Control borroso Mamdani & Sugeno

Sugeno

- Reglas iguales:

$$\text{Si } \underset{\downarrow \atop \mu(x)}{x} \text{ es } \underset{\downarrow \atop \text{cjto borroso}}{A} \longrightarrow z = f(x) \begin{cases} f(x) = k & (\text{cte}) \\ f(x) = ax+b & (\text{lineal}) \\ f(x) = ax^n \pm \dots & (\text{polinomio}) \end{cases}$$

Inferencia tipo sugeno

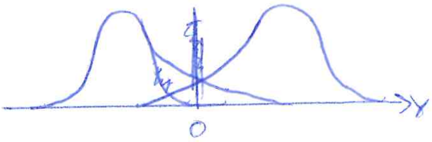
R_1 si x es $A \to z = f_1(x)$

$\vdots$

R_n si x es $A_n \to z = f_n(x)$

$$z = \frac{\sum \mu_{A_i}(x) \cdot f_i(x)}{\sum \mu_{A_i}(x)}$$

Ejemplo



$$\mu_{A_1}(x) = e^{-\frac{1}{2}\frac{(x-x_1)^2}{\sigma^2}}$$

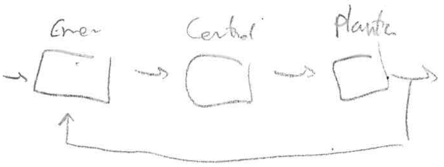
$$\mu_{A_2}(x) = e^{-1/2\frac{(x-x_2)^2}{\sigma^2}}$$

R_1 si x es $A_1 \to z = k_1$

R_2 si x es $A_2 \to z = k_2$

$$z = \frac{\mu_{A_1}(x) \cdot k_1 + \mu_{A_2}(x) \cdot k_2}{\mu_{A_1}(x) + \mu_{A_2}(x)}$$

Gain scheduling



$x = f_1(e) \; ; e \in I_1$

$\vdots$

$x_n = f_n(e) \; ; e \in I_n$

R_1 si e es $A_1 \to x = k_1 e$

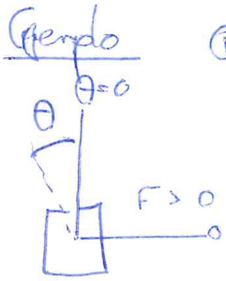
R_2 si e es $A_2 \to x = k_2 \cdot e$

- Controladores borrosos

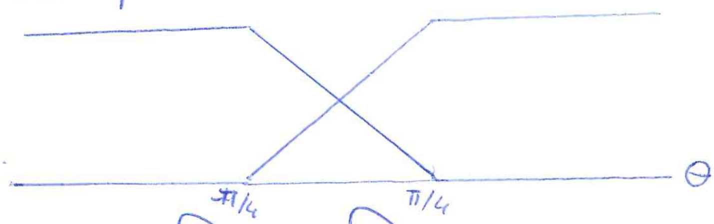
Problema: el output varía según el tpo. para una misma entrada

Solución: añadir elemento factor tpo e introducir derivadas.

Ejemplo

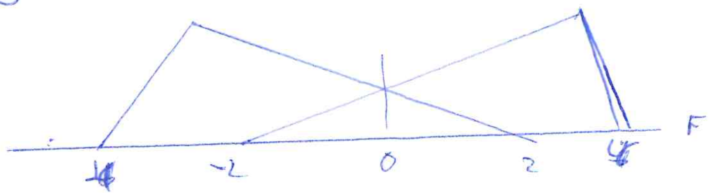


① Sensor ángulo:



Sensor fuerza

② Sensor fuerza

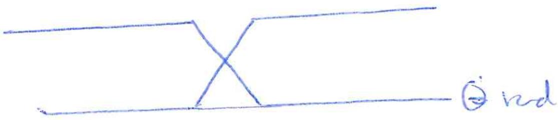


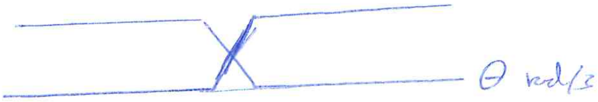
② R1: Si $\ddot{\theta} < 0 \to F < 0$

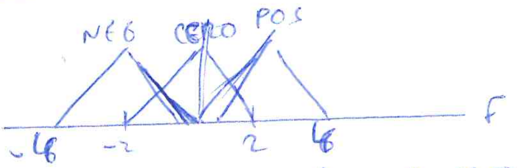
R2: Si $\theta > 0 \to F > 0$

Result. de evaluar la entrada

Utilizando derivadas







θ \ θ'	0'5 NEG	0'5 POS
NEG 0'5	NEG 0'5	POS 0'5
POS 0'5	CERO 0'5	POS 0'5

S - norma → máx (OR)

T - norma → mín (AND)

Borrosif. → delta

Desborrosif. → CP

¿ Calculo θ = 0 ?

AND (0'5, 0'5)

R1 Si θ < 0 AND θ < 0 → F < 0 ; Para ese caso

Para centros ponderados

$$F = \frac{b_1 \cdot h_1 + b_2 \cdot h_2 + b_3 \cdot h_3 + b_4 \cdot h_4}{h_1 + h_2 + h_3 + h_4} = 0$$

$b_i \to$ centro de cada cuadrado:

$b_1 \to -2$

$b_2 \to 0$

$b_3 \to 0$

$b_4 \to 2$

$h_i \to$ altura regla

$h_1 .. h_4 \to 0'5$

$F(\theta = 0, \theta' = \frac{\pi}{16}) = \frac{1}{3}$

Desborrosif...

$c \rightsquigarrow \mu_{POS}(\Omega) \Big| \ldots \Big\{ c \Big\{ \begin{matrix} \Omega \text{ tq. } \mu_{POS}(\Omega) = 0'75; \\ \Omega < 3 \end{matrix} \Big\{ \frac{\Omega+3}{6} = 0'75; \; c = 1'5$

$d \rightsquigarrow \mu_{NEG}(\Omega)\{\ldots\}; \; d \Big\{ \begin{matrix} \Omega \text{ tq } \mu_{POS}(\Omega) = 0'75 \\ \Omega > 3 \end{matrix} \Big\{ \frac{\Omega - 3}{6} = 0'75; \; \Omega = 3'75$

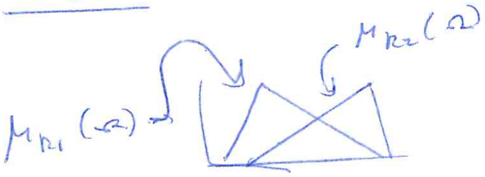
Desborrosificador COA

$$\Omega = \frac{\int \mu_B(\Omega)\,\Omega \cdot d\Omega}{\int \mu_B(\Omega)\, d\Omega} \quad \Big| \quad \mu_B(\Omega) \begin{cases} \frac{\Omega+6}{3} & -6 \leq \Omega < -5'25 \\ 0'25 & -5'25 \leq \Omega < -1'5 \\ \frac{\Omega+3}{6} & -1'5 \leq \Omega < 1'5 \\ 0'75 & 1'5 \leq \Omega < 3'75 \\ \frac{6-\Omega}{3} & 3'75 \leq \Omega \leq 6 \end{cases} \text{ Cjto conclusión}$$

$$\int \mu_B(\Omega)\,\Omega\, d\Omega = \int_{-6}^{-5'25} \left(\frac{\Omega+6}{3}\right) \Omega\, d\Omega + \int_{-5'25}^{-1'5} 0'25\,\Omega \cdot d\Omega + \int_{-1'5}^{1'5} \left(\frac{\Omega+3}{6}\right)\Omega\, d\Omega$$

$$+ \int_{1'5}^{3'75} 0'75\,\Omega\, d\Omega + \int \frac{6-\Omega}{3}\,\Omega\, d\Omega =$$

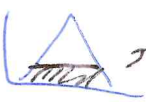
CoG



$$y = \frac{b_1 \int \mu_{R_1}(\Omega)\, d\Omega + b_2 \int \mu_{R_1}(\Omega) \cdot d\Omega}{\int \mu_{R_1}(\Omega)\, d\Omega + \int \mu_{R_1}(\Omega)\, d\Omega}$$

$b = -3$ (por R1) $\rightsquigarrow \int \mu_{R_1}(\Omega) \cdot d\Omega = \frac{0'75 + 0'25}{\ldots} \ldots =$

$b = 3$ (por R2)

