Apresentação

Tásia do Vale

TAD0105 - MATEMÁTICA APLICADA I (60h)

Curso: Análise e Desenvolvimento de Sistemas - TADS

Escola Agrícola de Jundiaí - Universidade Federal do Rio Grande do Norte

Objetivo do Curso

- **Geral:**
  - Reconhecer a importância das técnicas matemáticas, como ferramenta para representação numérica para tratamento e visualização de dados e desta forma ajudar o profissional em tomadas de decisões no dia a dia.
- **Específicos:**
  - Compreender a necessidade da utilização da matemática nas mais diversas áreas, bem como na sociedade de um modo geral;
  - Programar em linguagens de programação soluções rápidas e eficientes das ferramentas matemáticas disponíveis para resolução dos mais diversos problemas que solicite o uso da matemática no contexto da Análise e Desenvolvimento de Sistemas;
  - Conhecer e utilizar calculadora científica;
  - Organizar e produzir análise de dados em linguagens de Softwares como MatLab, SciLab e o R e Python.

Avaliação da Aprendizagem

- Processo de verificação de frequência e a participação dos discentes no formato remoto com base no acompanhamento das aulas síncronas e da entrega de tarefas via SIGAA;

- Os procedimentos de avaliação: Resoluções de listas de exercícios em Tarefas do SIGAA e o MULTIPROVA.

Ementa

1 Avaliação

- **Teoria de Conjuntos e Relações**: tipos, notação, subconjuntos, intervalos, operações entre conjuntos; (Capítulos: II, III e IV – Livro 1)

2 Avaliação

- **Sistemas lineares**: solução, interpretação gráfica, representação matricial, método da matriz inversa (Capítulo VI – Livro 4)

3 Aavaliação

-**Matrizes e Determinantes:** tipos, operações, aplicações em computação (Capítulo IV e V– Livro 4)

- **Funções:** conceitos, par ordenado, cartesiano, cardinalidade, domínio, imagem, tipos de funções, representação gráfica, método das diferenças finitas, exponenciais e logarítmicas, trigonométricas, função inversa, construção computacional de gráficos. (Capítulo V, VI, VII, VIII, IX e X – Livro 1)

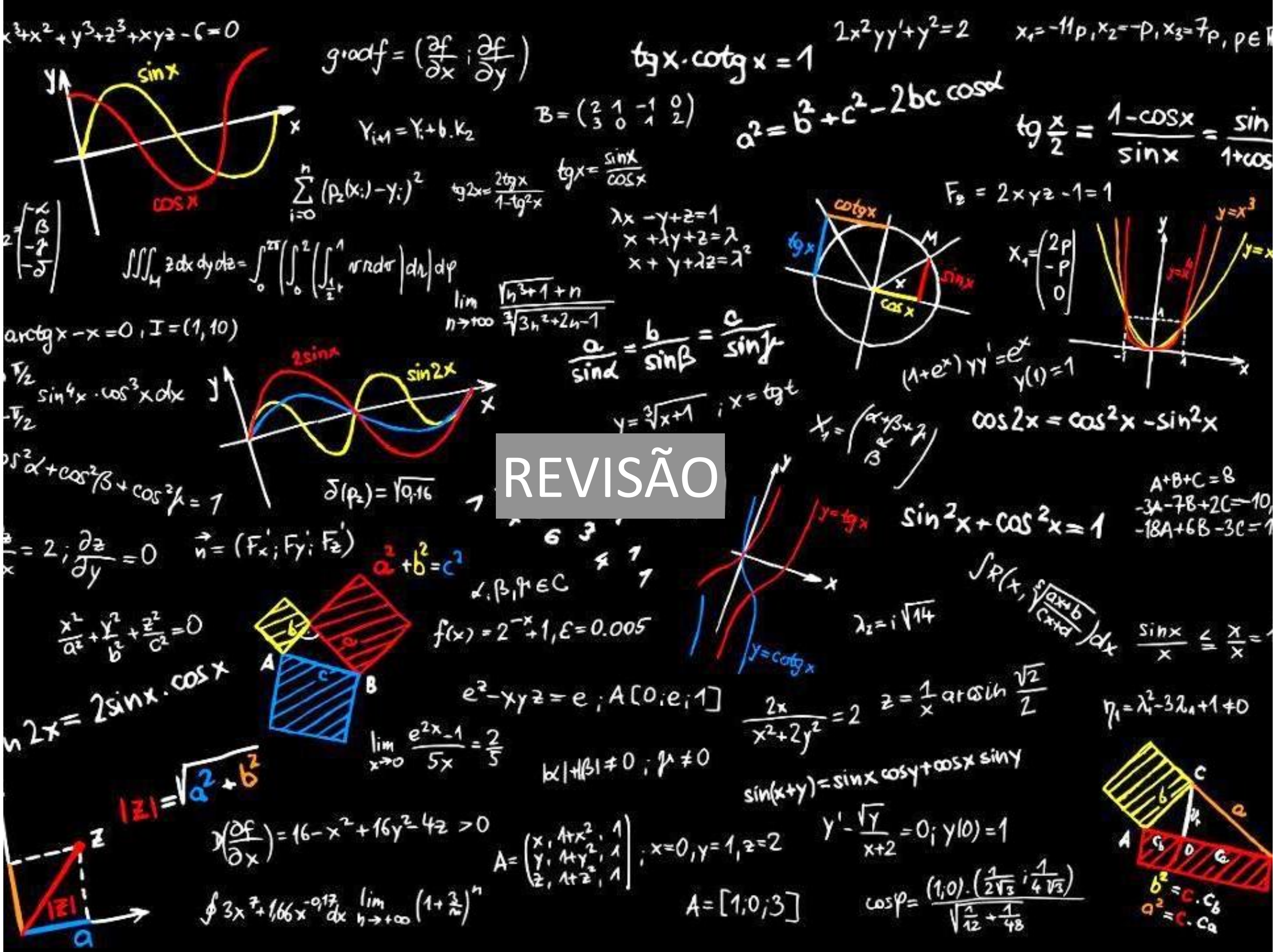
-*Livro Fundamentos de Matemática Elementar 1 e 4 – IEZZI e MURAKAMI)

Avaliação

- I Avaliação: Prova (8,0 pontos) + Entrega de listas de exercício (2,0 ponto);
- II Avaliação: Prova (10,0 pontos)
- III Avaliação: Prova (7 pontos) + Seminários em grupo com aplicações no R ou Python (3,0 pontos);
  - Nestes serão considerados os seguintes critérios:
    - Contextualização do conteúdo;
    - Capacidade de análise,
    - Apresentação;
    - Desenvolvimento lógico da metodologia.

Referências

Tipo de material	Descrição
Livro	CÁLCULO: matemática para todos. São Paulo: Segmento, 2011. ISSN: 2179-1384.
Livro	STEWART, James. **Cálculo**. São Paulo: Cengage Learning, c2010. nv. ISBN: 19788522106608, 18522106606, 29788522106615.
Livro	ANTON, Howard; BIVENS, Irl; DAVIS, Stephen R.. **Cálculo**. 8. ed. Porto Alegre: Bookman, 2007. 2v. ISBN: 9788560031634.
Livro	ÁVILA, Geraldo. **Cálculo 1**: funções de uma variável. 6. ed. Rio de Janeiro: LTC, 1994c. 355 p. ISBN: 8521609698.
Livro	ANTON, Howard et al. **Contemporary linear algebra**. New Jersey, EUA: John Wiley, 2003. 594 , 260 p. ISBN: 9780471163626, 0471269395, 0471269387.
Livro	HOFFMAN, Kenneth; KUNZE, Ray Alden. **Linear algebra**. 2. ed. Upper Saddle River, NJ: Prentice-Hall, 1971. viii, 407 p.
Livro	IEZZI, Gelson; HAZZAN, Samuel. **Fundamentos de matemática elementar 4**: sequências, matrizes, determinantes, sistemas. 6. ed.. São Paulo: Atual, 1993. 231p. ISBN: 8570562675.



