Control PID de un Segway

- Marcoc-rasi

Contenido

Introducción ... 1
Objetivo ... 1
Desarrollo ... 1
Obtención de la función de transferencia ... 1
Respuesta en lazo abierto y cerrado ... 3
Conclusiones ... 8
Memoria de calculo ... 8
Bibliografía ... 8

Introducción

El Segway es un vehículo de transporte personal que funciona con un sistema de péndulo invertido conectado a un carro móvil. Naturalmente, el péndulo es no lineal, por lo que para controlarlo usaremos un control proporcional integral derivativo, o por sus siglas PID, linealizando la función en un rango delimitado, controlando el máximo Angulo de giro al cual está expuesto el péndulo.

El péndulo invertido no solo se usa en los segways, ha sido un campo de estudio desde hace mucho tiempo, ya que podemos encontrar este sistema, en robots que quieren caminar bípedos o en el control para mantener la posición vertical de un transbordador espacial en despegue.

Objetivo

Satisfacer los objetivos de control

Diseñar controlador PID que satisfaga los requerimientos: 5% de sobrepaso y 1s de tiempo de asentamiento

Desarrollo

Obtención de la función de transferencia

Empezaremos por trazar el diagrama que contiene a todos los elementos del sistema

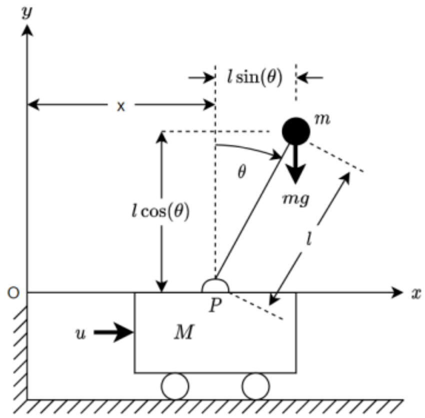
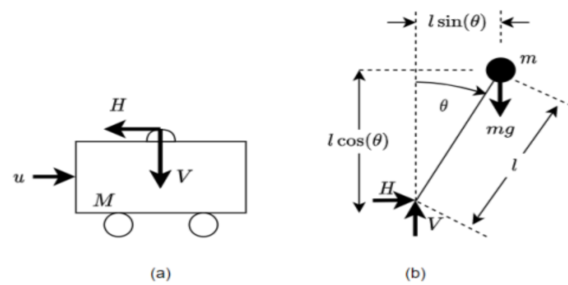


Figura 1 Sistema del péndulo invertido Sistemas separados

Donde:

- M: Masa del carro
- m: Masa del péndulo
- l: Longitud del péndulo
- u: Fuerza aplicada al carro
- P: Punto de articulación
- θ: Ángulo del péndulo respecto a la normal

Podemos entender al péndulo en dos dimensiones ya que solo se mueve en el plano x, y, por lo que podemos representar al vehículo como una sumatoria de fuerzas en X, Y, así como las fuerzas de momento que actúan sobre un cuerpo G.



Para el péndulo

$$\sum F_i = ma_i$$

$$\sum F_j = ma_j$$

$$\sum F_g = Ia_g$$

$$I\ddot{\theta} = Vlsin(\theta) - Hlcos(\theta)$$

$$\sum F_x = ma = m\ddot{x} = m\frac{d^2}{dt^2}(x + lsin(\theta)) = H$$

$$\sum F_x = m\frac{d^2}{dt^2}(lcos(\theta)) = V - mg$$

Para el coche

$$\sum F_x = M\frac{d^2x}{dt^2} = u - H$$

$$\sum F_y = Mg = V$$

Estas ecuaciones son no lineales por lo que el siguiente paso es linealizarlas, delimitando el rango del Angulo θ, ya que sabemos que el objetivo es mantener el péndulo vertical, podemos suponer que el Angulo es muy pequeño, por lo que sin(θ) ≈ θ y cos(θ) = 1 y puesto que la inercia del péndulo I es muy pequeño con respecto a su centro de gravedad se puede aproximar a cero.

