UFMT
EM REDE

AS OPERAÇÕES ARITMÉTICAS FUNDAMENTAIS

Suas implicações na expansão dos conjuntos numéricos e os números racionais não negativos

Heliete Martins Castilho Moreno

Cuiabá-MT
2021

Apoio: Projeto UFMT Popular

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP)

Ficha catalográfica elaborada pelo bibliotecário

Ministro da Educação
Milton Ribeiro

Reitor da UFMT
Evandro Aparecido Soares da Silva

Vice-Reitora
Rosaline Rocha Lunardi

Secretário de Tecnologia Educacional
Alexandre Martins dos Anjos

Coordenador Geral do UFMT Popular
Alexandre Martins dos Anjos

Diretor do Instituto de Educação
Tatiane Lebre Dias

Produção Gráfica
Secretaria de Tecnologia Educacional - SETEC/UFMT

Diagramação
Fiama Bamberg

Apoio: Projeto UFMT Popular

AS OPERAÇÕES ARITMÉTICAS FUNDAMENTAIS

SUAS IMPLICAÇÕES NA EXPANSÃO DOS CONJUNTOS NUMÉRICOS E OS NÚMEROS RACIONAIS NÃO NEGATIVOS

Heliete Martins Castilho Moreno

OBJETIVOS DO CURSO

Apresentar ao leitor quais são as operações aritméticas diretas e inversas, relacionando-as com a expansão dos conjuntos numéricos hoje estruturados, bem como os respectivos algoritmos. Apresentaremos também – embora de maneira muito sucinta - frações e decimais no conjunto dos números reais não negativos.

CONTEÚDO

APRESENTAÇÃO

Este curso de Aritmética é composto por três unidades. Na **Unidade 1**, apresentamos as operações aritméticas e suas ideias básicas na resolução de problemas aritméticos, levando o leitor à compreensão da expansão dos conjuntos numéricos.

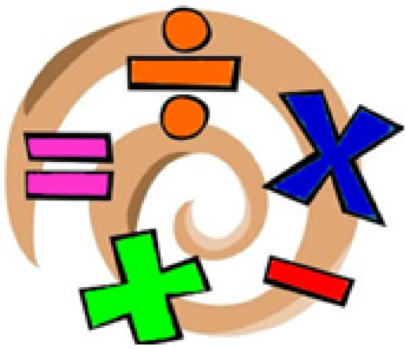
Na **Unidade 2**, apresentamos os algoritmos usuais das operações aritméticas (adição, subtração, multiplicação e divisão) e alguns não usuais, de forma que você perceba que alguém criou cada um dos algoritmos que aprendemos na escola, mas que poderiam ser diferentes. O fato que queremos mostrar é que cada um de nós, tendo a compreensão do Sistema de Numeração e do significado das diferentes operações aritméticas, poderia criar seu próprio algoritmo.

Na **Unidade 3**, apresentamos os números racionais não negativos, em forma de frações e dízimas.

A matemática está presente nas atividades diárias de todo indivíduo, desde a mais tenra idade e, assim, uma das funções da escola é preparar matematicamente seus alunos para se adaptarem à sociedade em que estão inseridos. Por diversas razões, nem sempre a escola dá conta dessa formação para a vida. Talvez uma das razões seja o fato de que, de acordo com Thompson (apud D'AMBRÓSIO, 1993), a maioria dos indivíduos considera que a matemática é uma disciplina que se utiliza de procedimentos infalíveis para obter resultados precisos. Sendo assim, definem conteúdos e os apresentam prontos e acabados, sem espaço para a criatividade, conjecturas e refutações. A força com que esta ideia vem dirigindo o ensino de matemática é a da dinâmica gerada por uma visão absolutista da matemática: os alunos devem acumular conhecimentos.

Outros educadores matemáticos têm ressaltado a importância da interação social na gênese do conhecimento matemático, enfatizando que o processo humano e criativo de geração de novas ideias é que faz a matemática evoluir. Aguardo vocês nos Cursos de Geometria!

UNIDADE 1 - AS OPERAÇÕES FUNDAMENTAIS



A expansão dos conjuntos numéricos surge a partir das possibilidades e impossibilidades das operações aritméticas no conjunto dos números naturais.

Podemos perceber que o Conjunto dos Números Naturais, representado atualmente por N = {0, 1, 2, 3, ...}, foi o primeiro a surgir cronologicamente e que, a partir dele, outros se seguiram.

A parte da matemática que estuda as propriedades dos números e suas operações chamamos de **Aritmética**, que vem da palavra grega *aritmos,* que significa **número**.

VOCÊ JÁ PENSOU NO QUE SIGNIFICA "OPERAÇÃO"?

De acordo com Marília Centurión (2002), realizamos uma operação toda vez que agimos sobre os objetos e realizamos neles alguma transformação. Durante nosso desenvolvimento, adquirimos habilidades que nos permitem fazer e desfazer ações mentais. Assim, podemos dizer que as operações aritméticas são ações que realizamos com números para transformá-los em outros números.