REVISÃO

Objetivo da aula de Revisão

1. Reconhecer números inteiros e fracionários
2. Reconhecer números racionais e irracionais
3. Fazer operações com números relativos
4. Encontrar Divisores e múltiplos
5. Relembrar primos, módulo, opostos e inverso
6. Fazer Radiciação
7. Fazer Potenciação
8. Diferenciar entre as operações de Arredondamento e truncamento

Noções sobre Conjuntos

Números Naturais

$\mathbb{N} = \{0,1,2,3...\}$ *conjunto dos números naturais*

Números Inteiros

$\mathbb{N}^* = \{1,2,3,...\}$ *elemento 0 excluído do conjunto*

EXEMPLOS

$$2x + 4 = 0$$

$$x = -2$$

Notação

$\mathbb{Z} = \{..., -2, -1,0,1,2, ...\}$ *conjunto dos número inteiros*

$\mathbb{Z}_+ = \{0,1,2, ...\}$ *conjunto dos número inteiros não negativos*

$\mathbb{Z}_+^* = \{1,2, ...\}$ *conjunto dos número inteiros positivos*

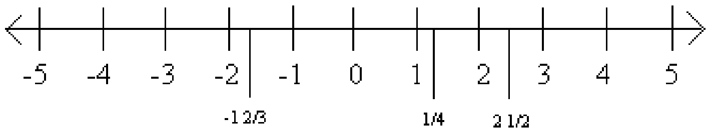
$\mathbb{Z}_-^* = \{..., -2, -1\}$ *conjunto dos número inteiros negativos*

$\mathbb{Z}_- = \{..., -2, -1,0\}$ *conjunto dos número inteiros não−positivos*

$$\mathbb{Z}_- \cap \mathbb{Z}_+^* = \phi, \mathbb{Z}_- \cup \mathbb{Z}_+^* = \mathbb{Z} e \mathbb{Z}_+ \cap \mathbb{Z}_- = \{0\}$$

Noções sobre Conjuntos

Números Racionais
Se a e b ≠ 0 são inteiros, então o número a/b é denominado número racional



$$\mathbb{Q} = \{\frac{a}{b} / a \in \mathbb{Z} e b \in \mathbb{Z}^*\}$$

Todo o inteiro m é um número racional

$$\mathbb{Q}_+^* \cap \mathbb{Q}_- = \phi, \mathbb{Q}_+^* \cup \mathbb{Q}_- = \mathbb{Q} e \mathbb{Q}_+ \cup \mathbb{Q}_- = \{0\}$$

EXEMPLO

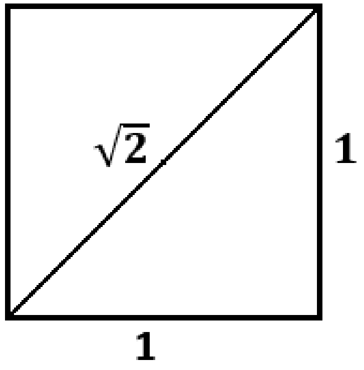
$$x = 0{,}252525\ldots \textit{dízima}$$

$$100x = 25{,}252525\ldots$$

$$100x - x = 25$$

$$99x = 25 ou x = \frac{25}{99}$$

Números Irracionais
Os números irracionais escritos na forma decimal possuem infinitas casa decimais, porém não periódicas



Exemplos:

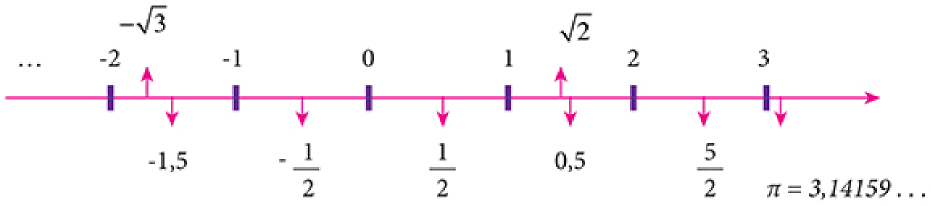
$$\sqrt{2} = 1{,}4142135\ldots, e = 2{,}71828\ldots, \pi = 3{,}14159\ldots$$

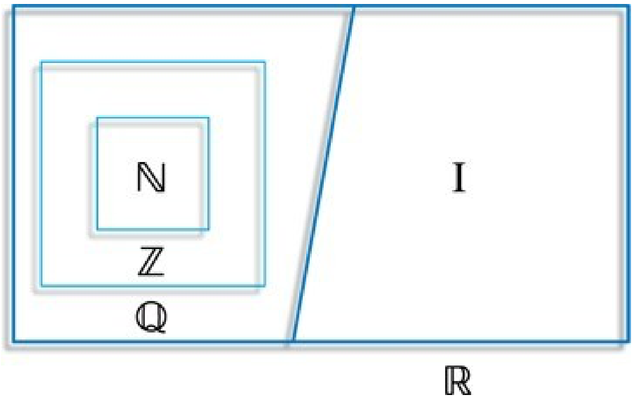
Noções sobre Conjuntos

Conjunto dos Números Reais

A união do conjunto dos números racionais com o conjunto dos números irracionais é o conjuntos dos números reais

Geometricamente fazemos corresponder um a um os pontos de uma reta com os elementos de $\mathbb{R}$





Intervalos

Sejam a e b números reais com $a<b$, denomina-se intervalo a cada um dos conjuntos

Intervalo aberto

$$]a,b[= \{x \in \mathbb{R} | a < x < b\}$$

Intervalo fechado

$$[a,b] = \{x \in \mathbb{R} | a \leq x \leq b\}$$

Intervalo fechado à esquerda e aberto à direita

$$[a,b[= \{x \in \mathbb{R} | a \leq x < b\}$$

Intervalo fechado à direita e aberto à esquerda

$$]a,b] = \{x \in \mathbb{R} | a < x \leq b\}$$

- Intervalo com extremos mais e menos infinitos (abertos)

$$[a,+\infty[= \{x \in \mathbb{R} | a \leq x\}$$

$$]a,+\infty[= \{x \in \mathbb{R} | a < x\}$$

$$]-\infty,a] = \{x \in \mathbb{R} | x \leq a\}$$

$$]-\infty,a[= \{x \in \mathbb{R} | x < a\}$$

Módulo

Valor absoluto de um número real ou módulo

Notação: usa-se |x| para indicar o valor absoluto de x

Definição:

$Seja x \in \mathbb{R}$

$$|x| = \begin{cases} x, & se x \geq 0 \\ -x, & se x < 0 \end{cases}$$

Números Naturais

- **O que se entende por número natural ?**

O número natural surgiu da necessidade de quantificar grupos de objetos, animais, plantas etc.

- **O que se entende por numeral ?**

Numeral é o símbolo usado para representar o número.
Exemplo: 2, II e dois são numerais de um mesmo número.

- **O zero é um número natural ?**

Embora o zero não seja um número natural no sentido que tenha sido proveniente de objetos de contagens naturais, iremos considerá-lo como um número natural uma vez que ele tem as mesmas propriedades algébricas que os números naturais.
O conjunto dos números naturais representado pela letra N será
N = {0, 1, 2, 3, ...}

O que se entende por número inteiro ?

