

PEC 1. 22 de Marzo de 2012

1.- (0,75 ptos.) Decir si las siguientes afirmaciones son ciertas o falsas razonando adecuadamente la respuesta:

- a) La fórmula  $\exists X p(X) \rightarrow p(a)$  es válida.
- b) Sea  $S$  un conjunto de cláusulas del Cálculo Proposicional y supongamos que un literal  $l$  aparece en alguna cláusula de  $S$  y que  $l^c$  no aparece en ninguna cláusula de  $S$ . Sea  $S'$  la forma clausal obtenida a partir de  $S$  eliminando todas las cláusulas en las que aparece  $l$ . Entonces,  $S \approx S'$ .

2.- (0,75 ptos.) Estudiar la validez de la fórmula

$$((p \rightarrow q) \rightarrow r) \rightarrow (q \rightarrow r)$$

mediante el uso de tableros semánticos.

3.- (0,75 ptos.) ¿De las fórmulas

$$\forall X \forall Y [p(X) \rightarrow r(X, Y)],$$

$$\exists X \exists Y [\neg(\neg q(Y) \vee r(X, Y))] \text{ y}$$

$$\forall X \exists Y [p(X) \vee s(X, Y)],$$

se deduce  $\exists X \exists Y r(X, Y)$ ? Usar resolución para responder a la pregunta.

4.- (0,75 ptos.) Sea  $P$  el programa lógico dado por:

$$C_1 = p(X, Y) \leftarrow q(Z, X), r(Z, V), q(V, Y).$$

$$C_2 = p(X, Y) \leftarrow q(Z, Y), r(Z, V), q(V, X).$$

$$C_3 = q(a, c). \quad C_4 = q(a, d). \quad C_5 = r(a, b).$$

$$C_6 = r(b, a). \quad C_7 = q(b, e).$$

Computar las respuestas correctas para la pregunta  $\leftarrow p(c, Y)$  usando resolución SLD a la Prolog.

# ENCUENTRA LAS TECNOLOGÍAS

Encuentras las 16 tecnologías que necesitas  
saber para ser un futuro programador



Cuando encuentres todas las palabras...  
¡Sube una foto a redes sociales  
mencionándonos!

Haz tus prácticas en Wuolah  
por 900 eurazos al mes



1.  $\neg(\exists x p(x) \rightarrow p(a))$  No es Válida

$$\downarrow$$

$$\exists x p(x), \neg p(a)$$

$$\downarrow$$

$$p(b), \neg p(a)$$

○

2.  $\neg(((p \rightarrow q) \rightarrow r) \rightarrow (q \rightarrow r))$

$$\downarrow$$

$$((p \rightarrow q) \rightarrow r), \neg(q \rightarrow r)$$

$$\downarrow$$

$$((p \rightarrow q) \rightarrow r), q, \neg r$$

$$\downarrow$$

$$\neg(p \rightarrow q) \vee r, q, \neg r$$

$$\swarrow$$

$$\neg(p \rightarrow q), q, r$$

$$\searrow$$

$$r, q, \neg r$$

x

$$\downarrow$$

$$p, \neg q, q, r$$

x

$$3. \quad \forall x \forall y [p(x) \rightarrow r(x, y)]$$

$$\exists x \exists y [\neg (\neg q(y) \vee r(x, y))] ]$$

$$\forall x \exists y [p(x) \vee s(x, y)]$$

$$\neg \exists x \exists y r(x, y) \quad ; \quad \forall x \forall y \neg r(x, y)$$

$$c1: p(x) \rightarrow r(x, y)$$

$$c2: \neg (\neg q(b) \vee r(a, b))$$

$$c3: p(x) \vee s(x, f(x))$$

$$c4: \neg r(x, y)$$

$$c1: \neg p(x) \vee r(x, y)$$

$$c2: q(b)$$

$$c3: \neg r(a, b)$$

$$c4: p(x) \vee s(x, f(x))$$

$$c5: \neg r(x, y)$$

$$c6: \text{Res}(c1, c4) = r(x, y) \vee s(x, f(x))$$

$$c7: \text{Res}(c6, c5) = s(x, f(x))$$

No se deduce  $\exists x \exists y r(x, y)$

**BNXT****10€  
GRATIS****AL ACTIVAR TU  
TARJETA BNEXT**

PEC 1 2012 MODELO A

$$4. \quad C_1 = p(x, y) \leftarrow q(z, x), r(z, v), q(v, y).$$

$$C_2 = p(x, y) \leftarrow q(z, y), r(z, v), q(v, x).$$

$$C_3 = q(a, c).$$

$$C_4 = q(a, d).$$

$$C_5 = r(a, b).$$

$$C_6 = r(b, a).$$

$$C_7 = q(b, e).$$

PREGUNTA:  $\leftarrow p(a, y)$ 

$$\leftarrow p(c, T)$$

$$C_1 \downarrow \{x \leftarrow c, y \leftarrow T\}$$

$$\leftarrow q(z, c), r(z, v), q(v, T)$$

$$C_3 \downarrow \{z \leftarrow a\}$$

$$\leftarrow r(a, v), q(v, T)$$

$$C_5 \downarrow \{v \leftarrow b\}$$

$$\leftarrow q(b, T)$$

$$C_7 \downarrow \{T \leftarrow e\}$$

$$\leftarrow q(b, e)$$

$$\downarrow$$

$$\square \text{ Éxito } \{T \leftarrow e\}$$

$$\leftarrow p(c, T)$$

$$C_2 \downarrow \{x \leftarrow c, y \leftarrow T\}$$

$$\leftarrow q(z, T), r(z, v), q(v, c)$$

$$C_3 \downarrow \{z \leftarrow a, T \leftarrow c\}$$

$$\leftarrow r(a, v), q(v, c)$$

$$C_5 \downarrow \{v \leftarrow b\}$$

$$\leftarrow q(b, c)$$

Fallo

$$C_4 \downarrow \{z \leftarrow a, T \leftarrow d\}$$

$$\leftarrow r(a, v), q(v, c)$$

$$C_5 \downarrow \{v \leftarrow b\}$$

$$\leftarrow q(b, c)$$

Fallo

$$C_7 \downarrow \{z \leftarrow b, T \leftarrow e\}$$

$$\leftarrow r(b, v), q(v, c)$$

$$C_6 \downarrow \{v \leftarrow a\}$$

$$\leftarrow q(a, c)$$

$$\downarrow$$
  

$$\square \text{ Éxito } \{T \leftarrow e\}$$

Solución: 2 respuestas correctas

$$\{T \leftarrow e\}$$

$$\{T \leftarrow e\} \text{ y dos de fallos}$$

**PEC 1. 22 de Marzo de 2012**

1.- (0,75 ptos.) Decir si las siguientes afirmaciones son ciertas o falsas razonando adecuadamente la respuesta:

- a) Sea  $A(X_1, \dots, X_n)$  una fórmula sin cuantificadores y sin símbolos de función. Entonces, la fórmula

$$\forall X_1 \dots \forall X_n A(X_1, \dots, X_n)$$

es satisfacible si y solo si es satisfacible para una interpretación cuyo dominio se reduce a un único elemento.

- b) Sea  $C = \{l\} \in S$  una cláusula unitaria y sea  $S'$  la forma clausal obtenida de  $S$  eliminando las cláusulas que contienen a  $l$  y eliminando  $l^c$  de las restantes. Entonces,  $S \approx S'$ .

2.- (0,75 ptos.) Probar la validez de la fórmula

$$(\neg p \wedge q \wedge (\neg p \rightarrow (q \rightarrow r)) \wedge ((q \wedge r) \rightarrow s)) \rightarrow s$$

mediante el uso de tableros semánticos.

3.- (0,75 ptos.) ¿De las fórmulas

$$\forall X \forall Y (\neg p(X) \vee r(X, Y)),$$

$$\neg(\forall X \forall Y (q(Y) \rightarrow r(X, Y))) \text{ y}$$

$$\forall X \exists Y (p(X) \vee s(X, Y)),$$

se deduce  $\exists X \exists Y r(X, Y)$ ? Usar resolución para responder a la pregunta.

