INF05515 – Complexidade de Algoritmos – Professora Mariana L. Kolberg
LISTA DE EXERCÍCIOS: Classes de Problemas

1. Liste ao menos cinco problemas NP-completos.

2. Marque a alternativa *INCORRETA* e justifique a sua resposta.
    a) ( ) Dados três problemas A, B e C, sendo que A$\in$NP-Completo. Sem qualquer informação adicional sobre os problemas B e C, se A $\leq_P$ B e B $\leq_P$ C, então pode-se afirmar que C $\in$ NP-Completo.
    b) ( ) O Teorema de Cook estabelece que SAT é um problema NP-Completo.
    c) ( ) Dado um problema NP-Completo conhecido A, se A $\leq_P$ B, então o problema B é NP-Difícil.
    d) ( ) O *limite superior de complexidade* de um problema refere-se à complexidade do melhor algoritmo conhecido que o resolve.
    e) ( ) Até hoje nunca foi apresentada uma verificação polinomial para o problema de *otimização* do problema do caixeiro viajante.

3. Marque a alternativa *INCORRETA* e justifique a sua resposta.
    a) ( ) A classe NP é composta pelos problemas que são verificáveis em tempo polinomial.
    b) ( ) Qualquer problema da classe P também está na classes NP
    c) ( ) Qualquer problema da classe NP-Completo também está na classe NP
    d) ( ) Existe na literatura uma redução polinomial do problema de decisão do problema de cobertura de vértices ao problema de árvore geradora mínima (AGM).
    e) ( ) Se *qualquer* problema na classe NP-Completo puder ser resolvido em tempo polinomial, então *todo* problema NP-Completo poderá ser resolvido em tempo polinomial.

4. Marque a alternativa *INCORRETA* e justifique a sua resposta.
    a) ( ) Segundo a literatura da área, o problema de satifabilidade de cláusulas booleanas foi o primeiro problema da literatura provado ser NP-Completo (através do Teorema de Cook).
    b) ( ) Um problema A pertence a classe de problemas NPI se i) possuir algoritmo de verificação em tempo polinomial ii) não for conhecido nenhum algoritmo em tempo polinomial que o resolva iii) não é conhecida uma redução $B \leq_P A$ para um problema B conhecido ser NP-Completo.
    c) ( ) Se A $\leq_P$ B então qualquer instância do problema A pode ser transformada em uma instância do problema B.
    d) ( ) Todo e qualquer problema NP-completo pode ser verificado em tempo polinomial.
    e) ( ) Todos problemas da classe NP-Difícil também estão na classe NP-Completo.

5. Enuncei a versão de decisão (e otimização quando cabível) dos seguintes problemas e informe a que classe cada um pertence: SAT, 2-SAT, Problema do caixeiro viajante (PCV), cobertura de vértices (CV), grupo exclusivo (clique), ciclo hamiltoniano, ciclo euleriano, 3-SAT, árvore geradora mínima, caminho mais curto de um nó para todos os demais do grafo.

6. Marque a alternativa *INCORRETA* e justifique a sua resposta.

   a) ( ) Considere um problema A tal que $A \leq_P B$ para um problema $B \in$ NP-Completo. Então podemos concluir que o problema A pertence à classe de problemas NP-Difíceis, independente deste ser ou não verificado em tempo polinomial.

   b) ( ) Considere o problema "Dado um conjunto de pontos V e a distância entre cada par de pontos do conjunto V. Encontre o menor ciclo que parta de um ponto aleatório qualquer do conjunto V, passe por todos os demais pontos uma única vez, e retorne ao ponto de partida". Este problema é NP-Difícil.

   c) ( ) A classe de problemas NP-Completos é formada pela interseção das classes NP e NP-Difícil.

   d) ( ) Se a versão de decisão do problema de cobertura de vértices puder ser resolvido em tempo polinomial, então P=NP.

   e) ( ) Dados três problemas A, B e C, sendo que A é conhecido ser NP-Completo. Sem qualquer informação adicional sobre os problemas B e C, se A $\leq_P$ B e B $\leq_P$ C, então pode-se afirmar que o problema C pertence a classe de problemas NP-Difícil.

7. Marque verdadeiro ou falso e justifique a sua resposta.

   (a) ( ) Todo problema NP-completo é NP-difícil.

   (b) ( ) Todo problema NP-difícil é NP-completo.

   (c) ( ) Se um problema A possuir verificação em tempo 2^n, então este problema pertence à classe de problemas NP-Completos.

   (d) ( ) Dados três problemas A, B e C, sendo que A é conhecido ser NP-Completo. Sem qualquer informação adicional sobre os problemas B e C, se A $\leq_P$ B e B $\leq_P$ C, então pode-se afirmar que o problema C pertence a classe de problemas NP-Difícil.

   (e) ( ) Seja Q um problema NP-Completo e seja P um problema com solução verificável em tempo $O(2^n \cdot \log_4 n)$. Se uma redução $Q \leq_P P$ for fornecida, pode-se concluir que P é NP-completo.

   (f) ( ) Se o problema de decisão do problema do caixeiro viajante for resolvido em tempo polinomial, então será possível afirmar que $P \neq NP$.

   (g) ( ) Seja A um problema provado ser NP-Completo. Se um problema B possuir verificação polinomial, e uma redução $A \leq B$ com complexidade 4^n. Então pode-se concluir que o problema B também é NP-Completo.

8. Dado um problema Q, a que classe pertence o problema se:

   - O problema possui um algoritmo polinomial que o resolve?
   - O problema pertence à classe NP, e nenhum algoritmo polinomial foi apresentado para resolver este problema, e nenhum problema pertencente a classe NP foi reduzido a ele?

9. Crie uma instância de cada um dos problemas a seguir e aplique uma redução deste problema para outro que você conhece, gerando uma instância de outro problema: soma de subconjuntos, clique, ciclo hamiltoniano, 3-SAT.