

PEC1. 3 de Abril de 2013

1.- (2 ptos.) Responder razonadamente a las siguientes preguntas

- a) ¿El número de particiones de cien en partes cinco, veinte, veinticinco y cincuenta es el coeficiente de x^{100} en el desarrollo en serie de

$$(1 - x^5)^{-1}(1 - x^{20})^{-1}(1 - x^{25})^{-1}(1 - x^{50})^{-1}?$$

- b) ¿Es cierto que

$$\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k}?$$

2.- (2 ptos.) Construir una prueba de refutación por resolución para demostrar que las premisas $p \rightarrow (r \wedge s)$, $r \rightarrow (t \vee v)$, $t \rightarrow \neg p$ y $(v \vee r) \rightarrow \neg s$ conducen a $\neg p$.

3.- (2 ptos.) Cuatro personas se reparten las cuarenta cartas de la baraja española recibiendo cada una diez cartas. ¿Cuál es la probabilidad de que una de entre ellas reciba los cuatro ases? ¿Y de que cada uno reciba un as?

4.- (2 ptos.) Andrés, Beatriz, Carlos, David y Eugenia se van a repartir cuarenta monedas de un euro. ¿De cuántas formas lo pueden hacer si todos han de recibir como mínimo dos monedas y tres de entre ellos como mucho siete?

PEC1. 19 de Marzo de 2014

1.- (2 ptos.) Responder razonadamente a las siguientes preguntas

- a) ¿Cuál es la función generadora de $p(n|$ cada parte como máximo dos veces)?
¿Y la de $p(n|$ cada parte es potencia de dos)?
- b) Sean m, n y r enteros no negativos con $r \leq m$ y $r \leq n$. ¿Es cierto que

$$\binom{m+n}{r} = \sum_{k=0}^r \binom{m}{r-k} \binom{n}{k}?$$

2.- (2 ptos.) Formalizar y estudiar la validez del siguiente argumento:

Si un triángulo tiene tres ángulos, un cuadrado tiene cuatro ángulos rectos. Un triángulo tiene tres ángulos y su suma vale dos ángulos rectos. Si los rombos tienen cuatro ángulos rectos, los cuadrados no tienen cuatro ángulos rectos. Por tanto, los rombos no tienen cuatro ángulos rectos.

3.- (2 ptos.) ¿Cuántas palabras en el alfabeto $\{a, b, c\}$ contienen ocho aes, tres bes y cinco ces? ¿Cuántas de entre las anteriores no contienen dos aes consecutivas?

4.- (2 ptos.) ¿Cuántos números de diez cifras decimales con a lo más dos ceros y al menos dos doses, verifican que la suma de sus cifras es igual a treinta?