4.- (0,75 ptos.) Sea  $P$  el programa lógico dado por:

$$C_1 = p(X, Z) \leftarrow q(X, Y), p(Y, Z).$$

$$C_2 = p(X, X).$$

$$C_3 = q(a, b).$$

Computar las respuestas correctas para la pregunta  $\leftarrow p(X, b)$  usando resolución SLD a la Prolog.

2.

$$\neg((\neg p \wedge q \wedge (\neg p \rightarrow (q \rightarrow r))) \wedge ((q \wedge r) \rightarrow s)) \rightarrow s$$

$$\neg p \wedge q \wedge (\neg p \rightarrow (q \rightarrow r)) \wedge ((q \wedge r) \rightarrow s) \wedge \neg s$$

$$\neg p, q, \neg p \rightarrow (q \rightarrow r), (q \wedge r) \rightarrow s, \neg s$$

$$\neg p, q, p \vee (q \rightarrow r), (q \wedge r) \rightarrow s, \neg s$$

$$\neg p, q, p, (q \wedge r) \rightarrow s, \neg s$$

X

$$\neg p, q, (q \rightarrow r), (q \wedge r) \rightarrow s, \neg s$$

$$\neg p, q, \neg q \vee r, (q \wedge r) \rightarrow s, \neg s$$

$$\neg p, q, q, (q \wedge r) \rightarrow s, \neg s$$

X

$$\neg p, q, r, (q \wedge r) \rightarrow s, \neg s$$

$$\neg p, q, r, \neg(q \wedge r) \vee s, \neg s$$

$$\neg p, q, r, \neg(q \wedge r), \neg s$$

$$\neg p, q, r, \neg q \vee \neg r, \neg s$$

$$\neg p, q, r, \neg q, \neg s$$

X

$$\neg p, q, r, \neg r, \neg s$$

X

Sí es válida

$$3. \quad \forall x \forall y (\neg p(x) \vee r(x, y)) \\ \neg (\forall x \forall y (q(y) \rightarrow r(x, y))) \\ \forall x \exists y (p(x) \vee s(x, y)) \\ \neg \exists x \exists y r(x, y)$$

$$F1 \wedge F2 \wedge F3 \wedge \neg F4 \rightarrow Q$$

$$C_1: \neg p(x) \vee r(x, y)$$

$$\exists x \exists y \neg (q(y) \rightarrow r(x, y))$$

$$\exists x \exists y (q(y) \wedge \neg r(x, y))$$

$$q(b) \wedge \neg r(a, b)$$

$$C_2: q(b)$$

$$C_3: \neg r(a, b)$$

$$C_4: p(z) \vee s(z, f(z))$$

$$C_5: \neg r(T, U)$$

$$C_6: \text{Res}(C_1, C_3) = \neg p(a)$$

$$\{x \leftarrow a, y \leftarrow b\}$$

$$C_7: \text{Res}(C_1, C_4) = r(x, y) \vee s(x, f(x))$$

$$\{z \leftarrow x\}$$

$$C_8: \text{Res}(C_1, C_5) = \neg p(x)$$

$$\{T \leftarrow x, U \leftarrow y\}$$

$$C_9: \text{Res}(C_3, C_2) = s(a, f(a))$$

$$\{x \leftarrow a, y \leftarrow b\}$$

$$C_{10}: \text{Res}(C_4, C_6) = s(a, f(a))$$

$$\{z \leftarrow a\}$$

$$C_{11}: \text{Res}(C_4, C_8) = s(z, f(z))$$

$$\{x \leftarrow z\}$$

⋮



**BNXT****10€  
GRATIS****AL ACTIVAR TU  
TARJETA BNEXT**

EJEMPLO 3.13 PÁG. 47 | MARZO 2012 MODELO A

PEC 1 MARZO 2012 MODELO B

$$4. C_1 = p(x, z) \leftarrow q(x, y), p(y, z)$$

$$C_2 = p(x, x).$$

$$C_3 = q(a, b).$$

$$\text{PREGUNTA} \leftarrow p(x, b)$$

$$\leftarrow p(T, b)$$

$$C_1 \downarrow \{x \leftarrow T, z \leftarrow b\} \quad C_2 \downarrow \{T \leftarrow b\}$$

$$\leftarrow q(T, y), p(y, b)$$

$$\text{D} \quad \underline{\underline{\text{Éxito } \{T \leftarrow b\}}}$$

$$C_3 \downarrow \{T \leftarrow a, y \leftarrow b\}$$

$$p(b, b)$$

$$C_2 \downarrow \{x \leftarrow b\}$$

D

$$\underline{\underline{\text{Éxito } \{T \leftarrow a\}}}$$

Soluciones

$$T \leftarrow a$$

$$T \leftarrow b$$

Examen Extraordinario. 29 de Junio de 2012

1.- (2 ptos.) Se pide:

- a) Demostrar que si  $C_1$  y  $C_2$  son cláusulas (del cálculo proposicional) generatrices, su resolvente es satisfacible si y solo  $C_1$  y  $C_2$  son simultáneamente satisfacibles.
- b) Dar un ejemplo que demuestre que el hecho de que dos  $\lambda$ -términos sean iguales no implica que uno de los dos se reduzca al otro.

2.- (1 pto.) Utilizar tableros semánticos para probar la validez de la fórmula:

$$(\forall X(p(X) \wedge q(X))) \leftrightarrow (\forall X p(X) \wedge \forall X q(X))$$

3.- (1 pto.) Las listas se pueden codificar, empleando el Cálculo de Predicados, mediante una función . de aridad 2, y una constante *nil*, la lista vacía, de manera que: una lista con un elemento se representa mediante  $.(a, nil)$ , con dos elementos  $.(a, .(b, nil))$ , ... y así sucesivamente. Definir un procedimiento lógico *append* de aridad 3 que tome valor cierto si el tercer elemento es la concatenación de los dos primeros.

Llevar a cabo resolución SLD a la Prolog, para obtener las dos primeras respuestas correctas a la pregunta:

$$\leftarrow \text{append}(Y, Z, .(a, .(b, .(c, nil))))$$

4.- (1 pto.) Probar que el  $\lambda$ -término  $\Theta$  definido por:

$$\begin{aligned} A &\equiv \lambda xy.y(xxy) \\ \Theta &\equiv AA \end{aligned}$$

es un combinador de punto fijo. Usando  $\Theta$ , definir un  $\lambda$ -término que calcule el resto de la división de dos números naturales positivos codificados a la Church. (**Nota:** No hace falta redefinir todos los  $\lambda$ -términos involucrados que ya hayan sido definidos en clase.)