R1 →  → μ_{R_1}; Su área es α

R2 →  → μ_{R2}; Área$(\mu_{R2}) = \beta$

$$y = \frac{-3\alpha + 3\beta}{\alpha + \beta}$$

Centro ponderados

Examen

$$\Omega = \frac{b_1 h_1 + b_2 h_2}{h_1 + h_2} = \frac{-3 \cdot 0'25 + 3 \cdot 0'75}{0'25 + 0'75}$$

$b_1 = -3$

$b_2 = +3$

$h_1 = h(\mu_{R1}(\Omega)) = 0'25$

$h_2 = h(\mu_{R2}(\Omega)) = 0'75$

Para $f(10') = 1'5' / 5$

$\Theta = -15^{\circ}$

① $\mu_{R1}(\Omega) = T(\mu_{NEG}(\Omega), \mu_{NEG}(\Theta = -15^{\circ}))$

$\mu_{R2}(\Omega) = T(\mu_{POS}(\Omega), \mu_{POS}(\Theta = -15^{\circ}))$

② $\mu_{NEG}(\Omega) \begin{cases} 1 & \Theta < 20 \\ \frac{20 - \Theta}{40} & -20 \leq \Theta \leq 20 \\ 0 & \text{resto} \end{cases}$ $\mu_{POS}(\Theta) \begin{cases} \frac{\Theta + 20}{40} & -20 \leq \Theta \leq 20 \\ 1 & \Theta \geq 20 \\ 0 & \text{resto} \end{cases}$

③ $\Omega = \frac{b_1 h_1 + b_2 h_2}{h_1 + h_2} = -2'1$

$h_1 = 35/40$

$h_2 = 5/40$

Max y min si uso centro ponderado?

Está sesgado

Resumen mamdani

Idea: $\underbrace{\text{reglas + axiomas} \Rightarrow \text{Conclusión}}_{\text{Borrosificador}} \underbrace{\Rightarrow \text{Resultado}}_{\text{Desborrosificador}}$

- Borrosificador: siempre Delta: $\mu_A(x) \begin{cases} 1 & \text{si } x = x_0 \\ 0 & \text{resto} \end{cases}$

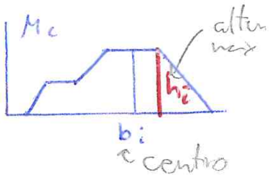
- Desborrosificador:

COA:
$$z_0 = \frac{\int \mu_c(z) \cdot z \cdot dz}{\int \mu_c(z) \cdot dz}$$

COG
$$z_0 = \frac{\sum b_i \cdot \int \mu_c(z) \cdot dz}{\sum \int \mu_c(z) \cdot dz}$$

CP
$$z_0 = \frac{\sum b_i \cdot h_i}{\sum h_i}$$

COG y CP: Aprox. del COA



- T-norma: mínimo o producto
  $\min(a,b)$ $a \cdot b$

- S-norma: max o suma o suma probabilística
  $\max(a,b)$ $a + b$ $a + b - (a \cdot b)$

Proceso de inferencia

1) Esquema, entradas, salidas y sus dominios.

2) Tabla de reglas:

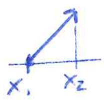
y \ x	A_1	A_2
B_1	C_1	C_2
B_2	C_3	C_4

3) Calcular grado activación de las reglas con la T-norma:

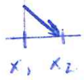
$$\mu_{R_i} = T(\mu_{A_i}(x), \mu_{B_k}(y))$$

4) Para cada C_i, elegir μ_{R_j} asociado según la S-norma.

5) Dibujar $\mu_{\text{CONCLUSIÓN}}$ y hallar sus ecuaciones.



$$y = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$$



$$y = \frac{x_2 - x}{x_2 - x_1}$$

6) Resolver pasando $\mu_{\text{conclusión}}$ por el desborrosificador.

(3) x ← grado
y ← tipo

y \ x	P	M (0'5)	E (0'5)
NG	MC	C	L
M (1)	C	M	L
G	M	L	ML

x = 75 → cae entre M y E
y = 50 → cae en M

$x_1 \nearrow x_2 \rightarrow \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$

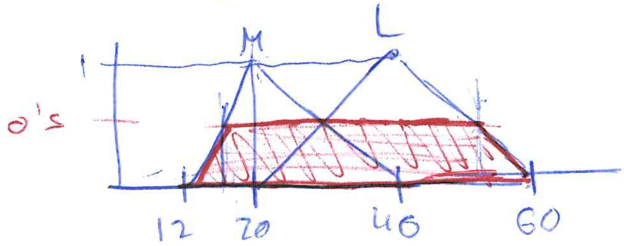
$x_1 \searrow x_2 \rightarrow \frac{x_2 - x}{x_2 - x_1}$

2) Grado act. entradas:
Todas 0 menos R5 y R6:

$\mu_{R5} = T(\mu_M(x=75), \mu_M(y=50)) = T(1, 0'5) = \min(1, 0'5) = 0'5$

$\mu_{R6} = T(\mu_E(x=75), \mu_M(y=50)) = \min(0'5, 1) = 0'5$

3) Grado act. salidas:
Dibujamos ctos resultados $\begin{cases} M \\ L \end{cases}$



y rellenamos según activados, si coinciden aplicamos S-norma

$\mu_{\text{CONCLUSIÓN}} = \begin{cases} \frac{x-12}{8} \\ \vdots \end{cases}$

4) Desborrosif.:
$CoA = \frac{\int \mu_c(z) \cdot z \cdot dz}{\int \mu_c(z) \cdot dz}$

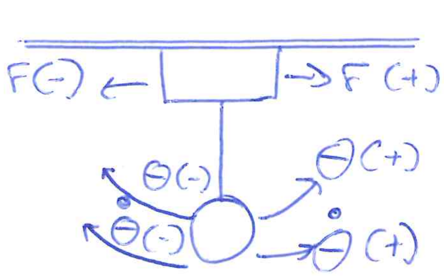
4.1) CoA =

$t = \int_{12}^{16} \frac{t-12}{8} \cdot t \cdot dt + \int_{16}^{50} 0'5 t \cdot dz + \int_{50}^{60} \frac{60-t}{20} \cdot t \cdot dt = 38\ldots$

Centros ponderados: $\begin{cases} b_L = 40 ; h_L = 0'5 \\ b_M = 20 ; h_M = 0'5 \end{cases}$

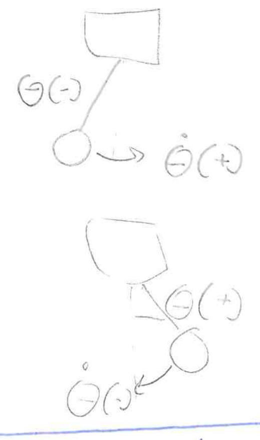
$t = \frac{\sum b_i \cdot h_i}{\sum h_i} = \frac{40 \cdot 0'5 + 20 \cdot 0'5}{0'5 + 0'5} = 30$

② Ej. 2 pág. 5



Entradas $\begin{cases} \Theta \{ NM, NP, Z, PP, PM \} \\ \dot\Theta \{ N, Z, P \} \end{cases}$

Salidas → F { NM, NP, Z, PP, PM }



1)

$\dot\Theta$ \ Θ	NM	NP	Z	PP	PM
N	NM	NM	NP	Z	PP
Z	NM	NP	Z	PP	PM
P	NP	Z	PP	PM	PM

2) Salida para $\begin{cases} \Theta = 15^\circ \\ \dot\Theta = -1 \end{cases}$

Nos dan: Θ cae entre NP y Z

$\dot\Theta$ cae entre NP y Z

$\dot\Theta$ \ Θ	NP	Z
NP	NP	Z
Z	NP	Z

1) Calculo pertenencias Reglas:

$\mu_{R1} = T(\mu_{NP}(\Theta=15), \mu_{NP}(\dot\Theta=-1)) = \min(0'5, 0'25) = 0'25$

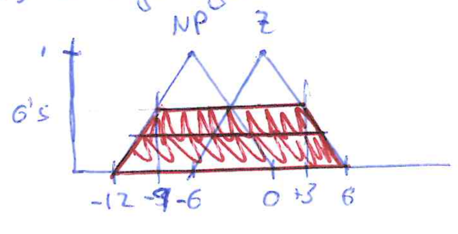
$\mu_{R2} = T(\mu_{Z}(\Theta=15), \mu_{NP}(\dot\Theta=-1)) = \min(0'5, 0'25) = 0'25$

