

Spettro di emissione dei gas

Percorso di approfondimento di Laboratorio 2

Marco Zenari

Università di Trento, Dipartimento di fisica

27 Settembre 2021

Abstract

In questa esperienza ho ripetuto l'esperimento di *Kirchhoff* e *Bunsen* utilizzando uno spettrometro che sfrutta la dispersione di un prisma per separare le righe degli spettri di emissione dei gas. Nella prima parte dell'esperienza ho utilizzato una sorgente con righe spettrali tabulate (lampada ad Elio) per caratterizzare il comportamento del prisma secondo la relazione empirica $\eta = (1.589 \pm 0.001) + \frac{(0.0093 \pm 0.0004)\mu m^2}{\lambda^2}$, dove η è l'indice di rifrazione del materiale trasparente che costituisce il prisma e dipende dalla lunghezza d'onda λ della luce incidente. Nella seconda parte dell'esperienza ho invece misurato lo spettro di emissione dell'idrogeno molecolare, osservando quattro righe spettrali a $(644 \pm 22)nm$, $(476 \pm 12)nm$, (455 ± 11) e $(403 \pm 9)nm$. Infine ho fatto un confronto tra le misure dello spettro di emissione che ho fatto e le linee di assorbimento di Fraunhofer dello spettro del Sole. Da questo confronto è emerso che l'idrogeno sembra presente in forma di gas molecolare sulla superficie del sole.

1 Introduzione

Lo scopo di questa esperienza è quello di riprodurre l'esperimento di *Kirchhoff* e *Bunsen* per la misura degli spettri di emissione di alcuni gas tramite l'utilizzo di uno spettrometro. Lo spettro di emissione di un gas è l'insieme delle frequenze della radiazione elettromagnetica emesse dagli elettroni dei suoi atomi quando questi compiono una transizione da uno stato ad energia maggiore ad uno stato ad energia minore. Questi spettri possono essere continui, come nel caso di solidi, liquidi o gas fortemente compressi oppure, come nel caso di questa esperienza, possono essere spettri discreti per gas rarefatti. I gas utilizzati in questa esperienza sono l'elio (He) e l'idrogeno molecolare (H_2). Questi sono posti all'interno di lampade che portandoli all'incandescenza ne provocano l'emissione di fotoni. La radiazione elettromagnetica emessa viene poi studiata con uno spettrometro, che sfrutta il fenomeno della dispersione di un prisma. Il prisma è costituito da un materiale trasparente, il cui indice di rifrazione dipende dalla lunghezza d'onda della radiazione incidente. Il fenomeno della rifrazione della luce che avviene alle interfacce del prisma segue la legge di Snell, e avviene quindi diversamente per onde con lunghezza d'onda diversa. In questo modo, conoscendo la relazione che lega l'indice di rifrazione alla lunghezza d'onda è possibile determinare quest'ultima a partire dall'angolo di deviazione subito dalla luce. Lo stesso risultato potrebbe essere raggiunto tramite l'utilizzo di un reticolo di diffrazione misurando l'angolo a cui si trovano i massimi di intensità e conoscendo la relazione che lo lega alla lunghezza d'onda.

2 Calibrazione dello Spettrometro

L'apparato di misura utilizzato è una versione moderna di quello utilizzato da Kirchhoff e Bunsen, ma che si basa sugli stessi principi fisici. Questo può essere schematizzato come in figura 1, ed è costituito da una lampada a gas utilizzata come sorgente di radiazione, un collimatore con una fenditura che fa sì che i raggi incidenti sul prisma siano paralleli, un prisma e un cannocchiale che funge da oculare. Il prisma e l'oculare sono posti su due goniometri concentrici che permettono la rotazione del cannocchiale e la misura dell'angolo di rotazione. Nella prima parte dell'esperienza mi sono concentrato sulla calibrazione

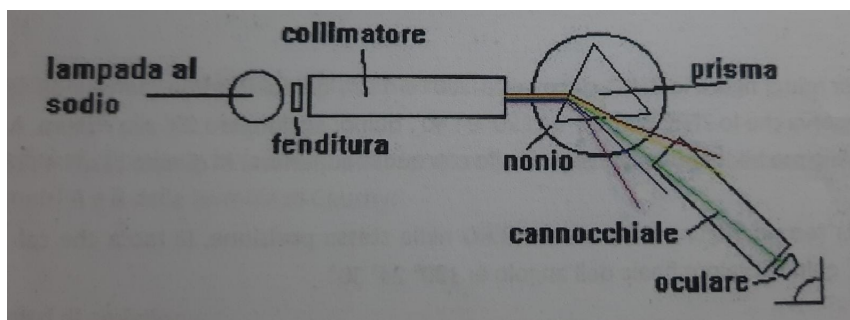


Figure 1: Schematizzazione dell'apparato sperimentale utilizzato.