5.- (1 pto.) Demostrar que el siguiente programa, que toma como entrada un entero  $a$  y una lista de enteros  $L$ , devuelve una lista que es la lista  $L$  una vez eliminadas todas las apariciones de  $a$  en la misma (corrección parcial) (**NOTA:** Se asume que se dispone de las funciones correctas *reverse*, *cons*, *hd* y *tl*):

```
{T}
  L1:=reverse(L); L2:= nil;
  mientras (L1 ≠ nil) hacer
    si hd(L1)= a entonces L1:= tl(L1)
    si no L2:=cons(hd(L1),L2); L1:=tl(L1)
  fsi
fmientras
{L2 = eliminar(a, L)}
```

PEC 1 JUNIO 2012

2.  $(\forall x (p(x) \wedge q(x))) \leftrightarrow (\exists x p(x) \wedge \forall x q(x))$

$$\neg((\forall x (p(x) \wedge q(x))) \leftrightarrow (\exists x p(x) \wedge \forall x q(x)))$$

$$\neg((\exists x p(x) \wedge \forall y q(y)) \rightarrow (\forall z (p(z) \wedge q(z))))$$

$$\forall x p(x) \wedge \forall y q(y), \neg \forall z (p(z) \wedge q(z))$$

$$\forall x p(x) \wedge \forall y q(y), \exists z (\neg p(z) \vee \neg q(z))$$

$$\forall x p(x), \forall y q(y), \neg p(a) \vee \neg q(a) \quad | a |$$

$$\forall x p(x), \forall y q(y), \neg p(a) \quad | a |$$

$$\forall x p(x), \forall y q(y), \neg q(a) \quad | a |$$

$$\forall x p(x), \forall y q(y), p(a), q(a), \neg p(a) \quad \times$$

$$\forall x p(x), \forall y q(y), p(a), q(a), \neg q(a) \quad \times$$

$\times$

$\times$

$$\neg((\forall x (p(x) \wedge q(x))) \rightarrow (\exists x p(x) \wedge \forall y q(y)))$$

$$\forall x (p(x) \wedge q(x)), \neg(\exists x p(x) \wedge \forall y q(y))$$

$$\forall x (p(x) \wedge q(x)), \neg \forall x p(x) \vee \neg \forall y q(y)$$

$$\forall x (p(x) \wedge q(x)), \neg \forall x p(x)$$

$$\forall x (p(x) \wedge q(x)), \exists x \neg p(x)$$

$$\forall x (p(x) \wedge q(x)), \neg p(a) \quad | a |$$

$$\forall x (p(x) \wedge q(x)), p(a), q(a), \neg p(a) \quad \times$$

$\times$

$$\forall x (p(x) \wedge q(x)), \neg \forall y q(y)$$

$$\forall x (p(x) \wedge q(x)), \exists y \neg q(y)$$

$$\forall x (p(x) \wedge q(x)), \neg q(a) \quad | a |$$

$$\forall x (p(x) \wedge q(x)), p(a), q(a), \neg q(a) \quad \times$$

$\times$

PEC 1. 21 de Marzo de 2013

1.- (0,75 ptos.) Decir si las siguientes afirmaciones son ciertas o falsas razonando adecuadamente la respuesta:

- a) Sea  $A(X_1, \dots, X_n)$  una fórmula sin cuantificadores y sin símbolos de función. Entonces, la fórmula

$$\forall X_1 \dots \forall X_n A(X_1, \dots, X_n)$$

es satisfacible si y solo si es satisfacible para una interpretación cuyo dominio se reduce a un único elemento.

- b) Sea  $C = \{l\} \in S$  una cláusula unitaria y sea  $S'$  la forma clausal obtenida de  $S$  eliminando las cláusulas que contienen a  $l$  y eliminando  $l^c$  de las restantes. Entonces,  $S \approx S'$ .

2.- (0,75 ptos.) Construir un tablero semántico para la fórmula

$$((p \oplus q) \rightarrow \neg(\neg q \rightarrow r)) \wedge (p \vee q)$$

Deducir si la fórmula es satisfacible.

3.- (0,75 ptos.) ¿De las fórmulas

$$\forall X \forall Y p(X) \rightarrow (r(X) \wedge s(X, Y)),$$

$$\forall X \exists Y \forall Z \neg s(X, Y) \vee t(X, Z) \text{ y}$$

$$\forall Y \forall Z \neg t(Y, Z) \vee v(Y),$$

se deduce  $\forall X p(X) \rightarrow v(X)$ ? Usar resolución para responder a la pregunta.

4.- (0,75 ptos.) Las listas se pueden codificar, empleando el Cálculo de Predicados, mediante una función  $.$  de aridad 2, y una constante  $nil$ , la lista vacía, de manera que: una lista con un elemento se representa mediante  $.(a, nil)$ , con dos elementos  $.(a, .(b, nil)), \dots$  y así sucesivamente. Definir un procedimiento lógico *reverse* de aridad 2 que tome valor cierto si el segundo elemento es la reflexión del primero.

Llevar a cabo resolución SLD a la Prolog, para obtener una respuesta correcta a la pregunta:

$$\leftarrow reverse(.(a, .(b, .(c, nil))), L)$$

**BNXT****10€  
GRATIS****AL ACTIVAR TU  
TARJETA BNEXT**

PEC1 MARZO 2013 MODELO A

$$2. ((p \oplus q) \rightarrow \neg(\neg q \rightarrow r)) \wedge (p \vee q)$$

$$(p \oplus q) \rightarrow \neg(\neg q \rightarrow r), p \vee q$$

$$(p \oplus q) \rightarrow \neg(\neg q \rightarrow r), p$$

$$(p \oplus q) \rightarrow \neg(\neg q \rightarrow r), q$$

$$\neg(p \oplus q) \vee \neg(\neg q \rightarrow r), p$$

$$\neg(p \oplus q) \vee \neg(\neg q \rightarrow r), q$$

$$\neg(p \oplus q), p$$

$$\neg(\neg q \rightarrow r), p$$

$$\neg(p \oplus q), q$$

$$\neg(\neg q \rightarrow r), q$$

$$p \rightarrow q, q \rightarrow p, p$$

$$\neg q \wedge \neg r, p$$

$$p \rightarrow q \wedge q \rightarrow p, q$$

$$\neg q \wedge \neg r, q$$

$$\neg p \vee q, q \rightarrow p, p$$

$$\neg q, \neg r, p$$

$$p \rightarrow q, q \rightarrow p, q$$

$$\neg q, \neg r, q$$

$$\neg p \vee q, q \rightarrow p, q$$

X

$$\neg p, q \rightarrow p, p$$

$$q, q \rightarrow p, p$$

$$\neg p, q \rightarrow p, q$$

$$q, q \rightarrow p$$

$$q, \neg q \vee p, p$$

$$\neg p, \neg q \vee p, q$$

$$q, \neg q \vee p$$

$$q, \neg q, p$$

$$q, p$$

$$\neg p, \neg q, q$$

$$\neg p, p, q$$

$$q, \neg q$$

$$q, p$$

X

O

X

X

X

O

Sí es satisfacible

$$3. \quad \forall x \forall y p(x) \rightarrow (r(x) \wedge s(x, y))$$

$$\forall x \exists y \forall z \neg s(x, y) \vee \neg t(x, z)$$

$$\forall y \forall z \neg t(y, z) \vee v(y)$$

$$\neg(\forall x p(x) \rightarrow v(x))$$


---

$$p(x) \rightarrow (r(x) \wedge s(x, y))$$

$$\neg p(x) \vee (r(x) \wedge s(x, y))$$

$$C_1: \neg p(x) \vee r(x)$$

$$C_2: \neg p(y) \vee s(y, z)$$

$$C_3: \neg s(T, f(T)) \vee t(T, u)$$

$$C_4: \neg t(o, w) \vee v(o)$$

$$C_5: p(a)$$

$$C_6: \neg v(a)$$


---

$$C_7: \text{Res}(C_1, C_5) = r(a)$$

$$\{x \leftarrow a\}$$

$$C_8: \text{Res}(C_2, C_5) = s(a, z)$$

$$\{y \leftarrow a\}$$

$$C_9: \text{Res}(C_2, C_3) = \neg p(T) \vee t(T, u)$$

$$\{y \leftarrow T, z \leftarrow f(T)\}$$

$$C_{10}: \text{Res}(C_4, C_9) = r(T) \vee \neg p(T)$$

$$\{o \leftarrow T, w \leftarrow u\}$$

$$C_{11}: \text{Res}(C_6, C_{10}) = \neg p(a)$$

$$\{T \leftarrow a\}$$

$$C_{12}: \text{Res}(C_5, C_{11}) = \square$$

Si se deduce  $\forall x p(x) \rightarrow v(x)$

PEC 1. 21 de Marzo de 2013

1.- (0,75 ptos.) Decir si las siguientes afirmaciones son ciertas o falsas razonando adecuadamente la respuesta:

- a) La fórmula  $\exists X p(X) \rightarrow p(a)$  es válida.
- b) Sea  $S$  un conjunto de cláusulas del Cálculo Proposicional y supongamos que un literal  $l$  aparece en alguna cláusula de  $S$  y que  $l^c$  no aparece en ninguna cláusula de  $S$ . Sea  $S'$  la forma clausal obtenida a partir de  $S$  eliminando todas las cláusulas en las que aparece  $l$ . Entonces,  $S \approx S'$ .