$\mu_{R3} = T(\mu_{NP}(\Theta=15), \mu_{Z}(\dot\Theta=-1)) = \min(0'5, 0'75) = 0'5$

$\mu_{R4} = T(\mu_{Z}(\Theta=15), \mu_{Z}(\dot\Theta=-1)) = \min(0'5, 0'75) = 0'5$

$\frac{x-(-12)}{-9-(-12)} = \frac{x+12}{-3}$ | $\frac{6-x}{6-3}$

2) Dibujo gto. conclusión

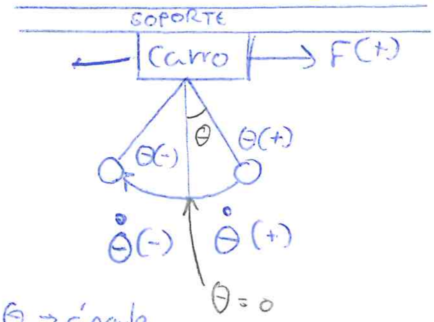


$\mu_{conclusión}(x) \begin{cases} \frac{x+12}{-3} & -12 \leq x < -9 \\ 0'5 & -9 \leq x < +3 \\ \frac{6-x}{3} & 3 \leq x \leq 6 \end{cases}$

3) Desborosif. COA:

$$z_0 = \frac{\int \mu_c(z) \cdot z \cdot dz}{\int \mu_c(z) \cdot dz} = \int_{-12}^{-9} \frac{x+12}{-3} \cdot x \cdot dx + \int_{-9}^{+3} 0'5 \cdot \cancel{x} \cdot dx + \int_{3}^{6} \frac{6-x}{3} \cdot \cancel{x} \cdot dx$$

② Ej. 2 pág. 5.



$\theta \to$ ángulo
$\dot{\theta} \to$ velocidad

El controlador está en un lazo, mirar si los ángulos cambian de signo en función de las entradas y salidas.
↳ No suelen trabajar.

Consignas (lo que buscamos)

$$\begin{bmatrix} \theta d \\ \dot{\theta} d \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Errores - input

$$\begin{bmatrix} \theta - \theta d \\ \dot{\theta} - \dot{\theta} d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta_e \\ \dot{\theta}_e \end{bmatrix}$$

Salida

$$\begin{bmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

¿Que pasa si ...?

Normalmente nos dan las funciones de pertenencia

1) Tabla de reglas ¿Q pasa si péndulo en $\theta = 0$ y $\dot{\theta} = 0$? $F = 0$

$\dot{\theta}$ \ θ	Neg. Med	Neg. Peq	Pos peq	Pos med	Cero
Neg. Peq.	Neg. Med	Neg. Med	Cero	Pos peq.	Neg. peq.
Cero	Neg. Med	Neg Peq.	Pos peq	Pos med.	Cero
Pos. peq.	Neg. Peq.	Cero	Pos ~~med~~ med	Pos med.	Pos peq

$3 = F_2 \leftarrow$ (Pos. peq.)

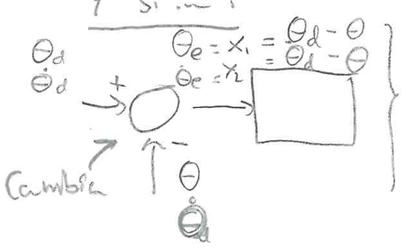
Cada celda contiene la fuerza aplicada

\	Entradas
Entradas	Salidas

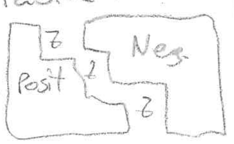
Normalmente, simétrica

F + si θ + $\dot{\theta}$ −
F − si θ − $\dot{\theta}$ −

Y si ...?



Cambiar la tabla



2) Para q. sea todo igual, nos dan las reglas.

Dado $\begin{bmatrix} \theta = 15° \\ \dot{\theta} = -1 \end{bmatrix}$ ¿F?

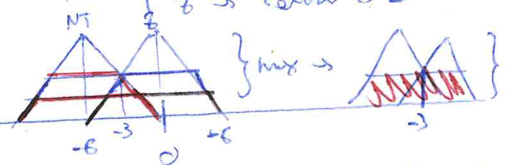
T-norma = min (AND)
S-norma = max (OR) } Siempre así
Tipo. Mamdani
Borrosif. : delta (singleton)
Desborrosif. : COA } Con la expresión de abajo:

Reglas (dadas) Por pertenencia (~~mayor~~

$\dot{\theta}$ \ θ	NM	NP 0'5	Z 0'5	PP	PM
NP 0'25		R1 NP 0'25	Z 0'25 R2		
Z 0'75		R3 NP 0'5	Z 0'5 R4		
PP		Z			

Conjunto conclusión { NP → centro 0'25; Z → centro 0'25; NP → centro 0'5; Z → centro 0'5 } F

↳



Para centros ponderados sí hay que calcular la F propuesta

$$F\,(\text{propuesta}) = \frac{\int \mu_B(F) \cdot F \cdot dF}{\int \mu_B(F) \cdot dF}$$

Centro geométrico. Como es un trapecio, podemos verlo gráf.

↳ $F = -3$ (por ser simétrico).

Clases particulares de programación

¡Aprende a programar en Java!

Desarrollo orientado a objetos, clases abstractas, herencia, polimorfismo, excepciones, tests, control de flujo, estructuras de datos, serialización, UML, generar documentación, creación de interfaces gráficas con Swing, etc.

¡Gran cantidad de recursos propios y externos que entrego la **primera clase**!

Precios:

Individual: 10 € — 1 Hora

Grupos 2 personas: 15 € — 1 Hora

Grupos 3 personas: 20 € — 1 Hora

Contactar con Marcos — 693350473

SCI - Sugeno

Reglas:

$$\text{"Si } \underbrace{x \text{ es } A \text{ AND } y \text{ es } B}_{\text{Antecedente}} \longrightarrow \underbrace{z = f(x,y)}_{\text{Consecuente}}\text{"}$$

A, B → cjto. borroso
f(x,y) → fun. mat.
Lo general, polinómica (puede ser tmb. lineal o cte.)

Normalmente esto
- G. cte = $f(x,y) = 0'8$
- G. lineal = $f(x,y) = 0'1x + 0'2y + 1$

G. polinómica = $f(x,y) = 0'1\,x^2 + 0'3\,xy + 3$

Paso 1 exactamente igual a Mamdani:

~~Ejemplo:~~

Controlador tipo

r_i: Si x es A_i AND y es B_i → $z = f_i(x,y)$

Entradas $\begin{cases} x = x_0 \\ y = y_0 \end{cases}$

x \ y	B_1	B_2
A_1	$f_1(x,y)$	$f_2(x,y)$
A_2	$f_3(x,y)$	$f_4(x,y)$

Inferencia sugeno

Paso 1:
- Calcular grado de activación de cada regla, utilizando los antecedentes.

$$\mu_{AR1} = T(\mu_{A1}(x_0), \mu_{B1}(y_0)) = \mu_{A1}(x_0)\cdot\mu_{B1}(y_0)$$
$$\vdots$$
$$\mu_{AR4} = T(\mu_{A4}(x_0), \mu_{B2}(y_0)) = \mu_{A2}(x_0)\cdot\mu_{B2}(y_0)$$

T ⇒ producto

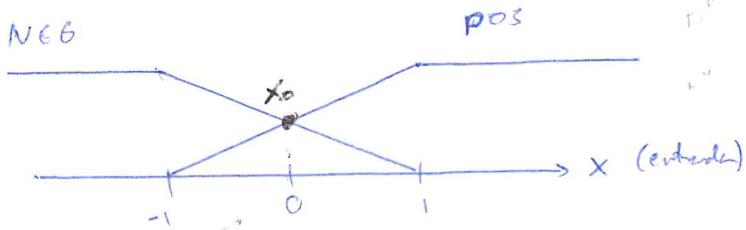
Paso 2: calcular valor numérico en la salida