dell'apparato sperimentale. Per prima cosa ho verificato che tutti gli strumenti dell'apparato fossero complanari e in seguito mi sono dedicato alla messa a fuoco dell'obiettivo. Il cannocchiale è stato messo a fuoco all'infinito, prendendo come riferimento un punto molto lontano (fuori dal laboratorio). Per quanto riguarda il collimatore invece, ho acceso la lampada e ho messo a fuoco la fenditura usando la manopola di regolazione del collimatore stesso. Terminata questa fase e bloccata la posizione del collimatore, ho determinato l'*angolo zero* dell'apparato, ossia l'angolo della direzione del fascio misurato dal goniometro quando non si interpone nessun oggetto fra la sorgente e il cannocchiale. Per migliorare la precisione della misura ho diminuito la larghezza della fenditura. Dopodiché ho inserito il prisma nell'apparato e ne ho misurato l'angolo al vertice, parametro che poi serve nella stima delle lunghezze d'onda degli spettri. Essendo il prisma un triangolo equilatero mi aspetto di ottenere un angolo di circa 60° . Per effettuare questa misura si pone il prisma in modo tale che la luce collimata incida sull'angolo, e si considerano i due raggi che

vengono riflessi, come in figura 2. Da considerazioni di tipo geometrico sappiamo che l'angolo tra i due raggi è pari a due volte l'angolo al vertice. Ottengo come risultato della mia misura $\alpha = 60.17^\circ \pm 0.07^\circ$.

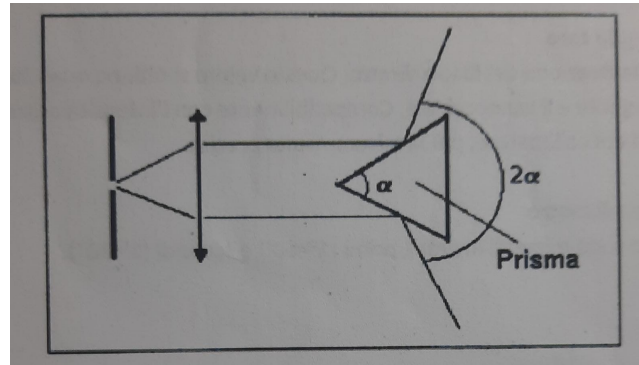


Figure 2: Misura dell'angolo al vertice di un prisma.

3 Misura dell'indice di rifrazione del prisma

Ultimata la fase di calibrazione dell'apparato di misura mi sono concentrato sullo studio della relazione che intercorre tra l'indice di rifrazione del prisma η e la lunghezza d'onda della radiazione incidente λ . Da considerazioni di tipo geometrico e dalla legge di Snell si può scrivere la relazione $\delta = \delta(\theta_{in}, \alpha, \eta)$ che lega l'angolo di incidenza θ_{in} della luce, l'indice di rifrazione η e l'angolo al vertice del prisma α all'angolo che misura la deviazione della luce δ , ossia l'angolo del raggio uscente rispetto all'angolo zero misurato precedentemente.

$$\delta = \theta_{in} - \alpha + \arcsin(\sin \alpha \cdot \sqrt{\eta^2 - (\sin \theta_{in})^2} - \cos \alpha \cdot \sin \theta_{in}) \quad (1)$$

Fissando le condizioni sperimentali si fissano l'angolo α e l'indice di rifrazione η (che nel nostro caso equivale a fissare la lunghezza d'onda $\eta = \eta(\lambda)$) e possiamo riportare in grafico (figura 3) l'andamento dell'angolo di deviazione in funzione dell'angolo di incidenza $\delta = \delta(\theta_{in})$. Dall'andamento espresso in