- Ordenando em ordem crescente o conjunto dos números naturais Z.
- Todo número natural dado tem um sucessor (número que vem depois do número dado), e um antecessor (número que vem antes do número dado.
- Exemplos: 4 é o sucessor de 3 e 3 é o antecessor de 4
  7 é o sucessor de 6 e 6 é o antecessor de 7

- Quando consideramos o **0** o sucessor é **1** e o antecessor não é mais um número natural, sendo considerado um número negativo **-1**.
  Em sequência teremos um conjunto de números negativos em oposição aos outros que serão denominado de números positivos.
- O conjunto dos números negativos, o zero, e os números positivos é denominado conjunto dos **números inteiros** é representado pela letra Z.
- z = {….. -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ……}

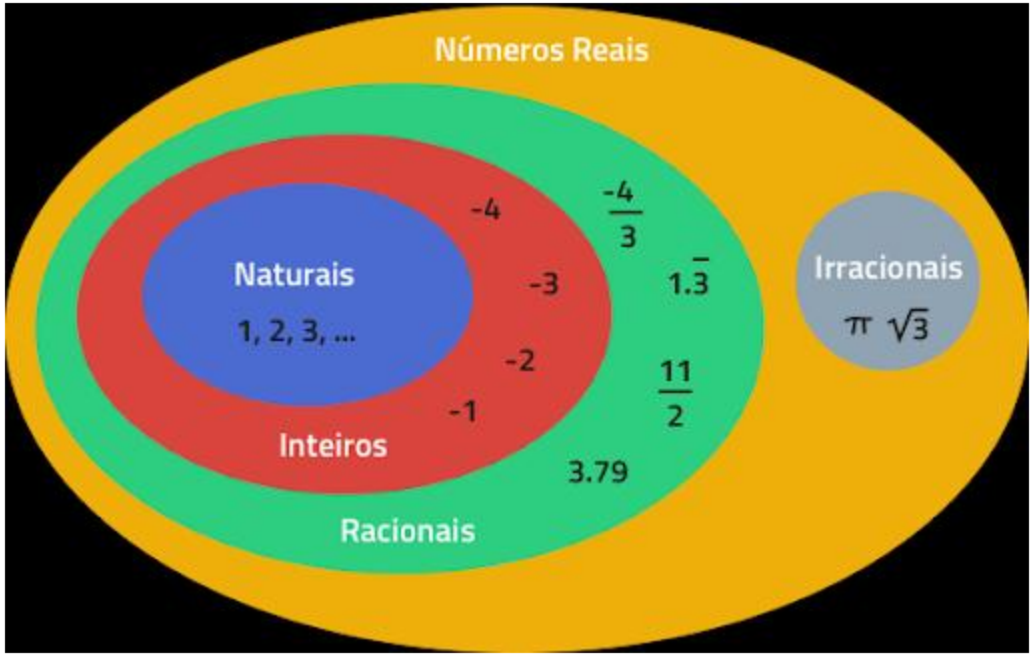
Números fracionários

- **O que se entende por número fracionário ?**
- Número fracionário é o numero compreendido entre dois números inteiros consecutivos p/q.
  - Fração Própria: o numerador é menor que o denominador, por exemplo 3/4 ;
  - Fração Imprópria: o numerador é maior que o denominador, por exemplo 9/2
  - Fração Mista ou Numeral Misto: constituída por uma parte inteira e uma fracionária, por exemplo 2 1/3 ;
  - Frações Equivalentes: frações que mantêm a mesma proporção de outra fração, por exemplo 5/2=10/4;
  - Fração Irredutível: não pode ser simplificada, por exemplo 4/3;
  - Fração Decimal: o denominador é uma potência de base 10 (10,100,1000,...), por exemplo 8/100.

  - Obs: 10/2 não é um numero fracionário e $\sqrt{2}/3$ está escrito na forma de fração, mas não é um número fracionário, porque o numerador não é um número inteiro.

Números racionais

- O conjunto dos **números racionais** é constituído por números: inteiro (positivo e negativo), decimais, dizima periódica composta/ simples e frações. A diferença entre os racionais e os irracionais é que quando fracionários podem ter uma infinidade de casas decimais desde que a parte fracionária seja repetida indefinidamente. Exemplos: 0,2343434…. 4,3277777….



R= Números Reais
N =Naturais, Z= Inteiros, Q= Racionais e I = Irracionais

Números irracionais

O que se entende por número irracional ?

Número irracional é todo número decimal que não pode ser expresso sob a forma de uma fração irredutível **p/q** onde p e q são números inteiros e q é diferente de zero.

Os números irracionais são fracionários com um número infinitamente grande de casas decimais **não** periódicas.

- Algumas raízes quadradas são Irracionais, por exemplo: √2 ; 3√2

- Todas as dizimas infinitas não periódicas são Irracionais, por exemplo: −4,8542576... ; 7,50234529...-4,8542576... ; 7,50234529...

- Algumas constantes matemáticas muito conhecidas são Irracionais, por exemplo: e=2,71828... ; π=3,14159

Exercícios 1

Identifique o tipo do número em racionais e irracionais. Dos racionais definir se são: naturais, inteiros ou frações.

Num	Tipo	Num	Tipo	Num	Tipo	Num	Tipo
77		$\sqrt{7}$		**1,3...**		$\sqrt{81}$	
2,44...		$\frac{18}{6}$		**-10**		**2,81**	
3		**2,1132...**		$\frac{3}{7}$		$\frac{1}{6}$	
$\frac{1}{6}$		**2,4**		$\sqrt{9}$		**5 1/5**	
$\sqrt{5}$		**-** $\sqrt{16}$		**2,5**		π	
2,09		$\frac{4}{9}$		**9,8706...**		|-9|	

Números em módulo, opostos e inverso

- **MÓDULO OU VALOR ABSOLUTO**
- O módulo ou valor absoluto é o valor aritmético de um número relativo, isto é, sem considerar seu sinal.
- Podemos pensar no módulo também, como a distância do número até a origem da reta numérica. A representação do módulo de um número é feita por meio de barras verticais.
- Exemplos:
- $|-16|=16$ e $|12|=12$

NÚMEROS OPOSTOS OU SIMÉTRICOS.

- Dois números são opostos ou simétricos quanto tem mesmo módulo, porém com sinais contrários. (um positivo e outro negativo). Por exemplo,
- O oposto de -2 é 2 e O simétrico do 1,3 é o -1,3;
- **NUMERO INVERSO**
- O inverso de um número a é dado por $\boxed{\frac{1}{a}}$ sendo a um número diferente de zero.

Exercícios 2

Preencha a tabela, com o inverso de cada número apresentado

Número	inverso	Número	Oposto e Inverso
2		5	
-2		0,1	
-9		-11/12	
1/3		1	
-8/15		3000	
4		17	
2/7		23	
7/9		24/25	
-3/8		-8	

O que acontece quando se multiplica um número pelo seu inverso?

Divisores e múltiplos

- **O que é múltiplo de um número natural ?**
- Diz-se que um número natural A é múltiplo de outro natural B, quando existe um número natural k tal que:
  - $A = k \times B$
- Exemplos:

  15 é múltiplo de 5, pois $15=3\times5$.
  24 é múltiplo de 4, pois $24=6\times4$.
- Observações:
  - Se $A = k \times B$ A é múltiplo de B mas também é múltiplo de k.
    Exemplo: $28 = 4 \times 7$ >>> 28 é múltiplo de 4 e de 7.
  - Um número é sempre múltiplo dele mesmo $A = 1 \times A$
  - O zero é múltiplo de todos os números naturais $0 = 0 \times B$ onde B é um número natural qualquer: $0 = 0 \times 2$, $0 = 0 \times 6$, etc

Divisores e múltiplos

- **O que é divisor de um número natural ?**
- A definição de divisor está relacionada com a de múltiplo. Um número natural B é divisor do número natural A, se A é múltiplo de B

A = k x B , se A é múltiplo de B, então B é divisor de A

- Observações:
- Se A = k x B, A é múltiplo de B então B e k são divisores de A.

Exemplo: 28 = 4 x 7 >>> 4 e 7 são divisores de 28.

  - Um número é sempre divisor dele mesmo A = 1 x A
  - O número 1 é divisor de todos os números naturais A = 1 x A
  - O zero é múltiplo de todos os números naturais, mas não é divisor de nenhum número natural uma vez que a divisão por zero é impossível.
    Exemplo: 6 / 3 = 2 uma vez que 2 multiplicado por 3 é igual a 6
    6 / 0 = não existe uma vez que não há nenhum número que multiplicado por 0 seja igual a 6

O que é um número primo ?

- Um número primo é um número natural com exatamente dois divisores naturais **distintos.**
  Exemplo: 7 = 1 x 7 é primo tem apenas dois divisores 1 e 7
  15 = 1 x 15 ou 15 = 3 x 5 não é primo tem 4 divisores 1; 3; 5 e 15

- Observação:
  - O número 1 não é primo pois tem apenas um divisor 1 = 1 x 1
  - Todo número natural pode ser escrito como o produto de números primos, de forma única.

