Estructuras Discretas (Ing. Informática. Grupo Tarde) Curso 2018-2019

PEI 2. 8 de mayo de 2019

1.- *(2 ptos.)* Responder razonadamente a las siguientes preguntas:

a) ¿Cómo se puede adaptar el algoritmo de flujo máximo para encontrar emparejamientos máximos en grafos bipartidos? Red Transporte.

b) ¿Es cierto que para todo número natural n mayor o igual que dos se verifica la fórmula

$$1 + 1 \cdot 1! + 2 \cdot 2! + \cdots + (n-1)(n-1)! = n!?$$

c) ¿De qué recurrencia lineal homogénea es sistema fundamental de soluciones $\{2^n, n2^n, n^2 2^n, 1\}$? $(r-2)(r-2)(r-2)(r)$

2.- *(2 ptos.)* Encontrar una relación de recurrencia lineal que nos permita calcular las cadenas binarias de longitud n que contienen cuatro unos consecutivos. ¿Cuáles son las condiciones iniciales?

3.- *(2 ptos.)* Utilizando el algoritmo de Dijkstra, encontrar un camino de longitud mínima entre los vértices b y e del grafo dado. Indicar cuál es esa distancia mínima. (En cada paso del algoritmo, indicar el estado de todos los elementos que intervienen.)

$(r-2)(r-2) = r^2 - 2r - 2r + 4$

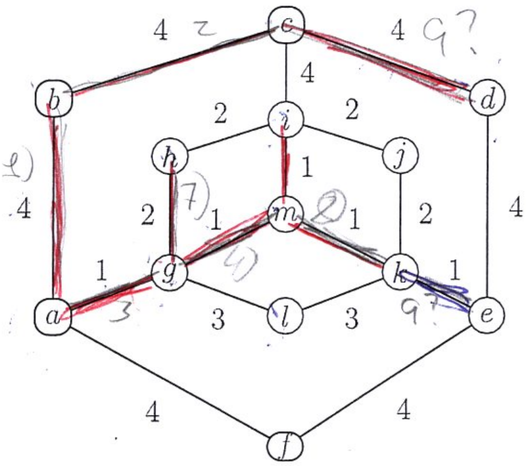
$(r^2 - 4r + 4)(r-2) =$

$r^3 - 2r^2 - 4r^2 + 8r + 8r - 8$

$(r^3 - 6r^2 + 12r - 8)(r-1)$

$r^4 - r^3 - 6r^3 + 6r^2 + 12r^2 - 12r + 8$

$r^4 - 7r^3 + 18r^2 - 12r + 8$



$(r-2)(r-1) = r^2 - r - 2r + 2$

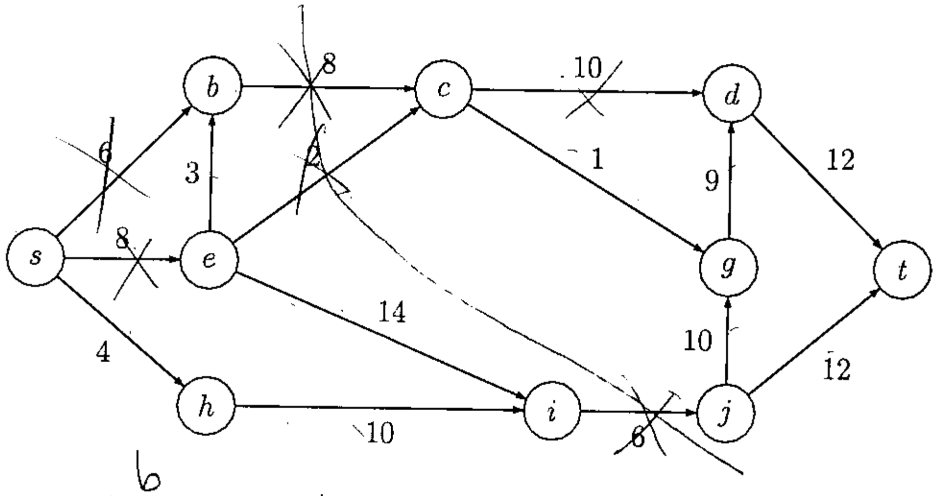
$a_5 = 7a_4 + 3 \cdot a_3 + 2a_2 + 1a_1$