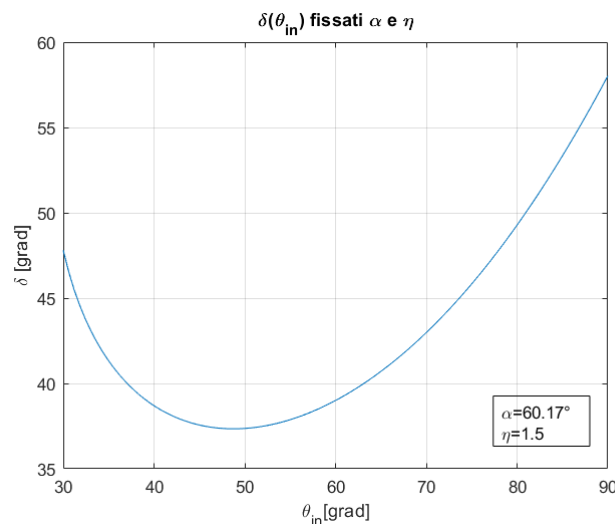


Figure 3: Grafico dell'andamento dell'angolo di deviazione in funzione dell'angolo di incidenza.

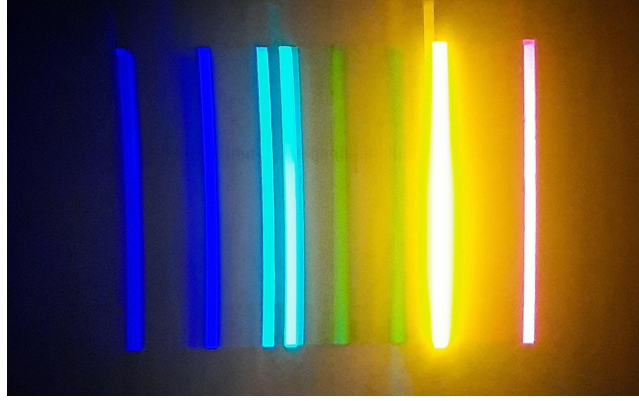


Figure 4: Foto dello spettro di emissione dell'Elio osservato dall'oculare.

figura si evince che esiste un angolo θ_{in} per il quale δ è minimo $\delta = \delta_m$. Tale condizione si può trovare sperimentalmente andando a variare l'angolo di incidenza e osservando lo spostamento della riga spettrale interessata. Quando l'angolo di incidenza si avvicina a quello critico si osserverà che la riga spettrale fermarsi e poi iniziare a muoversi in verso opposto. Se si riesce ad osservare questa inversione e a bloccare l'apparato di misura in tale posizione è possibile misurare l'angolo di deviazione minima δ_m . Una volta misurato l'angolo di deviazione minima si ha che la relazione che lo lega all'indice di rifrazione è:

$$\eta = \frac{\sin \frac{\alpha + \delta_m}{2}}{\sin \frac{\alpha}{2}} \quad (2)$$

A questo punto, per ottenere sperimentalmente $\eta = \eta(\lambda)$, ho utilizzato una lampada ad Elio come sorgente, le cui righe spettrali sono note e riporto in appendice A. Misurando l'angolo di deviazione minima per le righe spettrali dell'elio posso stimare l'indice di rifrazione per le corrispettive lunghezze d'onda. Riporto in tabella (1) le misure raccolte.

Colore	Lunghezza d'onda (nm)	δ_m [grad]	Indice di rifrazione η
Rosso*	706.5	$(47.29 \pm 0.09)^\circ$	1.608 ± 0.001
Rosso	667.8	$(47.39 \pm 0.09)^\circ$	1.609 ± 0.001
Giallo	587.6	$(47.98 \pm 0.09)^\circ$	1.612 ± 0.001
Verde 1	501.6	$(49.03 \pm 0.09)^\circ$	1.626 ± 0.001
Verde 2	492.2	$(49.12 \pm 0.09)^\circ$	1.627 ± 0.001
Blu	471.3	$(49.54 \pm 0.09)^\circ$	1.631 ± 0.001
Blu-violetto	447.1	$(49.96 \pm 0.09)^\circ$	1.635 ± 0.001

Table 1: Misure angoli di deviazione minima per le righe spettrali tarate della lampada ad Elio e corrispondente indice di rifrazione.