- Ver Criptografia por número primos
- https://www.youtube.com/watch?time_continue=179&v=x3JoEoPfV40&feature=emb_logo

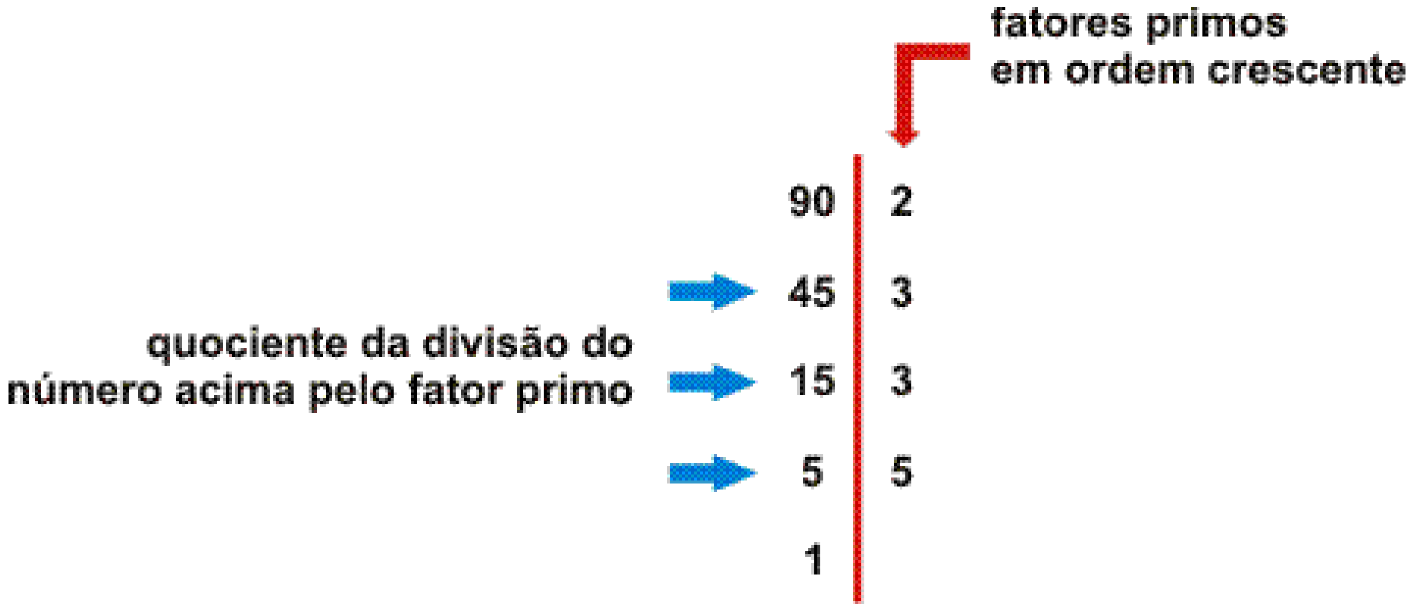
Divisores e múltiplos

- Exemplo: vamos determinar os números primos até 40
  Na tabela eliminamos os múltiplos dos números primos 2; 3; 5; 7 etc
  São números primos os que sobraram marcados em amarelo

Crivo de Eratóstenes

1	**2**	**3**	4	**5**	6	**7**	8	9	10
11	12	**13**	14	15	16	**17**	18	**19**	20
21	22	**23**	24	25	26	27	28	**29**	30
31	32	33	34	35	36	**37**	38	39	40

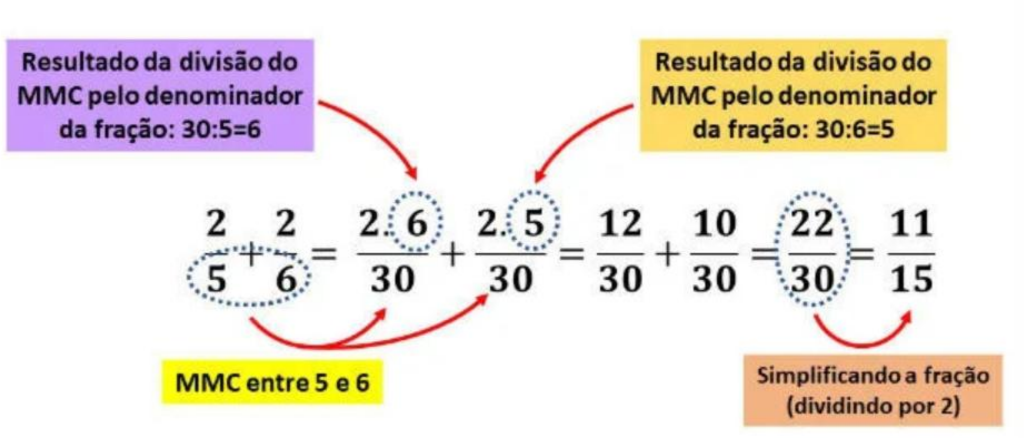
Divisores e múltiplos

- **Como** **decompor** **um número natural em seus fatores primos ?**
- Para decompor um número natural em seus fatores primos usamos o algoritmo mostrado na figura.
- 

- Decomposto 90 em fatores primos temos: $90 = 2 \times 3^2 \times 5$

Divisores e múltiplos

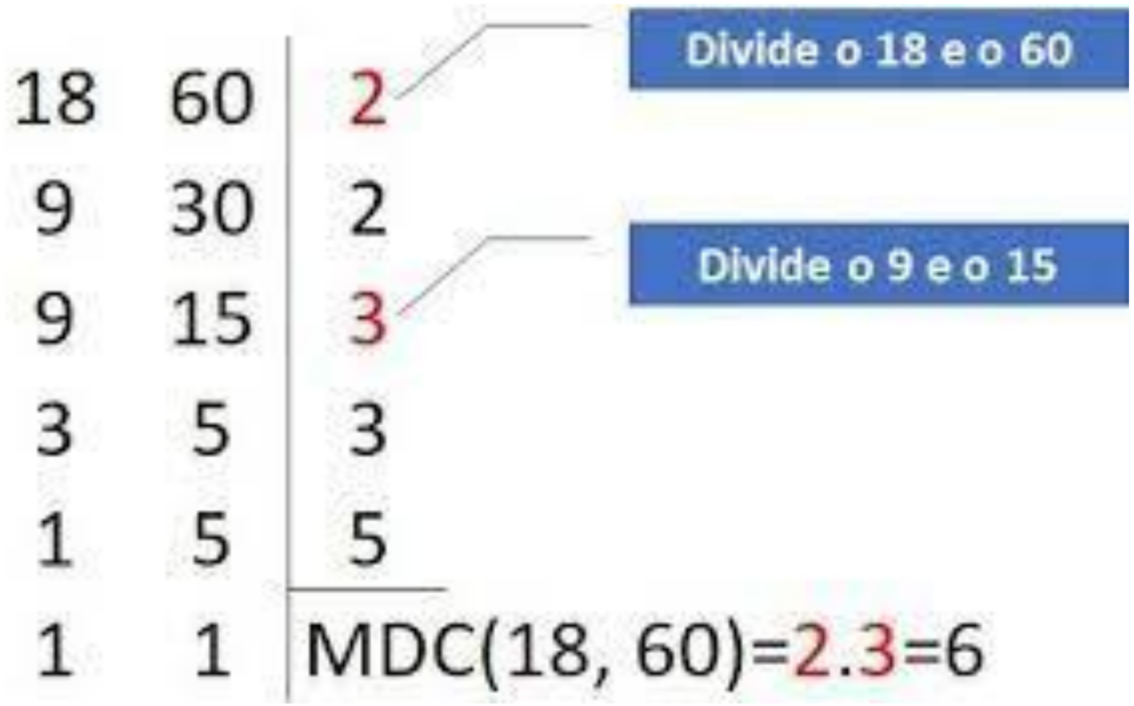
- **O que se entende por Mínimo Múltiplo Comum e Como calcular o MMC ?**
- Decompomos os números em seus fatores primos.
  O MMC será igual ao produto dos fatores comuns e não comuns elevados aos maiores expoentes.



