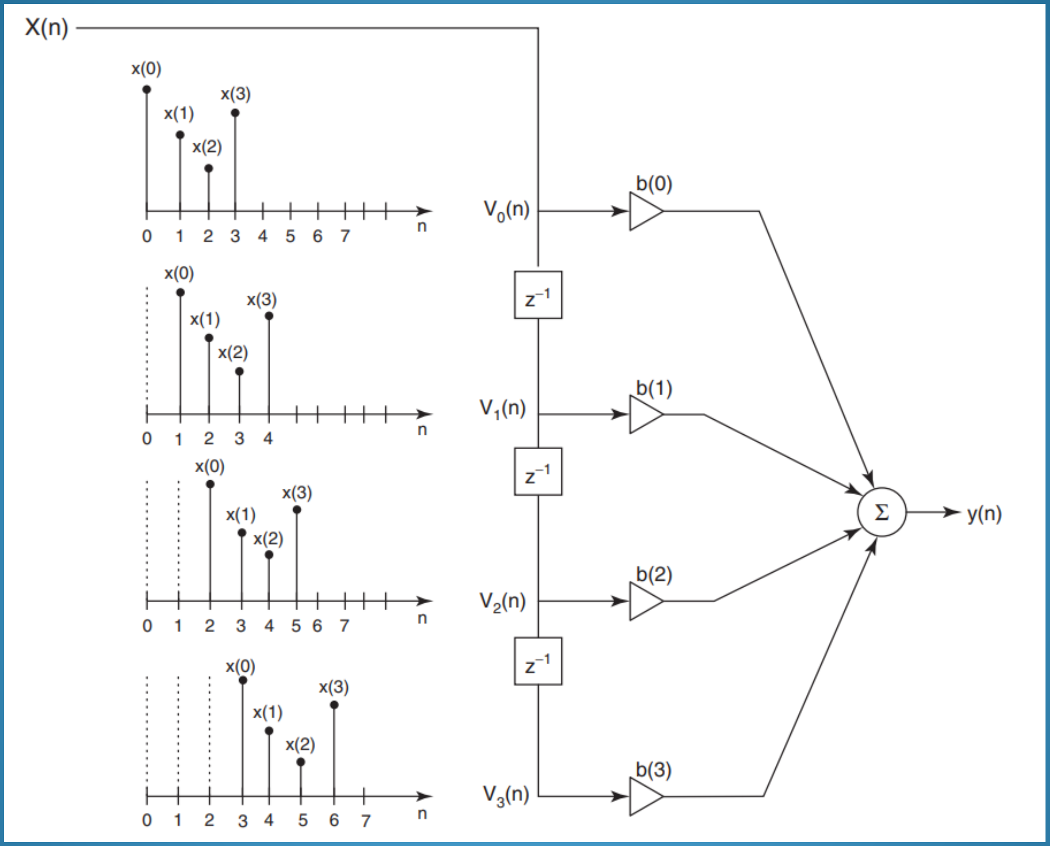
Suma



Modulador

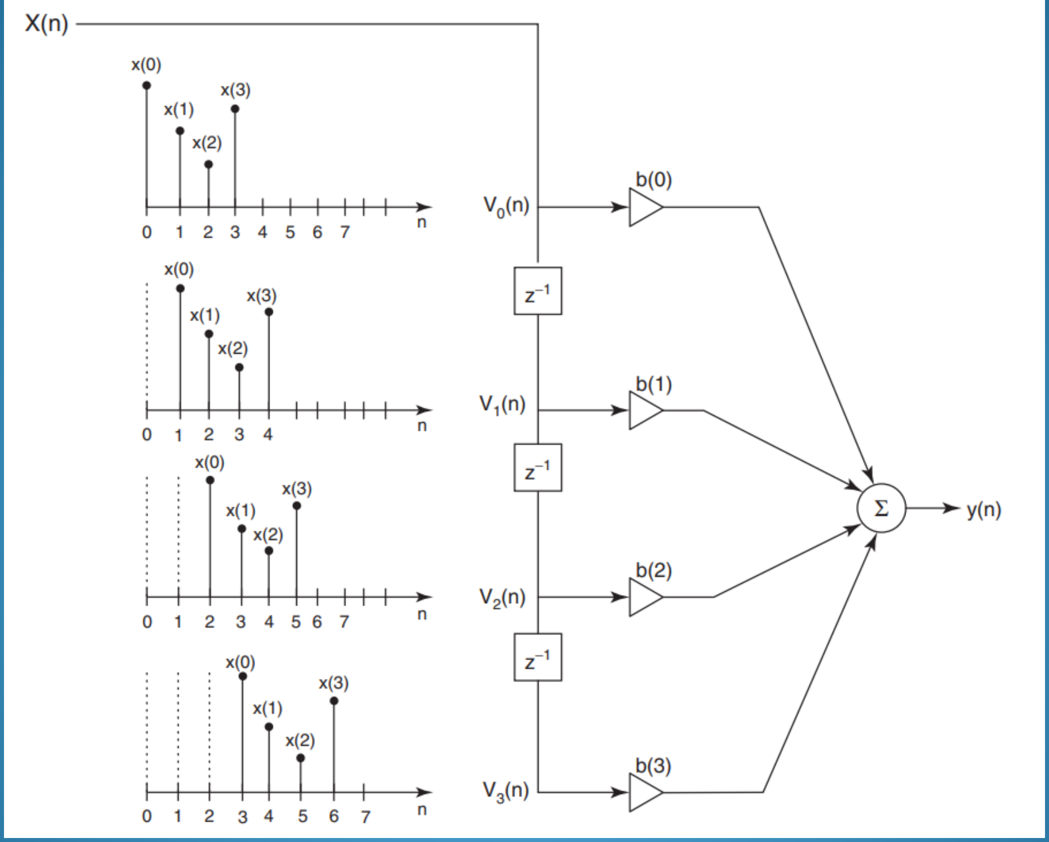