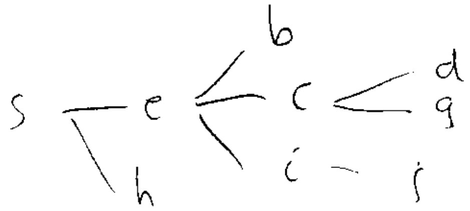
$(r^3 - 6r^2 + 12r)(r-1)$

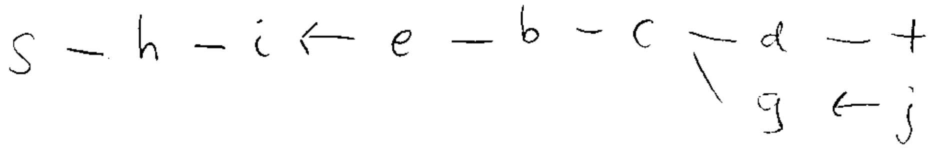
$a_6 = 2a_5$

$-8r - 12$

4.- *(2 ptos.)* Determinar un flujo máximo y un corte mínimo para la red dada. Comenzar con flujo inicial igual a cero. En cada paso hay que indicar el estado de los elementos que intervienen.







$a_0 = 0$ = ~~#~~ cadenas de long. 0 con 4 unos

$a_1 = 0$ = # 1 con 4 unos

$a_2 = 0$

$a_3 = 0$

$a_4 = 1$

$a_n = 2 \cdot a_{n-1} + 3 \cdot a_{n-2} + 4 \cdot a_{n-3} + 5 \cdot a_{n-4}$

Prueba de Problemas 1: Lógica

Nombre y Apellidos:

Grupo Matriculado: **GII-Mañana** **Calificación:**

Grupo Problemas: Martes

1. Construir una refutación por resolución para demostrar que las premisas $p \to (q \to r), r \wedge s \to t$ y $\neg w \to s \wedge \neg t$ conducen a la conclusión $p \to (q \to w)$.

   Solución Una forma de resolverlo es: $\bar{p} \vee \bar{q} \vee w = p \wedge q \wedge \bar{w}$

   Las premisas y la negación de la conclusión son equivalentes respectivamente a:

   $\neg p \vee \neg q \vee r, \quad P_1$

   $\neg r \vee \neg s \vee t, \quad P_2$

   $w \vee (\neg t \wedge s) \equiv w \vee \neg(t \vee \neg s), \quad P_3$

   $p \wedge q \wedge \neg w, \quad P_4$

   $\neg p \vee \neg q \vee \neg s \vee t, P_5$ Resolución a P_1 y P_2

   $w \vee \neg p \vee \neg q \equiv \neg(\neg w \wedge p \wedge q), P_6$ Resolución a P_3 y P_5

   De esta última proposición P_6 y la P_4 obtenemos una contradicción, luego la negación de la conclusión es falsa: Por tanto, $\neg p \vee (\neg q \vee w)$ es cierta.

   Otra forma: $p \to (\neg q \vee r) \equiv \neg(\neg q \vee r) \to \neg p \equiv q \wedge \neg r \to \neg p, \quad P_1$

   $\neg r \vee \neg s \vee t, \quad P_2$

   $w \vee (\neg t \wedge s) \equiv w \vee \neg(t \vee \neg s), \quad P_3$

   $p \wedge q \wedge \neg w, \quad P_4$

   $\neg r \vee w, P_5$, Resolución a P_3 y P_2

   $\neg w, P_6$, Simplificación a P_4

   $\neg r, P_7$, Silogismo disyuntivo a P_5 y P_6

   p, P_8, Simplificación a P_4

Ej 4.14 . (a.

1º) $a_n^{(h)} = (A + Bn + Cn^2)\,2^n$ Paso 1º ídem de Ej 4.13.