- Exemplo:
  Cálculo do MMC entre 30 e 72.
  30 = 2 x 3 x 5 e 72 = 2^3 x 3^2 o
  MMC(30; 72) = 2^3 x 3^2 x 5 = 360

Divisores e múltiplos

- **O que se entende por Máximo Divisor Comum e Como calcular o MDC ?**
- Decompomos os números em seus fatores primos. O MDC será igual ao produto dos fatores comuns elevados aos menores expoentes.
- Exemplo:
  Cálculo do MDC entre 30 e 72.
  $30 = 2 \times 3 \times 5$ e $72 = 2^3 \times 3^2$ o
  $MDC(30; 72) = 2 \times 3 = 6$



Exercícios 3

- O menor número divisível por 18, 24 e 36 é?
- Dados dois números 42 e 54, então mdc (42,54) + mmc (42,54) é:

a)372 b)378 c)384 d)396

- Uma professora dá aulas em duas turmas, uma de 32 alunos e outra de 24 alunos. Em cada sala, ela formará grupos, e todos os grupos (nas duas turmas) devem ter o mesmo número de alunos. Qual é o maior número de alunos que cada grupo pode ter?
- Resolva as operações com frações a seguir:

$a)\frac{2}{3}+\frac{3}{4}=$ $b)\frac{\frac{3}{2}}{\frac{1}{5}}=$ $c)-\frac{2}{3}+\frac{1}{5}=$ $d)\frac{-\frac{4}{3}}{\frac{5}{4}}=$

O valor da expressão $\frac{2}{3}\times\left(\frac{5}{10}-3\times\frac{1}{2}\right)^2-\left(\frac{1}{3}+1\right)\div 2$ é:

Operações com Números Relativos

- Só para lembrar, número relativo são os números positivos, negativos incluindo-se o zero. Vejamos como realizar as quatro operações fundamentais com números relativos:
- **Soma e subtração**
- Na soma e subtração de números relativos deve-se observar as seguintes regras:
  - **Se os sinais dos números são iguais, devemos somar os valores absolutos e conserva-se o mesmo sinal**
  - **Se os sinais são diferentes, faça a diferença dos valores absolutos e conserve o sinal do maior deles.**
- **- 27 - 14 = - 41**
- **- 254+117 = - 137**

Operações com Números Relativos

- **Multiplicação e divisão**
- Na multiplicação e divisão podemos seguir o esquema abaixo, onde (+) representará um número positivo e (-) estará representando um número negativo.

$$(+) * (+) = (+)$$
$$(-) * (-) = (+)$$
$$(+) * (-) = (-)$$
$$(-) * (+) = (-)$$

$$(+) : (+) = (+)$$
$$(-) : (-) = (+)$$
$$(+) : (-) = (-)$$
$$(-) : (+) = (-)$$

Exemplos:

$$(-2) \times (-9) = 18$$
$$(-3) \times (21) = -63$$
$$6 \times (-9) = 54$$
$$35 : (-7) = -5$$
$$(-100) : (-5) = 20$$

Exercícios 4

- **Elimine os parênteses e calcule o valor das expressões a seguir:**

$a)(+5)+(-19)=$

$b)(+13)+(-19)+(-92)+(+25)=$

$c)(-20)+(-1)+(+21)+(+23)+(-4)+(-100)=$

$d)(-90)+(-75)+(54)-(-12)-(-45)+(34)=$

$e)(-76)+(-21)-(-38)+(-87)+(-31)-(-89)+(+17)=$

$f)\ (-10)-(-23)+(-92)-(+56)+(12)-(-123)+(-98)=$

- **Encontre o valor das multiplicações e divisões a seguir:**

$a)\ (-96):(+8)=$

$b)\ (-144):(-6)=$

$c)\ (+1624):(-8)=$

$d)\ (+123)\times(-12)=$

$e)\ (-12)\times(-8)=$

$f)\ (+5)\times(-97)=$

$g)\ (+12)\times(+37):(-6)=$

$h)\ (-9):(-3)\times(81):(27)=$

$i)\ (-6)\times(-5)\times(-9)=$

$j)\ (-14):(+7)\times(-43)=$

$k)\ (-9)\times(-26):(-13)\times(+8)=$

Operações com Números Relativos

- **Divisão de números decimais**
- Para dividir dois números decimais, devemos igualar o número de casas decimais desses números; quando necessário, acrescentamos zeros à parte decimal do dividendo ou do divisor, ou ambos, para que se igualem as casas decimais, em seguida, eliminamos as vírgulas e efetuamos a divisão normalmente.

$$0{,}024 : 0{,}2 = 0{,}024 : 0{,}200 = 24 : 200 = 0{,}12$$

- Exemplo:

$$18{,}723 : 100 = 0{,}18723$$

$$3 : 1000 = 0{,}003$$

Efetue:

0,125:0,5=

6,012:0,4=

Exercícios 5

- Resolva as operações a seguir. Quando possível utilize as regras da multiplicação e divisão por 10, 100, etc.

$a) 12{,}34 \times 0{,}3 =$

$b) 234{,}56 \times 100 =$

$c) 10{,}23 : 100 =$

$d) 0{,}002 \times 10000 =$

$e) 9{,}005 \times 100 =$

$f) 0{,}34 : 100 =$

$g) 45{,}678 : 1000 =$

$h) 2{,}45 \times 8{,}4 =$

$i) 0{,}04 \times 3{,}24 =$

$j) 23{,}4 \times 1{,}2 =$

$k) 20{,}48 : 0{,}002 =$

$l) 0{,}625 : 0{,}005 =$

$m) 12{,}072 : 12 =$

$n) 7{,}014 : 0{,}7 =$

$0) 2{,}78 : 0{,}002 =$

Potenciação

- **O que é elevar um número a uma potência n ?**
- Elevar um número a a uma potencia n é multiplicar a por ele mesmo n vezes. Exemplo: elevar a a uma potência 4 é a x a x a x a
-
- **Como representar a potência n de um número a ?**
- A potencia n de um número a é representada por a^n onde a é a base e n o expoente.
-
- **Qual é o valor da potência n do número 1 ?**
- O número 1 elevado a qualquer expoente é sempre igual a 1.
  Exemplo: $1^3 = 1 \times 1 \times 1 = 1$
-

Potenciação

- **Como multiplicar potências de mesma base ?**
- Multiplicamos potências de mesma base conservando a base e somando os expoentes. $a^n \times a^m = a^{n+m}$
-
- **Como dividir potências de mesma base ?**
- Dividimos potências de mesma base conservando a base e subtraindo os expoentes $a^n / a^m = a^{n-m}$
-
- **Qual é o valor da potência zero de um número a ?**
- A potencia n de um número a é representada por a^n onde a é a base e n o expoente.