As Operações Aritméticas Fundamentais são: adição, subtração, multiplicação e divisão, mas juntaremos a elas outras três: potenciação, radiciação e logaritmação.

Podemos classificar as operações aritméticas em diretas e inversas. As operações diretas possuem a propriedade de transformar determinada situação inicial em outra e as operações inversas têm a propriedade de desfazer as operações diretas e voltar à situação inicial.

Podemos, então, classificar as operações aritméticas conforme o quadro a seguir:

Quadro 1 – Classificação das operações aritméticas

Graus	Operações diretas	Operações inversas
1°	Adição	Subtração
2°	Multiplicação	Divisão
3°	Potenciação	Radiciação
		Logaritmação

Ao longo de minha vida profissional, por diversas vezes, ouvi depoimentos de professores dos anos iniciais do ensino fundamental que diziam não entender como uma criança consegue acertar todas as "continhas" e não consegue diferenciar quando um determinado problema se resolve com continha de "mais", de "menos", de "vezes" ou de "dividir".

Assim, julgo importante que os professores trabalhem em sala de aula com situações diversas que utilizem as operações aritméticas. Tão importante quanto conhecer o que significam as operações aritméticas é conhecer as diversas ideias básicas que podem ser expressas por elas, pois isso é o que nos ajudará a resolver e propor problemas diversos.

1.1 AS OPERAÇÕES DE ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO

O significado de **adição** é a ação de adicionar ou de acrescentar alguma coisa. No senso comum, podemos dizer "juntar", "somar", "incrementar" etc.

O significado de **subtração** é a ação de encontrar a quantidade pela qual um valor excede o outro, ou a ação de diminuir.

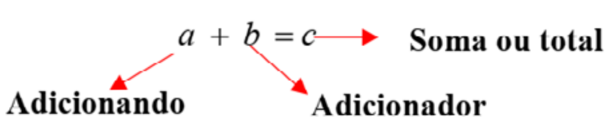
Matematicamente, **a adição** no conjunto dos números naturais é conceituada assim:

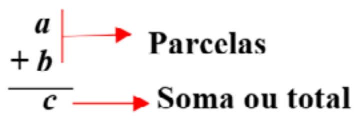
Sejam ***a*** e ***b*** dois números naturais. Definimos **adição** dos números ***a*** e ***b*** a operação que permite obter, a partir desses, um outro número ***c***, quando:

- Juntamos as duas quantidades dadas, ou;
- Acrescentamos uma das quantidades à outra.

Representações: Na forma horizontal $a+b=c$ ou na forma vertical $\begin{array}{r} a \\ +b \\ \hline c \end{array}$

Nomenclatura dos termos:





Observação

Ao fazer referência aos dois termos ao mesmo tempo: adicionando e adicionador, podemos dizer ***parcelas***.

A operação de adição admite uma inversa: **a subtração.**

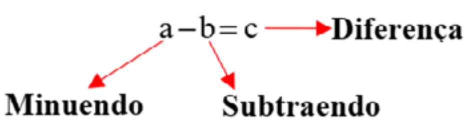
Matematicamente, **a subtração** no conjunto dos números naturais é conceituada assim:

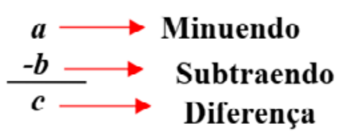
Sejam ***a*** e ***b*** dois números naturais, com $a \geq b$ (***a*** maior ou igual a ***b***). Definimos **subtração** entre os números ***a*** e ***b*** a operação que permite obter, a partir desses, um outro número ***c***, obtido quando:

- Retiramos a quantidade ***b*** da quantidade ***a***, ou;
- Quando procuramos, por exemplo, o número ***c*** que completará o número ***b*** para obter o número ***a***.
- Comparamos as quantidades ***a*** e ***b***, para encontrarmos a diferença entre elas.

Representações: Na forma horizontal $a-b=c$ ou na forma vertical $\begin{array}{r} a \\ -b \\ \hline c \end{array}$

Nomenclatura dos termos:





1.1.1 IDEIAS BÁSICAS DA ADIÇÃO

- **Juntar quantidades análogas.** Exemplo: Júlia tem três bonecas na estante e duas enfeitando a cama. Quantas bonecas Júlia tem?

- **Juntar quantidades que devem ser classificadas numa categoria mais geral.** Exemplo: Quantas flores existem em um vaso com três cravos e duas rosas?

- **Acrescentar uma quantidade à outra já existente.** Por exemplo: Tenho três bonecas na estante. Se eu ganhar outras duas de aniversário, com quantas bonecas eu ficarei?

- **Somar valores negativos (restaurar).** Por exemplo: Saí de casa para fazer compras. Gastei R$ 13,00 na padaria e R$ 37,00 na farmácia. Quanto gastei ao todo?