2.- (0,75 ptos.) Estudiar la validez de la fórmula

$$((p \rightarrow (q \rightarrow r)) \wedge ((r \wedge s) \rightarrow t) \wedge (\neg w \rightarrow (s \wedge \neg t))) \rightarrow (p \rightarrow (q \rightarrow w))$$

mediante el uso de tableros semánticos.

3.- (0,75 ptos.) ¿De las fórmulas

$$\forall X \forall Y p(X) \rightarrow (r(X) \wedge s(X, Y)),$$

$$\forall X \exists Y \forall Z \neg s(X, Y) \vee t(Y, Z) \text{ y}$$

$$\forall Y \forall Z \neg t(Y, Z) \vee v(Y),$$

se deduce  $\forall X p(X) \rightarrow v(X)$ ?

Usar resolución para responder a la pregunta.

4.- (0,75 ptos.) Sea  $P$  el programa lógico dado por:

$$C_1 : q(X, Y) \leftarrow p(Z, X), p(Z, Y)$$

$$C_2 : s(X, Y) \leftarrow r(X, Z), q(Z, Y)$$

$$C_3 : s(X, Y) \leftarrow r(Y, Z), q(Z, X)$$

$$C_4 = p(a, b). \quad C_5 = p(a, c). \quad C_6 = r(b, d).$$

$$C_7 = r(d, b). \quad C_8 = p(d, e).$$

Computar las respuestas correctas para la pregunta  $\leftarrow s(c, X)$  usando resolución SLD a la Prolog.

2.

$$\neg((p \rightarrow (q \rightarrow r)) \wedge ((r \wedge s) \rightarrow t) \wedge (\neg w \rightarrow (s \wedge \neg t))) \rightarrow (p \rightarrow (q \rightarrow w))$$

|

$$((p \rightarrow (q \rightarrow r)) \wedge ((r \wedge s) \rightarrow t) \wedge (\neg w \rightarrow (s \wedge \neg t))) , \neg(p \rightarrow (q \rightarrow w))$$

|

$$p \rightarrow (q \rightarrow r), (r \wedge s) \rightarrow t, \neg w \rightarrow (s \wedge \neg t), \neg(p \rightarrow (q \rightarrow w))$$

|

$$\neg p \vee (q \rightarrow r), (r \wedge s) \rightarrow t, \neg w \rightarrow (s \wedge \neg t), \neg(p \rightarrow (q \rightarrow w))$$

$$\begin{array}{l} \neg p, (r \wedge s) \rightarrow t, \neg w \rightarrow (s \wedge \neg t), \neg(p \rightarrow (q \rightarrow w)) \\ | \\ \neg p, \neg(r \wedge s) \vee t, \neg w \rightarrow (s \wedge \neg t), \neg(p \rightarrow (q \rightarrow w)) \\ | \\ \neg p, \neg(r \wedge s), \neg w \rightarrow (s \wedge \neg t), \neg(p \rightarrow (q \rightarrow w)) \quad \neg p, t, \neg w \rightarrow (s \wedge \neg t), \neg(p \rightarrow (q \rightarrow w)) \\ | \quad \quad \quad | \\ \neg p, \neg r \vee \neg s, \neg w \rightarrow (s \wedge \neg t), \neg(p \rightarrow (q \rightarrow w)) \quad \quad \quad \times \\ | \quad \quad \quad | \\ \neg p, \neg r, \neg w \rightarrow (s \wedge \neg t), \neg(p \rightarrow (q \rightarrow w)) \quad \neg p, \neg s, \neg w \rightarrow (s \wedge \neg t), \neg(p \rightarrow (q \rightarrow w)) \\ | \quad \quad \quad | \\ \neg p, \neg r, \neg w \vee (s \wedge \neg t), \neg(p \rightarrow (q \rightarrow w)) \quad \quad \quad \times \\ | \quad \quad \quad | \\ \neg p, \neg r, \neg w, \neg(p \rightarrow (q \rightarrow w)) \quad \neg p, \neg r, (s \wedge \neg t), \neg(p \rightarrow (q \rightarrow w)) \\ | \quad \quad \quad | \\ \neg p, \neg r, \neg w, p, \neg(q \rightarrow w) \quad \neg p, \neg r, \neg, \neg t, \neg(p \rightarrow (q \rightarrow w)) \\ | \quad \quad \quad | \\ \times \quad \quad \quad \neg p, \neg r, \neg s, \neg t, p, \neg(q \rightarrow w) \\ \quad \quad \quad \times \end{array}$$

$$\begin{array}{l} (q \rightarrow r), (r \wedge s) \rightarrow t, \neg w \rightarrow (s \wedge \neg t), \neg(p \rightarrow (q \rightarrow w)) \\ | \\ \neg q \vee r, (r \wedge s) \rightarrow t, \neg w \rightarrow (s \wedge \neg t), \neg(p \rightarrow (q \rightarrow w)) \\ | \\ \neg q, (r \wedge s) \rightarrow t, \neg w \rightarrow (s \wedge \neg t), \neg(p \rightarrow (q \rightarrow w)) \\ | \\ \neg q, \neg(r \wedge s) \vee t, \neg w \rightarrow (s \wedge \neg t), \neg(p \rightarrow (q \rightarrow w)) \\ | \\ \neg q, \neg(r \wedge s), \neg w \rightarrow (s \wedge \neg t), \neg(p \rightarrow (q \rightarrow w)) \\ | \\ \neg q, \neg r \vee \neg s, \neg w \rightarrow (s \wedge \neg t), \neg(p \rightarrow (q \rightarrow w)) \\ | \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{array}$$



**BNXT****10€  
GRATIS****AL ACTIVAR TU  
TARJETA BNEXT**

PEC1 MARZO 2013 MODELO B

$$\begin{aligned}
 3. \quad & \forall x \forall y (p(x) \rightarrow (r(x) \wedge s(x, y))) \\
 & \forall x \exists y \forall z (\neg s(x, y) \vee \neg t(x, z)) \\
 & \forall y \forall z (\neg t(y, z) \vee \neg v(y)) \\
 & \neg(\forall x p(x) \rightarrow v(x))
 \end{aligned}$$

---


$$p(x) \rightarrow (r(x) \wedge s(x, y))$$

$$\neg p(x) \vee (r(x) \wedge s(x, y))$$

$$C_1: \neg p(x) \vee r(x)$$

$$C_2: \neg p(y) \vee s(y, z)$$

$$C_3: \neg s(T, f(T)) \vee t(T, u)$$

$$C_4: \neg t(o, w) \vee v(o)$$

$$C_5: p(a)$$

$$C_6: \neg v(a)$$

---


$$C_7: \text{Res}(C_1, C_5) = r(a)$$

$$\{x \leftarrow a\}$$

$$C_8: \text{Res}(C_2, C_5) = s(a, z)$$

$$\{y \leftarrow a\}$$

$$C_9: \text{Res}(C_2, C_3) = \neg p(T) \vee t(T, u)$$

$$\{y \leftarrow T, z \leftarrow f(T)\}$$

$$C_{10}: \text{Res}(C_4, C_9) = r(T) \vee \neg p(T)$$

$$\{o \leftarrow T, w \leftarrow u\}$$

$$C_{11}: \text{Res}(C_6, C_{10}) = \neg p(a)$$

$$\{T \leftarrow a\}$$

$$C_{12}: \text{Res}(C_5, C_{11}) = \square$$

Se deduce  $\forall x p(x) \rightarrow v(x)$

4.

