Simulado 2

Cálculo em Várias Variáveis

Monitores: Lucas Emanuel e Marcos Antonio

Agosto de 2020

1. Calcule:

   (a)
   $$\int_0^1 \int_{\sqrt{x}}^1 \frac{8y}{\sqrt{4-2y^4}}\,dydx$$

   (b)
   $$\int\int\int_{\mathbb{R}^3} e^{-(x^2+y^2+z^2)^{3/2}}\,dzdydx$$

2. Encontre o volume:

   (a) da região limitada pela superfície $\sqrt{x}+\sqrt{y}+\sqrt{z}=1$ e pelos eixos coordenados. Utilize a transformação $x=u^2$, $y=v^2$, $z=w^2$.

   (b) do sólido W definido por:
   $$W=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 : x^2+y^2+z^2\geq 4, x^2+y^2+z^2\leq 4z\}.$$

3. Seja $z=f(x,y)=x^3y^2-\ln\frac{x}{2}$, use diferenciais para estimar $f(2.1,0.9)$, sabendo que $P=(2,1,8)$ pertence à superfície z.

4. Seja $f(x,y)=xg\left(x^2-y^2\right)$, com g derivável. Mostre que o plano tangente a f em $(a,a,f(a,a))$ corta a origem.

5. Considere $f(x,y)=x^2+xy+y^2+\dfrac{3}{x}+\dfrac{3}{y}+5$. Verifique que $(1,1)$ é ponto crítico. Caso positivo, diga se ele é um ponto extremante (máximo ou mínimo).

6. Um triângulo com lados de comprimento x, y e z e perímetro $p=x+y+z$ possui área $A=\sqrt{s(s-x)(s-y)(s-z)}$, sendo $s=p/2$, o que é conhecido como fórmula de Heron. Com multiplicadores de Lagrange, mostre que, se o perímetro é constante, então o triângulo que maximiza a área é equilátero.

7. Calcule, utilizando coordenadas polares:

(a)

$$\int_0^1 \int_{1-\sqrt{1-x^2}}^{1+\sqrt{1-x^2}} xydydx$$

(b)

$$\int_{-a}^{a} \int_{-\sqrt{a^2-x^2}}^{\sqrt{a^2-x^2}} dydx$$