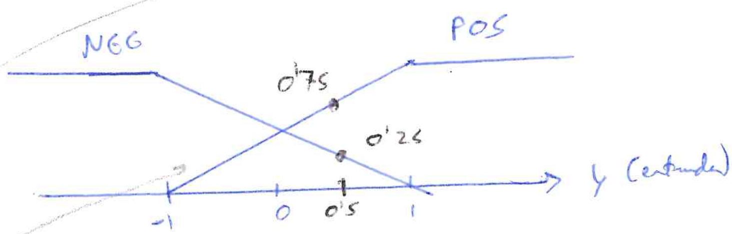
$$z_0 = \frac{\sum^4 \mu_{ARi} \cdot f_i(x_0,y_0)}{\sum^4 \mu_{ARi}} =$$

$$z_0 = \frac{\mu_{A1}(x_0)\cdot\mu_{B1}(y_0)\cdot f_1(x_0,y_0) + \mu_{A2}(x_0)\,\mu_{B1}(x_0)\cdot f_2(x_0,y_0) \dots + \mu_{A2}(x_0)\cdot\mu_{B2}(y_0)\cdot f_4(x_0,y_0)}{\mu_{A1}(x_0)\cdot\mu_{B1}(y_0) + \mu_{A2}(x_0)\cdot\mu_{B1}(y_0) \dots + \mu_{A2}(x_0)\cdot\mu_{B2}(y_0)}$$

- Ejemplo - examen

$x \backslash y$	NEG 0'25	POS 0'75
NEG 0'5	f_1	f_2
POS 0'5	f_3	f_4





$f_1(x,y) = 0'5x + 0'1y = f_4$

$f_2(x,y) = 0'1x + 0'1y = f_3$

u → var. salida

¿Salida para $x=0$, $y=0'5$?

Paso ①

$x_0 = 0'0$

$y_0 = 0'5$

$\mu_{AR1} = \mu_{NEG}(0) \cdot \mu_{NEG}(y=0'5) = 0'5 \cdot 0'25 = 0'125$

$\mu_{AR2} = \mu_{NEG}(0) \cdot \mu_{POS}(y=0'5) = 0'5 \cdot 0'75 = 0'375$

$\mu_{AR3} = \mu_{POS}(0) \cdot \mu_{NEG}(y=0'5) = 0'5 \cdot 0'25 = 0'125$

$\mu_{AR4} = \mu_{POS}(0) \cdot \mu_{POS}(y=0'5) = 0'5 \cdot 0'75 = 0'375$

Paso ②

$$\mu_c = \frac{\mu_{AR1} \cdot f_1 + \mu_{AR2} \cdot f_2 + \mu_{AR3} \cdot f_3 + \mu_{AR4} \cdot f_4}{\mu_{AR1} + \mu_{AR2} + \mu_{AR3} + \mu_{AR4}}$$

$f_1(0, 0'5) = 0'5 \cdot 0 + 0'1 \cdot 0'5$

$$\mu_c = \frac{0'125 \cdot 0'05 + 0'375 \cdot 0'05 + 0'125 \cdot 0'05 + 0'375 \cdot 0'05}{0'125 + 0'375 + 0'125 + 0'375}$$

$\mu_c = 0'05$

Más ejercicios difusa

1 Sugeno: son funciones ctes.

R_1: si x_1 es PB y x_2 es N $\rightarrow u = 20$ // Regla tipo sugeno. (función; valor de PB)

⋮

Como hay 2 entradas, es conveniente realizar una tabla.

	NB	N	Z	P	PB
N	-10	0	-10	10	20 (R_1)
Z	-20	-10	0	10	20 (R_2)
P	-20	-10	10	0	10

$$u = \frac{\sum_{i=1}^{15} \mu_{R_i} \cdot f_i}{\sum \mu_{R_i}}$$

(μ_{R_i}: pertenencia; f_i: val. cte de las funciones)

Para calcular pertenencia:

$\mu_{R_i} = T(\mu_{A_i}(x_1), \mu_{B_i}(x_2))$

T: Por ser reglas AND (T-norma)

cto. x_1 y x_2

T-norma → mín.

1) $x_1 = 60$, $x_2 = 30$ | x_1 cae entre P y PB: x_1

	NB 0	N 0	Z 0	P 0'5	PB 0'5
				10	20 (f_1)
N 0	-10 / 0	0 / 0	-10 / 0	0	0 ← mín (0, 0'5) = μ_{R_1}
Z 0'25	-20 / 0	-10 / 0	0 / 0	10 / 0'25	20 / 0'25
P 0'75	-20 / 0 (f_{15})	-10 / 0	10 / 0	0 / 0'5	10 / 0'5

x_2 cae entre Z y P.

→ Reglas activas para $\begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix}$ → R_2, R_3, R_5, R_6 (el resto no dan info)

$$u = \frac{\sum \mu_{R_i} \cdot f_i}{\mu_{R_i}} = \frac{\mu_{R_2} \cdot f_2 + \mu_{R_3} \cdot f_3 + \mu_{R_5} \cdot f_5 + \mu_{R_6} \cdot f_6}{\mu_{R_2} + \mu_{R_3} + \mu_{R_5} + \mu_{R_6}}$$

$$= \frac{0'25 \cdot 20 + 0'25 \cdot 10 + 0'5 \cdot 10 + 0'5 \cdot 0}{0'25 + 0'25 + 0'5 + 0'5} = \frac{12'5}{1'5} = 8'33$$

2) Máxima y mínima u generable?

u peque → donde hay -20 en la tabla

u grande → donde hay +20 en la tabla.

u_{max}

x_1 → lo más ⊕ posible → $x_1 > 80$
x_2 → lo más ⊖ posible → $x_2 < -40$
} (PB, N) → 20 // única regla activa

$u = \frac{\mu_{R_1} \cdot f_1}{\mu_{R_1}} = 20$

u_{min}

$x_1 < -80$
$x_2 > 40$
} ~~GRANANANA~~ (NB, P) → -20 } $u = f_{15} = -20$

El resto de apartados no podemos hacerlo.

③ Lavadora
$x_1 \to$ grado de suciedad
$x_2 \to$ tipo de suciedad
$u \to$ tpo. de lavado

x_2 \ x_1	P	M	E
NG	MC	C	M
M	C	M	L
G	M	L	ML

MC → ~~muy~~ corto
C → corto
M → medio
L → largo
ML → muy largo

$$\mu_B(t) \begin{cases} \frac{x-12}{8} & 12 \leq t \leq 16 \\ 0'5 & 16 \leq t < 50 \\ \frac{60-x}{20} & 50 \leq t < 60 \\ 0 & \text{resto} \end{cases}$$

2) Tipo → mamdani
T-norma → min
S-norma → max
Borrosif. → delta
Desborrosif. → COA

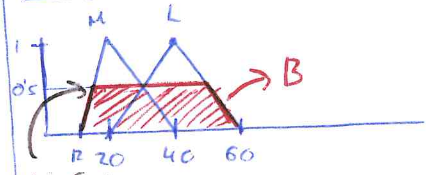
Mamdani genera conjunto conclusión:

$x_1 = 75 \to$ cae entre M y E
$x_2 = 50 \to$ cae en M

x_2 \ x_1	P 0	M 0'5	E 0'5
NG 0	MC 0	C 0	M 0
M 1	C 0	M 0'5	L 0'5
G 0	M 0	L 0	ML 0

→ Reglas activas

Conjunto conclusión:



min(0'5, 0'5)

Para hacer la pertenencia μ_B, se debe calcular la función del trapecio B.

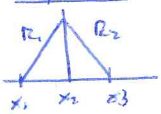
Primera recta (asc.)

$\frac{x-12}{20-12} = 0'5$ para ver donde corta. $x = 16$

Última recta (desc.)

$\frac{60-x}{60-40}$

Leyenda



$R_1 = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$

$R_2 = \frac{x_3 - x}{x_3 - x_2}$

② Pdo. fo: COA

$$t^* = \frac{\int_{12}^{60} \mu_B(t) \cdot t \cdot dt}{\int_{12}^{60} \mu_B(t)\, dt} = \frac{\frac{44}{3} + 561 + \frac{400}{3}}{1 + (50-16)\cdot 0'5 + \left(\frac{60-50}{2}\right)\cdot 0'5} = \frac{\int_{12}^{16} \frac{(t-12)\,t}{8}\, dt + \int_{16}^{50} 0'5\, t\, dt + \int_{50}^{60} \left(\frac{60-t}{20}\right) t\, dt}{41/2}$$

2.1) Centros ponderados: por convenio, centro = punto con mayor pertenencia
Reglas activas: M & L ; $b_M = 20$; $b_L = 40$

$$t^* = \frac{0'5 \cdot b_M + 0'5 \cdot b_L}{0'5 + 0'5} = 30$$

Resumen de resolución de problemas

S. Borroso Mamdani (estándar)

- Reglas

"Si x es A AND y es B $\longrightarrow$ z es C"

$\underbrace{\text{Si x es A AND y es B}}_{\text{Antecedente}} \longrightarrow \underbrace{\text{z es C}}_{\text{Consecuente}}$

A, B, C son cjtos. borrosos.