$$C_1: q(X, Y) \leftarrow p(Z, X), p(Z, Y).$$

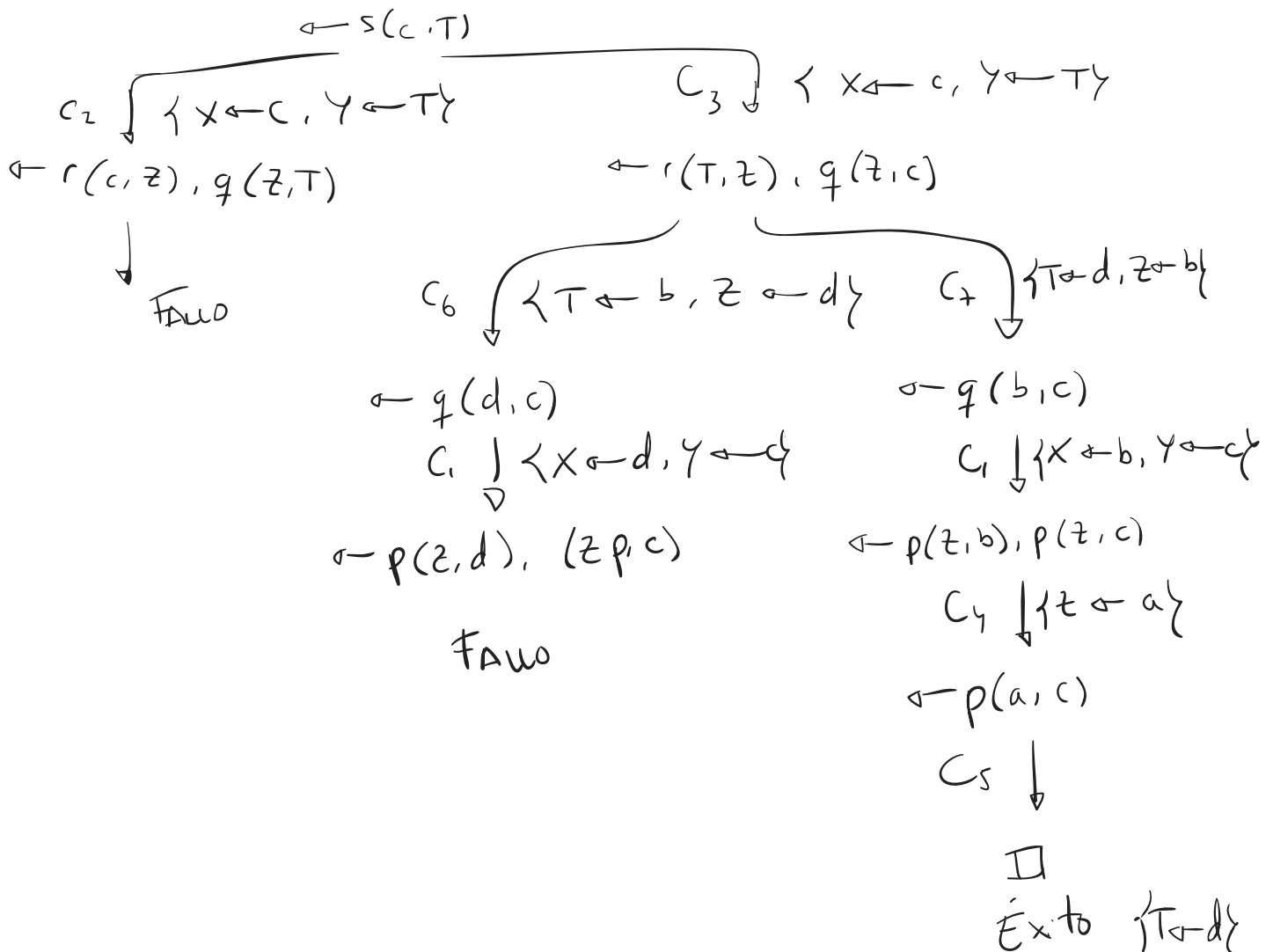
$$C_2: s(X, Y) \leftarrow r(X, Z), q(Z, Y).$$

$$C_3: s(X, Y) \leftarrow r(Y, Z), q(Z, X).$$

$$C_4: p(a, b). \quad C_5: p(a, c). \quad C_6: r(b, d)$$

$$C_7: r(d, b). \quad C_8: p(d, e).$$

PREGUNTA:  $\sigma_{s(c, X)}$



Examen extraordinario. 12 de Junio de 2013

1.- Se pide:

a) (0,6 ptos.) Demostrar que la fórmula  $A_1 \wedge A_2 \wedge A_3$ , donde

$$A_1 = \forall X \exists Y p(X, Y)$$

$$A_2 = \forall X \neg p(X, X)$$

$$A_3 = \forall X \forall Y \forall Z (p(X, Y) \wedge p(Y, Z)) \rightarrow p(X, Z)$$

no admite un modelo finito.

b) (0,7 ptos.) Demostrar que el número de combinadores de punto fijo no es finito.

c) (0,7 ptos.) Demostrar que si dos  $\lambda$ -términos,  $M$  y  $N$ , son iguales, no necesariamente  $M \twoheadrightarrow N$  o  $N \twoheadrightarrow M$ .

2.- (1,5 ptos.) Probar la validez de la fórmula

$$(\neg p \wedge q \wedge (\neg p \rightarrow (q \rightarrow r)) \wedge ((q \wedge r) \rightarrow s)) \rightarrow s$$

mediante el uso de tableros semánticos.

3.- (1,5 ptos.) Las listas se pueden codificar, empleando el Cálculo de Predicados, mediante una función  $.$  de aridad 2, y una constante  $nil$ , la lista vacía, de manera que: una lista con un elemento se representa mediante  $.(a, nil)$ , con dos elementos  $.(a, .(b, nil)), \dots$  y así sucesivamente. Definir un procedimiento lógico *reverse* de aridad 2 que tome valor cierto si el segundo elemento es la reflexión del primero.

Llevar a cabo resolución SLD a la Prolog, para obtener una respuesta correcta a la pregunta:

$$\leftarrow reverse(.(a, .(b, .(c, nil))), L)$$

4.- (1 pto.) Dados los  $\lambda$ -términos

$$\begin{aligned} \mathbf{true} &\equiv \lambda xy.x \\ \mathbf{false} &\equiv \lambda xy.y \\ \mathbf{if} &\equiv \lambda pxy.pxy, \end{aligned}$$

escribir un  $\lambda$ -término **implica** que codifique el conectivo lógico  $\longrightarrow$ . Verificar, con todo detalle, la corrección de la citada codificación.

Validar de  $(\neg p \wedge q \wedge (\neg p \rightarrow (q \rightarrow r)) \wedge ((q \wedge r) \rightarrow s)) \rightarrow s$

$$\neg ((\neg p \wedge q \wedge (\neg p \rightarrow (q \rightarrow r)) \wedge ((q \wedge r) \rightarrow s)) \rightarrow s)$$

$$(\neg p \wedge q \wedge (\neg p \rightarrow (q \rightarrow r)) \wedge ((q \wedge r) \rightarrow s)) \wedge \neg s$$

$$(\neg p \wedge q \wedge (\neg p \rightarrow (q \rightarrow r)) \wedge ((q \wedge r) \rightarrow s)), \neg s$$

$$\neg p, q, (\neg p \rightarrow (q \rightarrow r)), ((q \wedge r) \rightarrow s), \neg s$$

$$\neg p, q, p \vee (q \rightarrow r), ((q \wedge r) \rightarrow s), \neg s$$

$$\neg p, q, p, ((q \wedge r) \rightarrow s), \neg s$$

X

$$\neg p, q, (q \rightarrow r), ((q \wedge r) \rightarrow s), \neg s$$

$$\neg p, q, \neg q \vee r, ((q \wedge r) \rightarrow s), \neg s$$

$$\neg p, q, \neg q, ((q \wedge r) \rightarrow s), \neg s$$

X

$$\neg p, q, r, ((q \wedge r) \rightarrow s), \neg s$$

$$\neg p, q, r, \neg(q \wedge r) \vee s, \neg s$$

$$\neg p, q, r, \neg(q \wedge r), \neg s$$

$$\neg p, q, r, s, \neg s$$

X

$$\neg p, q, r, \neg q \vee \neg r, \neg s$$

$$\neg p, q, r, \neg q, \neg s$$

X

$$\neg p, q, r, \neg r, \neg s$$

X

Sí es válida

# BNEXT

# 10€ GRATIS

## AL ACTIVAR TU TARJETA BNEXT

Conocimiento y Razonamiento Automatizado (Ing. Informática) Curso 2013-2014

### PEC 1. 13 de Marzo de 2014

1.- (0,75 ptos.) Responder, razonadamente, a las siguientes preguntas:

- ¿Por qué se exige en la regla de resolución del Cálculo de Predicados que las cláusulas generatrices no tengan variables en común?
- Sea  $C = \{l\} \in S$  una cláusula unitaria y sea  $S'$  la forma clausal obtenida de  $S$  eliminando las cláusulas que contienen a  $l$  y eliminando  $l^c$  de las restantes. ¿Es cierto que  $S \approx S'$ ?