Análisis en el dominio del tiempo y la transformada Z



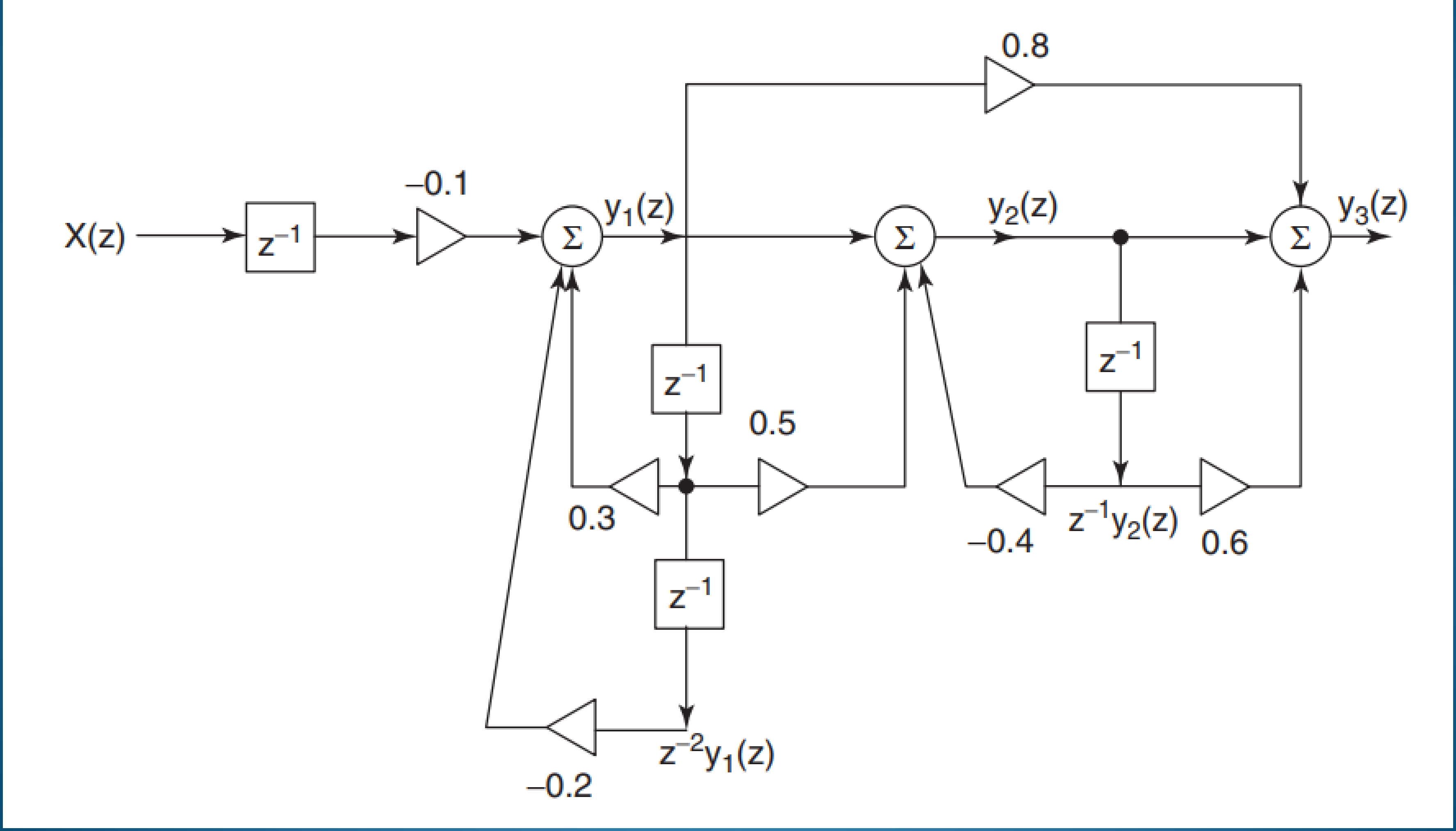
$y(n) =$?