A, B, C tienen f. pertenencia $\rightarrow \mu_A(x)$, $\mu_B(x)$, $\mu_C(x)$

- Axiomas

"x es A'"

A' es un cjto. Borroso

- Borrosificador

Para un x_0 devuelve un $\mu_{A'}(x)$

$x_0 \longrightarrow \mu_{A'}(x)$

2 tipos:

- Gausiano (no entra)
- Delta:

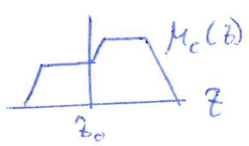
$$\mu_{A'}(x) \begin{cases} 1 & \text{si } x = x_0 \\ 0 & \text{resto} \end{cases}$$

- Desborrosif.

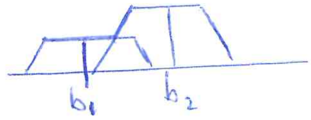
Para $\mu_C(z) \longrightarrow z_0$

$z \Rightarrow$ cjto. b.

$z_0 \Rightarrow$ número



$b_i \rightarrow$ centro ponderados.



3 tipos

- COA : $z_0 = \dfrac{\int \mu_C(z)\, z\, dz}{\int \mu_C(z)\, dz}$

No hay que calcularla, sólo poner la expresión

- COG (debe ser cjto. de valores) : $z_0 = \dfrac{\Sigma\, b_i \int \mu_C(z)\, dz}{\Sigma \int \mu_C(z) \cdot dz}$

Aproximaciones del COA

- CP : $z_0 = \dfrac{\Sigma\, b_i\, \mu_{B_i}}{\Sigma\, \mu_{B_i}} = \dfrac{\Sigma\, b_i \cdot h_i}{\Sigma\, h_i}$

- Proceso de inferencia (Alm mamdani)

Tabla de reglas: se construye a partir de las reglas:

Si x_i es A_i AND y_i es $B_i \longrightarrow z$ es C_i

x \ y	B_1, $\mu_{B_1}(y_0)$	B_2, $\mu_{B_2}(y_0)$
A_1, $\mu_{A_1}(x_0)$	C_1 R1	C_2 R2
A_2, $\mu_{A_2}(x_0)$	C_3 R3	C_4 R4

Reglas + Axiomas = Conclusión → Desborrosif. → Resultado

Axiomas ↑ Borrosif.

Conclusión ↑ Cj. Borrosf.

Para construir borrosif. necesito 2 núm. $\begin{cases} x_0 \\ y_0 \end{cases}$

De cada uno, obtengo un cjt. borroso.

$x_0 \to \mu_{A'}(x)$

$y_0 \to \mu_{B'}(y)$

Axiomas:

- x es A'
- y es B'

Proceso de inferencia

Para axiomas tipo Delta

1) Calcular el grado de activación de cada regla
2) Calcular el cjto. conclusión de cada regla
3) Agregamos conclusiones para obtener cjto. conclusión final.

Por esto

Para el ej. anterior:

① $\mu_{R1} = T(\mu_{A_1}(x_0), \mu_{B_1}(y_0))$ $\quad \mu_{R3} = T(\mu_{A2}(x_0), \mu_{B_1}(y_0))$

$\mu_{R2} = T(\mu_{A1}(x_0), \mu_{B2}(y_0))$ $\quad \mu_{R4} = T(\mu_{A2}(x_0), \mu_{B2}(y_0))$

② $\mu_{R_1}(z) = T(\mu_{R_1}, \mu_{C_1}(z))$

$\mu_{R2}(z) = T(\mu_{R2}, \mu_{C_2}(z))$

$\vdots$

$\mu_{R4}(z) = T(\mu_{R4}, \mu_{C_4}(z))$

③ $\mu_C(z) = S(\mu_{R_1}(z), \mu_{R2}(z), \mu_{R3}(z), \mu_{R4}(z))$

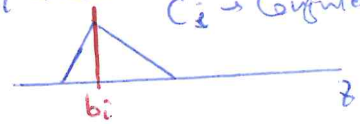
↑ Sólo para COA.

Desborrosificación (Asín mamdani)

COG

$$z_0 = \frac{\sum^{u} \int \mu_{CR_i}(z) \cdot dz}{\sum \int \mu_{CR_i}(z) \cdot dz}$$

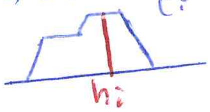
$b_i \to$ centro del conjunto $C_i \to$ punto máximo
$C_i \to$ Conjunto NO cortado, el de la regla. (Paso ①)



CP

$$z_0 = \frac{\sum^{u} b_i \cdot h_i}{\sum^{u} h_i}$$

$h_i \to$ altura máxima de los cjtos. conclusión del paso ②
C_i



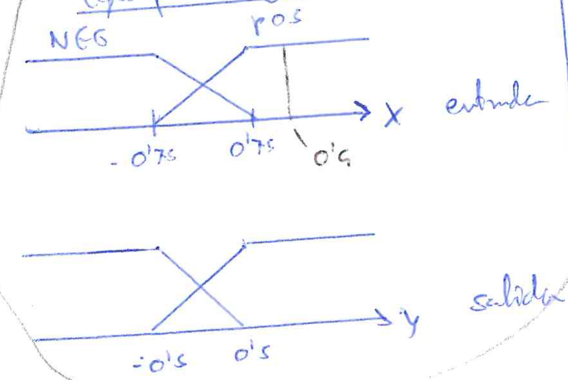
T puede ser min o producto
min(a,b) a·b
S puede ser max o suma o suma probabilística
max(a,b) a + b a+b - (a·b)

Normalmente juntos

Ejemplos pregunta th.:
En mamdani, el borrosif. tiene por misión: } Minuto 34
a) sacar un cjto. borroso
b) igual pero dif. ∗D : eso
c) otro borroso Cod
d) convertir entradas en ...

esto lo dan

Ejemplo ej.



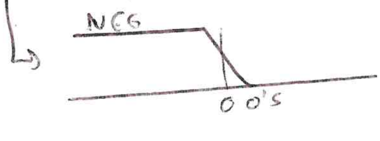
T → producto
S → suma prob.
Borros → Delta
Desb. → COG
Tipo mamdani

Reglas:
R_1: Si x es NEG → y es POS
R_2: Si x es POS → y es NEG

Si entrada es $x = 0'9$?
¿Salida

① $\mu_{R1} = 0$ Cjto NEG
$\mu_{R2} = 1$ Cjto POS

② $\mu_{CR1} = T(\mu_{R1}) = 0$ para z
$\mu_{CR1} = T(\mu_{R1}, \mu_{R1}(z)) = 0 \cdot \mu_{POS}(z)$
$\mu_{CR2} = T(\mu_{R2}, \mu_{R2}(z)) =$
$\hookrightarrow = 1 \cdot \mu_{NEG}(z)) = \mu_{NEG}(z)$



③ $\mu_C(z) = \mu_{CR1}(z) + \mu_{CR2}(z) - \mu_{CR1}(z) \cdot \mu_{CR2}(z)$
$= 0 + \mu_{CR2}(z) - 0 \cdot \mu_{CR2}(z)$
$= \mu_{CR2}(z)$

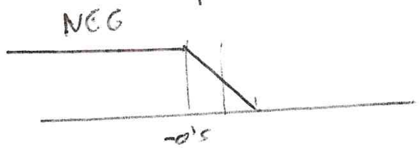
No hace falta ③ por ser COG.