2º) $a_n^{(p)} = ?$ $\qquad F(n) = (1+n)\,2^n$

S=2 → raíz de ec. característica de la R.R.H. con $m = 3$ Ver pag 85 apuntes →

$a_n^{(p)} = n^3 (p_0 + p_1 n)\,2^n$ → SUSTITUIMOS

$a_n^{(p)}$ en (1) de Ej 4.14

$$n^3 (p_0 + p_1 n)\,2^n = 6(n-1)^3 (p_0 + p_1(n-1))\,2^{n-1} - 12(n-2)^3(p_0 + p_1(n-2))\,2^{n-2} + 8(n-3)^3(p_0 + p_1(n-3))\,2^{n-3} + (1+n)\,2^n$$

Divido : 2^{n-3}

$$n^3 (p_0 + p_1 n)\,2^3 = 6(n-1)^3(p_0 + p_1 n - p_1)\,2^2 - 12(n-2)^3(p_0 + p_1 n - 2p_1)\,2 + 8(n-3)^3(p_0 + p_1 n - 3p_1)\,2^0 + (1+n)\,2^3$$

$p_0 = ?$ $\qquad p_1 = ?$

$\neg(q \wedge \neg r), P_9$, Tollendo Tollens a P_1 y P_8

$\neg q \vee r, P_{10}$, Ley de De Morgan a P_9

q, P_{11}, Simplificación a P_4

r, P_{12}, Silogismo disyuntivo a P_{10} y P_{11}

$r \wedge \neg r, P_{13}$, Ley de conjunción a P_7 y P_{12}, que es una contradicción. Por tanto, la negación de la conclusión es falsa, y la conclusión es cierta.

3°) $a_n^{(g)} = a_n^{(p)} + a_n^{h}$.

$a_n^{(g)} = -52 \cdot 3^{n+3} + (A + Bn + Cn^2)\, 2^n$.

$A = ?$ $B = ?$ $C = ?$ se hallan aplicando c. iniciales de (1)

$$\left.\begin{array}{l} a_0 = 1 = -52 \cdot 3^3 + (A)\, 2^0 \\ a_1 = 0 = -52 \cdot 3^4 + (A + B + C) \cdot 2^1 \\ a_2 = -3 = -52 \cdot 3^5 (A + B \cdot 2 + C \cdot 4)\, 2^2 \end{array}\right\}$$

$\to A = 1 + 52 \cdot 3^3$

conocido

$$\left.\begin{array}{l} a_1 = 0 = -52 \cdot 34\, (A + B + C) \cdot 2 \\ \text{conocido} \\ a_2 = -3 = -52 \cdot 3^5\, (A + B \cdot 2 + C \cdot 4)\, 2^2 \end{array}\right\}$$

2 ec. con B y C de incógnitas se obtiene B y C y se sustituye A, B y C en $a_n^{(g)}$

Prueba de Problemas 1: Lógica

Nombre y Apellidos:

Grupo Matriculado GIC-Mañana

Grupo Problemas Prof. T. Calvo **Calificación:**

1. Demostrar si el siguiente razonamiento es válido o no válido

$$\begin{array}{ll} p \wedge q \longrightarrow r & \bar{p} \vee \bar{q} \vee r \\ r \wedge q \longrightarrow p & \bar{r} \vee \bar{q} \vee p \\ \neg p & \bar{p} \\ \hline \therefore \neg r & \bar{r} \end{array}$$

Solución: El razonamiento no es válido ya que se consigue una asignación de valores de certeza con premisas ciertas y conclusión falsa:

$$r := 1, p := 0, q := 0, p \wedge q \longrightarrow r := 1, r \wedge q \longrightarrow p := 1$$

$\cancel{\bar{p}} \vee r$ FNC $\Rightarrow (\bar{p} \vee \bar{q} \vee r) \wedge (\bar{r} \vee \bar{q} \vee p) \wedge (\bar{p}) \Rightarrow \bar{r}$