Análisis en el dominio del tiempo y la transformada Z

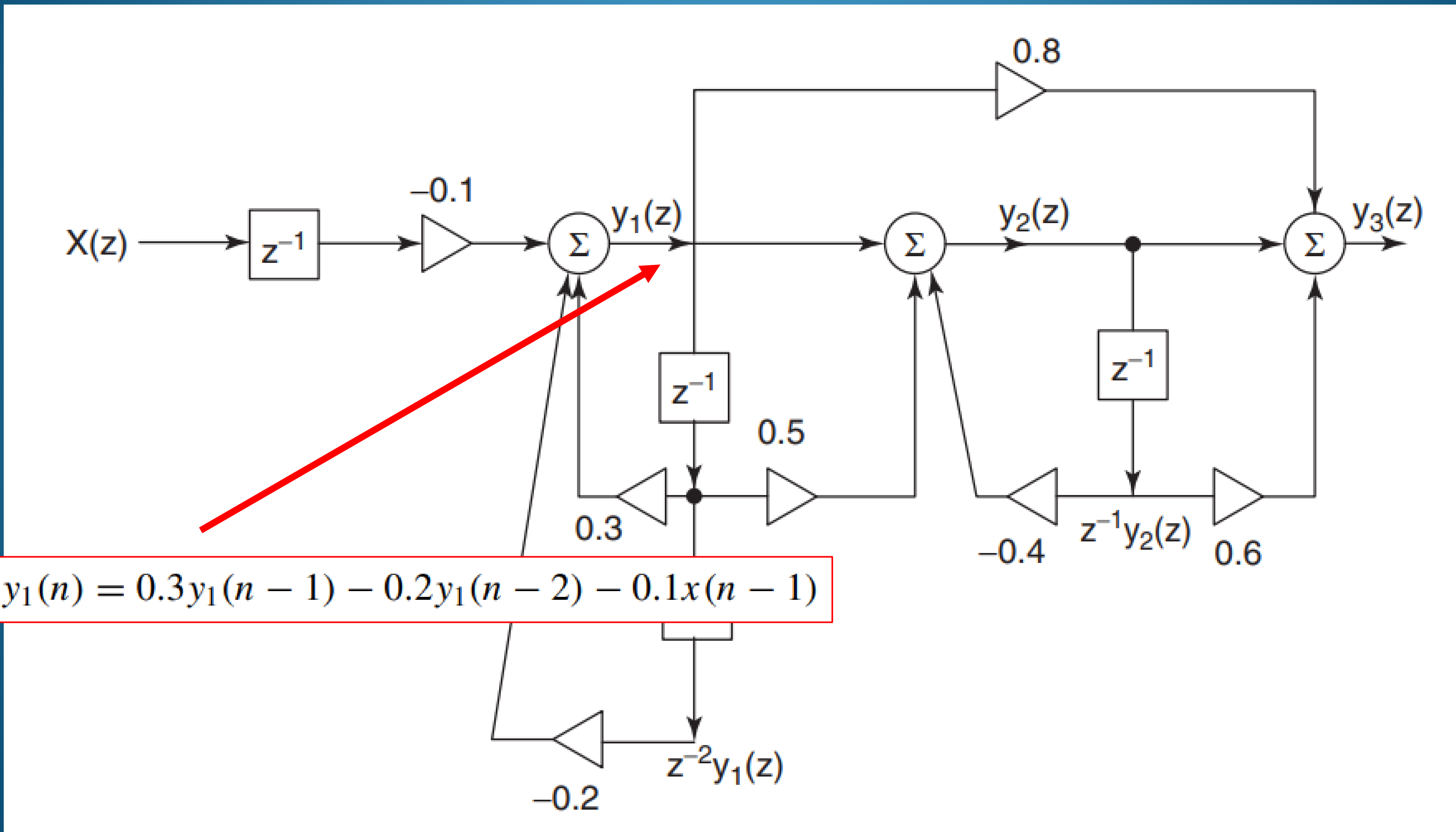


$$
\begin{aligned}
y(n) &= b(0)v(0) + b(1)v(1) + b(2)v(2) + b(3)v(3) \\
&= b(0)x(n) + b(1)x(n-1) + b(2)x(n-2) + b(3)x(n-3)
\end{aligned}
$$

Análisis en el dominio del tiempo y la transformada Z
Circuito típico de un sistema en tiempo discreto