$$I\ddot{\theta} = Vl\theta - Hl$$

$$m(\ddot{x} + l\ddot{\theta}) = H$$

$$0 = V - mg$$

A partir de estas ecuaciones se obtiene el modelo matemático del sistema

$$(M + m)\ddot{x} + Ml\ddot{\theta} = u$$

$$ml^2\ddot{\theta} + ml\ddot{x} = mgl\theta$$

Con el algebra suficiente aplicada en estas ecuaciones obtendremos la función de transferencia la cual tiene la siguiente forma

$$ml\ddot{\theta} = g\theta(M + m) - u$$

Convirtiéndola por Laplace

$$mls^2\theta(s) = (M + m)g\theta(s) - U(s)$$

Finalmente despejando la función de transferencia

$$\frac{\theta(s)}{-U(s)} = \frac{1}{Mls^2 - (M+m)g} = \frac{1}{Ml(s + \sqrt{\frac{M+m}{Ml}g})(s - \sqrt{\frac{M+m}{Ml}g})}$$

Dado que el sistema contiene un polo positivo y polo negativo podemos ver que el sistema en lazo abierto es inestable por lo que podemos aplicar control para controlar el Angulo del péndulo y la posición del coche.

Respuesta en lazo abierto y cerrado

Un sistema en lazo abierto es aquel que no contempla las variaciones que puede tener ni las posibles perturbaciones externas que puedan aparecer en un momento dado, esto debido a que no tiene retroalimentación. Para jugar con la función de transferencia se tienen que determinar algunas de las variables del modelo, de preferencia con datos de un segway de verdad por lo que tome los datos de un trabajo de fin de grado de una universidad.

Tabla 1

Parámetro [Representación]	Valor [Unidades]
Masa del carro [M]	2.4 [Kg]
Masa del péndulo [m]	0.23 [Kg]

Longitud del péndulo [l]	0.3 [m]
Gravedad [g]	9.81 $[\frac{m}{s^2}]$
Inercia del péndulo [I]	0.0017 $[Kg * m^2]$

El LGR de esta función en lazo abierto luce así con una ganancia unitaria, figura 2

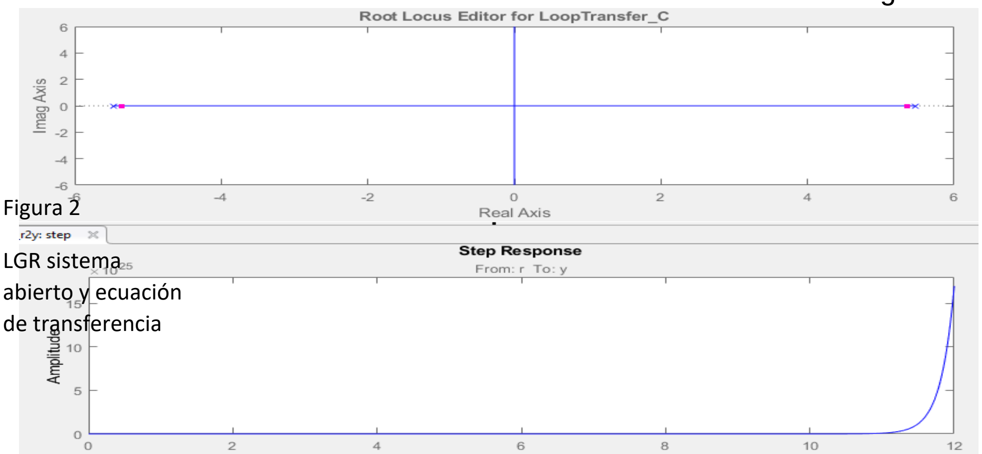
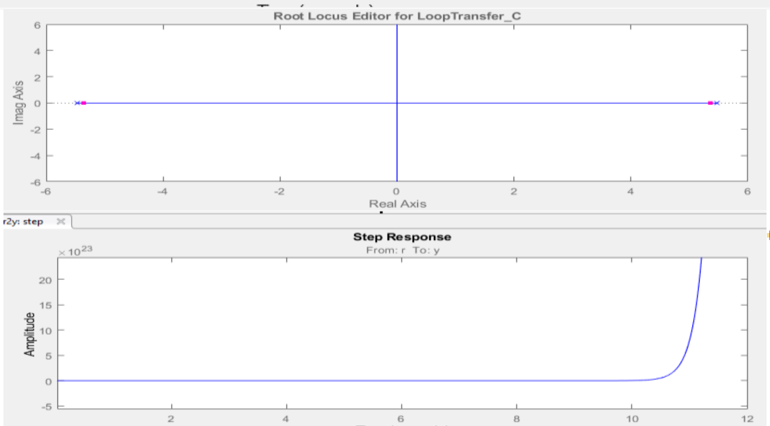