2.- (0,75 ptos.) Estudiar la validez de la fórmula

$$((p \rightarrow (r \vee q)) \wedge (\neg p \rightarrow \neg s) \wedge s) \rightarrow r$$

mediante el uso de tableros semánticos.

3.- (0,75 ptos.) ¿De las fórmulas

$$\forall X \forall Y (p(X, Y) \rightarrow r(Y)),$$

$$\forall X \exists Y (p(X, Y) \vee \neg q(X, Y)) \text{ y}$$

$$\exists X \forall Y (q(X, Y) \wedge s(Y, X)),$$

se deduce  $\exists X \neg r(X)$ ? Usar resolución para responder a la pregunta.

4.- (0,75 ptos.) Las listas se pueden codificar, empleando el Cálculo de Predicados, mediante una función  $.$  de aridad 2, y una constante  $nil$ , la lista vacía, de manera que: una lista con un elemento se representa mediante  $.(a, nil)$ , con dos elementos  $.(a, .(b, nil))$ , ... y así sucesivamente. Escribir un programa lógico que defina un predicado *interseccion* de aridad 3 que tome valor cierto si el tercer elemento es la intersección, sin repeticiones, de los dos primeros.

Llevar a cabo resolución SLD a la Prolog para obtener **una** respuesta correcta a la pregunta:

$$\leftarrow \text{interseccion}(. (1, nil), . (1, . (3, nil)), Z).$$

**NOTA:** En el programa lógico, si es necesario, puede utilizarse el siguiente procedimiento

$$\text{pertenece}(X, .(X, L)).$$

$$\text{pertenece}(X, .(Y, L)) \leftarrow \text{pertenece}(X, L).$$

## PEC 1 2014 MODELO A

2. Validez de  $((p \rightarrow (r \vee q)) \wedge (\neg p \rightarrow \neg s) \wedge s) \rightarrow r$

$$\neg((p \rightarrow (r \vee q)) \wedge (\neg p \rightarrow \neg s) \wedge s) \rightarrow r$$

$$(p \rightarrow (r \vee q)), (\neg p \rightarrow \neg s), s, \neg r$$

$$(p \rightarrow (r \vee q)), p \vee \neg s, s, \neg r$$

$$(p \rightarrow (r \vee q)), p, s, \neg r$$

$$(p \rightarrow (r \vee q)), \neg s, s, \neg r$$

$$\neg p \vee r \vee q, p, s, \neg r$$

$$\neg p, p, s, \neg r$$

X

$$r, p, s, \neg r$$

X

$$q, p, s, \neg r$$

O

No es válida

PEC 1. 13 de Marzo de 2014

1.- (0,75 ptos.) Responder, razonadamente, si las siguientes afirmaciones son correctas:

- a) Supongamos dada  $A(X_1, \dots, X_n)$  una fórmula sin cuantificadores y sin símbolos de función y sea  $F$  la fórmula

$$\forall X_1 \dots \forall X_n A(X_1, \dots, X_n).$$

Entonces,  $F$  es satisfacible si y solo si es satisfacible para una interpretación cuyo dominio se reduce a un único elemento.

- b) Si dos cláusulas generatrices del Cálculo Proposicional son simultáneamente satisfacibles, entonces su resolvente también lo es.

2.- (0,75 ptos.) Estudiar la validez de la fórmula

$$((p \rightarrow q) \wedge ((r \wedge t) \rightarrow p) \wedge q \wedge r) \rightarrow \neg t$$

mediante el uso de tableros semánticos.

3.- (0,75 ptos.) ¿De las fórmulas

$$\forall X \forall Y (\neg p(X, Y) \vee r(Y)),$$

$$\forall X \exists Y (q(X, Y) \rightarrow p(X, Y)) \text{ y}$$

$$\exists X \forall Y (q(X, Y) \wedge s(Y, X)),$$

se deduce  $\neg(\forall X \neg r(X))$ ? Usar resolución para responder a la pregunta.

4.- (0,75 ptos.) Las listas se pueden codificar, empleando el Cálculo de Predicados, mediante una función  $.$  de aridad 2, y una constante  $nil$ , la lista vacía, de manera que: una lista con un elemento se representa mediante  $.(a, nil)$ , con dos elementos  $.(a, .(b, nil)), \dots$  y así sucesivamente. Escribir un programa lógico que defina un predicado *sin-repeticiones* de aridad 2 que tome valor cierto si el segundo elemento es una lista que contiene los mismos elementos que la primera, pero sin repetir ninguno.

Llevar a cabo resolución SLD a la Prolog para obtener **una** respuesta correcta a la pregunta:

$$\leftarrow \text{sin-repeticiones}(. (a, .(a, nil)), Z).$$

**NOTA:** En el programa lógico, si es necesario, puede utilizarse el siguiente procedimiento

$$\text{pertenece}(X, .(X, L)).$$

$$\text{pertenece}(X, .(Y, L)) \leftarrow \text{pertenece}(X, L).$$

## PEC1 MARZO 2014 Modelo B

$$3. F_1 = \forall x \forall y (\neg p(x, y) \vee r(y))$$

$$F_2 = \forall x \exists y (q(x, y) \rightarrow p(x, y))$$

$$F_3 = \exists x \forall y (q(x, y) \wedge s(y, x))$$

$$F = \neg (\forall x \neg r(x))$$

---

$$C_1: \neg p(x, y) \vee r(y)$$

$$C_2: \neg q(z, f(z)) \vee p(z, f(z))$$

$$C_3: q(a, T)$$

$$C_4: s(u, a)$$

$$C_5: \neg r(v)$$

---

$$C_6: \text{Res}(C_1, C_2) = r(f(z)) \vee \neg q(z, f(z)) \quad \{x \leftarrow z, y \leftarrow f(z)\}$$

$$C_7: \text{Res}(C_1, C_5) = \neg p(x, y) \quad \{v \leftarrow y\}$$

$$C_8: \text{Res}(C_2, C_3) = p(a, f(a)) \quad \{z \leftarrow a, T \leftarrow f(z)\}$$

$$C_9: \text{Res}(C_3, C_6) = r(f(z)) \quad \{z \leftarrow a, T \leftarrow f(z)\}$$