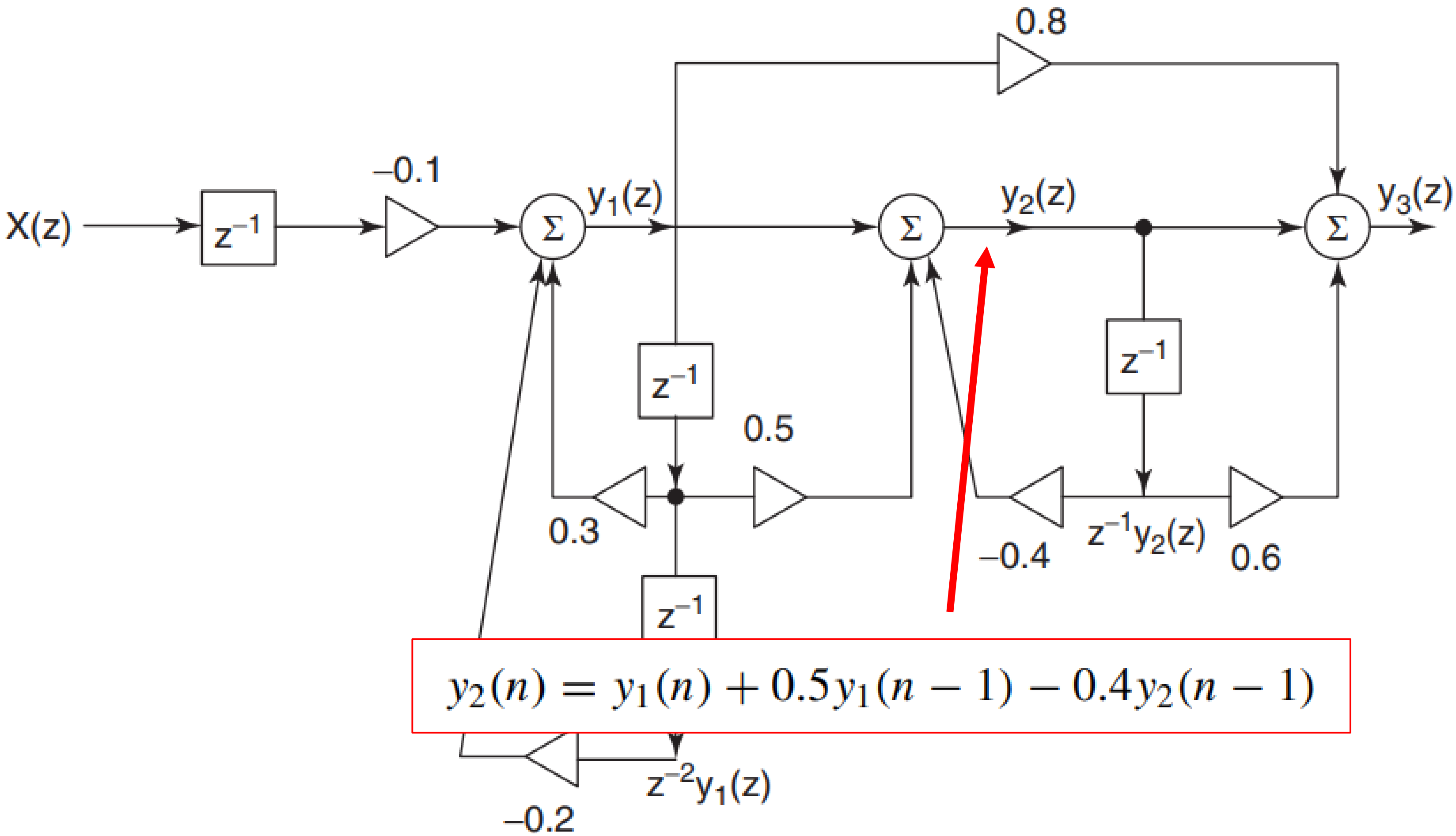


Análisis en el dominio del tiempo y la transformada Z
Circuito típico de un sistema en tiempo discreto