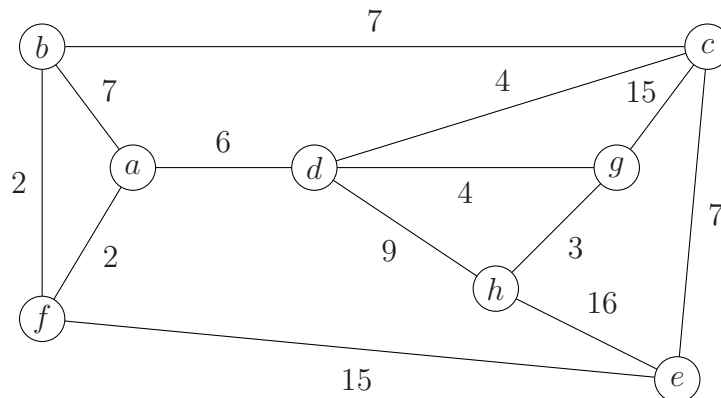
PEC2. 7 de Mayo de 2014

1.- (2 ptos.) Responder razonadamente a las siguientes preguntas

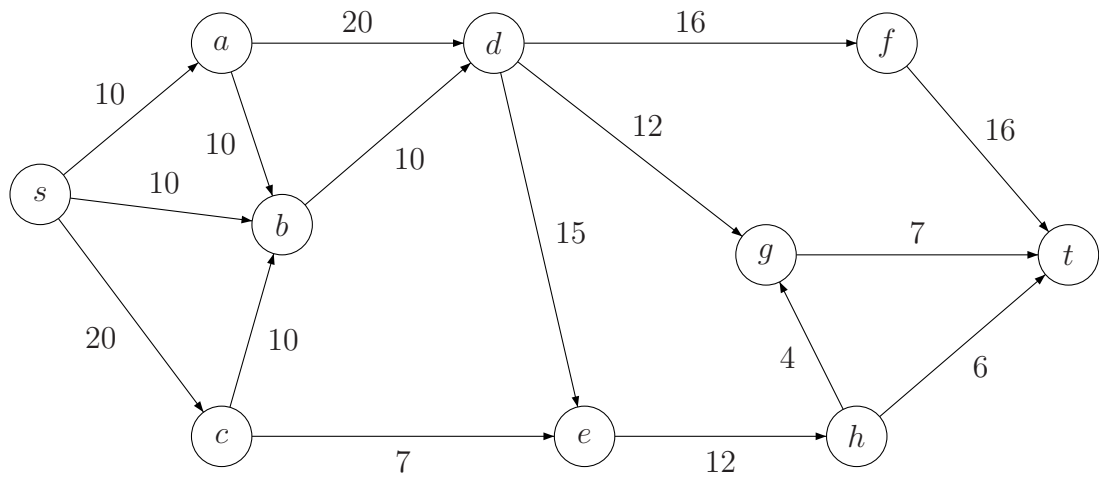
- a) ¿Puede un árbol de orden mil tener únicamente vértices de grados uno y cuatro?
- b) La ecuación característica de una recurrencia lineal homogénea posee tres soluciones, 2, -1 y 1 con multiplicidades 3, 2 y 1 respectivamente. ¿Cuál es el orden de la recurrencia? ¿Cuál es la solución general de la recurrencia?

2.- (2 ptos.) Encontrar una relación de recurrencia lineal que nos permita calcular las cadenas binarias de longitud n que no contienen tres unos consecutivos. ¿Cuáles son las condiciones iniciales?

3.- (2 ptos.) Utilizando el algoritmo de Dijkstra, encontrar un camino de longitud mínima entre los vértices f y c del grafo dado. Indicar cuál es esa distancia mínima. (En cada paso del algoritmo, indicar el estado de todos los elementos que intervienen.)



4.- (2 ptos.) Determinar un flujo máximo y un corte mínimo en la siguiente red comenzando por flujo cero. (Indicar, en cada paso, el estado de los elementos que intervienen.)



Examen Extraordinario. 27 de Junio de 2014

1.- (2 ptos.) Responder razonadamente a las siguientes preguntas

- a) ¿Qué función generadora y qué coeficiente de la misma permiten contar el número de soluciones enteras no negativas de la ecuación $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 25$, con las restricciones $2 \leq x_1 \leq 5$ y $x_3 \geq 3$?
- b) ¿En qué consiste el método de refutación por resolución de Robinson?
- c) ¿Puede un árbol de orden mil tener únicamente vértices de grados uno y cuatro?

2.- (2 ptos.) Estudiar la validez del siguiente argumento formalizándolo previamente:

Si soy honrado, soy tonto.

Yo soy honrado o tonto, o Pedro tenía razón y ese vendedor es un ladrón.

Yo no soy tonto y ese vendedor es un ladrón.

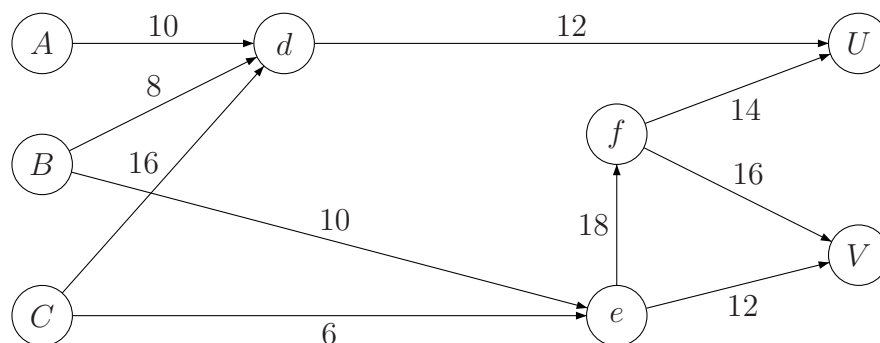
\therefore Pedro tenía razón.