Potenciação

- **Qual é o valor da potência n do número 1 ?**
- O número 1 elevado a qualquer expoente é sempre igual a 1. Exemplo: $1^3 = 1 \times 1 \times 1 = 1$
-
- **Como multiplicar potências de mesma base ?**
- Multiplicamos potências de mesma base conservando a base e somando os expoentes. $a^n \times a^m = a^{n+m}$
-
- **Como dividir potências de mesma base ?**
- Dividimos potências de mesma base conservando a base e subtraindo os expoentes $a^n / a^m = a^{n-m}$
-
- **Qual é o valor da potência zero de um número a ?**
- Consideremos $\mathbf{a^n / a^m = a^{n-m}}$
  Fazendo m = n teremos: $\mathbf{a^n / a^n = a^{n-n} =} a^0 = 1$

Potenciação

- **Qual é o valor da potência negativa de um número a ?**
- Consideremos $\mathbf{a^n / a^m = a^{n-m}}$
  Fazendo **n = 0** teremos: $\mathbf{a^0 / a^m = a^{0-m} = a^{-m}}$ como $\mathbf{a^0 = 1}$ então $a^{-m} = 1 / a^m$
-
- **Como elevar uma potência a uma outra potência ?**
- Elevamos uma potência a uma outra potência conservando a base e multiplicando os expoentes.

$$(a^n)^m = \overbrace{a^n \times a^n \times \cdots a^n}^{\textbf{m vezes}}$$

$$(a^n)^m = a^{n+n+\cdots n}$$

$$\boxed{(a^n)^m = a^{n.m}}$$

Exercícios 6

- Calcule o valor das expressões:

$a)\ 2^9 : (2^2.2^3)^{-3} =$

$b)\ -3.(-2)^2 - 2^2 + [(-2)^5 : 2^4.(-1-98)^0] =$

$c)\ [24 - 12 : (2-4)^2 - 7^0] : (3^2 - 5) =$

$d)\ \left(\frac{2}{3}\right)^{-35} . \left(\frac{2}{3}\right)^{20} . \left(\frac{3}{2}\right)^{-17} =$

$\mathbf{e})\{39 - [14^2 : (13-11) - 2^2] + 1600^0\} =$

$f)\ \frac{0{,}005.5000.270}{5.10.0{,}9.500} =$

$g)\ \mathbf{3}2 - [6^2 : (8-6) - 2^3] =$

$h)\ \mathbf{1}^6 + 2^4 - [45^0 + (3^2.5^1 - 3) : 2] =$

$i)\ 8 + 4.0{,}25 - 3^2 : (2-1)^2 =$

$j)\ 9 + 3^3 : 9 - 8^0.(-2)^1 =$

$k)\ \frac{0{,}003.280.100}{1{,}2.0{,}01.70000} =$

$l)\ \frac{\mathbf{0}{,}0001.(0{,}01)^2.100}{0{,}001}$

Radiciação

- **O que é extrair a raiz n de um número a ?**
- Extrair a raiz n de um número a consiste em encontrar um número b que elevado à potencia n seja igual a a.
  Exemplo: raiz 4 do número 16 é 2 uma vez que $2^4 = 16$
-
- **Como representar a raiz n de um número a ?**

Raiz n do número a $\Rightarrow \sqrt[n]{a}$

$$\sqrt{25} = 5, \; pois \;\; 5.5 = 5^2 = 25$$

$$\sqrt[3]{8} = 2, \;\; pois \;\; 2.2.2 = 8$$

$$\sqrt[4]{16} = 2, \;\; pois \;\; 2.2.2.2 = 4$$

Radiciação

- **Como representar a raiz n de um número a por meio de uma potência ?**

Sabemos que $\sqrt[n]{a} = b \Rightarrow b^n = a$

Fazendo $b = a^x$

Teremos $\sqrt[n]{a} = a^x \Rightarrow (a^x)^n = a \Rightarrow a^{x.n} = a \Rightarrow x \cdot n = 1 \Rightarrow x = \dfrac{1}{n}$

Logo ⇨ $\boxed{\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}}$

Radiciação

- **Como realizar operações com as raízes numéricas ?**
- As operações com raízes numéricas serão realizadas da mesma maneira que as operações com as potências.

Exemplos:

1) $\sqrt[3]{a^7} = a^{\frac{7}{3}} = a^{2+\frac{1}{3}} = a^2 \cdot a^{\frac{1}{3}} = a^2 \cdot \sqrt[3]{a}$

2) $\sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt[4]{a} \cdot \sqrt{a} = a^{\frac{2}{3}} \cdot a^{\frac{1}{4}} \cdot a^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{2}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{2}} = a^{\frac{17}{12}} = a^{1+\frac{5}{12}} = a \cdot \sqrt[12]{a^5}$

3) $\dfrac{\sqrt[4]{a^3}}{\sqrt{a}} = \dfrac{a^{\frac{3}{4}}}{a^{\frac{1}{2}}} = a^{\frac{3}{4}-\frac{1}{2}} = a^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{a}$

4) $(\sqrt[5]{a^2})^3 = (a^{\frac{2}{5}})^3 = a^{\frac{2}{5}\times 3} = a^{\frac{6}{5}} = a^{1+\frac{1}{5}} = a \cdot \sqrt[5]{a}$

5) $\sqrt[3]{\sqrt{a^5}} = (a^{\frac{5}{2}})^{\frac{1}{3}} = a^{\frac{5}{2}\times\frac{1}{3}} = a^{\frac{5}{6}} = \sqrt[6]{a^5}$

Exercícios 7

- Resolva as operações com radicais indicadas

$a) \sqrt{32} - \sqrt{20} + \sqrt{45} - \sqrt{50}$

$b) 2\sqrt{72} + 7\sqrt{98} - 2\sqrt{50} + 3\sqrt{32}$

$c) \sqrt[3]{54} . \sqrt[6]{9}$

$d) \left(\dfrac{2^0}{8^{1/3}} \right)^{-1} =$

$e) \sqrt{162} + \sqrt{128} - \sqrt{200}$

$f) \{6 + [4^2 - (1^0 - 4^{1/2} . 1^{-1})]\}$

$g) \sqrt{\dfrac{1}{4}} + \sqrt{\dfrac{1}{9}} =$

Radiciação

- **O que se entende por racionalizar uma expressão fracionária ?**
- Racionalizar uma expressão fracionária consiste em tornar racional o seu denominador, sem alterar o seu valor.
  Esta racionalização é realizada multiplicando-se numerador e denominador por um mesmo valor que torne o denominador racional.
- $$a^{m/n} = \sqrt[n]{a^m}$$

$$\sqrt[n]{a} = b \Rightarrow b^n = a$$

com n natural e maior que 1

$$(\sqrt[c]{a})^b = \sqrt[c]{a^b} = a^{\frac{b}{c}}$$

$$\sqrt[c]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[c]{a}}{\sqrt[c]{b}}$$

$$\sqrt[c]{a^b} = \sqrt[c \cdot d]{a^{b \cdot d}}$$

$$\sqrt[c]{\sqrt[d]{a}} = \sqrt[c \cdot d]{a}$$

$$\sqrt[c]{ab} = \sqrt[c]{a} \cdot \sqrt[c]{b}$$

$$\sqrt[c]{1} = 1$$

$$\sqrt[c]{0} = 0$$

a) $\sqrt[n]{x^m} = \sqrt[n:p]{x^{m:p}}$. Exemplo: $\sqrt[8]{5^4} = \sqrt[8:4]{5^{4:4}} = \sqrt[2]{5^1}$

b) $\sqrt[m]{x.y} = \sqrt[m]{x}.\sqrt[m]{y}$ Exemplo: $\sqrt[2]{2.4} = \sqrt[2]{2}.\sqrt[2]{4}$

c) $\sqrt[m]{\frac{x}{y}} = \frac{\sqrt[m]{x}}{\sqrt[m]{y}}$. Exemplo: $\sqrt[3]{\frac{5}{4}} = \frac{\sqrt[3]{5}}{\sqrt[3]{4}}$

d) $\sqrt[m]{\sqrt[n]{x}} = \sqrt[m.n]{x}$. Exemplo: $\sqrt[3]{\sqrt[4]{3}} = \sqrt[3.4]{3} = \sqrt[12]{3}$

Racionalização de denominadores

Exemplos:

1) $$\frac{b}{\sqrt{a}} = \frac{b\sqrt{a}}{\sqrt{a}\cdot\sqrt{a}} = \frac{b\sqrt{a}}{a}$$

2) $$\frac{b}{\sqrt[5]{a^3}} = \frac{b\sqrt[5]{a^2}}{\sqrt[5]{a^3}\cdot\sqrt[5]{a^2}} = \frac{b\sqrt[5]{a^2}}{a}$$

3) $$\frac{c}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} = \frac{c(\sqrt{a}+\sqrt{b})}{(\sqrt{a}-\sqrt{b})\cdot(\sqrt{a}+\sqrt{b})} = \frac{c(\sqrt{a}+\sqrt{b})}{a-b}$$

