

Processamento e Análise de Imagens

Morfologia Matemática

Prof. Alexei Machado
PUC Minas

Morfologia

- “Morfologia” – um ramo da biologia que trata da forma e estrutura de animais e plantas.
- “Morfologia Matemática” – como ferramenta para extração de componentes de imagem, que são úteis na representação e descrição da forma da região.
- A linguagem da morfologia matemática é a teoria dos conjuntos.
- Abordagem unificada e poderosa para vários problemas de processamento de imagem.
- Em imagens binárias, os elementos do conjunto são membros do espaço inteiro Z^2 . onde cada elemento (x,y) é uma coordenada de um pixel preto (ou branco) na imagem.

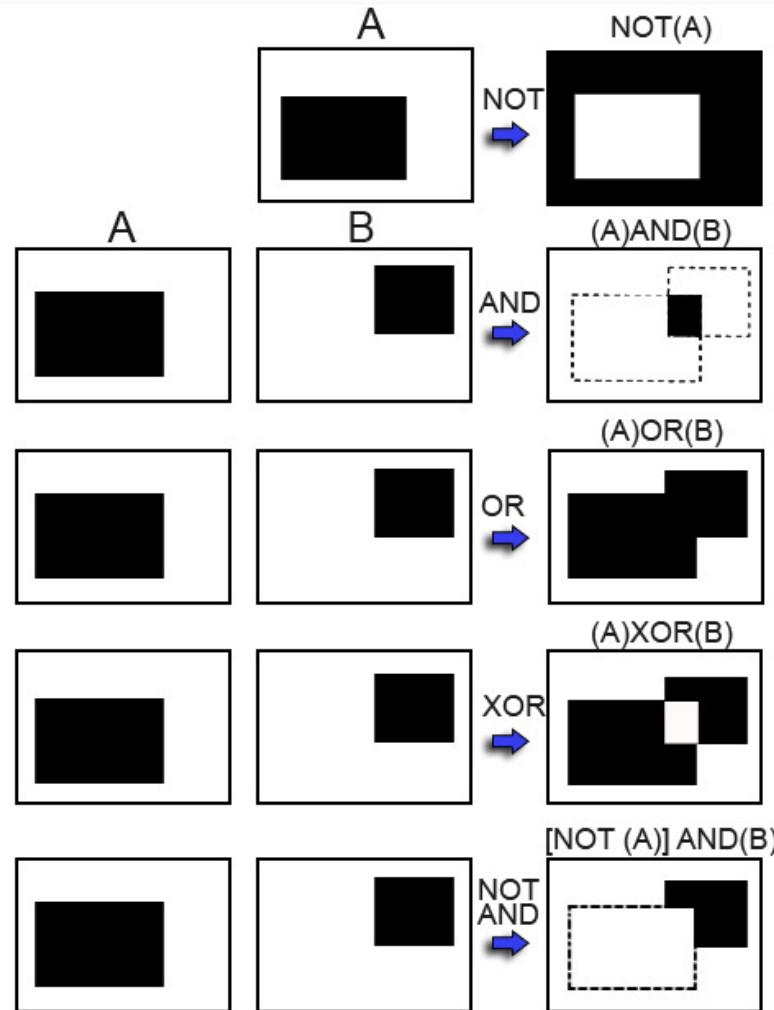
Conceitos básicos em Teoria de Conjuntos

- Subconjunto $A \subseteq B$
- União $A \cup B$
- Interseção $A \cap B$
Conjuntos disjuntos/mutualmente exclusivos: $A \cap B = \emptyset$
- Complemento $A^c \equiv \{ w \mid w \notin A \}$
- Diferença $A - B \equiv \{ w \mid w \in A, w \notin B \} = A \cap B^c$
- Reflexão $B \equiv \{ w \mid w = -b, \quad \forall b \in B \}$
- Translação $(A)z \equiv \{ c \mid c = a + z, \quad \forall a \in A \}$