Parto de ② aplicando COG:

$$z_0 = \frac{\sum^{2} b_i \cdot \int \mu_{CRi}(z) \cdot dz}{\sum^{2} \int \mu_{CRi}(z) \cdot dz} = \frac{b_1 \cdot \cancel{\int \mu_{CR1}(z) \cdot dz}^{\to 0} + b_2 \cdot \cancel{\int \mu_{CR2}(z) \cdot dz}}{\cancel{\int \mu_{CR1}(z) \cdot dz}^{\to 0} + \cancel{\int \mu_{CR2}(z) \cdot dz}}$$

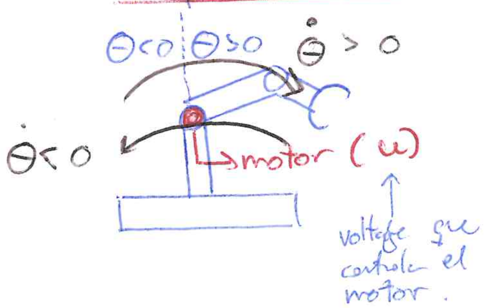
$z_0 = b_2$;

$b_2 \leftarrow$ centro ponderado de μ_{CR2}: punto más alto $= 0'5$



Parto de ②

Ejemplo Examen 2 (elegir tabla Sugeno)



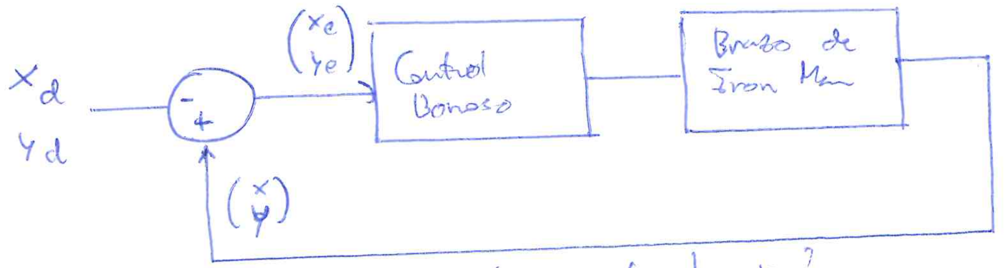
Si $u>0$ → mover derecha ($\dot\theta>0$)
Si $u<0$ → mover izquierda ($\dot\theta<0$)

Esquema

θ_d = referencia = objetivo que queremos.

$\dot\theta_d$ = " "

A partir de ahora $\begin{cases}\theta = x \\ \dot\theta = y\end{cases}$



$x_e = -x_d + x$
$y_e = -y_d + y$

Se proponen 2 tablas. ¿Cuál es la buena?

X

y_e \ x_e	NEG	Z	POS
NEG	NG	NM	Z
Z	NM	Z	PM
POS	Z	PM	PG

✓

y_e \ x_e	NEG	Z	POS
NEG	PG	PM	Z
Z	PM	Z	NM
POS	Z	NM	NG

Esta es la buena

Supongamos $y_e = 0$
- Si $x_d = 0$, $x < 0$

Otra vale

PG	PM	Z
NM	Z	PM
Z	NM	NG

wtf

Otra vale

Z		
	Z	
		Z

Resumen T3

Perceptrón - Entrenamiento

1) $a_i = f(w_i^T \cdot p_i + b_i)$
2) $e_i = t_i - a_i$
3) $w_{i+1} = w_i + (e_i \cdot p_i)^T$
4) $b_{i+1} = b_i + e_i$

Cuando $e = 0$ para todo p_i, paro

$f = \text{hardlimit} \begin{cases} 1 & n \geq 0 \\ 0 & n < 0 \end{cases}$

Adalaine - Entrenamiento

1) $a_i = f(w_i \cdot p_i + b_i)$
2) $e_i = t_i - a_i$
3) $w_{i+1} = w_i + 2 \cdot \alpha \cdot e_i \cdot (p_i)^T$
4) $b_{i+1} = b_i + 2 \cdot \alpha \cdot e_i$

$f = \text{purelin} \{ \pm n \quad \pm n$

Adalaine - Salida

Dado $y(k) = \{y_1, y_2, y_3, \ldots, y_n\}$

$a(k) = w \cdot p(k) = w \cdot \begin{bmatrix} y_k \\ y_{k-1} \\ \cdots \\ y_{k-\text{Tam}(w)-1} \end{bmatrix}$

$a \in \mathbb{N}$

$$\text{Tan-sig} = \frac{e^n - e^{-n}}{e^n + e^{-n}} \xrightarrow{\dot{f}} \cancel{\frac{4}{(e^n + e^{-n})^2}} = 1 - n^2$$

Backpropagation para multicapa - Madalaine

1) $a^1 = f^1(w^1 \cdot p + b^1)$
2) $a^2 = f^2(w^2 \cdot a^1 + b^2)$
3) $e = (t - a^2)$
4) $s^2 = -2 \cdot \dot{f}^2(w^2 \cdot a^1 + b^2) \cdot (t - a^2)$
5) $s^1 = \dot{f}^1(w^1 \cdot p + b^1) \cdot (w^2)^T \cdot s^2$
6) $w^2_{i+1} = w^2_i - \alpha s^2 (a^1)^T$ // Igual para w^1. Si no dan a^0, $a^0 = p$
7) $b^2_{i+1} = b^2_i - \alpha \cdot s^2$ // Igual para b^1.

$$\text{log-sig} = \frac{1}{1 + e^{-n}} \xrightarrow{\dot{f}} \cancel{\frac{e^{-n}}{(1 + e^{-n})^2}} = n * (1 - n)$$

Posibles tipo test?

1. La feed Fordward Net tiene por defecto 10 neuronas en la capa 1.
2. Para perceptrón, nº de categorías $= 2^{*\text{salidas}}$
3. Para perceptrón & Matlab $\begin{cases} \text{adapt} \to \text{corrige a golpe de entrada.} \\ \text{train} \to \text{corrige a golpe de vector.} \end{cases}$
4. Para solucionar el problema de tener varios mínimos en Adalaine, se puede efectuar varias veces, jugar con el α o hacer la optimiz. Levender marquad.
5. Adalaine + cte α = Perceptrón.
6. Comparativa $\begin{cases} \text{Adalaine tan-sig: busca mínimo adyacente.} \\ \text{Adalaine log-sig: busca mínimo de forma más óptima.} \end{cases}$
7. α max $= 0 < \alpha < \frac{1}{\lambda_{max}}$ donde $\lambda_{max} = \max(R)$ donde $R = \frac{A}{2}$
8. Los filtros adaptativos usan retardos para hacer entrenamiento incremental en tpo real.

Conceptos T4

- Lazo abierto: sin realimentación | Lazo cerrado: con realimentación

- Ajuste
  - Off-line: no se adapta a cambios. Primero entrena luego controla.
  - On-line: sí se adapta a cambios.

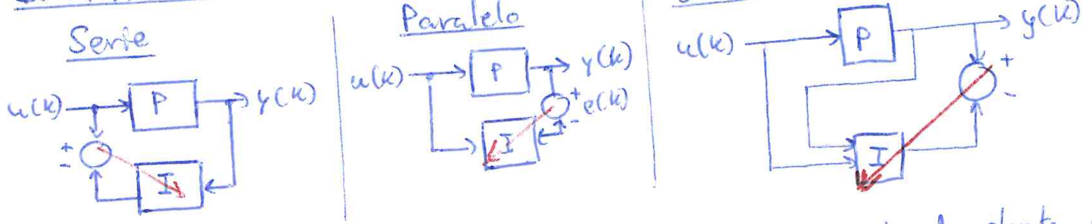
Control

- Directo: la RN es el controlador. Busca minimizar error cuadrático.
  - Supervisado: la RN aprende de un controlador copiando su comportamiento (offline). Luego se sustituye el controlador por la RN.

- Inverso: distingue dos pasos:
  1) Identificar planta con RN identificadora.
  2) A partir de eso, crear controlador con RN controladora.
  - No orientado a min. control:
    - RN Identif.: implementa la f. inversa: f^{-1}
    - RN Controladora: copia la topología de la RN Identif.
  - Orientado a min. control:
    - RN Identif.: obtiene el jacobiano de la planta.
    - RN Controladora: implementa f^{-1} y ajusta por descenso de gradiente.

Identificadores con RN

Serie | Paralelo | Serie/Paralelo



- Con conoc. aprox: además de la planta, usa un modelo de planta aprox. para recoger más datos.

- Redes modulares: divide el problema en problemas sencillos.

• Control SISO: Single input, single output

- Predictivo
  - Identificación: RN con sistema off-line que predice la salida
  - Controlador: calcula entrada que optimiza rendimiento sobre la planta modelada

  Identif.: NARMA

  Entrenam.: back propagation. Sin realim.

  Optimización: BFGS quasi Newton.

- Narma L2
  - Identif.: RN off-line que modela planta.
  - Controlador: utiliza el modelo identif. para ser online. Transforma planta No lineal en lineal cancelando las no linealidades.

