

Simulado 1

Cálculo em Várias Variáveis

Monitores: Lucas Emanuel e Marcos Antonio

Agosto de 2020

1. Calcule os seguintes limites usando a definição. Se o limite não existir, dê um contraexemplo:

(a) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} xy \sin \left(\frac{1}{xy} \right)$

(b) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,2)} \frac{\sin(xy)}{x}$

2. Seja $z = f(x, y) = 6x^2 - xy^3$ e $P_0 = (2, 1, 22)$ encontre:

(a) A equação do plano tangente à z em P_0 .

- (b) O comprimento do vetor normal ao plano em P_0 até o ponto onde intersecta o plano $z = 0$.

3. Mostre que a seguinte função é diferenciável.

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy^3}{x^2 + y^2}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

4. Um cilindro tem raio 50 e altura 50. Use diferenciais para estimar a variação no seu volume quando se varia 0,2 no raio e 0,2 na altura ao mesmo tempo.
5. Se $z = f(x, y)$, onde $x = r \cos \theta$ e $y = r \sin \theta$, determine $\frac{\partial z}{\partial r}, \frac{\partial z}{\partial \theta}$ e mostre que

$$\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2 = \left(\frac{\partial z}{\partial r}\right)^2 + \frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial z}{\partial \theta}\right)^2$$