

Sundaramovo síto

A srovnání se sítím Eratosthenovým

Autor: **Marco Souza de Joode**, G. Nad Štolou

26. dubna 2021

Myšlenka

Všechna přirozená čísla jsou buď' sudá nebo lichá. Všechna prvočísla, až na číslo 2, jsou lichá. **Sundaramovo síto** selektivně vybírá složená lichá čísla a odstraňuje je.

Součiny čísel podle parity

Označíme-li si sudá čísla jako S a lichá čísla jako L , pak platí

$$S \cdot S = S$$

$$S \cdot L = S$$

$$L \cdot S = S$$

$$L \cdot L = L$$

protože

$$2n \cdot 2m = 4nm = 2 \cdot 2nm$$

$$2n \cdot (2m + 1) = 4nm + 2n = 2 \cdot (2nm + n)$$

$$(2n + 1) \cdot (2m + 1) = 4nm + 2n + 2m + 1 = 2 \cdot (n + m + 2nm) + 1$$

Složená lichá čísla

Všechna lichá čísla jsou buď prvočísla, nebo čísla složená. Každé liché složené číslo lze zapsat jako

$$\begin{aligned}(2i + 1)(2j + 1) \\&= 4ij + 2i + 2j + 1 \\&= 2\underbrace{(i + j + 2ij)}_U + 1\end{aligned}$$

Základní princip Sundaramova síta

- Mějme $m = \lfloor N/2 \rfloor$
- Pro všechna $i \in \{1, 2, \dots, m\}$ a pro všechna $j \in \{1, 2, \dots, m\}$ nalezněme množinu čísel L , které **nelze** zapsat jako $U = i + j + 2ij$, když $U < m$.
- Všechna lichá prvočísla lze zapsat jako $2U + 1$ pro každé U v množině L .

Optimalizace Sundaramova síta

- Mějme $m = \lfloor N/2 \rfloor$
- Pro všechna $i \in \{1, 2, \dots, m\}$, aby $U = i + j + 2ij < m$, musí platit omezení na j :

$$\begin{aligned}i + j + 2ij &< m \\j(2i + 1) &< m - i \\j &< \frac{m - i}{2i + 1}\end{aligned}$$

a zároveň nemusíme prověřovat $j \leq i$. Pak
 $j \in \{i, i + 1, \dots, \frac{m-i}{2i+1}\}$

- Všechna lichá prvočísla lze zapsat jako $2U + 1$ pro každé U v množině L .