$\bar{q} \vee r$ $\qquad p := 0$

$\bar{r} \vee \cancel{p}$ $\qquad q := 0$

$\bar{q} \vee \cancel{p}$ $\qquad r := 1$

r

$\frac{x^{30}}{30!}$

x^{30}

$\sum \left(\frac{4!}{l_o!\, l_b!\, l_c!} \right) \left(\frac{x^4}{4!} \right)$

$\frac{x^2}{2!} \quad \frac{x^2}{2!} = \frac{4!}{2!\,2!} \boxed{\frac{x^4}{4!}}$

e^x

$e^x (e^x$

$$\left(1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \text{——}\right)\left(1 + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \text{——}\right)$$

$$e^x \left(\frac{e^x + e^{-x}}{2} \right) = \frac{e^{2x} + 1}{2}$$

Prueba de Problemas: Tema 2

Nombre y Apellidos:

Grupo Matriculado:

Grupo Problemas Prof. T. Calvo **Calificación:**

1. ¿De cuántas formas se pueden sentar cinco amigos en una fila de 12 butacas numeradas?

$$\binom{12}{5} 5!$$

$a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \cdots + a_n x^n$

$\longrightarrow c_3 + c_1 + c_2 + c_4 = 18$

6 3 6 3

3 6 6 3

$\dfrac{6\,3\,6\,3}{}$ $\quad \dfrac{4!}{2!\,2!}$

$m_1 + m_2 + m_3 + m_4 = \underline{30}$

$x^{m_1 + m_2 + m_3 + m_4} = x^{30}$

$a_{30} x^{30}$

$F(x) = \left(x^0 + \cdots + x^{30}\right)^4 (\quad)(\quad)(\quad)$

$\left(\dfrac{1 - x^{31}}{1 - x}\right)^4 = \sum (1 - x^{31})^4 \sum (1 - x)^{-4}$

$\sum (\quad) \sum (\quad)$

$\left(\sum_{k=0}^{4} \binom{4}{k} (-x^{31})^k \cdot \sum_{i=0}^{\infty} \binom{-4}{i} (-x)^i\right)$

$$100 - 30 - 30 - 12 = 100 - 72 = 28$$

Prueba de Problemas : Tema 2

Nombre y Apellidos:

$60 - 30 = 30 \rightarrow$ no sup. B
$48 - 30 = 12 \rightarrow$ no sup. A

Grupo Matriculado: GII-Mañana **Calificación:**

Grupo Problemas: Martes

1. Hallar el número de alumnos que no ha superado ninguna de las pruebas A y B de las que consta un examen al que se han presentado 100 alumnos, sabiendo que la prueba A la han superado 60 alumnos, la prueba B la han superado 48 y 30 han superado las dos pruebas.

$|A|$ = alumnos q. han sup. A
$|B|$ = ——— B
$|C|$ = ——— A y B
$|\bar{C}|$ = ——— $\overline{(A \text{ y } B)}$

$|X|$ = tot.

$$|\bar{C}| = |X| - |A \cup B| = |X| - (|A| + |B| - |A \cap B|)$$

$$100 - (60 + 48 - 30)$$

$$x^5 + 7x^2 + 3x - 7 = p(x)$$

$$n^5 = p(n)$$

$|\bar{S}| = |X$

No sup. $|\bar{B}| = |A| - |A \cap B| = 60 - 30 = 30$
$|\bar{A}| = |B| - |A \cap B| = 48 - 30 = 18$

$$|\bar{S}| = |X| - |\bar{A} \cap B| - |\bar{B} \cap A| - |A \cap B| = 100 - 18 - 30 - 30 = 22$$

$$a_n = 6a_{n-1} - 12a_{n-2} + 8a_{n-3} + \underbrace{\boxed{(1+n)\,3^n}}_{F(n)} \quad (1)$$

1º) $a_n = 6a_{n-1} - 12a_{n-2} + 8a_{n-3}$ (2) R.R. Homogénea (1)

<u>orden 3</u> de (2)

$$r^3 - 6r^2 + 12r - 8 = 0$$

$$\boxed{r = 2 \quad m = 3}$$

$(8 - \cancel{24 + 24}$

	1	−6	+12	−8
2		2	−8	8
	1	−4	+4	0

$$r^2 - 4r + 4 = 0$$

$$(r-2)^2 = 0$$

$$a_n^{(h)} = (A + Bn + Cn^2)\,2^n$$

2º) $a_n^{(p)} = ?$ de (1) ????Sol. Particular de (1)