Come incertezza sulle misure di angolo considero la somma in quadratura delle incertezze di risoluzione nella lettura del goniometro per la misura dell'angolo zero e per la misura dell'angolo di deviazione stesso. A partire da queste misure, utilizzando la relazione 2, ottengo un campione di misure dell'indice di rifrazione η in funzione della lunghezza d'onda delle righe spettrali λ , riportato anch'esso in tabella 1. L'errore sulla stima dell'indice di rifrazione è ottenuto con la propagazione degli errori sulle misure di α e δ_m . Al fine di caratterizzare meglio la relazione che intercorre tra indice di rifrazione e lunghezza d'onda considero la relazione di Cauchy

$$\eta(\lambda) = A + \frac{B}{\lambda^2} \quad (3)$$

Questa relazione empirica è una valida approssimazione per materiali trasparenti nell'intervallo di frequenze della luce visibile. Introducendo il parametro $\gamma = \frac{1}{\lambda^2}$ la relazione 3 diventa una relazione lineare $\eta = A + B\gamma$. Utilizzando i dati raccolti con la lampada ad elio effettuo una regressione lineare per determinare i parametri A e B del prisma. Riporto nel grafico 5 i dati, il modello e i residui per questa regressione.

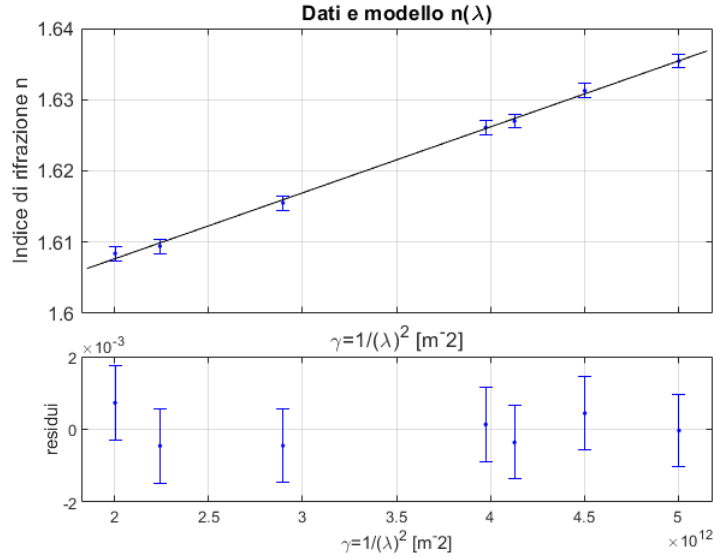


Figure 5: Dati e modello per l'indice di rifrazione η in funzione di $\gamma = \frac{1}{\lambda^2}$ per il prisma utilizzato.

Dalla regressione ottengo i parametri $A = 1.589 \pm 0.001$ e $B = (0.0093 \pm 0.0004) \mu m^2$, e facendo il test del chi quadro ottengo $\chi^2 = 1.3$ con 5 gradi di libertà (7 misure e 2 parametri stimati). I dati raccolti sono compatibili con il modello e i valori di A e B stimati caratterizzano il prisma nel range delle frequenze del visibile, secondo la relazione 3.

4 Misura dello spettro di emissione dell'idrogeno

Nell'ultima parte dell'esperienza mi sono dedicato alla misura dello spettro di emissione dell'idrogeno molecolare H_2 . Per farla, ho sfruttato la tecnica di misura dell'angolo di deviazione minimo illustrata prima e la relazione 2 per determinare l'indice di rifrazione corrispondente alle varie righe spettrali. Utilizzando poi le stime dei parametri A e B del prisma e invertendo la relazione 3 si può determinare la lunghezza d'onda delle righe spettrali:

$$\lambda = \sqrt{\frac{B}{\eta(\lambda) - A}} \quad (4)$$

Riporto in tabella 2 l'angolo di deviazione minima misurato, l'indice di rifrazione e la lunghezza d'onda corrispondenti. Le incertezze su η e λ sono state stimate con la propagazione delle incertezze a partire dagli errori sulle misure dell'angolo δ_m e dalle incertezze sui parametri A e B ottenute dal fit precedente. Noto che l'incertezza relativa sulle misure di lunghezza d'onda è del 2-3% circa. Avrei potuto ottenere delle incertezze relative minori misurando con più precisione gli angoli di deviazione (in figura 5 è evidente la sovrastima delle incertezze nei residui). Infatti, anche per questioni di tempo, mi sono limitato alla misura dei primi di grado mentre il goniometro utilizzato offriva la possibilità di misurare anche i secondi di grado.

δ_m [grad]	Indice di rifrazione η	lunghezza d'onda λ [nm]
$(47.59 \pm 0.09)^\circ$	1.612 ± 0.001	644 ± 22
$(49.41 \pm 0.09)^\circ$	1.630 ± 0.001	476 ± 12
$(49.79 \pm 0.09)^\circ$	1.634 ± 0.001	455 ± 11
$(51.03 \pm 0.09)^\circ$	1.646 ± 0.001	403 ± 9

Table 2: Misure angoli di deviazione minima per le righe spettrali dell'idrogeno, stima dell'indice di rifrazione per la corrispettiva lunghezza d'onda e stima della lunghezza d'onda della riga spettrale.