Operações lógicas envolvendo pixels e imagens binárias

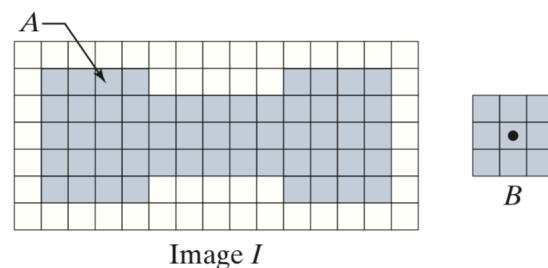
- As principais operações lógicas usadas no processamento de imagens são: E, OU, NÃO (COMPLEMENTO).
- Essas operações são funcionalmente completas.
- As operações lógicas são executadas pixel a pixel entre os pixels correspondentes (bit a bit).
- Outras operações lógicas importantes: XOR (OU exclusivo), NAND (NOT-AND)
- As operações lógicas são apenas um caso privado para operações em conjuntos binários, como: AND – Intersection, OR – Union, NOT-Complemento.

Operações lógicas envolvendo pixels e imagens binárias



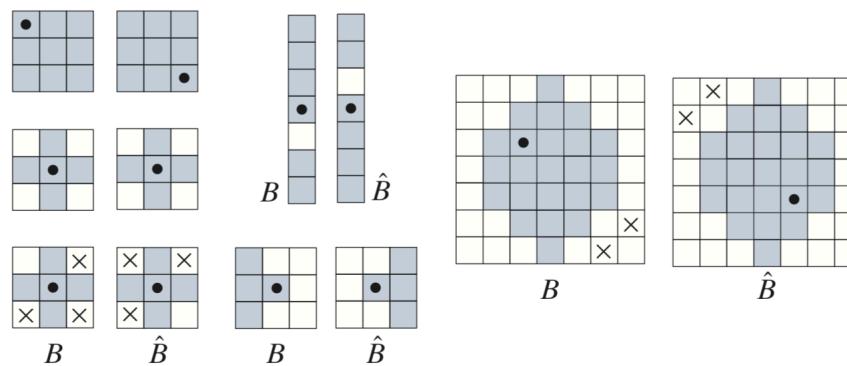
Imagens, objetos e elementos estruturantes

- Um objeto A é um conjunto de pixels de frente (foreground=1) presente na imagem I. Os demais pixels de I são de fundo (background=0)
- Um elemento estruturante é um conjunto de pixels com valor de frente(1). Na sua representação matricial identificamos as demais posições como fundo(0), não pertencentes ao conjunto.
- Uma posição pode ser ainda associada a um *don't care* (X).



Elementos estruturantes

- Um elemento estruturante pode ser refletido antes de ser usado em uma operação. Apenas os elementos de frente são considerados na operação, a não ser que seja especificado o contrário.



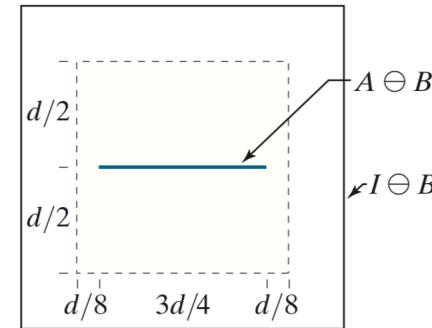
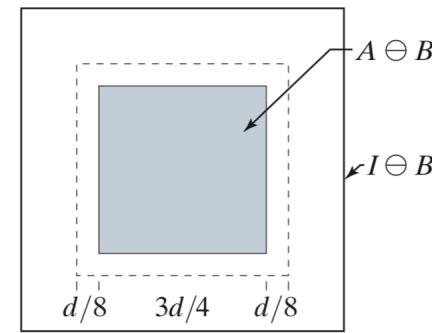
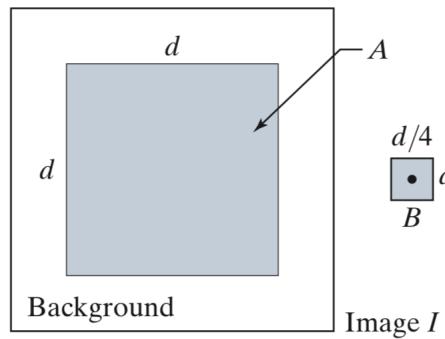
Erosão

- A erosão é usada para encolher o elemento A usando o elemento B:

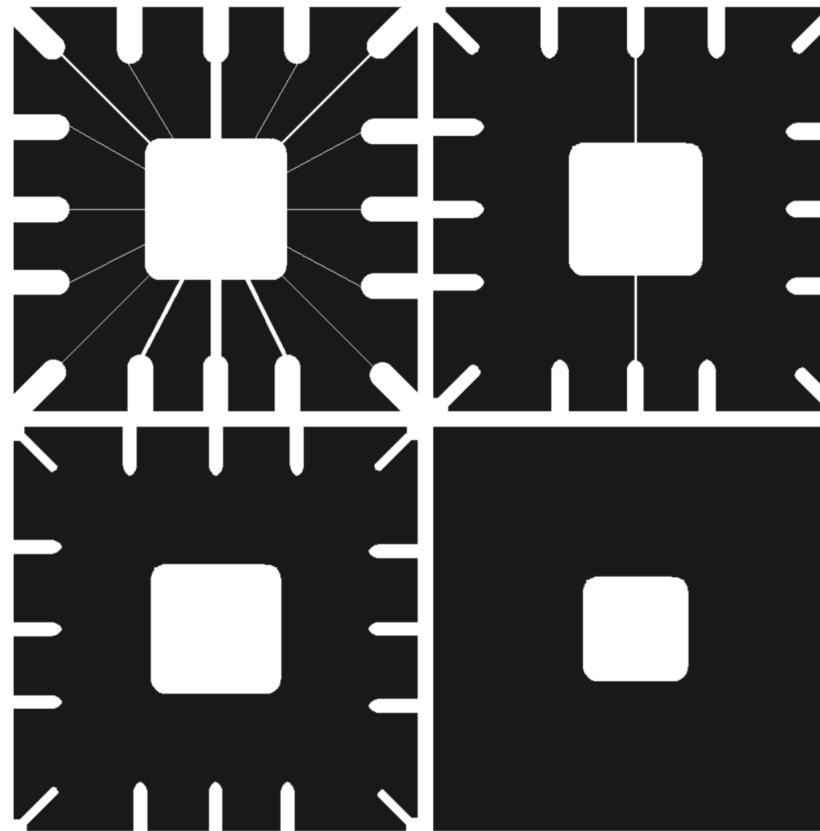
$$A \ominus B = \{z \mid (B)z \subseteq A\}$$

- Esta equação indica que a erosão de A por B é o conjunto de todos os pontos z tal que B, transladado por z, está contido em A.

Erosão



Erosão



Dilatação

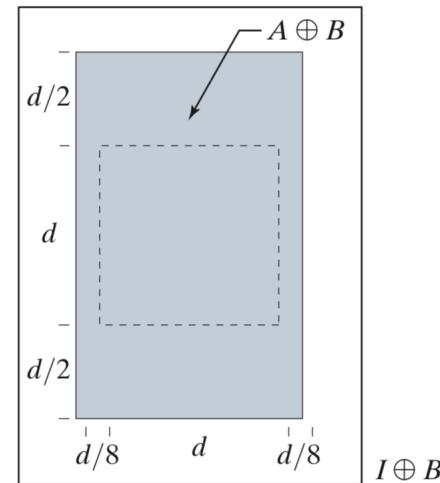
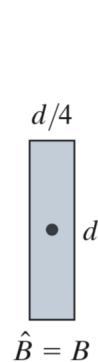
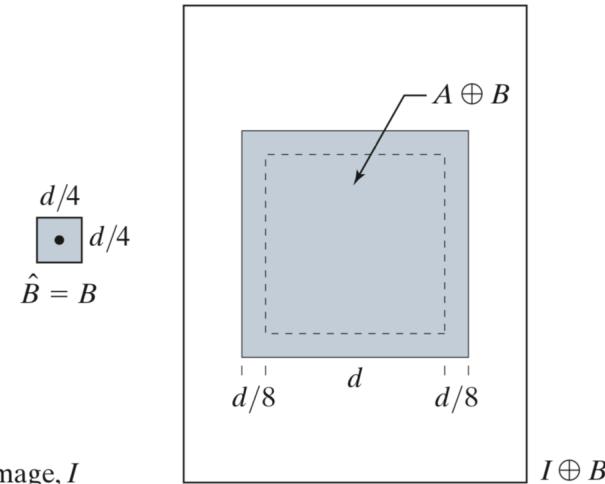
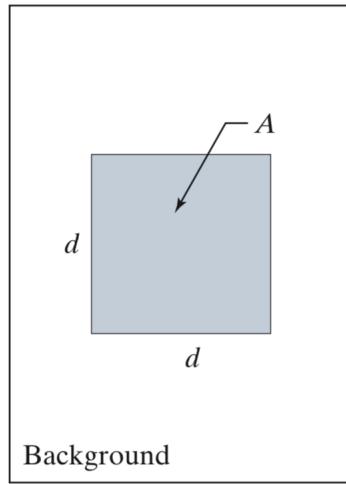
- A dilatação é usada para expandir um elemento A usando a reflexão de um elemento estruturante B:

$$A \oplus B = \{z | (\hat{B})z \cap A \neq \emptyset\}$$

- A dilatação de A por B é o conjunto de todos os deslocamentos z, tal que A e o reflexo de B se sobrepõem por pelo menos um elemento de valor 1
- De forma alternativa:

$$A \oplus B = \{z | [(\hat{B})z \cap A] \subset A\}$$

Dilatação



Dilatação

Historically, certain computer programs were written using only two digits rather than four to define the applicable year. Accordingly, the company's software may recognize a date using "00" as 1900 rather than the year 2000.



Historically, certain computer programs were written using only two digits rather than four to define the applicable year. Accordingly, the company's software may recognize a date using "00" as 1900 rather than the year 2000.



1	1	1
1	1	1
1	1	1

Dualidade entre dilatação e erosão

- Dilatação e erosão são duais uma da outra no que diz respeito à complementação e reflexão do conjunto:

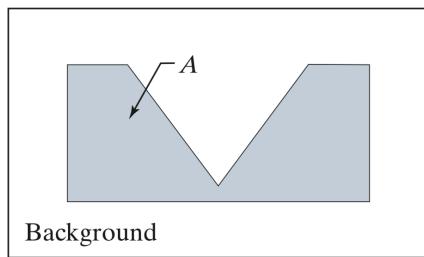
$$(A \ominus B)^c = A^c \oplus \hat{B}$$

Abertura e Fechamento

- Abertura – suaviza contornos, elimina saliências
- Fechamento – suaviza seções de contornos, funde quebras estreitas e concavidades longas e finas, elimina pequenos orifícios e preenche lacunas em contornos
- Essas operações são duais entre si

Abertura

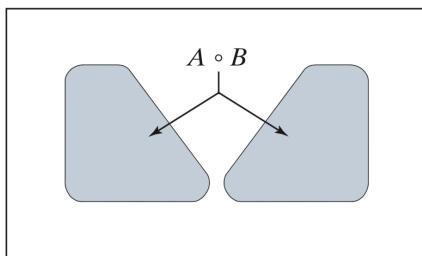
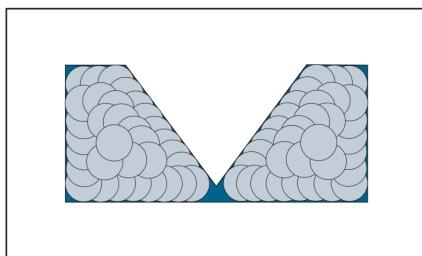
- Primeiro erodir A por B, e depois dilatar o resultado por B
- Em outras palavras, a abertura é a unificação de todos os objetos B totalmente contidos em A