$s = 3$

$$a_n^{(p)} = (p_0 + p_1 n)\,3^n$$

$$a_n = (-53 \cdot 27 + 27)\,3^n = (-53 + 1)\,3^3 \cdot 3^n$$

$$= -52 \cdot 3^{n+3}$$

Solución

- $x_1 + \ldots + x_5 = 10$ con $0 \leq x_i \leq 10$ entonces $CR_{5,10} = \binom{10+5-1}{10}$.
- $x_1 + \ldots + x_5 = 10$ con $1 \leq x_i \leq 10 \Leftrightarrow x_1 + \ldots + x_5 = 5$ con $0 \leq x_i \leq 5$ entonces $CR_{9,5} = \binom{9}{5}$.

Solución Si llamamos A al conjunto de alumnos que superan la prueba A y B l conjunto de alumnos que superan la prueba B, entonces debemos calcular el siguiente cardinal

$$|A^c \bigcap B^c| = |X| - |A \bigcup B| = |X| - (|A| + |B| - |A \bigcap B|), = 100 - 78 = 22.$$

donde X denota al conjunto de alumnos, A^c, B^c denotan los conjuntos de alumnos que no ha superado la prueba A o la B, respectivamente. , siendo x_i el número que aparece en el dado i, $1 \leq x_i \leq 6$, $i = 1, 2, 3$. Ese número coincide con las soluciones enteras de la ecuación $x_1 + x_2 + x_3 = 7$ y es $CR_{3,7} = 7 + 2 - 12 = 36$.

$-27 + 9 - 8$

$p_0 \cdot 1 = -54 p_1 + 3^3$

$-54 \cdot 27 + 27$

$p_0 + 54 p_1 - 3^3 = 0$

$27(-53$

$\frac{3^{n-1}}{3^{n-3}} = 3^2$

$$\begin{array}{r} 27 \\ 53 \\ \hline 81 \\ 135 \\ \hline 31 \end{array}$$

$-p_0 - 54 p_1 + 3^3 = 0$

Prueba de Problemas : Tema 2

Nombre y Apellidos:

Grupo Matriculado: GII-Mañana **Calificación:**

Grupo Problemas: Miércoles

1. En una selección de personal, para 5 puestos de trabajo diferentes se presentan 10 personas

   - ¿ de cuántas formas pueden optar los candidatos a los puestos de trabajo?
   - ¿ y si como mínimo hay un candidato para cada puesto?

a) Cada candidato se p. a todos:

$= 10^5$ // pq. igual no se present. ning.

10 10 10 10 10

a_2) Cada candidato a 1 puesto:

$\Rightarrow \frac{10!}{5!}$

10 9 ... 6

$p_0 = ?$ $\quad p_1 = ?$

Sustituyes $o_n^{(p)}$ en (1)

$$(p_0+p_1 n)\cdot 3^n = 6\left(p_0+p_1(n-1)\right)3^{n-1} - 12\left(p_0+p_1(n-2)\right)3^{n-2}$$
$$+ 8\left(p_0+p_1(n-3)\right)3^{n-3} + (1+n)\,3^n.$$

DIVIDO TODA LA IGUALDAD POR 3^{n-3}

$$(p_0+p_1 n)3^3 = 6(p_0+p_1 n-p_1)3^2 - 12(p_0+p_1 n-2p_1)3^1$$
$$+8(p_0+p_1 n-3p_1) + (1+n)3^3$$

Coef. n

$$3^3 p_1 = 6\cdot 3^2 p_1 - 12\cdot 3 p_1 + 8p_1 + 3^3$$
$$p_1(27-54+36-8) = 27$$

$$\boxed{p_1 = 27}$$

$$3^3\cdot p_0 = 6\cdot 3^2 p_0 - 6\cdot 3^2\cdot p_1 - 12\cdot 3 p_0 + \cancel{12\cdot 2 p_1} +$$
$$8p_0 - \cancel{24 p_1} + 3^3$$

$$p_0\left(3^3 - 54 \cancel{+27-54} + 36 - 8\right) = -54\cdot 27 + \cancel{24\cdot 27}$$
$$\cancel{-24\cdot 27} + 3^3$$

$$1\cdot p_0 = 27(-54+1) = -27\times 53 =$$

2

Prueba de Problemas Tema 3

Nombre y Apellidos:

Grupo Matriculado:

Horario de Grupo Problemas **Calificación:**

1. Se distribuyen dos cajas de refrescos, con 24 botellas de un tipo, y 24 de otro, entre cinco peritos que realizan pruebas de sabores. ¿ De cuántas formas pueden distribuirse las 48 botellas de manera que cada perito reciba al menos dos botellas de un tipo y tres del otro?

$\cancel{p_1 + p_2 + p_3 + p_4 = 48}$

$p_{11} + p_{12} + p_{21} + p_{22} + p_{31} + p_{32} + p_{41} + p_{42} = 48$

$2 \leq p_{i1} \leq (2 \cdot 5) \Rightarrow 2 \leq p_{i1} \leq 24 - (10)$

$3 \leq p_{i2} \leq (3 \cdot 5) \Rightarrow$

$P(x) = (x^2 \ldots)^5 \cdot (x^3 \ldots)^5 = 48$

$P(x) = (x^2)^5 \cdot (x^3)^5 \cdot (1 + x \ldots)^{10} = 48$

$P(x) = x^{10} \cdot x^{15} \cdot (1 + x \ldots)^{10} = 48$

$P(x) = x^{25} \underbrace{(1-x)^{-10}}_{\text{Busco coef. de } x^{28}} = 48$

$(1-x)^{-10} \Rightarrow \binom{28+10-1}{28} x^{28}$

$R = \binom{37}{28}$

$$\left(\sum \frac{4!}{l_a!\, l_b!\, l_c!}\right) x^4 = \left(\sum \quad\right) x^{l_a + l_b + l_c}$$

$$x^{l_a} x^{l_b} x^{l_c}$$

$$x^4 = x^{l_a} x^{l_b} x^{l_c}$$

$$x^4 \qquad x^{l_a + l_b + l_c}$$

$$\left(\frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \cdots\right) \left(1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \cdots\right)^2$$

Solución:

La selección de cinco butacas entre 12 de una fila es $\binom{12}{5}$ y para cada una de estas opciones tenmos que considerar las diferentes permutaciones de cinco, i.e., a selección de cinco butacas entre 12 de una fila es $5!\cdot\binom{12}{5} = \frac{12!}{7!} = 12\cdot 11\cdot 10\cdot 9\cdot 8.$

Prueba de Problemas Tema 3

Nombre y Apellidos:

Grupo Matriculado:

Horario de Grupo Problemas **Calificación:**

$\frac{1}{1-x}$

24

1. ¿ De cuántas formas se pueden asignar dos docenas de robots idénticos a 4 líneas de montaje de modo que se asignen al menos 3 robots a cada línea?

$3 \le l \le 15$

$F(x) = (x^3 + x^4 + \cdots x^{15})^4$

$F(x) = x^{12}\cdot(1+x\cdots x^{12})^4 = x^{12}\cdot\left(\frac{1-x^{13}}{1-x}\right)^4 = x^{12}(1-x^{13})^4\cdot(1-x)^{-4} =$

$= x^{12}\cdot(1-x^{13})\cdot\sum_{K=0}^{\infty}\binom{4+2}{4} = x^{12}(1-4x^{13}+6x^{26}-4x^{39}+x^{52})\cdot$

$(x^{12}-4x^{25}+6x^{38}-4x^{51}+x^{64})\cdot\sum_{K=0}^{\infty}\binom{K+4-1}{K}\cdot x^K$

$C_{24} = 1\cdot\binom{12+3}{12} = \binom{15}{12} = \frac{15!}{(15-12)!\,12!} = \frac{15!}{3!\,12!} = \boxed{455}$

