Resumo

Marcos Antonio

11 de agosto de 2020

Continuidade

Def: f é contínua em $X_0 \leftrightarrow lim_{x \to x_0} = f(x_0)$, onde $x = (x_1, x_2, ..., x_n)$.

Derivadas parciais

Def: $\frac{\partial f}{\partial x_i} = lim_{h \to 0} \frac{f(x_0,..,x_i+h,..,x_n)-f(\mathbf{X}_0)}{h}$

Ao tomarmos uma derivada parcial, consideramos a variação da função em direção ao eixo x_i quando todas as outras componentes são constantes.

Derivadas de segunda ordem: $\frac{\partial(f_x)}{\partial x} = \frac{\partial^2 f}{x^2} = f_{xx}$. Podemos estender este conceito para a derivada de n-ésima ordem.

Teorema de Clairute: $f_{xy}(a, b) = f_{yx}(a, b)$.

Diferenciabilidade

Def: $z = f(x, y)$ é diferenciável em (a, b) se z puder ser escrito como:

$$\Delta z = f_x(a, b)\Delta x + f_y(a, b)\Delta y + \epsilon_1 \Delta x + \epsilon_2 \Delta y$$

onde $(\epsilon_1, \epsilon_2 \to (0, 0)$ quando $(\Delta x, \Delta y) \to (0, 0)$.

Teo: Se as derivadas parciais existirem e forem contínuas perto de (a, b) então f é diferenciável em (a, b).

Plano Tangente

Os vetores direcionais das retas referentes às derivadas direcionais de x e y de uma função f em $P_0 = (a, b)$ formam um conjunto de planos paralelos. Destes, existe um único plano T que passa por (a, b); este é definido como o plano tangente a f em $(a, b) = (x_0, y_0)$.

$$z - z_0 = f_x(x_0, y_0)(x - x_0) + f_y(x_0, y_0)(y - y_0),$$

Linearização

Quando temos uma expressão muito complicada para calcular algebricamente, podemos considerar uma aproximação pelo plano tangente, a isto chamamos de "Linearização", que nada mais é que substitiur o valor da de $f(P)$ por $T(P)$.

$$L(x, y) = f(x_0, y_0) + f_x(x_0, y_0)(x - x_0) + f_y(x_0, y_0)(y - y_0)$$

Obs: Linearização só faz sentido para valores próximos a (x_0, y_0), pois como vimos na definição de função derivável, numa região próxima a (x_0, y_0) a função pode ser bem aproximada pelo plano tangente, e no limite, são indistinguíveis.

Diferenciais

Podemos querer encontrar a variação de z linearmente como fizemos na linearização. Para isto, geralmente se usa diferenciais.

$$dz = f_x dx + f_y dx$$