Image, I

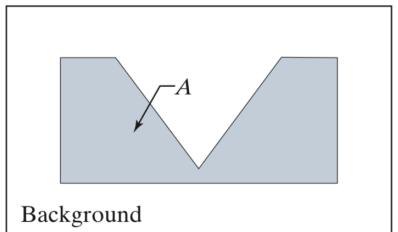


$$A \circ B = (A \ominus B) \oplus B$$



Fechamento

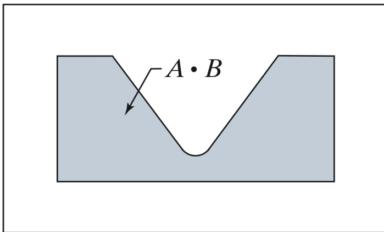
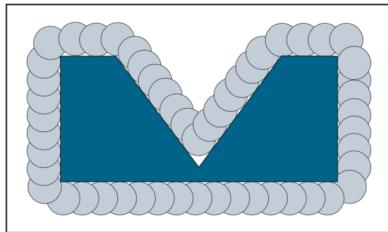
- Primeiro dilatar A por B e, em seguida, erodir o resultado por B
- Em outras palavras, o fechamento é o grupo de pontos onde a interseção do objeto B em torno deles com o objeto A não é vazio



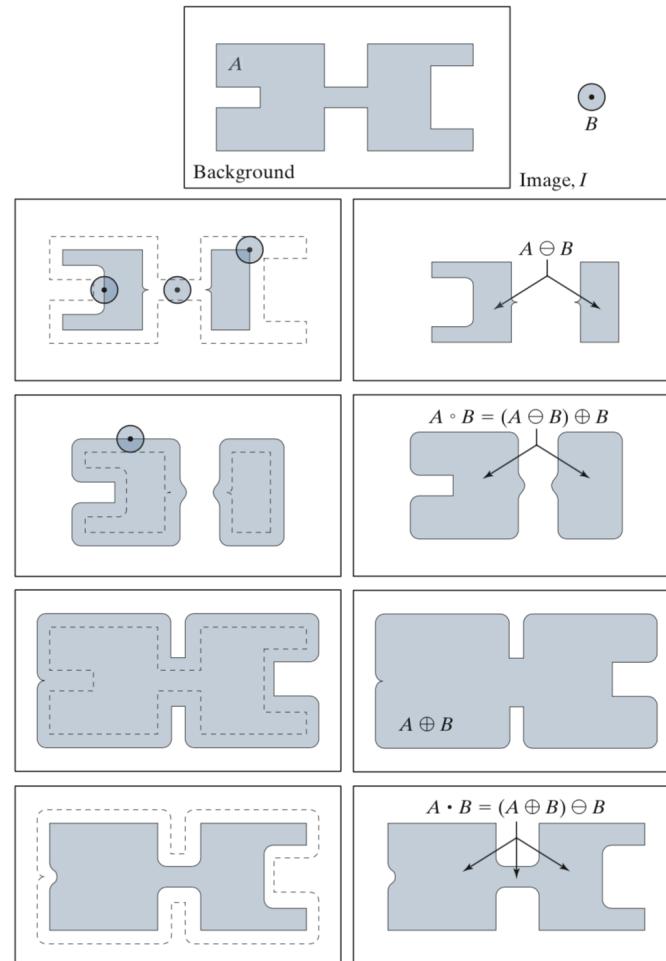
Image, I

B

$$A \cdot B = (A \oplus B) \ominus B$$



Exemplo



Extração de contorno

- Primeiro, eroda A por B, então faça a diferença definida entre A e a erosão
- A espessura do contorno depende do tamanho do objeto de construção B