$$C_{10}: \text{Res}(C_5, C_9) = \square \quad \{v \leftarrow f(z)\}$$

Sí es resoluble



**BNXT****10€  
GRATIS****AL ACTIVAR TU  
TARJETA BNEXT**

PEC1 MARZO 2014 Modelo B

4.  $C_1: \text{sin\_repeticiones}(L, L_1) \leftarrow \text{sr\_aux}(L, \text{nil}, L_1).$  $C_2: \text{sr\_aux}(\text{nil}, L_1, L_1).$  $C_3: \text{sr\_aux}((x, L), L_{aux}, L_1) \leftarrow \text{pertenece}(x, L), \text{sr\_aux}(L, L_{aux}, L_1).$  $C_4: \text{sr\_aux}((x, L), L_{aux}, L_1) \leftarrow \text{sr\_aux}(L, (x, L_{aux}), L_1).$  $C_5: \text{pertenece}(x, (x, L)).$  $C_6: \text{pertenece}(x, (y, L)) \leftarrow \text{pertenece}(x, L).$  $\leftarrow \text{sin\_repeticiones}((a, (a, \text{nil})), Z).$  $C_1 \downarrow \{L \leftarrow (a, (a, \text{nil})), L_1 \leftarrow Z\}$  $\leftarrow \text{sr\_aux}((a, (a, \text{nil})), \text{nil}, Z).$  $C_3 \downarrow \{x \leftarrow a, L \leftarrow (a, \text{nil}), L_{aux} \leftarrow \text{nil}, L_1 \leftarrow Z\}$  $\leftarrow \text{pertenece}(a, (a, \text{nil})), \text{sr\_aux}((a, \text{nil}), \text{nil}, Z).$  $C_5 \downarrow \{x \leftarrow a, L \leftarrow \text{nil}\}$  $\leftarrow \text{sr\_aux}((a, \text{nil}), \text{nil}, Z)$  $C_3 \downarrow \{x \leftarrow a, L \leftarrow \text{nil}, L_{aux} \leftarrow \text{nil}, L_1 \leftarrow Z\}$  $\leftarrow \text{pertenece}(a, \text{nil}), \text{sr\_aux}(\text{nil}, \text{nil}, Z).$  $\downarrow$ 

Falso

 $C_4 \downarrow \{x \leftarrow a, L \leftarrow \text{nil}, L_{aux} \leftarrow \text{nil}, L_1 \leftarrow Z\}$  $\leftarrow \text{sr\_aux}(\text{nil}, (a, \text{nil}), Z)$  $C_2 \downarrow \{L \leftarrow (a, \text{nil}), Z \leftarrow L\}$ 

□

Éxito  $\{Z \leftarrow (a, \text{nil})\}$

Examen Final. 14 de Mayo de 2014

1.- (2 ptos.) Decir si las siguientes afirmaciones son ciertas o falsas razonando adecuadamente la respuesta:

- a) Sea  $A(X_1, \dots, X_n)$  una fórmula sin cuantificadores y sin símbolos de función. Entonces, la fórmula

$$\forall X_1 \dots \forall X_n A(X_1, \dots, X_n)$$

es satisfacible si y solo si es satisfacible para una interpretación cuyo dominio se reduce a un único elemento.

- b) El número de combinadores de punto fijo es finito.

2.- (1 pto.) Utilizar tableros semánticos para probar la validez de la fórmula:

$$(\forall X(p(X) \wedge q(X))) \leftrightarrow (\forall X p(X) \wedge \forall X q(X))$$

3.- (1 pto.) Las listas se pueden codificar, empleando el Cálculo de Predicados, mediante una función  $.$  de aridad 2, y una constante  $nil$ , la lista vacía, de manera que: una lista con un elemento se representa mediante  $.(a, nil)$ , con dos elementos  $.(a, .(b, nil))$ , ... y así sucesivamente. Definir un procedimiento lógico *reverse* de aridad 2 que tome valor cierto si el segundo elemento es la reflexión del primero.

Llevar a cabo resolución SLD a la Prolog, para obtener una respuesta correcta a la pregunta:

$$\leftarrow reverse(. (a, . (b, . (c, nil) )), L)$$

4.- (1 pto.) Probar que el  $\lambda$ -término  $\mathbf{Y}$  definido por:

$$\mathbf{Y} \equiv \lambda f. (\lambda x. f(xx)) (\lambda x. f(xx)).$$

es un combinador de punto fijo. Usando  $\mathbf{Y}$ , definir un  $\lambda$ -término que calcule el cociente de la división de dos números naturales positivos codificados a la Church. (**Nota:** No hace falta redefinir todos los  $\lambda$ -términos involucrados que ya hayan sido definidos en clase.)

5.- (1 pto.) Demostrar que el siguiente programa, que toma como entrada un entero  $a$  y una lista de enteros  $L$ , devuelve una lista que es la lista  $L$  una vez eliminadas todas las apariciones de  $a$  en la misma (corrección parcial) (**NOTA:** Se asume que se dispone de las funciones correctas *reverse*, *cons*, *hd* y *tl*):

```
{T}
  L1:=reverse(L); L2:= nil;
  mientras (L1 ≠ nil) hacer
    si hd(L1)= a entonces L1:= tl(L1)
    si no L2:=cons(hd(L1),L2); L1:=tl(L1)
  fsi
fmientras
{L2 = eliminar(a, L)}
```

$$2. (\forall x (p(x) \wedge q(x))) \leftrightarrow (\exists x p(x) \wedge \forall x q(x))$$

$$\neg((\forall x (p(x) \wedge q(x))) \leftrightarrow (\exists x p(x) \wedge \forall x q(x)))$$

$$\neg((\exists x p(x) \wedge \forall y q(y)) \rightarrow (\forall z (p(z) \wedge q(z))))$$

$$\forall x p(x) \wedge \forall y q(y), \neg \forall z (p(z) \wedge q(z))$$

$$\forall x p(x) \wedge \forall y q(y), \exists z (p(z) \wedge \neg q(z))$$

$$\forall x p(x), \forall y q(y), \neg p(a) \vee \neg q(a) \quad | a |$$

$$\forall x p(x), \forall y q(y), \neg p(a) \quad | a |$$

$$\forall x p(x), \forall y q(y), \neg q(a) \quad | a |$$

$$\forall x p(x), \forall y q(y), p(a), q(a), \neg p(a) \quad \times$$

$$\forall x p(x), \forall y q(y), p(a), q(a), \neg q(a) \quad \times$$

$\times$

$$\neg((\forall x (p(x) \wedge q(x))) \rightarrow (\exists x p(x) \wedge \forall x q(x)))$$

$$\forall x (p(x) \wedge q(x)), \neg(\exists x p(x) \wedge \forall x q(x))$$

$$\forall x (p(x) \wedge q(x)), \neg \forall x p(x) \vee \neg \forall x q(x)$$

$$\forall x (p(x) \wedge q(x)), \neg \forall x p(x)$$

$$\forall x (p(x) \wedge q(x)), \exists x \neg p(x)$$

$$\forall x (p(x) \wedge q(x)), \neg p(a) \quad | a |$$

$$\forall x (p(x) \wedge q(x)), p(a), q(a), \neg p(a) \quad \times$$

$\times$

$$\forall x (p(x) \wedge q(x)), \neg \forall x q(x)$$

$$\forall x (p(x) \wedge q(x)), \exists y \neg q(y)$$

$$\forall x (p(x) \wedge q(x)), \neg q(a) \quad | a |$$

$$\forall x (p(x) \wedge q(x)), p(a), q(a), \neg q(a) \quad \times$$

$\times$

Examen Extraordinario. 18 de Junio de 2014

1.- (2 ptos.) Responder a las siguientes preguntas razonando adecuadamente la respuesta:

- i) Enunciar el Teorema de Church-Rosser. ¿Qué consecuencias se pueden extraer del mismo con respecto a la igualdad de  $\lambda$ -términos y formas normales?
- b) ¿Es la fórmula  $\exists X p(X) \rightarrow p(a)$  válida?

2.- (1 pto.) ¿De las fórmulas

$$\forall X \forall Y [p(X) \rightarrow r(X, Y)],$$

$$\exists X \exists Y [\neg(\neg q(Y) \vee r(X, Y))] \text{ y}$$

$$\forall X \exists Y [p(X) \vee s(X, Y)],$$

se deduce  $\exists X \exists Y r(X, Y)$ ? Usar resolución para responder a la pregunta.