Figura 2

LGR sistema abierto y ecuación de transferencia

```
gLazoCerrado =

    1.157
  ----------
  s^2 - 28.7
```




```
gLazoAbierto =

     1.157
  -----------
  s^2 - 29.86
```

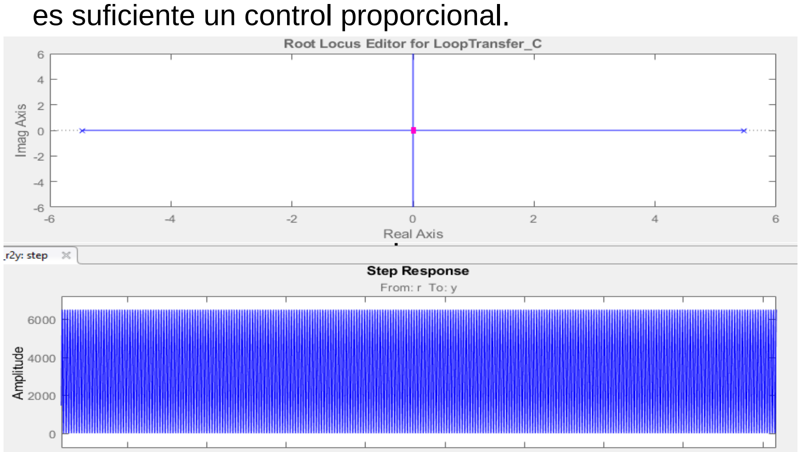
En esta figura 3 podemos observar que con una ganancia de 25.808 el sistema ya es marginalmente estable, oscilando hasta el infinito

Figura 3

LGR sistema abierto y ecuación de transferencia

Con k = 25.808

Ya que observamos que el sistema es inestable, graficamos el sistema en lazo cerrado el cual no cambia mucho el LGR (figura 4), ya que la función g(s) no cambia demasiado, con ganancia unitaria, lo cual demuestra que para controlar esta función de transferencia no es suficiente un control proporcional.




```
Tunable Block
Name: C
Sample Time: 0
Value:
  25.808
```

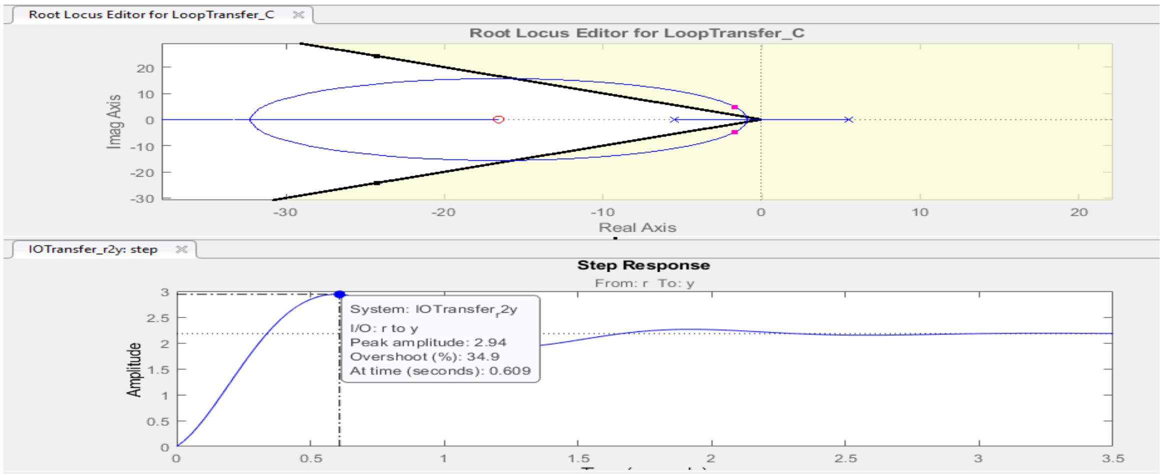
Figura 4

LGR sistema cerrado y función de transferencia

Sintonizamos el controlador PD con su 5 porciento de sobrepaso, y agregamos el diferenciador figura 5.

