Examen de Estructuras Discretas (Bloque 2)
Grado de Ingeniería Informática. Curso 2015-2016

1. (0,5 $-$ 2, 5 **puntos**) Elegir una de las siguientes opciones, es decir, a) o b):

   a)a1) Definir emparejamiento completo en un grafo bipartido.

   a2) Enunciar y demostrar: la condición de Hall de un emparejamiento completo en un grafo bipartido.

   b)b1) Definir flujo máximo y corte mínimo de una red.

   b2) Enunciar y demostrar: el teorema de flujo máximo y corte mínimo de una red.

2. (**2,5 puntos**) Determinar la relación de recurrencia para calcular el número de secuencias de longitud n con las cifras $\{0, 1\}$, sin dos ceros seguidos. Resolver la relación por el método básico y utilizando funciones generadoras.

3. (**2,5 puntos**) Se considera la red de ordenadores conectados entre sí como se muestra en la figura, en las que se indica la longitud en metros de los cables de conexión.

   a) Hallar las conexiones mínimas, en metros de cable, entre el ordenador a y cada uno de los restantes ordenadores de la red.

   b) ¿Cuántos metros de cablee podemos ahorrar suprimiendo conexiones de forma que no perdamos conectividad en la red?

   c) ¿Cuál es el mínimo número de turnos de vacaciones, simultaneamente, personas que tengan sus ordenadores directamente conectados?

Observaciones: 1) Tiempo: de 8:00 a 10:00.
2) Sólo se valorarán las respuestas que estén justificadas correctamente.
3) No está permitido el uso de dispositivos electrónicos.

Examen de Estructuras Discretas (Bloque 2)
Grado de Ingeniería Informática. Curso 2015-2016

1. **(**0,5 – 2,5 **puntos)** Elegir una de las siguientes opciones, es decir, a) o b):

   a)a1) Definir emparejamiento completo en un grafo bipartido.

   a2) Enunciar y demostrar: la condición de Hall de emparejamiento completo en un grafo bipartido.

   b)b1) Definir flujo máximo y corte mínimo de una red.

   b2) Enunciar y demostrar: el teorema de flujo máximo y corte mínimo de una red.

2. **(2,5 puntos)** Determinar la relación de recurrencia para calcular el número de secuencias de longitud n con las cifras $\{0,1\}$, sin dos ceros seguidos. Resolver la relación por el método básico y utilizando funciones generadoras.

   Sol. La relación de recurrencia es $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}, n \geq 3$; $a1 = 2, a_2 = 3$. Ecución caraccterística $r^2 - r - 1 = 0$ y raíces $r_1 = \frac{1+\sqrt{5}}{2}, r_2 = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$. Luego solución general es $a_n = A(\frac{1+\sqrt{5}]}{2})^n + B(\frac{1\sqrt{5}}{2})^n$ y aplicando condiciones iniciales se determina que $A = B = 1$.

3. **(2,5 puntos)** Se considera la red de ordenadores conectados entre sí como se muestra en la figura, en las que se indica la longitud en metros de los cables de conexión.

   a) Hallar las conexiones mínimas, en metros de cable, entre el ordenador a y cada uno de los restantes ordenadores de la red. **Sol**. Las conexiones mínimas, en metros cable, entre el ordenador a y cada uno de los restantes ordenadores de la red se obtienen aplicando Dijktra y son los que aparecen en el aról con aristas $\{a,j\}, \{a,b\}, \{a,g\}, \{g,e\}, \{g,i\}, \{g,d\}, \{a,c\}, \{c,h\}, \{h,f\}$

   b) ¿Cuántos metros de cable podemos ahorrar suprimiendo conexiones de forma que no perdamos conectividad en la red? **Sol**. Los metros de cable que podemos ahorrar, sin perder conectividad se obtienen aplicando el algoritmo de Kruskal o de Prim, vienen dados por el peso de las aristas que no aparecen en el árbol

$\{a,j\},\{a,b\},\{a,g\},\{g,e\},\{g,i\},\{g,d\},\{a,c\},\{c,h\},\{h,f\}$ y que suman 96 metros.

c) ¿Cuál es el mínimo número de turnos de vacaciones, simultaneamente, personas que tengan sus ordenadores directamente conectados? **Sol**. El mínimo número de turnos de vacaciones es cuatro ya que su número cromático es cuatro.