3.- (2 ptos.) ¿De cuántas maneras puede acabar una carrera de caballos con cinco participantes si se admiten empates?

4.- (2 ptos.) Calcular todas las soluciones de la recurrencia:

$$a_n = 4a_{n-1} - 5a_{n-2} + 2a_{n-3} + 2^n$$

5.- (2 ptos.) Las empresas A , B y C fabrican un producto que se transporta, a través de la red que muestra la figura, a los mercados U y V . Las capacidades de las vías de transporte aparecen en la gráfica. Modelizar la red y determinar un flujo máximo y un corte mínimo.



PEC1. 8 de Abril de 2015

1.- (2 ptos.) Responder razonadamente a las siguientes preguntas

- a) ¿Es la regla de inferencia *resolución* caso particular del silogismo?
- b) ¿Cuál es la función generadora de $p(n|$ cada parte como máximo dos veces)?
¿Y la de $p(n|$ cada parte es potencia de dos)?

2.- (2 ptos.) Construir una prueba de refutación por resolución para demostrar que las premisas $t \longrightarrow q$, $p \longrightarrow (r \vee q)$, $\neg p \longrightarrow (\neg s \wedge q)$ y $(p \vee r) \longrightarrow t$ conducen a $s \longrightarrow q$.

3.- (2 ptos.) Se reparten las cincuenta y dos cartas de una baraja francesa entre cuatro personas de tal forma que cada una reciba trece. ¿Cuál es la probabilidad de que haya dos personas con dos reyes cada una? (**NOTA:** La baraja francesa contiene, exactamente, cuatro reyes.)

4.- (2 ptos.) ¿Cuántos números enteros no negativos existen con diez cifras decimales de tal forma que tengan exactamente tres doses y la suma de sus dígitos sea igual a treinta?

PEC1. 8 de Abril de 2015

1.- (2 ptos.) Responder razonadamente a las siguientes preguntas

- a) ¿Puede toda fórmula del cálculo proposicional reducirse a una equivalente que contenga como únicos conectivos \neg y \vee ?
- b) ¿El número de particiones de cien en partes cinco, veinte, veinticinco y cincuenta es el coeficiente de x^{100} en el desarrollo en serie de

$$(1 - x^5)^{-1}(1 - x^{20})^{-1}(1 - x^{25})^{-1}(1 - x^{50})^{-1}?$$

2.- (2 ptos.) Construir una prueba de refutación por resolución para demostrar que las premisas $\neg(q \vee t)$, $(s \longrightarrow r) \vee (s \longrightarrow t)$ y $r \longrightarrow (p \wedge q)$ conducen a $\neg s$.

3.- (2 ptos.) Se colocan, en una balda, veinte libros distintos de diez autores diferentes a razón de dos libros por autor. ¿De cuántas maneras se pueden colocar los libros de tal forma que los libros de cada autor estén juntos? ¿De cuántas formas si los libros de al menos un autor han de estar juntos?

4.- (2 ptos.) Calcular la probabilidad de que lanzando un dado siete veces, salgan al menos dos doses, a lo más un seis y la suma de las tiradas sea veinte.

PEC2. 19 de Mayo de 2015

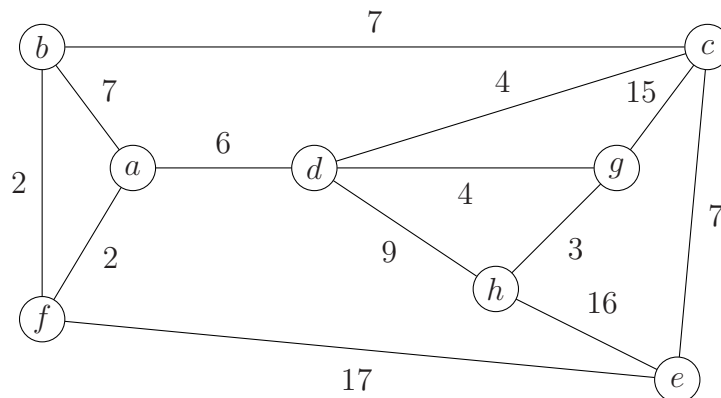
1.- (2 ptos.) Responder razonadamente a las siguientes preguntas