Figura 5

LGR sistema cerrado. Sintonización PD con 5% sobrepaso

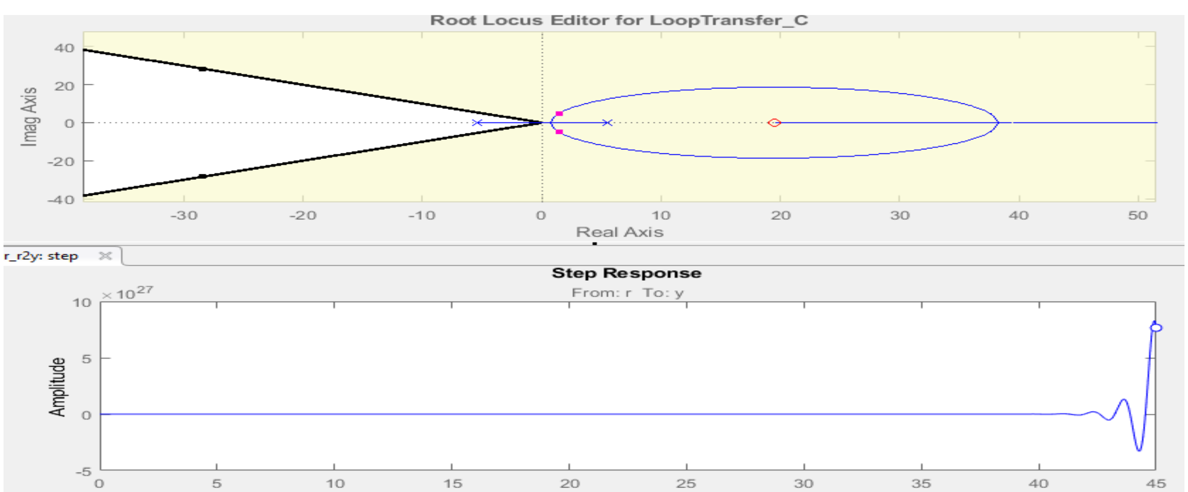


Al agregar el cero al LGR, cambia por completo, se agregó la restricción de 5% de sobrepaso, y ahora si pasamos por esa zona. El LGR ensancha el diámetro de la elipse al colocar el cero el semiplano izquierdo más alejado del cero, mientras que si lo volvemos positivo cambia el LGR hacia el semiplano derecho volviendo inestable el sistema fig. 6

Figura 6

LGR sistema cerrado. Sintonización PD con 5% sobrepaso

En la siguiente toma sintonizamos, logramos casi el 5% de sobrepaso, y además un tiempo de asentamiento de 1s. casi lo logramos con un Ts = 0.954 y un sobrepaso de 6.62, la única desventaja es que presentamos un error ya que queremos conseguir un ángulo 0 al querer conseguir que el péndulo invertido siempre quede vertical, y en este caso el ángulo queda desfasado 2 rad. FIGURA 7