3.- (1 pto.) Las listas se pueden codificar, empleando el Cálculo de Predicados, mediante una función  $.$  de aridad 2, y una constante  $nil$ , la lista vacía, de manera que: una lista con un elemento se representa mediante  $.(a, nil)$ , con dos elementos  $.(a, .(b, nil))$ , ... y así sucesivamente. Definir un procedimiento lógico *append* de aridad 3 que tome valor cierto si el tercer elemento es la concatenación de los dos primeros.

Llevar a cabo resolución SLD a la Prolog, para obtener las dos primeras respuestas correctas a la pregunta:

$$\leftarrow \text{append}(Y, Z, .(a, .(b, .(c, nil))))$$

4.- (1 pto.) Probar que el  $\lambda$ -término  $\Theta$  definido por:

$$A \equiv \lambda xy. y(xxy)$$

$$\Theta \equiv AA$$

es un combinador de punto fijo. Usando  $\Theta$ , definir un

$\lambda$ -término **fact** que calcule el factorial de un número natural codificado a la Church. Usar el  $\lambda$ -término definido para calcular el factorial de dos. (**Nota:** No hace falta redefinir todos los  $\lambda$ -términos referentes a los numerales de Church definidos en clase.)

**BNXT****10€  
GRATIS****AL ACTIVAR TU  
TARJETA BNEXT**

3.  $\forall x \forall y [p(x) \rightarrow r(x, y)]$   
 $\exists x \exists y [\neg (\neg q(y) \vee r(x, y))]$   
 $\forall x \exists y [p(x) \vee s(x, y)]$   
 $\neg \exists x \exists y r(x, y) ; \forall x \forall y \neg r(x, y)$

---

$C1: p(x) \rightarrow r(x, y)$   
 $C2: \neg (\neg q(b) \vee r(a, b))$   
 $C3: p(x) \vee s(x, f(x))$   
 $C4: \neg r(x, y)$

---

$C1: \neg p(x) \vee r(x, y)$   
 $C2: q(b)$   
 $C3: \neg r(a, b)$   
 $C4: p(x) \vee s(x, f(x))$   
 $C5: \neg r(x, y)$

---

$C6: \text{Res}(C1, C4) = r(x, y) \vee s(x, f(x))$   
 $C7: \text{Res}(C6, C5) = s(x, f(x))$

---

No se deduce  $\exists x \exists y r(x, y)$

PEC 1. 9 de Abril de 2015

1.- (0,75 ptos.) Decir si las siguientes afirmaciones son ciertas o falsas razonando adecuadamente la respuesta:

- a) Toda fórmula satisfacible del Cálculo de Predicados admite un modelo finito.
- b) La resolvente  $C$  de dos cláusulas generatrices del Cálculo Proposicional es satisfacible si, y sólo si, ambas cláusulas son simultáneamente satisfacibles.

2.- (0,75 ptos.) Estudiar la validez de la fórmula

$$((p \vee t) \wedge (s \longleftrightarrow t) \wedge (s \longleftrightarrow \neg w)) \longrightarrow (w \longrightarrow p)$$

mediante el uso de tableros semánticos.

3.- (0,75 ptos.) ¿De las fórmulas

$$\forall X \forall Y (p(X, Y) \rightarrow (r(Y) \vee q(X))),$$

$$\forall X \exists Y (\neg p(X, Y) \longrightarrow \neg s(X, Y)) \text{ y}$$

$$\exists X \forall Y s(Y, X),$$

se deduce  $\exists Y r(Y)$ ? Usar resolución para responder a la pregunta.

4.- (0,75 ptos.) Las listas se pueden codificar, empleando el Cálculo de Predicados, mediante una función  $.$  de aridad 2, y una constante  $nil$ , la lista vacía, de manera que: una lista con un elemento se representa mediante  $.(a, nil)$ , con dos elementos  $.(a, .(b, nil))$ , ... y así sucesivamente. Escribir un programa lógico que defina un predicado  $eliminar(X, L, L_1)$  de aridad 3 que tome valor cierto si  $L_1$  es la reflexión de la lista que resulta de eliminar  $X$  de la lista  $L$ .

Llevar a cabo resolución SLD a la Prolog para obtener **una** respuesta correcta a la pregunta:

$$\leftarrow eliminar(1, .(1, .(2, .(1, nil))), Z).$$

PEC 1 ABRIL 2015

3.  $F_1 = \forall x \forall y (p(x, y) \rightarrow (r(y) \vee q(x)))$

$$F_1 \wedge F_2 \wedge \neg F_3 \wedge \neg F = \square$$

$$F_2 = \forall x \exists y (\neg p(x, y) \rightarrow \neg s(x, y))$$

$$F_3 = \exists x \forall y s(y, x)$$

$$\neg F = \neg [\exists y r(y)]$$

---

$$F_1 = p(x, y) \rightarrow (r(y) \vee q(x))$$

$$\neg p(x, y) \vee r(y) \vee q(x)$$

$$F_2 = (\neg p(x, f(x)) \rightarrow \neg s(x, f(x)))$$

$$p(x, f(x)) \vee \neg s(x, f(x))$$

$$F_3 = s(y, a) \quad \{x \leftarrow a\}$$

$$\neg F = \neg r(y)$$

---

$$C_1: \neg p(x, y) \vee r(y) \vee q(x)$$

$$C_2: p(z, f(z)) \vee \neg s(z, f(z))$$

$$C_3: s(T, a)$$

$$C_4: \neg r(U)$$

$$C_5: \text{Res}(C_1, C_2) = r(f(z)) \vee q(z) \vee \neg s(z, f(z)) \quad \{x \leftarrow z, y \leftarrow f(z)\}$$

$$C_6: \text{Res}(C_1, C_4) = \neg p(x, y) \vee q(x) \quad \{u \leftarrow y\}$$

$$C_7: \text{Res}(C_2, C_3) = p(T, a)$$

PEC 1 ABRIL 2015

4.  $C_1: \text{eliminar}(x, L, L_1) \leftarrow \text{eliminar-aux}(x, L, \text{nil}, L_1).$

$C_2: \text{eliminar-aux}(x, \text{nil}, L_1, L_1).$

$C_3: \text{eliminar-aux}(x, (x, L), L_{aux}, L_1) \leftarrow \text{eliminar-aux}(x, L, L_{aux}, L_1)$

$C_4: \text{eliminar-aux}(x, (y, L), L_{aux}, L_1) \leftarrow \text{eliminar-aux}(x, L, (y, L_{aux}), L_1)$

-----

$\leftarrow \text{eliminar}(1, (1, (2, (1, \text{nil}))), z).$

$C_1 \downarrow \{x \leftarrow 1, L \leftarrow (1, (2, (1, \text{nil}))), L_1 \leftarrow z\}$

$\leftarrow \text{eliminar-aux}(1, (1, (2, (1, \text{nil}))), \text{nil}, z)$

$C_3 \downarrow \{x \leftarrow 1, L \leftarrow (2, (1, \text{nil})), L_{aux} \leftarrow \text{nil}, L_1 \leftarrow z\}$

$\leftarrow \text{eliminar-aux}(1, (2, (1, \text{nil})), \text{nil}, z)$

$C_4 \downarrow \{x \leftarrow 1, y \leftarrow 2, L \leftarrow (1, \text{nil}), L_{aux} \leftarrow \text{nil}, L_1 \leftarrow z\}$

$\leftarrow \text{eliminar-aux}(1, (1, \text{nil}), (2, \text{nil}), z)$

$C_3 \downarrow \{x \leftarrow 1, L \leftarrow \text{nil}, L_{aux} \leftarrow (2, \text{nil}), L_1 \leftarrow z\}$

$\leftarrow \text{eliminar-aux}(1, \text{nil}, (2, \text{nil}), z)$

$C_2 \downarrow \{x \leftarrow 1, L_1 \leftarrow (2, \text{nil}), z \leftarrow (2, \text{nil})\}$

□

Éxito  $\{z \leftarrow (2, \text{nil})\}$