- a) ¿Es cierto que un árbol m -ario completo con n vértices posee $\frac{(m-1)n+1}{m}$ vértices de grado 1?
- b) ¿De qué relación de recurrencia lineal homogénea es solución general

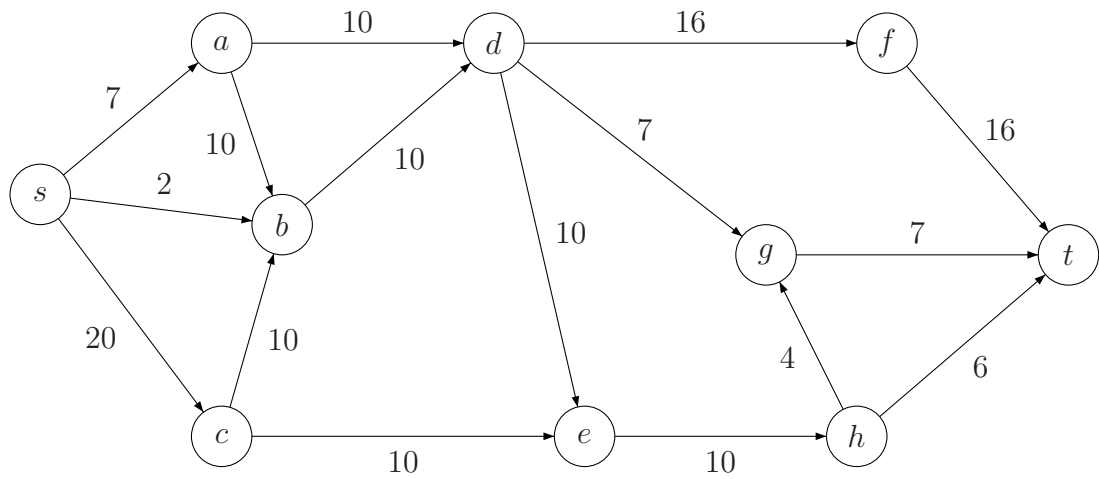
$$a_n = A2^n + Bn2^n + Cn^22^n + D?$$

2.- (2 ptos.) Encontrar una relación de recurrencia que permita contar el número de cadenas binarias de longitud n que contengan la cadena 01. ¿Cuáles son las condiciones iniciales?

3.- (2 ptos.) Utilizando el algoritmo de Dijkstra, encontrar un camino de longitud mínima entre los vértices a y e del grafo dado. Indicar cuál es esa distancia mínima. (En cada paso del algoritmo, indicar el estado de todos los elementos que intervienen.)



4.- (2 ptos.) Determinar un flujo máximo y un corte mínimo en la siguiente red comenzando por flujo cero. (Indicar, en cada paso, el estado de los elementos que intervienen.)



Examen Extraordinario. 26 de Junio de 2015

1.- (2 ptos.) Responder razonadamente a las siguientes preguntas

- a) ¿En qué consiste el método de refutación por resolución de Robinson?
- b) ¿Es cierto que

$$\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k}?$$

- c) ¿Es cierto que un árbol m -ario completo con n vértices posee $\frac{(m-1)n+1}{m}$ vértices de grado 1?

2.- (2 ptos.) Estudiar la validez del siguiente argumento formalizándolo previamente:

Si la tormenta continúa o anochece, nos quedaremos a cenar o a dormir; si nos quedamos a cenar o a dormir no iremos mañana al concierto; pero sí iremos mañana al concierto. Así pues, la tormenta continúa.

3.- (2 ptos.) Sea S un conjunto con n elementos. ¿Cuántos pares ordenados (A, B) existen tales que A y B son subconjuntos de S y $A \subseteq B$?

4.- (2 ptos.) Calcular la solución general de la recurrencia

$$a_n = 7a_{n-1} - 16a_{n-2} + 12a_{n-3} + 3^{n-1}.$$

5.- (2 ptos.) Las empresas A , B y C fabrican un producto que se transporta, a través de la red que muestra la figura, a los mercados U y V . Las capacidades de las vías de transporte aparecen en la gráfica. Modelizar la red y determinar un flujo máximo y un corte mínimo.