4) $$\frac{c}{\sqrt{a\sqrt{b}}} = \frac{c\sqrt{a\sqrt{b}}}{\sqrt{a\sqrt{b}}\cdot\sqrt{a\sqrt{b}}} = \frac{c\sqrt{a\sqrt{b}}}{a\sqrt{b}} = \frac{c\sqrt{a\sqrt{b}}\cdot\sqrt{b}}{a\sqrt{b}\cdot\sqrt{b}} = \frac{c\sqrt{a\sqrt{b}}\cdot\sqrt{b}}{a\cdot b}$$

Exercícios 8

- Racionalize os denominadores

$$a)\ \frac{3\sqrt{5}}{2\sqrt{2}}$$

$$b)\ \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$c)\ \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}}$$

$$d)\ \frac{4}{\sqrt[4]{8}} =$$

$$e)\ \frac{9}{\sqrt[9]{1024}} =$$

$$f)\ \frac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{2}} =$$

$$g)\ \frac{\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}} =$$

$$h)\ \frac{\sqrt{2}-1}{2-\sqrt{2}} =$$

$$i)\ \frac{\sqrt{75}+\sqrt{3}-\sqrt{48}}{\sqrt{108}-\sqrt{12}}$$

O que é uma dízima periódica ?

- Dízima periódica é um número fracionário com casas decimais que se repetem indefinidamente.
  Exemplos:

0,37373737.....representado por 0,37...
0,73555555.....representado por 0,735...
0,54787878.....representado por 0,5478...

- A parte fracionária que se repete é o período.
  0,3737 >>>> período 37
  0,54787878 >> período 78

que é a geratriz de uma dízima periódica ?

- Geratriz é a fração ordinária que é igual à dízima periódica.
  Exemplos:

  - 0,33333.....>>> geratriz 1 / 3

  - 0,53333.....>>> geratriz 24 / 45

Curiosidade: Como calcular a geratriz de uma dízima periódica ?

- Vamos mostrar como se calcula a geratriz usando alguns exemplos:
- Exemplo 1
- Dízimas com parte periódica >>> 0,232323....
  seja x = 0,232323...
- (1) isolamos a parte periódica nas unidades multiplicando por 100, de modo a termos um período à esquerda da vírgula >>>>100x=23,23232...
- (2) Fazemos regra de 3 e subtraísse a igualdade (100-1)x >>>> 99 x e 23, 2323... – 0,232323...>>> x = 23 / 99
- Exemplo 2
- Dizimas com parte não periódica ou composta >>> 0,5737373
  (1) Separa-se a parte periódica nas unidades multiplicando por múltiplos de 10
- >>>10x=5,737373...
- (2) Isolamos a periódica nas unidades e subtraímos a igualdade (x1000) >>> 1000x=573,737373...
- (3) Faz-se regra de 3. >>> 990 x = 573 >>> x = 573 / 990= 0,57373737...

Ver: https://www.youtube.com/watch?v=lIWJ9DB5aXE

Arredondamento e truncamento

- **Truncamento:**
- Quando se reduz os números (casas decimais) sem levam em conta as regras de arredondamento. Simplesmente se suprime.
    - Exemplo duas casas decimais:
    - 4,3875556-> 4,38 e 12,44655 -> 12,44
- **Regras de Arredondamento:**
  - Se o algarismo a suprimir for inferior a 5, mantém-se o algarismo anterior.
    - Exemplo duas casas decimais:
      - 3,234 -> 3,23 e 17,473-> 17,47
  - Se o algarismo a suprimir for superior a 5, Acrescenta-se uma unidade ao algarismo anterior.
    - Exemplo duas casas decimais:
      - 4,387-> 4,39 e 12,446 -> 12,45

Exercício 9

- Arredonde a ultima casa decimal dos seguintes números:

i) 0,093
j) 0,099
k) 0,095
l) 0,085
m) 11,995
n) 11,994
o) 11,996
p) 11,985
q) 11,98501
r) 11,99503

- Arredonde para duas casas decimais:

a) 3,444...
b) 6,555...
c) 8,777...
d) 10,0505...
e) 0,995
f) 1,994
g) 3,998
h) 15,01500001

Logaritmo

- 2 elevado a quanto dá 16? $Log_2 16$>> x= 4
- 5 elevado a quanto dá 25? Log_5 25>> x=2
- 3 elevado a quanto dá 81? Log_3 81>>> x= 4
- 8 elevado a quanto para dá 2? Log_8 2 >>> 8_x= 2 >>> 2_{3x}=2>>>3x=1>> x= 1/3

$$log_a{}^{b} = c \gg\gg \quad a^c = b$$

Preciso elevar **a** há quanto (**c?**) para dar **b?**

Logaritmo neperiano ou natural

- O **logaritmo natural** é o logaritmo de base *e*, um número irracional aproximadamente igual a 2,71828. É definido para todos os números. O número ***e*** é chamado de número de Euler por conta de Leonhard Euler.

$$log_e^b = \mathrm{c} \gg lnb = \mathrm{c} \gg e^c = b$$

número irracional e=2,71828

Preciso elevar e há quanto (**c?**) para dar **b?**

Combinação

- Combinação, Arranjo e Permutação
- http://www.cesadufs.com.br/ORBI/public/uploadCatalago/17362916022012Matem%C3%A1tica_Discreta_Aula_3.pdf

Potência

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n, \textit{ sendo a e n números reais}$$

e a diferente de zero.

$$a^n . a^m = a^{n+m}$$

$$a^m : a^n = \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

$$(a^m)^n = a^{mn}$$

$$a^0 = 1, \textit{sendo a um número não} - \textit{nulo.}$$

$$(a.b)^n = a^n . b^n$$

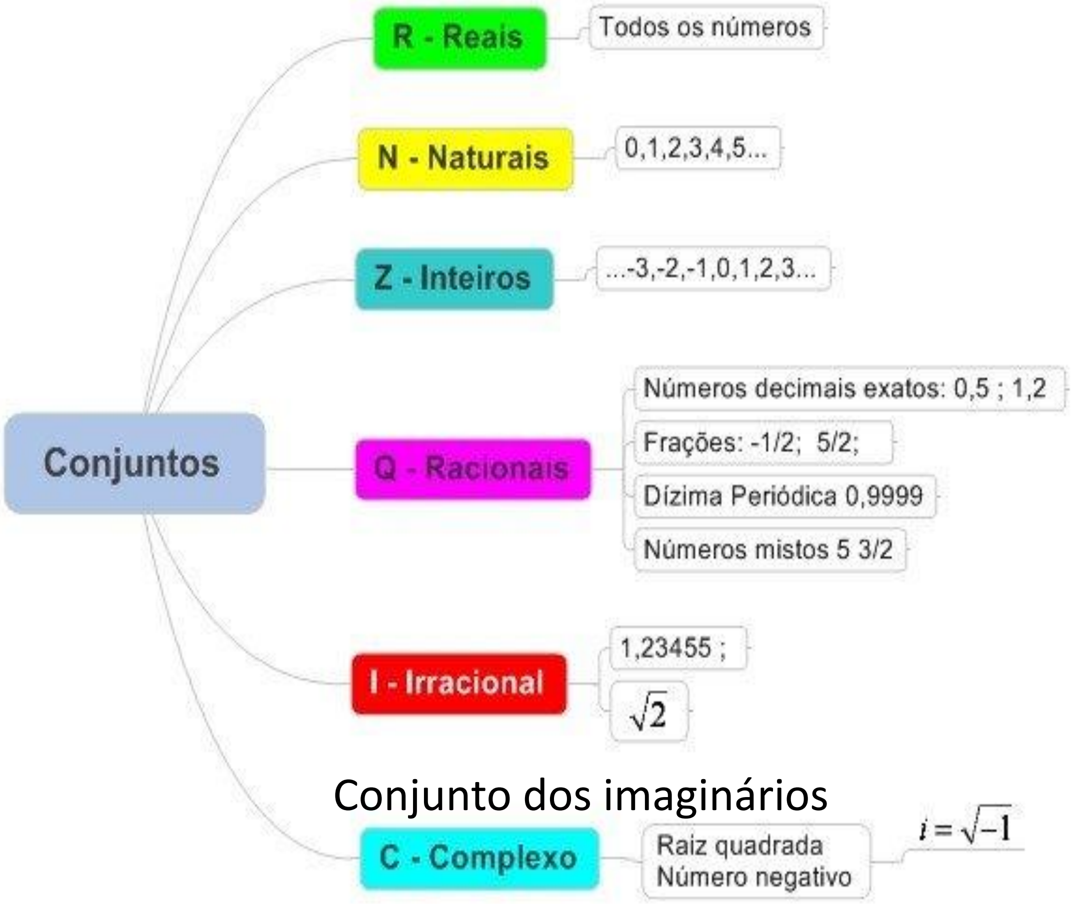
$$a^1 = a, \textit{sendo a um número real.}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

