Regras de Inferência e **Lógica de Predicados**

TAD0201 - RACIOCÍNIO LÓGICO

Profª Drª Carla Fernandes
carla.fernandes@ufrn.br

01

Regras de Inferência

O que é?
Quando usar?

AXIOMA

É uma proposição de partida (dada como verdadeira)

Não há necessidade de prova para um axioma

Compõe a **BASE DE CONHECIMENTO**

Exemplo: A -> (B -> A)

A	B	B -> A	A -> (B -> A)
F	F	V	V
F	V	F	V
V	F	V	V
V	V	V	V

REGRAS DE INFERÊNCIA

São mecanismos que nos permitem **deduzir novas proposições** a partir de proposições já aceitas (axiomas ou fórmulas anteriormente provadas).

Ou seja, **regras de inferência são os passos lógicos válidos que usamos em uma prova.**

MODUS PONENS

{a, a->b} ⊧ b

MODUS TOLLENS

{a-> b, ¬b} ⊧ ¬a

SILOGISMO HIPOTÉTICO

{a->b, b->c} ⊧ a->c

REGRAS DE INFERÊNCIA

ADIÇÃO

{a} ⊧ a ∨ b

CONJUNÇÃO

{a, b} ⊧ a ∧ b

ELIMINAÇÃO DA CONJUNÇÃO

a ∧ b ⊧ {a, b}

ELIMINAÇÃO DA DIJUNÇÃO

{a ∨ b, a->c, b->c} ⊧ c

DILEMA CONSTRUTIVO

{p->q, r->s, p ∨ r} ⊧ q ∨ s

DILEMA DESTRUTIVO

{p->q, r->s, ¬q ∨ ¬s} ⊧ ¬p ∨ ¬r

CONTRA-POSITIVA

p->q ⊧ ¬q -> ¬p

CONECTIVO LÓGICO SE E SOMENTE SE (BI-IMPLICAÇÃO)

- Se a antecedente for verdadeira, a consequente será verdadeira. Se a consequente for verdadeira, a antecedente será verdadeira.
- Não se sabe o que acontecerá se a antecedente for falsa
- **Exemplo:**
  - Uma figura é um quadrado se, e somente se, ela é um retângulo com todos os lados iguais.
  - A = é um quadrado
  - B = é um retângulo com todos os lados iguais

A	B	S
F	F	V
F	V	F
V	F	F
V	V	V

$$S = A \leftrightarrow B$$

CONECTIVO LÓGICO SE E SOMENTE SE (BI-IMPLICAÇÃO)

- Vamos provar essa tabela verdade?
- Como representar a bi-implicação usando negação, implicação, conjunção e disjunção?

$$A \leftrightarrow B = (A \rightarrow B) \land (B \rightarrow A)$$

A	B	S
F	F	V
F	V	F
V	F	F
V	V	V

EXEMPLO

- O participante vai ao paredão se, e somente se o líder o indica ou os colegas o escolhem.
- Se o participante vai ao paredão e chora, então ele conquista o público.
- Se o participante conquista o público, então ele não é eliminado.
- O líder indicou um participante e ele foi eliminado.
- Logo, o participante não chorou.

Vamos provar usando o método da dedução!

02

Lógica de Predicados

O que é?
Quando usar?

LÓGICA DE PREDICADOS

- Sócrates é homem.
- Todo homem é mortal.
- Logo, Sócrates é mortal.

- O argumento é válido
- Mas não é possível provar com Lógica Proposicional
    - Isso acontece porque não sabemos o significado da palavra TODO

LÓGICA DE PREDICADOS

- Usa a negação, disjunçao, conjunção e implicação
- Usa também **objetos, predicados, variáveis e quantificadores**

OBJETOS

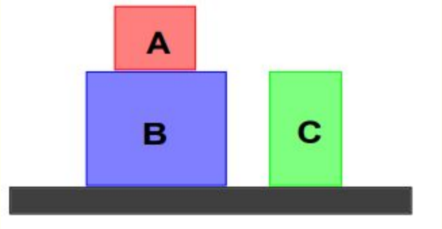
- Qualquer coisa a respeito da qual precisamos dizer algo
- Livro, lua, paz, unicórnio, um teclado composto por teclas, ...
- Por padrão começam com letra minúscula

PREDICADOS

- Relação entre objetos

cor(a, azul) *sobre(a, b)* *maior(b,c)*

sobre(a, b) $\wedge$ *sobre(b, mesa)*



LÓGICA DE PREDICADOS

VARIÁVEIS

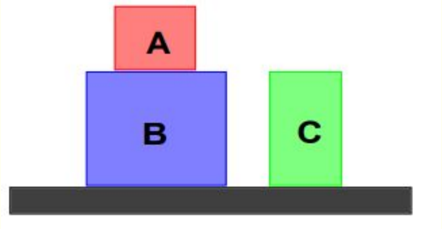
- Poder nomear fatos sem precisar dar um nome
- Começam com letra maiúscula

QUANTIFICADORES

- Quantificador universal - $\forall$
- Quantificador existencial - $\exists$

Nesse exemplo, todo bloco está sobre alguma coisa, seja objeto ou mesa.