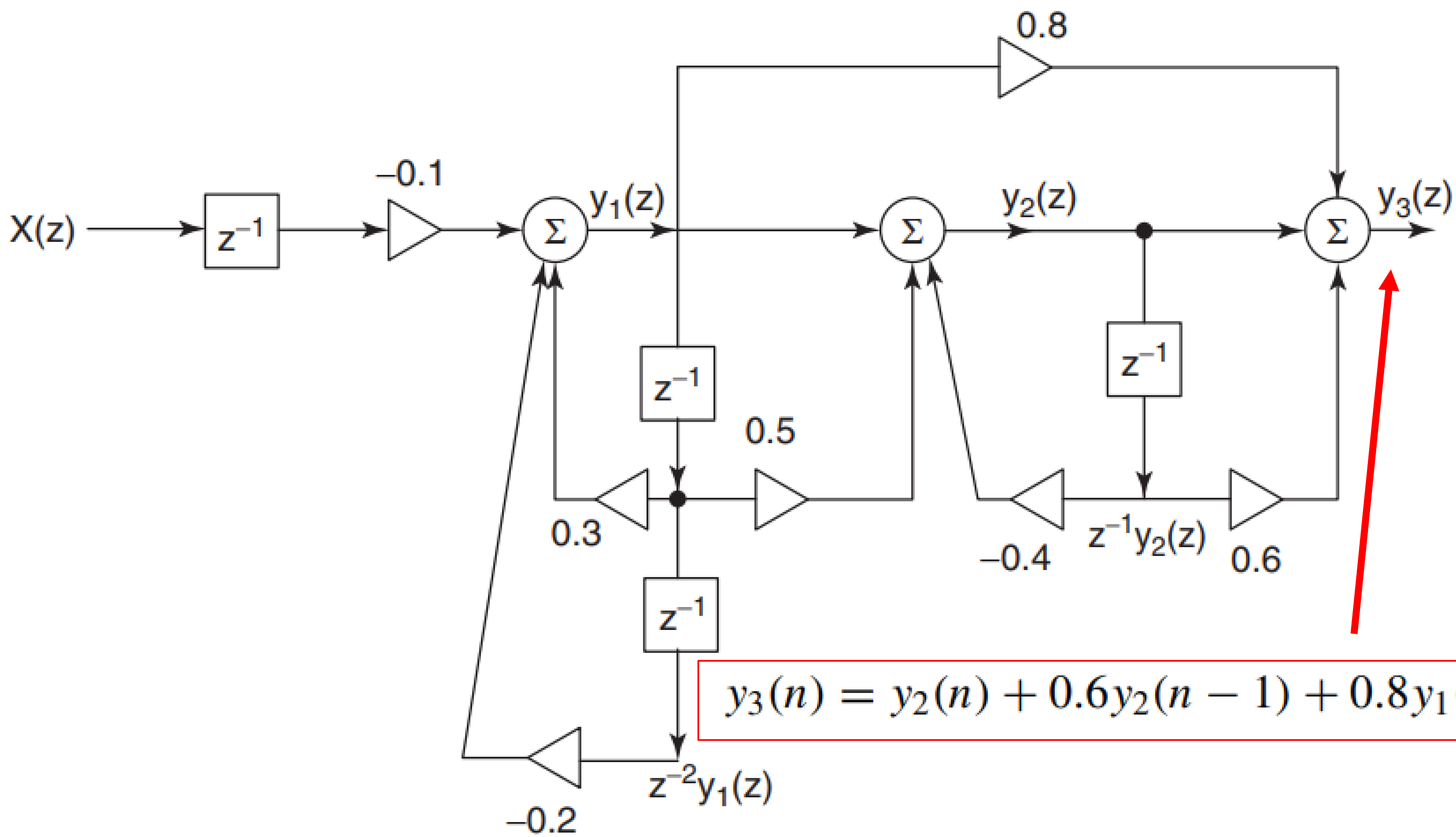
$$\boxed{y_1(n) = 0.3y_1(n-1) - 0.2y_1(n-2) - 0.1x(n-1)}$$

Análisis en el dominio del tiempo y la transformada Z
Circuito típico de un sistema en tiempo discreto



$$y_2(n) = y_1(n) + 0.5y_1(n-1) - 0.4y_2(n-1)$$

Análisis en el dominio del tiempo y la transformada Z
Circuito típico de un sistema en tiempo discreto



$$y_3(n) = y_2(n) + 0.6y_2(n-1) + 0.8y_1(n)$$

Análisis en el dominio del tiempo y la transformada Z
Circuito típico de un sistema en tiempo discreto

$$y_1(n) = 0.3y_1(n-1) - 0.2y_1(n-2) - 0.1x(n-1)$$

$$y_2(n) = y_1(n) + 0.5y_1(n-1) - 0.4y_2(n-1)$$

$$y_3(n) = y_2(n) + 0.6y_2(n-1) + 0.8y_1(n)$$

Formas genérica para una función en tiempo discreto

$$y(n) = -\sum_{k=1}^{N} a(k)y(n-k) + \sum_{k=0}^{M} b(k)x(n-k)$$

$$\sum_{k=0}^{N} a(k)y(n-k) = \sum_{k=0}^{M} b(k)x(n-k); \qquad a(0) = 1$$

Análisis en el dominio del tiempo y la transformada Z
Algoritmo recursivo

Ejemplo

$$y(n) = y(n-1) - .25y(n-2) + x(n)$$

$x(n) = \delta(n)$ $\quad y(-1) = 1.0$ $\quad y(-2) = 0.4$

$$\boxed{\begin{aligned} y(3) &= y(2) - 0.25y(1) + x(3) \\ &= 1.175 - 0.25(1.65) + 0 = 0.760 \end{aligned}}$$