Produtos notáveis

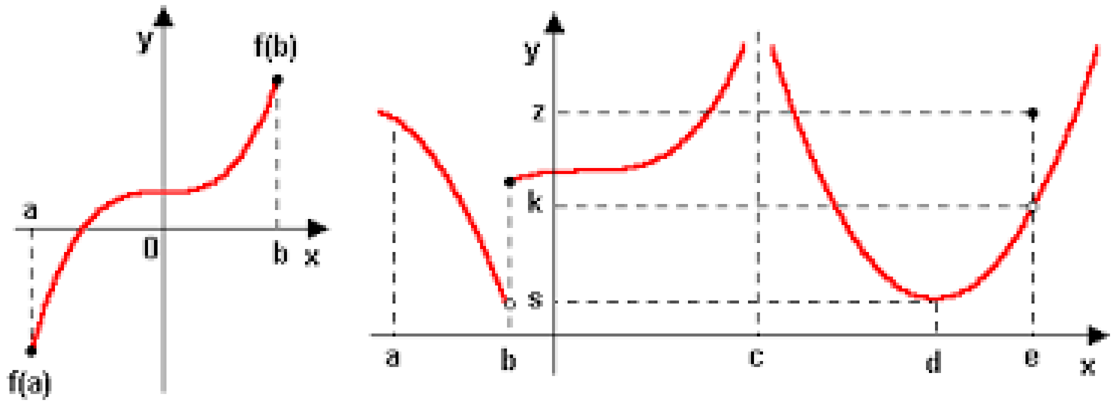
PRODUTOS NOTÁVEIS	
Quadrado da soma	$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
Quadrado da diferença	$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
Produto da soma pela diferença	$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$
Cubo da soma	$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
Cubo da diferença	$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

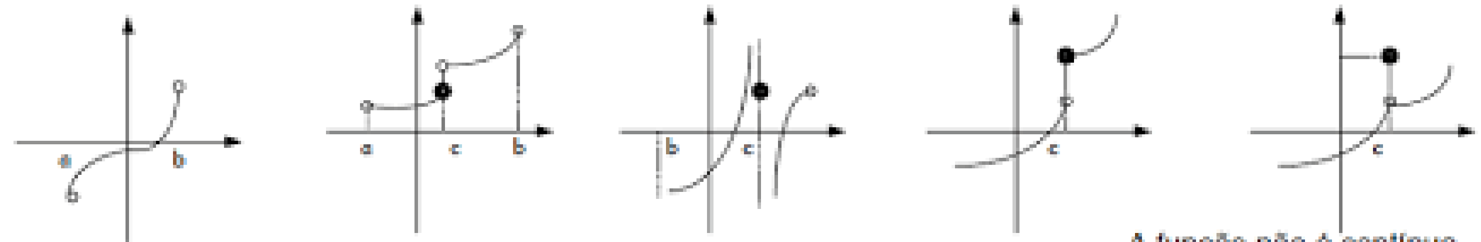
Conjuntos numéricos



Conjunto dos imaginários

Função Contínua



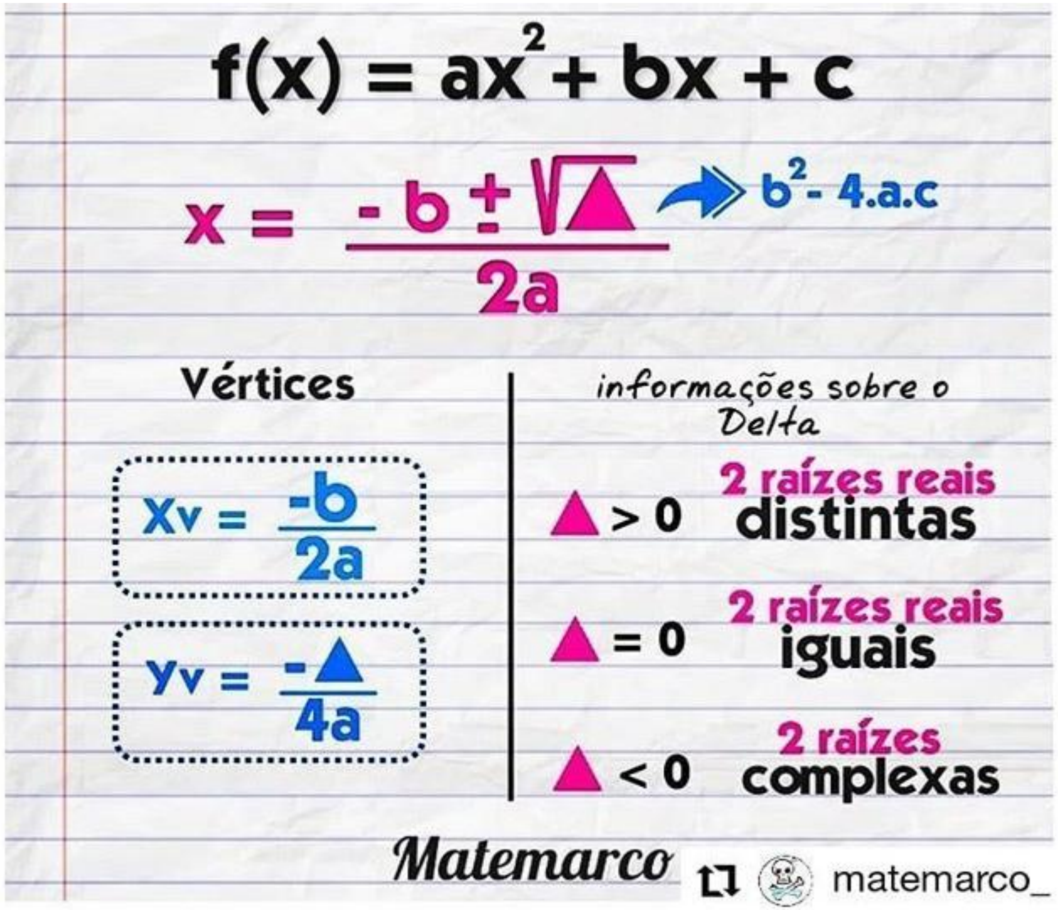


É contínua pois não existe interrupção do gráfico

As funções não são contínuas em c porque não existe limite nesse ponto. São descontínuas em c

A função não é contínua em c porque o limite não é igual à sua imagem

Raízes de função quadrática



Proporção

Razão e Proporção

Razão: $\dfrac{a}{b}$ → Divisão

Razões Notáveis:

$$\text{Escala} = \frac{\text{dimensão do desenho}}{\text{dimensão real}}$$

$$\text{Porcentagem} = \frac{x}{100} = x\%$$

$$\text{Velocidade} = \frac{\text{distância}}{\text{tempo}}$$

$$\text{Densidade demográfica} = \frac{\text{n° de habitantes}}{\text{área}}$$

Proporção: $\dfrac{a}{b} = \dfrac{c}{d}$ → Duas ou mais divisões são iguais.

Propriedade fundamental: O produto dos meios é igual ao produto dos extremos. Isto é:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

Meios

Extremos

$$a.d = b.c$$

Obs.: Ordem alfabética

a b c d

Meios

Extremos