$\forall X[bloco(X) \rightarrow \exists Y\, [sobre(X, Y\,)]]$



QUANTIFICADORES

- Quantificador universal

  $\forall X[colorido(X)]$

  $colorido(a) \land colorido(b) \land colorido(c)$

- Quantificador existencial

  $\exists X[cor(X, azul)]$

  $cor(a, azul) \lor cor(b, azul) \lor cor(c, azul)$

QUANTIFICADORES

- Com essas lógicas podemos provar o Teorema de De Morgan

$$\neg(\alpha \land \beta) \equiv (\neg\alpha \lor \neg\beta)$$

$$\neg\forall X[cor(X, azul)] \equiv \exists X[\neg cor(X, azul)]$$

$$\neg\exists X[cor(X, roxo)] \equiv \forall X[\neg cor(X, roxo)]$$

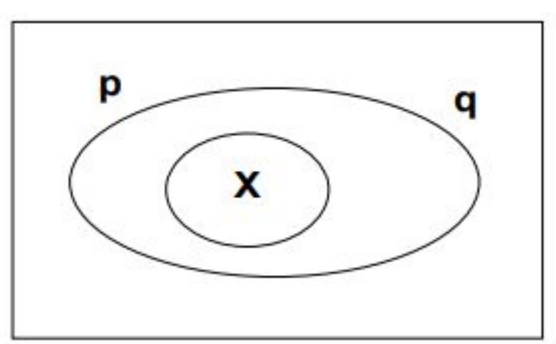
FORMALIZAÇÃO DE ARGUMENTOS

- Sócrates é homem.
- Todo homem é mortal.
- Logo, Sócrates é mortal.

$\{ \, homem(socrates), \;\; \forall X[homem(X) \rightarrow mortal(X)] \, \} \models mortal(socrates)$

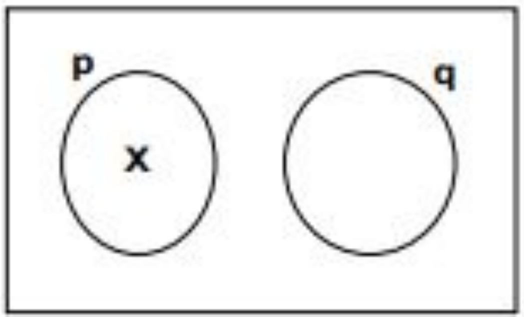
ENUNCIADOS CATEGÓRICOS

- Facilitam a formalização de argumentos
- **Universal afirmativo:**
  - São enunciados da forma $\forall X[p(X) \rightarrow q(X)]$
  - O conjunto p é um subconjunto do conjunto q
  - “Todos os homens são mortais”
    - $\forall X[h(X) \rightarrow m(X)]$
    - Para todo X, se $X \in h$ então $X \in m$.



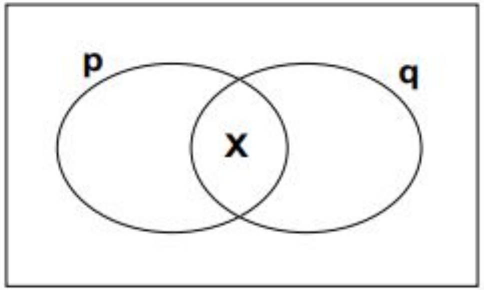
ENUNCIADOS CATEGÓRICOS

- Facilitam a formalização de argumentos
- **Universal negativo:**
  - São enunciados da forma $\forall X[p(X) \rightarrow \neg q(X)]$
  - Os conjuntos p e q são disjuntos
  - "Nenhum homem é extra-terrestre"
    - $\forall X[h(X) \rightarrow \neg e(X)]$
    - Para todo X, se $X \in h$ então $X \notin e$.



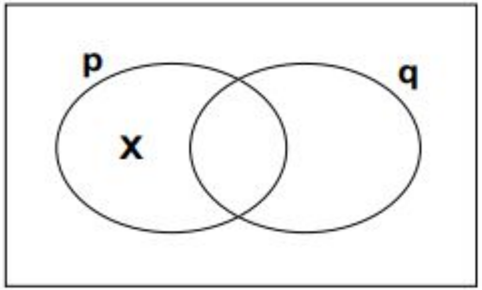
ENUNCIADOS CATEGÓRICOS

- Facilitam a formalização de argumentos
- **Particular afirmativo:**
  - São enunciados da forma $\exists X[p(X) \land q(X)]$
  - Os conjuntos p e q tem uma interseção não-vazia
  - “Alguns homens são cultos”
    - $\exists X[h(X) \land c(X)]$
    - Existe X tal que $X \in h$ e $X \in c$



ENUNCIADOS CATEGÓRICOS

- Facilitam a formalização de argumentos
- **Particular negativo:**
  - São enunciados da forma $\exists X[p(X) \land \neg q(X)]$
  - Existem elementos que estão no conjunto p mas não estão no conjunto q
  - “Alguns homens não são cultos”
    - $\exists X[h(X) \land \neg c(X)]$
    - Existe X tal que $X \in h$ e $X \notin c$