Análisis en el dominio del tiempo y la transformada Z
Algoritmo recursivo

```
#include <stdio.h>
// Función recursiva para calcular la respuesta de un sistema de tercer orden en
tiempo discreto
double respuestaSistema(int n, double x[], double a[], double b[], double y[])
{
    if (n == 0) {        // Condición inicial: y[0] = 0
        y[0] = 0;
        return y[0];
    } else if (n < 3) {        // Asegurarse de que haya suficientes valores
anteriores para el cálculo
        return 0;
    } else {         // Cálculo recursivo de la respuesta
        y[n] = a[0] * x[n] + a[1] * x[n - 1] + a[2] * x[n - 2] - b[1] * y[n - 1] -
b[2] * y[n - 2] - b[3] * y[n - 3];
        return y[n];
    }
}
```

Análisis en el dominio del tiempo y la transformada Z
Algoritmo recursivo

```
int main() {
    // Parámetros del sistema (a y b en la ecuación recursiva)
    double a[] = {0.2, 0.3, 0.1}; // Coeficientes para las entradas
    double b[] = {0.5, 0.2, 0.1}; // Coeficientes para las salidas

    // Entradas del sistema en tiempo discreto
    double x[] = {0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1.0}; // Por ejemplo, una secuencia de entrada

    // Salida del sistema en tiempo discreto
    double y[5]; // Se almacenarán los valores de salida aquí

    // Calcular la respuesta del sistema para cada instante de tiempo
    for (int n = 0; n < 5; n++) {
        double respuesta = respuestaSistema(n, x, a, b, y);
        printf("y[%d] = %.2lf\n", n, respuesta);
    }
     return 0;
}
```

Análisis en el dominio del tiempo y la transformada Z
Ecuación típica de un sistema discreto

$$y(n) = \sum_{k=0}^{M} b(k)x(n-k)$$

$$= b(0)x(n) + b(1)x(n-1) + b(2)x(n-2) + \cdots + b(M)x(n-M)$$

$$y(0) = b(0)(1) + 0 + 0 + 0 + \cdots = b(0)$$

$$y(1) = b(0)x(1) + b(1)x(0) + b(2)x(-1) + 0 + 0 + \cdots = b(1)$$

$$y(2) = b(0)x(2) + b(1)x(1) + b(2)x(0) + 0 + 0 + 0 + \cdots = b(2)$$

$$y(3) = b(3)$$

$$y(4) = b(4)$$

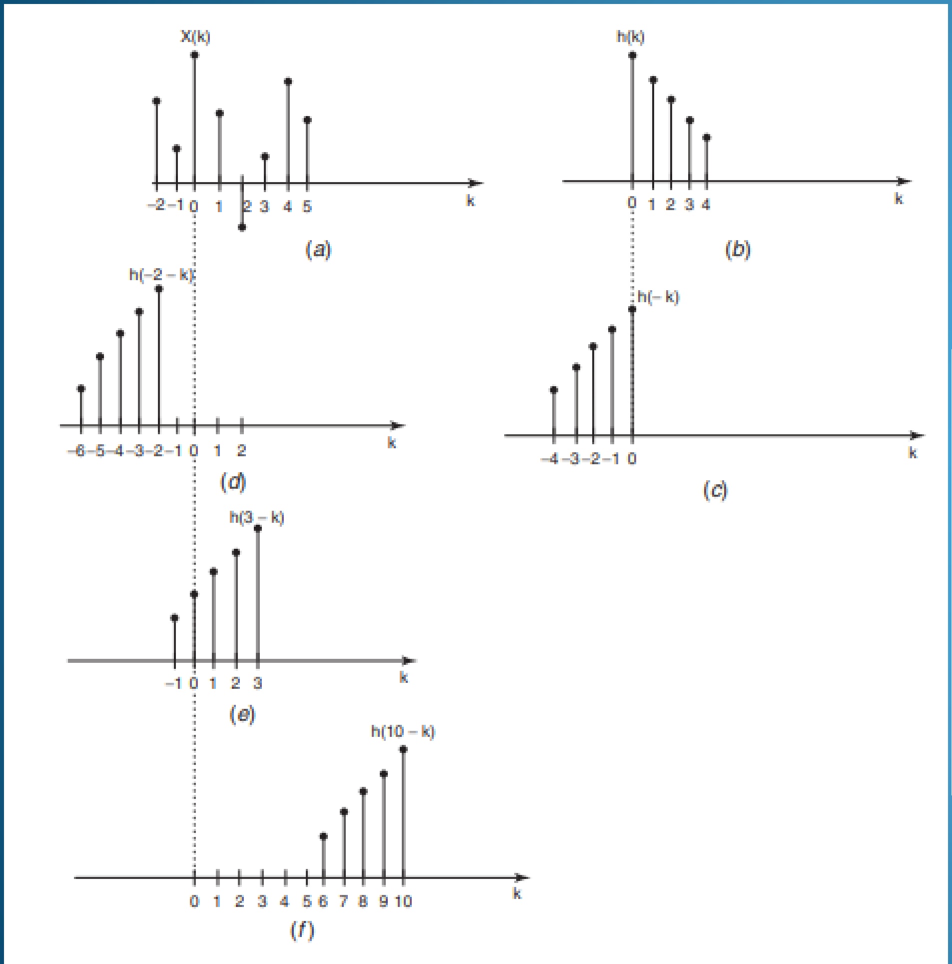
.