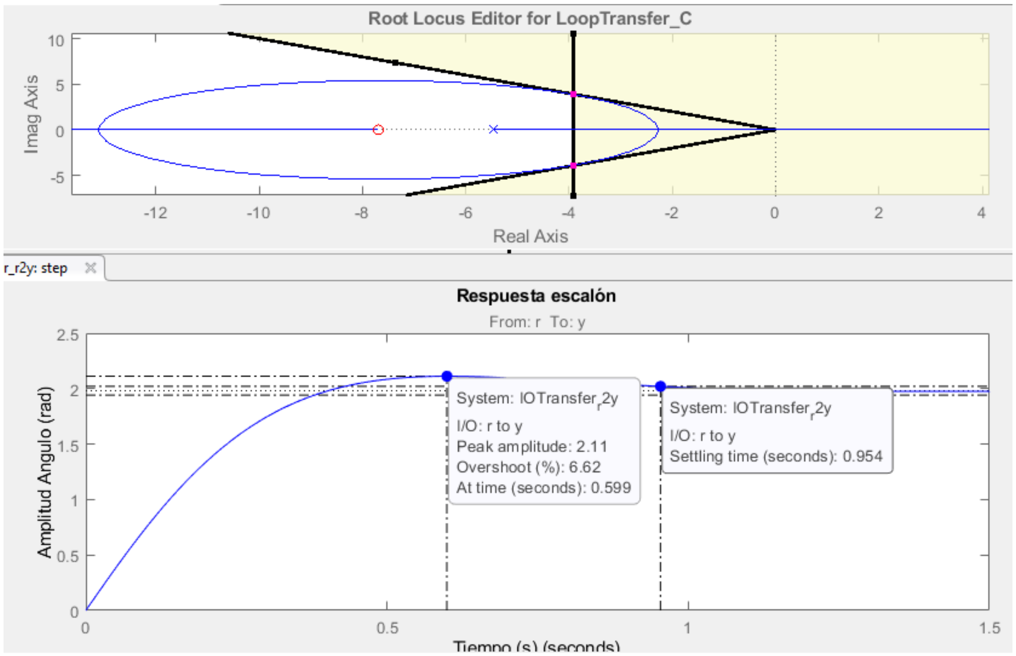


Figura 7

LGR sistema cerrado. Sintonización PD con 5% sobrepaso

Ts = 1s

Ahora vamos a sintonizar la parte integradora, primero agregamos un integrador puro para ver como se comporta el sistema, en la figura 8 debajo se observa como nos modifica el LGR

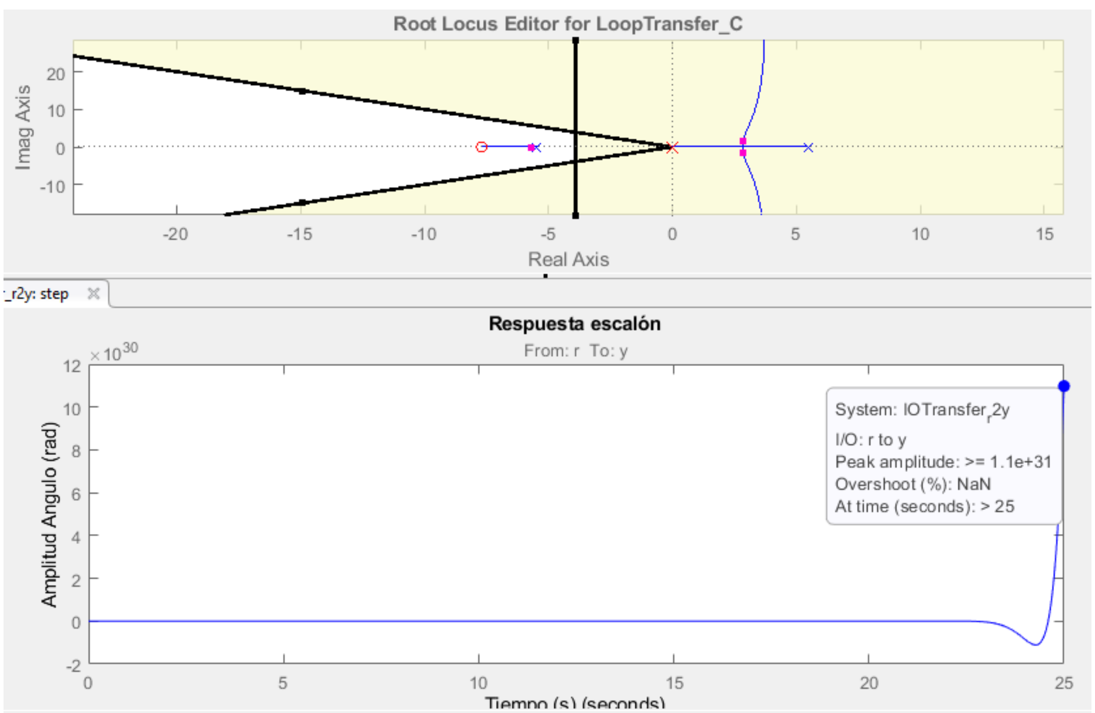


Figura 8

LGR sistema cerrado. Sintonización PID con 5% sobrepaso

Ts = 1s

La respuesta se vuelve inestable y el LGR nos dice que los parámetros que queremos alcanzar no son factibles, por eso agregamos un cero para volver a modificar el LGR fig. 9