  Identif.: algoritmo de aprendizaje.

  Entrenam.: backpropagation sin realim.

- Modelo de Ref
  - Identif.: modelado on-line que minimiza error cuadrático de identif.
  - Controlador: genera señal de control on-line, minimiz. error cuad. de control
  - + Modelo de ref.: filtro paso bajo q. obtiene señal de entrada. Permite calcular error de control.

  Entrenamiento: separado para identif. y controlador.

- También aplicable a sistemas MIMO.

• Estabilidad

- Madalaine: complejo, aprendizaje variable en función del error que garantizan estabilidad del aprendizaje.
- Lazo cerrado: depende del modelo de ref.
  - Lineal: 1er criterio Lyapunov.
  - No lineal: 2do criterio Lyapunov.

• Adalaine

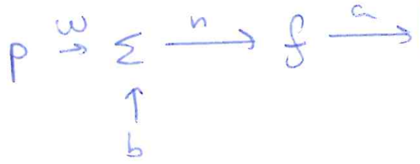
$R = \sum \text{probabilidad\_suceso} \cdot p_i \cdot p_i^T$

Autovalores $= |R - \lambda I| = 0$

$\alpha \leq \frac{1}{\lambda_{max}}$

• Ejercicios SCI - T3

1 Dado:



$a = f(wp + b)$

1) ¿ n si $\begin{cases} p = 2 \\ w = 2,3 \\ b = -3 \end{cases}$?

Sabemos que $n = w \cdot p + b$;

$n = 2,3 \cdot 2 - 3 = 1'6$

2) ¿ Output para ...?

a) f = hard limit ?

Sabemos que hardlimit $(n) \begin{cases} 1 & \text{si } n \geq 0 \\ \emptyset & \text{si } n < 0 \end{cases}$

Por tanto, hardlimit $(1'6) = 1$

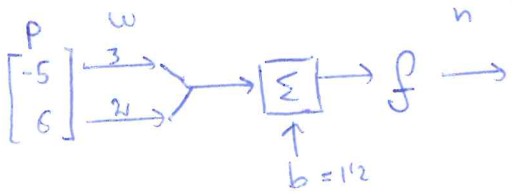
b) f = linear transfer ?

linear ~~transfer~~ $(n) \{ a = n$ | Por tanto linear $(1'6) = 1'6$

c) f = log-sigmoid ?

log-sigmoid $(n) = (1 + e^{-n})^{-1}$ | Por tanto, log-sigmoid $(1'6) = \frac{1}{1 + e^{-1'6}} = 0'83$

2 Dado:



1) Calcular n:

Sabemos que $n = W \cdot p + b$;

$n = [3 \quad 2] \begin{bmatrix} -5 \\ 6 \end{bmatrix} + 1'2 = -3 + 1'2 = -1'8$

2) ¿Salida si...?

a) f = symmetrical hard limit

Sabemos q. shl $(n) \begin{cases} -1 & \text{si } n < 0 \\ +1 & \text{si } n \geq 0 \end{cases}$ | shl $(-1'8) = -1$

b) f = saturating linear

satlin $(n) \begin{cases} 0 & \text{si } n < 0 \\ n & \text{si } 0 \leq n \leq 1 \\ 1 & \text{si } n > 1 \end{cases}$ | satlin $(-1'8) = -1$

c) f = tansig

tansig $(n) = \dfrac{e^n - e^{-n}}{e^n + e^{-n}}$ | tansig $(-1'8) = \dfrac{e^{-1'8} - e^{+1'8}}{e^{-1'8} + e^{+1'8}} = \dfrac{-5'88}{6'21} = -0'94$

1.1 Matlab para neurona del ej 1, con logsig.

```
net = linearlayer;
tamaño_p = [0]; // 1x1
tamaño_a = [0]; // 1x1
net = configure(net, tamaño_p, tamaño_a)
net.IW{1,1} = [2, 3]; // W = 1x1
net.b{1} = [-3];
net.layers{1}.transferFcn = 'logsig';
p = [2];
a = sim(net, p);
```

3 Neurona de 1 capa con 6 inputs y 2 outputs.

1) Dibujarla y poner dimensiones

$p(6\times 1) = [p_1 \dots p_6]^T$ por tener 6 inputs

$b(2\times 1) = [b_1 \dots b_2]^T$ por tener 2 outputs

$a(2\times 1) = [a_1\ a_2]^T$ por tener 2 outputs

$n(2\times 1) = [n_1\ n_2]^T$

$W(2\times 6) = \begin{bmatrix} w_{11} & \dots & w_{16} \\ w_{21} & \dots & w_{26} \end{bmatrix}$ por tener 2 outputs y 6 inputs.

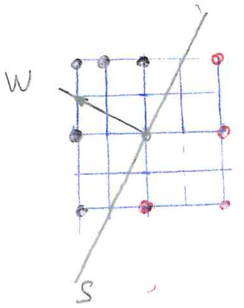
$p \cdot W \rightarrow \Sigma \xrightarrow{n} f \rightarrow a$

$b \nearrow$

2) ¿Que f es la más apropiada?

Log sigmoid porque su output es 0 ó 1 y para un clasificador es útil. Además es derivable.

4.1 Resolver problema de clasificación de la figura



1) Dibujamos línea separadora entre los 2 conjuntos de elementos → S.

2) Encontramos vector de pesos W. W debe ser perpendicular a S.

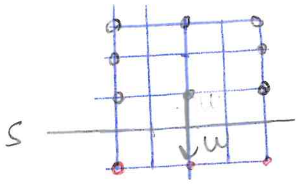
$W = [-2\ 1]$; p = cualq. punto que corte S → $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

3) Hayamos bias:

$W \cdot p + b = 0;\ b = -W \cdot p;$

$-\left([-2\ \ 1] \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}\right) = b,\ b = 0;$

4.2 Resolver prob. clasif. figura:



$W = [0\ -2];\ p = [0\ -1]^T$

$Wp + b = 0;\ b = -(Wp) = -\left([0\ -2]\begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}\right) = -2$

Ejercicios SCI - T3 (II)

5) Perceptron para:

$p_1 = [2 \ \ 2]^t$, $t_1 = 0$ | $p_2 = [1 \ \ -2]^t$, $t_2 = 1$ | $p_3 = [-2 \ \ 2]^t$, $t_3 = 0$ | $p_4 = [-1 \ \ 1]^t$, $t_4 = 1$ | $W(0) = [0 \ \ 0]$, $b(0) = 0$, $f = \text{hardlimit} \begin{cases} 1 & n \geq 0 \\ 0 & n < 0 \end{cases}$

Alg. perceptrón:

1) $a_i = f(w_i^T \cdot p_i + b_i)$
2) $e_i = t_i - a_i$
3) $w_{i+1} = w_i + (e_i \cdot p_i)^t$

Cuando $e = 0$, paro.
Cuando b, $b_{i+1} = b_i + e_i$

I1)
1) $a_1 = f(w_1 \cdot p_1 + b_1) = f\left([0 \ 0] \cdot \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix} + 0\right) = hl(0) = 1$
2) $e_1 = t_1 - a_1 = 0 - 1 = -1$
3) $w_2 = w_1 + (e_1 \cdot p_1) = [0 \ \ 0] + \left(-1 \cdot \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}^t\right) = [-2 \ \ -2]$
4) $b_2 = b_1 + e_1 = 0 + (-1) = -1$

I2)
1) $a_2 = f(w_2 \cdot p_2 + b_2) = hl\left([-2 \ -2] \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix} + (-1)\right) = hl(1) = 1$
2) $e_2 = t_2 - a_2 = 1 - 1 = 0$
3) $w_3 = w_2 + (e_2 \cdot p_2) = [-2 \ \ -2] + (0 \cdot p_2) = [-2 \ \ -2]$
4) $b_3 = b_2 + e_2 = -1 + 0 = -1$

I3)
1) $a_3 = f(w_3 \cdot p_3 + b_3) = hl\left([-2 \ -2] \cdot \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \end{bmatrix} + (-1)\right) = hl(0-1) = 0$
2) $e_3 = t_3 - a_3 = 0 - (-1) = 0$
3) $w_4 = w_3 + (e_3 \cdot p_3) = [-2 \ -2] + \left(0 \cdot \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \end{bmatrix}\right) = [-2 \ \ -2]$
4) $b_4 = b_3 + e_3 = -1 + 0 = -1$

I4)
1) $a_4 = f(w_4 \cdot p_4 + b_4) = hl\left([-2 \ -2] \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} + (-1)\right) = hl(-1) = 0$
2) $e_4 = t_4 - a_4 = 1 - 0 = 1$
3) $w_5 = w_4 + (e_4 \cdot p_4) = [-2 \ -2] + \left(1 \cdot \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}^t\right) = [-3 \ \ -1]$
4) $b_5 = b_4 + e_4 = -1 + 1 = 0$

I5) Como no tengo p_5 ni t_5, vuelvo a empezar por p_1 y t_1.
1) $a_5 = f(w_5 \cdot p_1 + b_4) = hl\left([-3 \ -1] \cdot \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix} + 0\right) = hl(-8) = 0$
2) $e_5 = t_1 - a_5 = 0 - 0 = 0$
3) ...
4) ...