$\boxed{K=12}$

$$l_a + l_b + l_c = 4$$

$$\downarrow$$

$$x^{l_a + l_b + l_c} = x^4$$

$$x^{l_a} x^{l_b} x^{l_c} = x^4$$

$$\cancel{\frac{(l_a + l_b + l_c)!}{l_a!\, l_b!\, l_c!}} \frac{x^{l_a}}{l_a!} \frac{x^{l_b}}{l_b} \frac{x^{l_c}}{l_c!}$$

$$\sum \left(\quad \right)$$

l_a

$$\left(\frac{x^2}{2!} + \cdots \right) \left(1 + \frac{x^1}{1!} + \cdots \right)^2$$

$$\frac{x^{l_a}}{l_a!} \frac{x^{l_b}}{l_b!} \frac{x^{l_c}}{l_c!} = \frac{x^4}{l_a!\, l_b!\, l_c!}$$

Prueba de Problemas Tema 3

Nombre y Apellidos:

Grupo Matriculado:

Horario de Grupo Problemas **Calificación:**

1. Juan, Enrique, Pedro, Ana y María asisten a la fiesta de cumpleaños de Ana, los padres de Ana reparten entre ellos 13 bolsas de chucherías, las bolsas son idénticas. Sabiendo que todos los niños reciben al menos una bolsa, que María y Enrique reciben a lo más 4 y que Pedro recibe al menos 3 ¿de cuántas formas se pueden repartir? (Nota: indicar solo la función generadora (desarrollos en serie) y el coeficiente que daráa el número de formas)

$$J + E + P + A + M = 13 \qquad 1 \leq M \leq 4 \quad 1 \leq E \leq 4 \quad 3 \leq P$$

$$F(x) = (P^3 + P^4 \dots P^7)\cdot(J^1 + J^2 \dots J^7)\cdot(M^1 + M^2 \dots M^4)(E^1 \dots E^4)(A^1 \dots A^7)$$

$$F(x) = (n^3 + n^4 \dots n^7)(n^1 + n^2 \dots n^7)\cdot(n^1 + n^2 \dots n^4)(n^1 \dots n^4)(n^1 \dots n^7)$$

$$F(x) = n^3\cdot(1 + n^1 \dots n^4)\, n\cdot(1 + n \dots n^6)\, n(1 + n^1 \dots n^3)\cdot n(1 \dots n^3)\; n(1 \dots n^6)$$

$$F(x) = n^7\ (1 + n \dots n^4)\cdot(1 + n \dots n^6)^2 + (1 + n \dots n^3)^2$$

$$F(x) = n^7\left(\frac{1 - x^5}{1 - x}\right)\cdot\left(\frac{1 - x^7}{1 - x}\right)^2 + \left(\frac{1 - x^3}{1 - x}\right)^2$$

$F(x)$

$l_a + l_b + l_c = 4$

$2 \leq l_a \leq 4$

$0 \leq l_b \leq 2$

$0 \leq l_c \leq 2$

$2a + 1b + 1c = 4$

$\frac{4!}{2!\,1!\,1!} = \frac{4 \cdot 3 \cdot \cancel{2}}{\cancel{2}}$

$x^{l_a + l_b + l_c} = x^4$?

$l_a + l_b + l_c = 4 \rightarrow \frac{(l_a + l_b + l_c)!}{l_a!\, l_b!\, l_c!}$

$? \; x^{l_a + l_b + l_c} = ? \; x^4$

$$\sum_{\substack{l_a + l_b + l_c = 4 \\ 2 \leq l_a \leq 4}} \frac{4!}{l_a!\, l_b!\, l_c!}$$

Prueba de Problemas Tema 4

Nombre y Apellidos:

Grupo Matriculado: GIC, Turno Mañana

Horario de Grupo Problemas **Calificación:**

1. Determinar y resolver la relación de recurrencia que nos permite calcular el número de formas de aparcar motos y coches en una fila de n espacios, si cada moto ocupa un espacio y cada coche dos. Los coches se consideran idénticos y las motos también, y además se quiere ocupar todos los espacios.

$$a_n = a_{n-1} + 2a_{n-2}$$

$l_a + l_b + l_c = 4$ → cada solución.