5 C'è idrogeno sul Sole?

Le stelle, come ad esempio il nostro Sole, emettono radiazione in uno spettro continuo secondo la legge di Planck per l'emissione del corpo nero. Se si osservano sperimentalmente gli spettri tuttavia ci si accorge che per determinate lunghezze d'onda l'intensità misurata è notevolmente minore rispetto a quella predetta dalla legge di Planck. Questo effetto è dovuto alla presenza di gas freddi che circondano la stella e che assorbono la radiazione alle frequenze delle proprie righe di assorbimento, causandone il crollo in intensità. Il primo ad accorgersi di queste linee di assorbimento fu Fraunhofer che le studiò e le catalogò assegnando a ciascuna una lettera. In figura 6 è riportato lo spettro di emissione del sole con le righe di assorbimento. Facendo un breve confronto tra le linee di Fraunhofer, riportate in appendice B, e lo spettro di emissione

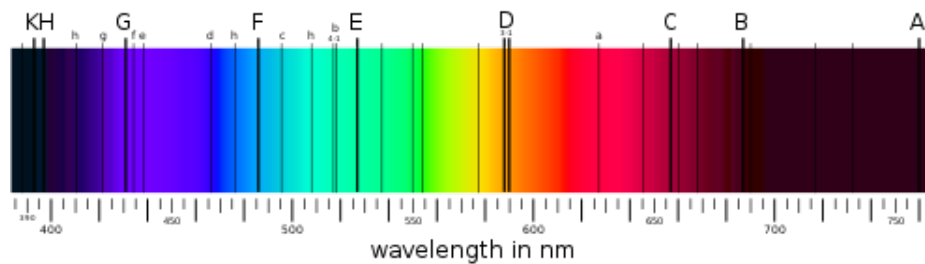


Figure 6: Spettro di emissione del Sole con le righe di assorbimento catalogate con le lettere come da Fraunhofer. Fonte: Wikipedia

dell'idrogeno misurato in laboratorio noto che le righe C, F, G' e h sono compatibili con le mie misure entro l'incertezza sperimentale. Questo suggerisce la presenza di Idrogeno molecolare sulla superficie del Sole.

6 Conclusioni

La prima parte dell'esperienza, nella quale ho calibrato lo spettrometro, è stata la più delicata in quanto inizialmente ho trovato difficoltà nell'osservare le righe di emissione. In seguito, utilizzando una lampada ad Elio con spettro di emissione tabulato, ho caratterizzato l'indice di rifrazione del prisma in funzione della lunghezza d'onda secondo la relazione di Cauchy, ottenendo $\eta = (1.589 \pm 0.001) + \frac{(0.0093 \pm 0.0004) \mu m^2}{\lambda^2}$. Utilizzando questa caratterizzazione ho poi misurato lo spettro di emissione dell'idrogeno molecolare, per mezzo della misura dell'angolo di deviazione minima. Ho misurato quattro righe di emissione nello spettro del visibile e le ho confrontate con le righe di assorbimento che si osservano nella misura dello spettro del Sole. Le mie misure sono risultate compatibili con quelle catalogate da Fraunhofer, suggerendo la presenza di Idrogeno molecolare sulla superficie del Sole. Sarebbe stato interessante effettuare le misure dello spettro di emissione anche per altri gas rarefatti in modo da poter poi fare anche per essi il confronto con le linee di Fraunhofer, tuttavia ciò non è stato possibile per mancanza di tempo.

A Righe spettrali lampada He

Colore	Lunghezza d'onda (nm)
Rosso	667.8
Giallo	587.6
Verde 1	501.6
Verde 2	492.2
Blu	471.3
Blu-violetto	447.1
Rosso*	706.5
Verde*	504.7
Blu*	438.7
Violetto*	402.6

Table 3: Righe spettrali lampada He, * indica le righe deboli.

B Linee di Fraunhofer

Lettera	Lunghezza d'onda [nm]
A	759.4
B	686.7
C	656.3
a	627.7
D1+D2	589
e	546
E2	527
B	517
c	495.7
F	486
d	466.8
e	438
G'	434
G	430
h	410
H	396.8

Table 4: Righe di Fraunhofer catalogate per lettere. Fonte: Wikipedia