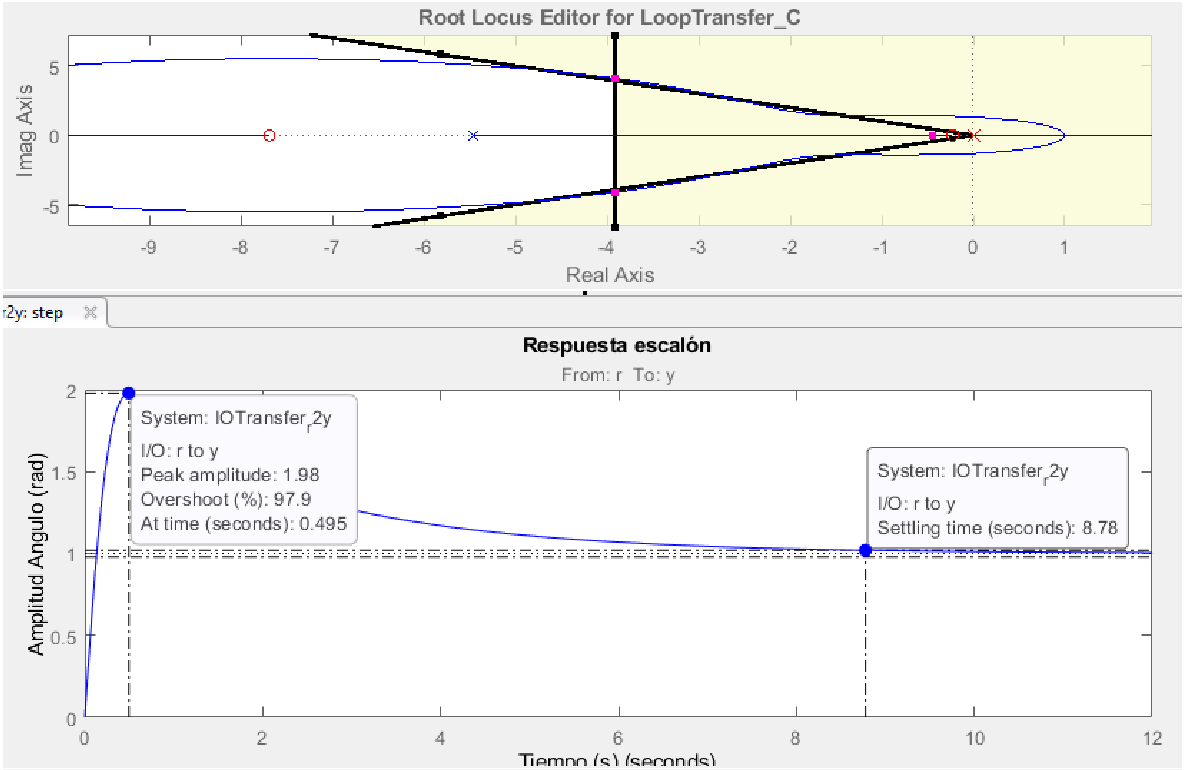


Figura 9

LGR sistema cerrado. Sintonización PID con 5% sobrepaso

Ts = 1s

Agregando un cero

Al mover el cero modificamos el comportamiento del LGR pero a pesar de pasar la ganancia por el lugar especificado ninguno de los parámetros objetivos se cumplen por lo que voy a mover el polo integrador para mejorar la respuesta. Fig. 10