Examen de Estructuras Discretas (Bloque 1)

Grado de Ingeniería Informática. Curso 2015-2016

1. (**3 puntos**)

   a) ¿Qué es un desorden?. ¿ El número de desórdenes de $n = 3$ es 2 ó 5? Justificar la respuesta.

   b) ¿Es cierto que $r \Rightarrow (p \wedge q) \equiv (r \Rightarrow p) \wedge (r \Rightarrow q)$?. Demostrarlo aplicando propiedades de los conectivos lógicos (no por sus tablas de verdad). Justificar la respuesta.

   c) Enunciar el principio del palomar generalizado.

2. (**2,5 puntos**)

   a) Un técnico tiene que reparar un superordenador conectando tres cables rojos, 4 azules y cinco negros en unos contactos de esos mismos colores. Sabiendo que cada cable debe conectarse en un contacto de su mismo color, ¿de cuántas formas pueden conectarse los cables?.

   b) Hallar las permutaciones de $\{1, 2, \ldots, 9\}$ que empiezan por 1 ó terminan por 9.

3. (**2,5 puntos**) Determinar la función generadora que nos permite calcular el número de palabras de r letras, con una vocal como máximo (Supongan que el alfabeto tiene 5 vocales y 21 consonantes). Calculen este número.

Observaciones: 1) Tiempo: de 10:00 a 12:00.
2) Sólo se valorarán las respuestas que estén justificadas correctamente.
3) No está permitido el uso de dispositivos electrónicos.

Examen de Estructuras Discretas (Bloque 1)
Grado de Ingeniería Informática. Curso 2015-2016

1. (**3 puntos**)

   a) ¿Qué es un desorden?. ¿ El número de desórdenes de $n = 3$ es 2 ó 5? Justificar la respuesta.

   b) ¿Es cierto que $r \Rightarrow (p \wedge q) \equiv (r \Rightarrow p) \wedge (r \Rightarrow q)$?. Demostrarlo aplicando propiedades de los conectivos lógicos (no por sus tablas de verdad). Justificar la respuesta.

   c) Enunciar el principio del palomar generalizado.

2. (**2,5 puntos**)

   a) Un técnico tiene que reparar un superordenador conectando tres cables rojos, 4 azules y cinco negros en unos contactos de esos mismos colores. Sabiendo que cada cable debe conectarse en un contacto de su mismo color, ¿de cuántas formas pueden conectarse los cables?.

   b) Hallar las permutaciones de $\{1, 2, \ldots, 9\}$ que empiezan por 1 ó terminan por 9.

   Sol. a) 4!,3!,5!

   b) Por principio de inclusión-exclusión, sea A el conjunto de permutaciones que empiezan por 1 y B el conjunto de permutaciones que acaban por 9. Tenemos que calcular $\mid A \bigcup B \mid$ y es $\mid A \bigcup B \mid = \mid A \mid + \mid B \mid - \mid A \bigcap B \mid = 8! + 8! - 7!$.

3. (**2,5 puntos**) Determinar la función generadora que nos permite calcular el número de ordenaciones de r letras, con una vocal como máximo (Supongan que el alfabeto tiene 5 vocales y 21 consonantes). Calculen este número.

   Sol. $f(x) = (1+x)^5(e^x)^{21}$ la solución será el coeficiente de $x^r/r!$ Â´más coeficiente de $x^{r-1}/(r-1)!$ en $f(x)$.