.

.

$$y(M) = b(M)$$

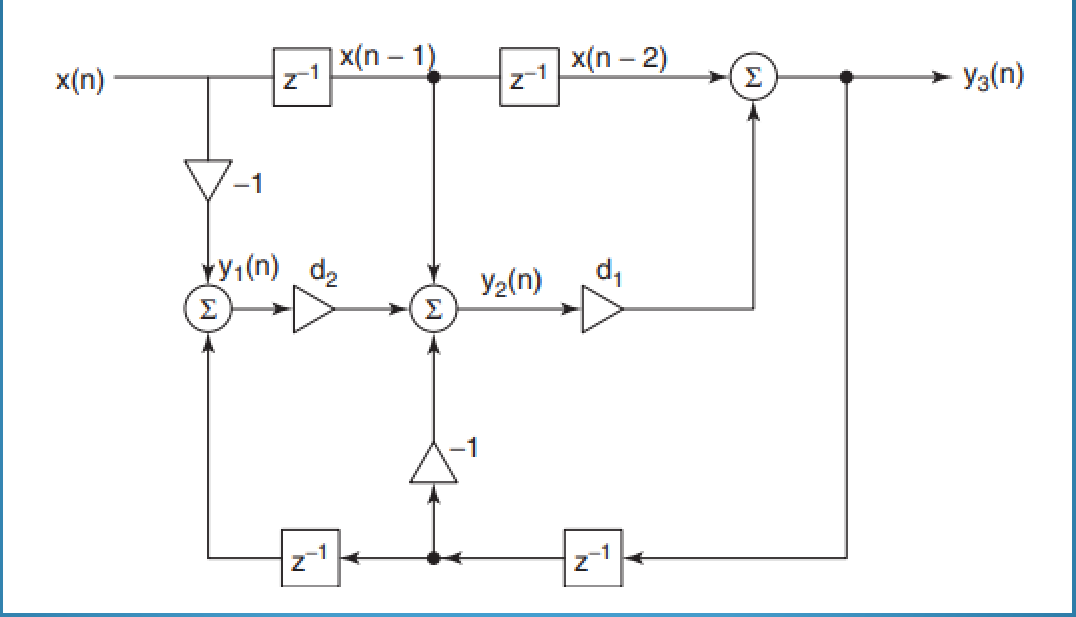
Análisis en el dominio del tiempo y la transformada Z
Suma de convolución



$$y(n) = \sum_{k=0}^{\infty} x(k)h(n-k)$$

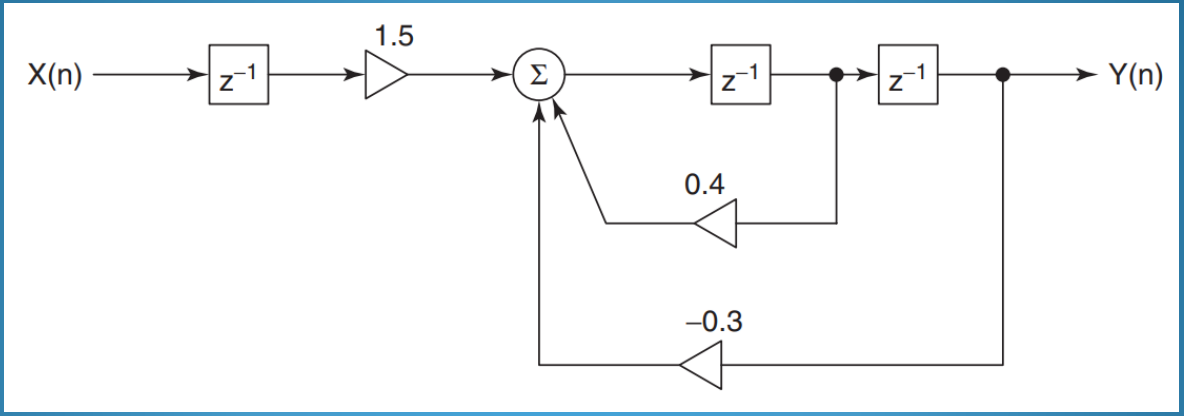
y(0) = x(0)h(0)
y(1) = x(0)h(1) + x(1)h(0)
y(2) = x(0)h(2) + x(1)h(1) + x(2)h(0)
y(3) = x(0)h(3) + x(1)h(2) + x(2)h(1) + x(3)h(0)
y(4) = x(0)h(4) + x(1)h(3) + x(2)h(2) + x(3)h(1) + x(4)h(0)
.
.
.
y(n) = x(0)h(n)+x(1)h(n − 1)+x(2)h(n − 2)+x(3)h(n − 3)+···+x(n)h(0)