$2 \le l_a$

$0 \le l_c, l_b$.

no me aporta una única ordenación
sino que me aporta $\frac{4!}{l_a!\, l_b!\, l_c!}$

$F(x) = ? \quad ?\, x^{l_a} x^{l_b} x^{l_c} = ?\, x^4$

$$F(x) = \left(\frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!}\right)\left(1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!}\right)^2$$

l_a. $\quad$ l_b y l_c.

$$\frac{x^{l_a}}{l_a!}\,\frac{x^{l_b}}{l_b!}\,\frac{x^{l_c}}{l_c!} = \frac{x^{l_a+l_b+l_c}}{l_a!\, l_b!\, l_c!}$$

$l_a + l_b + l_c = 4$

$x^{l_a+l_b+l_c} = x^4$

$\sum \frac{x^{l_a+l_b+l_c}}{l_a!\, l_b!\, l_c!}$

$$\frac{4!}{l_a!\, l_b!\, l_c!}\,\frac{x^4}{4!} \to \left(\sum \frac{4!}{l_a!\, l_b!\, l_c!}\right)\frac{x^4}{4!}$$

Prueba de Problemas de Temas de Grafos

Nombre y Apellidos:

Grupo Matriculado: GIC, Turno Mañana

Horario de Grupo Problemas **Calificación:**

1. Sea G el grafo no dirigido y ponderado cuyo conjunto de vértices $V = \{a, b, c, d, e, f, g, h, i\}$ determinado por la siguiente tabla en la que se indican los diferentes pesos de sus aristas, definidas por los distintos vértices del grafo:

•	a	b	c	d	e	f	g	h	i
a	-	-	3	8	-	-	-	-	-
b	-	-	-	2	4	-	-	-	-
c	3	-	-	-	-	3	-	-	-
d	8	2	-	-	-	1	1	6	3
e	-	4	-	-	-	-	1	-	-
f	-	-	3	1	-	-	5	2	10
g	-	-	-	1	1	5	-	8	3
h	-	-	-	6	-	2	8	-	1
i	-	-	-	3	-	10	3	1	-

a) Hallar el camino mínimo desde el vértice a a cada uno de los restantes vértices del grafo indicar las distintas iteracciones del algoritmo de Dijkstra;

a	b	c	d	e	f	g	h	i
0	∞	3	8	∞	∞	∞	∞	∞
	∞	3	8	∞	6	∞	∞	∞
	10		8	∞	6	9	14	11
	10		7	∞		9	8	11
	9			∞		8	8	10
				9			8	10
								9

b) Hallar el árbol generador de peso mínimo, indicando las distintas iteracciones del algoritmo.

c) ¿Cuál es el número cromático de G?

* $a_n = 3(2)^{n-1} - a_{n-1}$; $n \geq 2$

$a_1 = 0$

11) T4:

n escalones;
1 ó 2 peldaños

$G(x) = (x + x^2)^n = n; x \cdot (1-x^2)^{-n} \quad (1-x)^{-n} = n;$

$x(1+x)^n$

Pero lo hago con rel; -

$a_1 = 1$ sola forma

$a_2 = 2$ formas

$n = 2K$

$n = 2K - 1$

$a_n \Rightarrow$ ~~#~~ formas de subir n esc

$a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$

$a_1 = 1$

$a_2 = 2$

$p \to a_{n-1}$ 1 escalón

$p \to a_{n-2}$ 2 escalones

La cor.:

4) EXAMEN AÑO PASADO? ent. pos de n dígitos con 3 treses consec

$\{0, 1, 2, \dots, 9\}$

$\{A, B, C, \dots, J\}$ con CC

$a_n = $ # palabras con alfabeto q. contienen CC

$a_1 = 0$

$a_2 = 1$

A | CC | A

CC

CCA

CCB

ACC

CCAB

CCAC

CCA

CCB

CC

3 casos

$\overline{C}$ ____ $\Rightarrow a_{n-1} \cdot 9$

$C\overline{C}$ ____ $\Rightarrow a_{n-2} \cdot 9$

CC ____ $\Rightarrow 10^{n-2}$

$a_n = 9a_{n-1} + 9a_{n-2} + 10^{n-2}$

$a_1 = 0$; $a_2 = 1$