

Eksamenopgaver

Rong Fu

aug 2023

Spørgsmål 4 - Eulers Metod

Der er 3 delopgaver i alt, og du skal prøve at løse så mange du kan. Du skal ikke blive overrasket hvis du ikke kan nå at lave komplette løsninger til dem alle. Du kan også fortælle os hvordan du evt. ville have løst dem, hvis du ikke har tid til at skrive det.

De fleste avancerede differentialligninger har imidlertid ikke en analytisk løsning. I stedet må man bestemme løsninger med såkaldte numeriske metoder. En numerisk metode bestemmer løsningen som en række punkter, der tilsammen kan tegne løsningskurver. Eulers metod er en af de numerisk metoder, der give os mulighed for at tilnærme løsninger til differentialligninger.

I denne opgave skal i implementere Eulers metode og bruge den til at udlede den numeriske løsning til formlen

$$y' = 2 - e^{-4x} - 2y \quad (1)$$

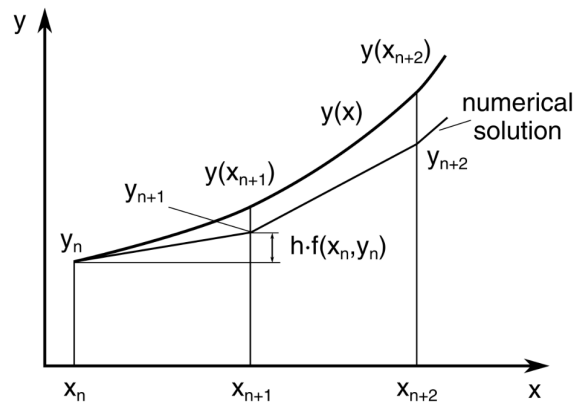
I det udleveret program skal du

1. Færdiggør funktionen **dy**, der beregner værdien af y' i formlen (1). Dvs. du skal implementere en funktion **dy**, som tager x og y som input argumenter og returnere værdien af y' ved at benytte formelen (1).
2. Nedenfor er der pseudokoden af Eulers metoden, som beregner tilnærmet værdien y_{n+1} ved at bruge

$$y_{n+1} = y_n + h * dy(x_n, y_n)$$

Færdiggør funktionen **eulermethod** ifølge pseudokoden.

```
1 function eulermethod(x0, y0, n, h):
2     x = empty array of length n
3     y = empty array of length n
4     x[0] = x0
5     y[0] = y0
6     for j from 0 to (n-1) do:
```



```

7         y[j+1] = y[i] + h*dy(x[j], y[j])
8         x[j+1] = x[j] + h
9     end
10    return x, y
11

```

3. Test din koden fra trin 2 med input

$$x_0 = 0, y_0 = 1, n = 100, h = 0.1$$

og

$$x_0 = 0, y_0 = 1, n = 100, h = 0.01$$

Lav en plot ved at benytte array x og y fra spørgsmål 2 som 1. og 2. koordinater.

4. Den rigtige løsning af ligning (1) er givet ved formlen (2) og den er implementeret i funktionen **y_real**. Overvej og evt. udvid din kode til at illustrere hvor godt den numeriske resultater er i forhold til de rigtige løsninger.

$$y(x) = 1 + \frac{1}{2}e^{-4x} - \frac{1}{2}e^{-2x} \quad (2)$$

```

1 import math
2 import numpy as np
3 import matplotlib.pyplot as plt
4
5 def dy(x,y):
6     # TODO: Spr 1
7     delta_y=0
8     return delta_y
9
10 def y_real(x):
11     return 1 + 1/2*math.e**(-4*x)- 1/2*math.e**(-2*x)
12
13 def eulermethod(x0, y0, n, h):
14     # TODO: spr 2
15     return
16
17 def test(x,y):
18     #TODO: spr 3
19     plt.plot(x,y)

```