Análisis en el dominio del tiempo y la transformada Z
Encontrar la respuesta a un escalón unitario



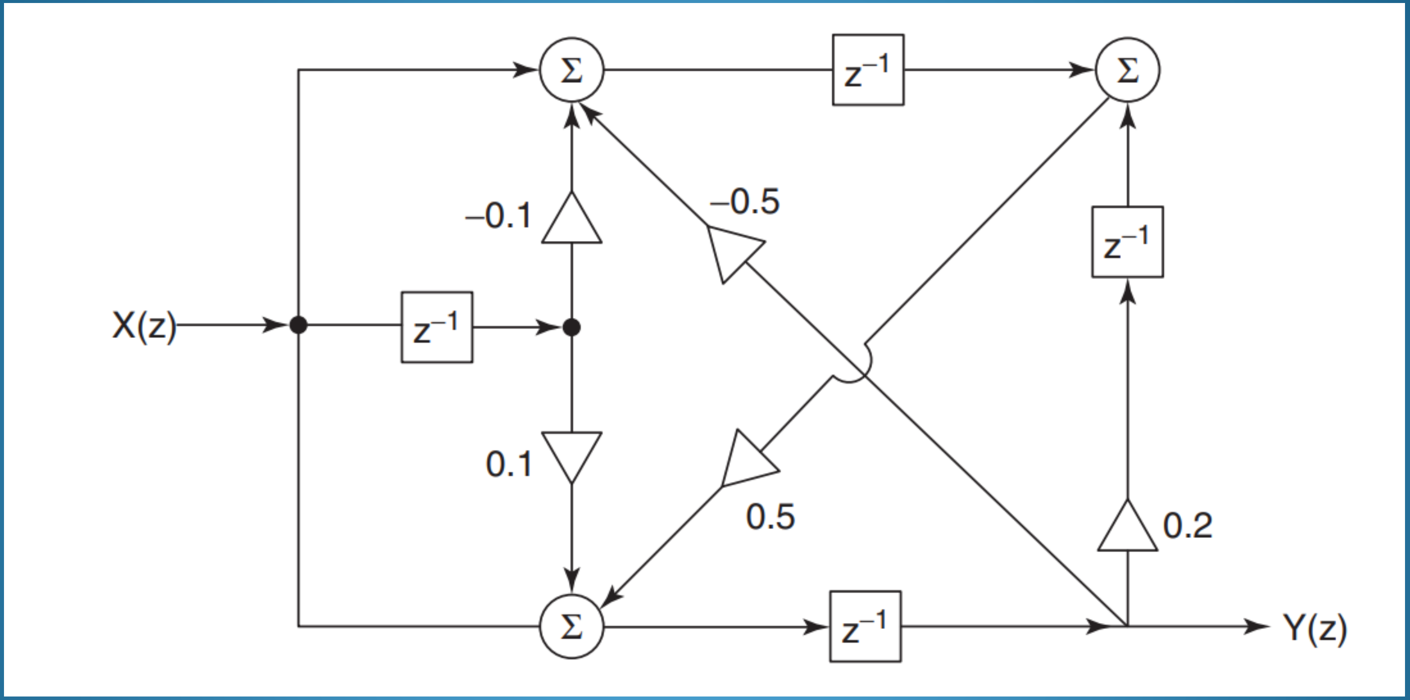
Encontrar la función que relaciona y con x

Análisis en el dominio del tiempo y la transformada Z
Encontrar la respuesta a un escalón unitario



Encontrar la función que relaciona y con x

Análisis en el dominio del tiempo y la transformada Z
Encontrar la respuesta a un escalón unitario



Encontrar la función que relaciona y con x

Análisis en el dominio del tiempo y la transformada Z
Encontrar la respuesta a un escalón unitario

$$G(z) = \frac{z(2z^2 - 11z + 12)}{(z-1)(z-2)^3}$$

X(0)= 0
X(1)= 2
X3= -11
X4= 12
X(5…)=0;

$y(n) = -0.5y(n - 1) + 0.06y(n - 2) + x(n)$

$x(n) = \cos(0.5\pi n)u(n)$ $y(-1) = 0; y(-2) = 0$

Encontrar y(n) para $0 \le n \le 5$

$y(n) + 0.5y(n - 1) + 0.06y(n - 2) = 2x(n) - x(n - 1)$

$y(-1) = 1.5, y(-2) = -1.0$ $x(n) = (0.2)nu(n).$

Encontrar y(4)

Análisis en el dominio del tiempo y la transformada Z
Encontrar la respuesta a un escalón unitario

Encontrar la salida utilizando la suma de convolución $0 \leq n \leq 6$

$$x(n) = \{-0.5\ 0.2\ 0.0\ 0.2\ -0.5\}$$

$$h(n) = \{0.1\ -0.1\ 0.1\ -0.1\}$$