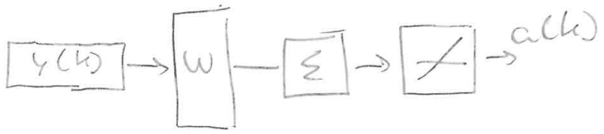
Sigo iterando; Finalizo cuando $e_i = 0$ para p_1, p_2, p_3 y p_4, seguidos.//

Cuando eso pase:

Solución $\Rightarrow$ $n = W \cdot p + b$ y dejar en función de p.

6 Filtro Adelaine

f = purelin → $a = n$



$w = [2 \ -1 \ 3]$

$y(k) = \{5, -4, 0, 0, 0, 0\}$

$y(-1) = y(-2) = y(-3) = 0$

a) ¿Salida para $k<0$?

Sabemos q. $a(k) = n(k) = W \cdot p(k)$; $p(k) = \begin{bmatrix} y(k) \\ y(k-1) \\ y(k-2) \end{bmatrix}$

Para $k<0$:

$a(-1) = W \cdot p(-1) = [2 \ -1 \ 3] \cdot \begin{bmatrix} y(-1) \\ y(-2) \\ y(-3) \end{bmatrix} = [2 \ -1 \ 3] \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = 0.$

b) ¿Salida para $k = 0 \ldots 5$?

$a(0) = W \cdot p(0) = [2 \ -1 \ 3] \cdot \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = 10.$

$a(1) = w \cdot p(1) = [2 \ -1 \ 3] \begin{bmatrix} -4 \\ 5 \\ 0 \end{bmatrix} = -13$

$a(2) = w \cdot p(2) = [2 \ -1 \ 3] \ [0 \ -4 \ 5]^T = 19$

$a(3) = w \cdot p(3) = [2 \ -1 \ 3] \cdot [0 \ 0 \ -4]^T = -12$

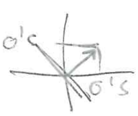
$a(4) = \ldots = \ldots \cdot [0 \ 0 \ 0]^T = 0$

$a(5) = \ldots \ldots \ [0 \ 0 \ 0]^T = 0$

8 Algoritmo LMS:

$W_0 = [0 \ 0]$
$\alpha = 0'25$
$p_1 = [1 \ 1]^T$
$p_2 = [1 \ -1]^T$
$t_1 = +1$
$t_2 = -1$
purelin

1) $a_i = f(W_i \cdot p_i)$
2) $e_i = t_i - a_i$
3) $W_{i+1} = W_i + 2 \cdot \alpha \cdot e_i \cdot (p_i)^T$



$I_1)$ $a_0 = f(W_0 \cdot p_1) = pl([0 \ 0] \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}) = pl(0) = 0$

$e_1 = t_1 - a_1 = 1 - 0 = 1$

$W_2 = W_1 + 2 \cdot \alpha \cdot e_1 \cdot (p_1)^T = [0 \ 0] + 2 \cdot 0'25 \cdot 1 \cdot [1 \ 1] = [0'5 \ 0'5]$

$I_2)$ $a_2 = f(W_2 \cdot p_2) = pl([0'5 \ 0'5] \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}) = pl(0) = 0$

$e_2 = t_2 + a_2 = -1 + 0 = -1$

$W_3 = W_2 + 2 \cdot \alpha \cdot e_2 \cdot (p_2)^T = [0'5 \ 0'5] + 2 \cdot 0'25 \cdot 1 \cdot [1 \ -1] = [0 \ 1]$

• SCI - Ejercicios T3 - (III)

(9) $C_y(n) = E[y(k) \cdot y(k-n)]$

$C_y(0,1,2) = [3 \quad -1 \quad -1]$

Esto es muy raro, paso a lo siguiente.

(10) 1) $\alpha = 0'04$, prob $= 1/8$ $\Big|\ b_0 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \Big|\ W_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Big|$

I1) $a_0 = f(W_0 \cdot p_0 + b_0) = pl\left(\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}\right) = pl\left(\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$

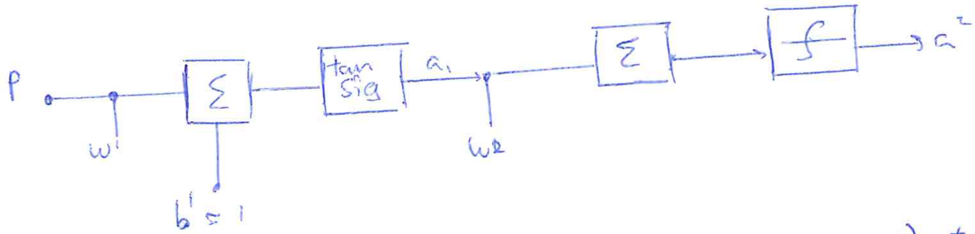
$e_0 = t_0 - a_0 = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 \\ -3 \end{bmatrix}$

$W_1 = W_0 + 2 \cdot \alpha \cdot e_0\, p_0^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + 2 \cdot 0'04 \cdot \begin{bmatrix} -3 \\ -3 \end{bmatrix}[1 \quad 1] = \begin{bmatrix} 0'76 & -0'24 \\ -0'24 & 0'76 \end{bmatrix}$

$\vdots$

$W_\infty = \begin{bmatrix} -0'5448 & -6'05 \\ 0'16 & -0'6 \end{bmatrix}, \quad b(\infty) = \begin{bmatrix} 0'01 \\ 0'16 \end{bmatrix}$

(12)



$W_0^1 = -1$, $W_0^2 = -2$, $b_0^1 = 1$, $b_0^2 = 1$

$p = -1$, $t = +1$, $\alpha = 1$ $\Big|$ I.) 1) $a^1 = f(w_0^1 \cdot p + b_0^1) = \text{tan-sig}(-1 \cdot (-1) + 1) = \text{tan-sig}(2) = 0'964$

$\text{tan-sig}(n) = \dfrac{e^n - e^{-n}}{e^n + e^{-n}}$;

2) $a^2 = f(w_0^2 \cdot a_1 + b_0^2) = \text{tan-sig}(-2 \cdot 0'96 + 1) = \text{tan-sig}(-0'92) = -0'72$

3) Calculo error:

$e = (t - a^2) = (1 - (-0'72)) = 1'72$

4) $s^2 = -2 \dot{F}(w_0^2 \cdot a_1 + b_0^2)(t - a^2)$;

$\dot{F}(n) = \dfrac{d}{dn} \dfrac{e^n - e^{-n}}{e^n + e^{-n}} = \dfrac{4}{(e^n + e^{-n})^2}$; $n = w_0^2 \cdot a_1 + b_0^2 = -0'92$

$\dot{F}(-0'92) = \dfrac{4}{(e^{-0'92} + e^{0'92})^2} = 0'47$

$s^2 = -2 \cdot 0'47 \cdot (1 - (-0'72)) = -1'61$

$s^1 = \dot{F}(w_0^1 \cdot p_1 + b_0^1) \cdot (w_0^2)^T \cdot s^2 =$

$= \dot{F}(2) \cdot (-2) \cdot (-1'61) = \dfrac{4}{(e^2 + e^{-2})} \cdot 3'22 = 1'71$

8.2 $0 < \alpha < \frac{1}{\lambda_{max}}$; $A = 2R$;

$a = w_{11}\ y(k-1) + w_{12}\ y(k-2)$

1) $z(k) = p(k) = \begin{bmatrix} y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y(k-1) \\ y(k-2) \end{bmatrix}$

$F(x) = c - 2 \cdot x^T \cdot h + x^T \cdot R x$