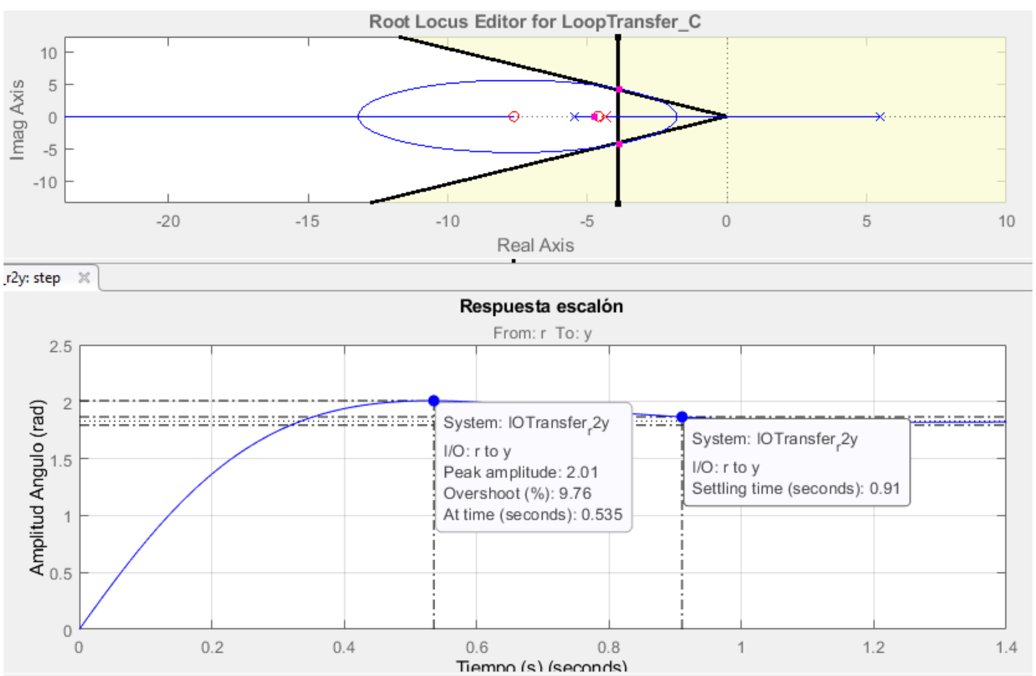


Figura 10

LGR sistema cerrado. Sintonización PID con 5% sobrepaso

Ts = 1s

Moviendo integrador

Conclusiones

La respuesta no mejoro por lo que el control sigue presentando un error bastante grande ya que consideramos que el péndulo tiene que estar vertical, y desface de 2 radianes equivale a 114 grados aprox, por lo que el segway nos tiraría, debido a que no se consiguieron los objetivos de control podemos decir que no es posible para el sistema conseguir un tiempo de asentamiento de 1s y un sobrepaso del 5%.

Puedo decir que para este estudio nos quedan dos posibilidades, la primera tomar el PID con el cero extra lo cual no deja con un error de dos radianes, ya que sabemos que tamaño tiene el error podemos sumarlo o restarlo según sea el caso, y llegar a la posición que queremos. Esta opción nos asegura el porcentaje y tiempo de asentamiento que necesitamos.

El segundo caso seria lo mismo, solo que consideramos el integrador puro ya que este tenía un error de solo 1 radian, equivalente a 57.29°, por lo que es un error mas aceptable, el problema es que el porcentaje de sobrepaso es muy alto, así como el tiempo de asentamiento, por lo que me inclino por la primera opción.

Memoria de calculo

Programa matlab

```
syms kk s
%Dibujo del LGR
%Variables
k = 1;
M = 2.4;
m = 0.23;
l = 0.36;
g = 9.81;
%Numerador G(s)
num =[k/(M*l)];

%Denominador G(s)
den = [1 0 -(m+M)*g/(M*l)];

%Funcion de transferencia lazo abierto
gLazoAbierto = tf(num,den)

%Funcion de transferencia lazo cerrado
gLazoCerrado = feedback(gLazoAbierto,1)

%Imagen LGR lazo abierto
figure('Name',"LGR lazo abierto");
rlocus(gLazoAbierto)

%Imagen LGR lazo cerrado
figure('Name',"LGR lazo cerrado");
rlocus(gLazoCerrado)

%Imagen Respuesta escalon lazo cerrado
figure('NAME',"Respuesta escalon lazo cerrado");
step(gLazoCerrado)

%Simulacion
sisotool (gLazoAbierto)
```

Bibliografía

- Luis Geovanny Triviño Macías. septiembre 2020. Modelado, simulación y control de un péndulo invertido, https://ddd.uab.cat/pub/tfg/2020/234238/TFG_LuisGeovannyTrivinoMacias.pdf
- Juan Sebastián Vargas Méndez. 2021. Estudio de un modelo de robot con auto balanceo, https://repositorio.uniandes.edu.co/bitstream/handle/1992/51626/23476.pdf?sequence=1
- K. Ogata, Dinámica de sistemas, Prentice Hall, 1987. 6. K.
- Ogata, Ingeniería de control moderna, Pearson, 2010.
- Nise, N. (2011). PID controller design. En Control systems engineering (págs. 482-486). Wiley