EXEMPLO

- “Toda cobra é venenosa”:
- “Os remédios são perigosos”:
- “Nenhuma bruxa é bela”:
- “Não existe bêbado feliz”:
- “Algumas pedras são preciosas”:
- “Existem plantas que são carnívoras”:
- “Alguns políticos não são honestos”:
- “Há aves que não voam”:

EXEMPLO

- “Toda cobra é venenosa”: $\forall X[cobra(X) \rightarrow venenosa(X)]$
- “Os remédios são perigosos”: $\forall X[remedio(X) \rightarrow perigoso(X)]$
- “Nenhuma bruxa é bela”: $\forall X[bruxa(X) \rightarrow \neg bela(X)]$
- “Não existe bêbado feliz”: $\forall X[bebado(X) \rightarrow \neg feliz(X)]$
- “Algumas pedras são preciosas”: $\exists X[pedra(X) \land preciosa(X)]$
- “Existem plantas que são carnívoras”: $\exists X[planta(X) \land Carnivora(X)]$
- “Alguns políticos não são honestos”: $\exists X[politico(X) \land \neg honesto(X)]$
- “Há aves que não voam”: $\exists X[ave(X) \land \neg voa(X)]$

EXERCÍCIO

- Tudo que sobe, desce.
- Nenhum leão é manso.
- Todo circo tem palhaço.
- Toda pedra preciosa é cara.
- Nenhum homem é infalível.
- Ninguém gosta de impostos.
- Existem impostos que não são bem empregados

EQUIVALÊNCIA ENTRE SENTENÇAS

- “Nem tudo que brilha é ouro”
  - $\neg \forall X[brilha(X) \rightarrow ouro(X)]$
  - $\exists X[brilha(X) \land \neg ouro(X)]$

EQUIVALÊNCIA ENTRE SENTENÇAS

- "Nem tudo que brilha é ouro"
  - $\neg \forall X[brilha(X) \rightarrow ouro(X)]$
  - $\exists X[brilha(X) \wedge \neg ouro(X)]$
- **PROVA**
  - $\neg \forall X[brilha(X) \rightarrow ouro(X)]$
  - $\equiv \neg \forall X[\neg brilha(X) \vee ouro(X)]$
  - $\equiv \exists X \neg[\neg brilha(X) \vee ouro(X)]$
  - $\equiv \exists X[brilha(X) \wedge \neg ouro(X)]$

EQUIVALÊNCIA ENTRE SENTENÇAS

- "Nem todo ator americano é famoso"
  - $\neg \forall X[ator(X) \land americano(X) \rightarrow famoso(X)]$
  - $\exists X[ator(X) \land americano(X) \land \neg famoso(X)]$

EQUIVALÊNCIA ENTRE SENTENÇAS

- "Nem todo ator americano é famoso"
  - $\neg\forall X[ator(X) \land americano(X) \rightarrow famoso(X)]$
  - $\exists X[ator(X) \land americano(X) \land \neg famoso(X)]$
- **PROVA**
  - $\neg\forall X[ator(X) \land americano(X) \rightarrow famoso(X)]$
  - $\equiv \neg\forall X[\neg(ator(X) \land americano(X)) \lor famoso(X)]$
  - $\equiv \neg\forall X[\neg ator(X) \lor \neg americano(X) \lor famoso(X)]$
  - $\equiv \exists X\neg[\neg ator(X) \lor \neg americano(X) \lor famoso(X)]$
  - $\equiv \exists X[ator(X) \land americano(X) \land \neg famoso(X)]$

EXERCÍCIO

- Verifique se as sentenças a seguir são equivalentes:
  - "Nem toda estrada é perigosa" e "Algumas estradas não são perigosas".
  - "Nem todo bêbado é fumante" e "Alguns bêbados são fumantes".

03

Inferência na Lógica de Predicados

INFERÊNCIA

- $\{homem(socrates), \forall X[homem(X) \rightarrow mortal(X)]\} \models mortal(socrates)$
- Normalizando
  - $\{homem(socrates), \neg homem(X) \lor mortal(X)\} \models mortal(socrates)$

- (1) homem(socrates) Δ
- (2) ¬homem(socrates) ∨ mortal(socrates) Δ/X=socrates
- (3) mortal(socrates) RES(1, 2)

EXERCÍCIO

- Todo aluno que estuda passa na prova.
- João é aluno.
- João estuda.
- **Conclusão a ser provada:** João passa na prova.

EXERCÍCIO

- Todo aluno que estuda passa na prova.
- João é aluno.
- João estuda.
- **Conclusão a ser provada:** João passa na prova.

1. $\forall x\ (A(x) \land E(x) \rightarrow P(x))$
2. A(João)
3. E(João)

$\rightarrow$ De (2) e (3): A(João) $\land$ E(João)

$\rightarrow$ Aplicando (1) com x = João: P(João)

DÚVIDAS?

TAD0201 - RACIOCÍNIO LÓGICO
Profa Dra Carla Fernandes
carla.fernandes@ufrn.br