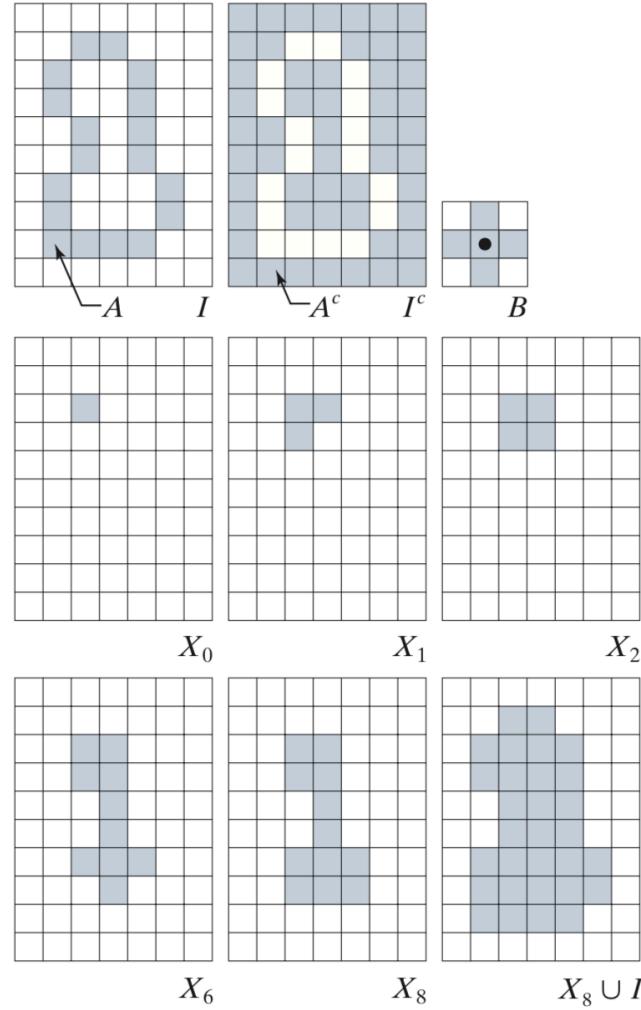


$$\beta(A) = A - (A \ominus B)$$

Preenchimento de regiões

- Este algoritmo é baseado em um conjunto de dilatações, complementações e interseções
- Forme uma matriz de 0s com o tamanho de I , X_0 . Marque com 1 um pixel do interior da região a ser preenchida.
- Repita até que $X_k = X_{k-1}$
$$X_k = (X_{k-1} \oplus B) \cap I^c \quad k = 1, 2, 3, \dots$$
onde B é o elemento estruturante do tipo *cruz* 3x3.
- A união do conjunto X_k e I contém a região preenchida e a fronteira

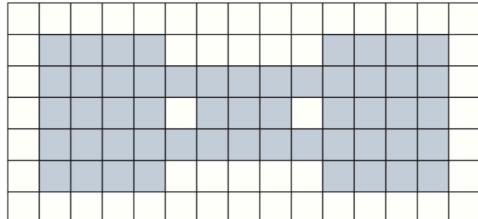
Preenchimento de regiões



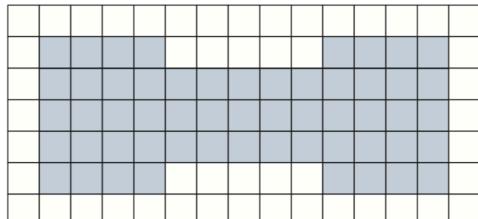
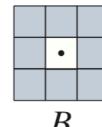
Detecção de Padrões

- A transformada “Hit-or-Miss” utiliza uma versão estendida do elemento estruturante para localizar padrões.
- O elemento estruturante, neste caso, pode conter elementos de frente, fundo ou “don't cares”.
$$I \circledast B = \left\{ z \mid (B)_z \subseteq I \right\}$$

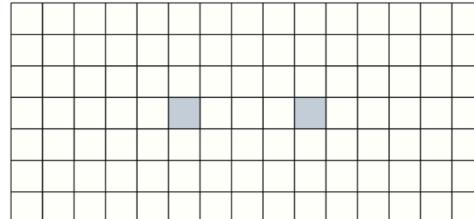
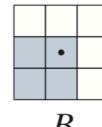
Detecção de Padrões



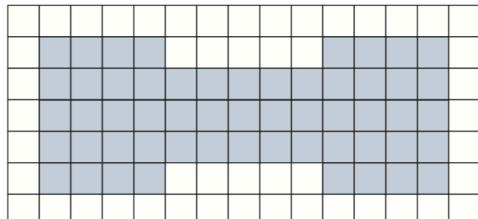
Image, I



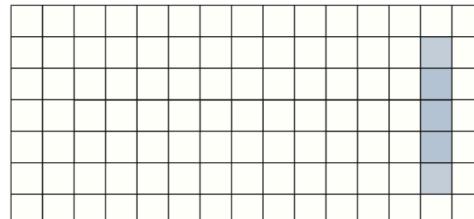
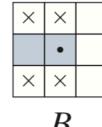
Image, I



Image, $I \circledast B$



Image, I



Image, $I \circledast B$