Cada ideia básica utiliza um tipo de raciocínio diferente da criança. A situação da soma de valores negativos é a que exige maior capacidade de elaboração do pensamento.

1.1.2 IDEIAS BÁSICAS DA SUBTRAÇÃO

- **Retirar ou ideia subtrativa.** Por exemplo: José tinha dez balas e deu três para João. Com quantas balas ficou?

- **Completar ou ideia aditiva.** Por exemplo: Numa página de álbum, caberiam cinco figurinhas. Eu já tenho duas delas. Quantas faltam para completar a página?

- **Comparar.** Por exemplo: Beatriz tem onze anos e Breno tem cinco. Quantos anos Beatriz tem a mais que Breno?

As três situações têm diferentes níveis de exigência de raciocínio, sendo a busca do complemento a mais difícil para a criança.

Agora vejamos o seguinte:

No Conjunto dos Números Naturais, é sempre possível realizar a operação de adição? Vamos considerar que "ser possível" significa encontrar como resultado um número natural. Então, pare um pouco a leitura e pense sobre a questão:

Para quaisquer dois números naturais, a soma deles é um número natural?

Se a resposta for positiva, dizemos que o Conjunto dos números naturais é **fechado** em relação à adição ou que o conjunto dos números naturais goza da **propriedade de fechamento** em relação à adição.

Pensou? Conseguiu chegar à conclusão que o conjunto dos Números Naturais é fechado em relação à adição? É isso mesmo, você concluiu corretamente seu pensamento.

Agora, reflita sobre a questão:

Para quaisquer dois números naturais, a diferença entre eles é um número natural?

Perceba que, no conceito matemático da subtração apresentado acima, há uma restrição para se realizar **a - b**, e essa restrição é $a \geq b$, ou seja, se propusemos fazer **2 - 5**, que número natural obteremos? Certamente não obteremos um número natural! Que número seria esse?

Com a impossibilidade da subtração no Conjunto dos Números Naturais (2 - 5, por exemplo, não é um número natural) surgem os números negativos e, assim, o **Conjunto dos Números Naturais expande-se e surge o Conjunto dos Números Inteiros**, representado por:

Z = {..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...}.

Durante o processo de criação dos diversos sistemas de numeração, surge o zero que, hoje, integra todos os conjuntos numéricos estruturados, com exceção dos Irracionais que apresentaremos mais adiante.

1.2 AS OPERAÇÕES DE MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO

O significado de **multiplicação**, na aritmética, é operar dois números para, por fim, somar um deles tantas vezes quantas forem as unidades do outro.

Para ficar mais claro o significado da multiplicação, assista, no vídeo abaixo, o item **Introdução à Multiplicação:**

https://pt.khanacademy.org/math/arithmetic-home/multiply-divide

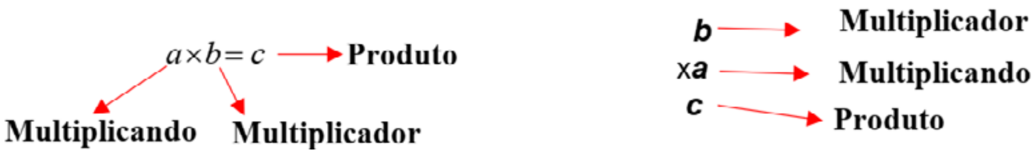
Matematicamente, a **multiplicação**, no conjunto dos números naturais, é conceituada assim:

Sejam ***a*** e ***b*** dois números naturais. Definimos **multiplicação** entre os números ***a*** e ***b*** a operação que permite obter, a partir desses, um outro número ***c***, obtido quando:

- Somamos o número ***b***, ***a*** vezes: $\underbrace{b+b+b+b+\ldots+b}_{a \text{ vezes}}$, ou;
- Combinamos cada elemento de um conjunto com ***a*** objetos com cada elemento do outro conjunto de ***b*** objetos.
- Precisamos saber o "número de cruzamentos".

Representações: Na forma horizontal $a \times b = c$ ou na forma vertical $\begin{array}{r} b \\ \times a \\ \hline c \end{array}$

Nomenclatura dos termos:



Observação

Ao fazer referência aos dois termos ao mesmo tempo: multiplicando e multiplicador, podemos dizer **fatores**.

A operação de multiplicação admite uma inversa: a divisão.

Matematicamente, a divisão, no conjunto dos números naturais, é conceituada assim:

Sejam ***a*** e ***b*** dois números, com $b \neq 0$. Definimos **divisão** do número ***a*** pelo número ***b*** a operação que permite obter a partir desses um outro número ***c***, obtido quando:

- Distribuímos a quantidade ***a*** para ***b*** objetos ou pessoas, ou;
- Queremos saber quantas vezes ***b*** cabe dentro de ***a***.

> Para ficar mais claro o significado da divisão, assista, no vídeo abaixo, o item:
> **O conceito de Divisão:** https://pt.khanacademy.org/math/arithmetic- home/mul-tiply-divide

Muitas vezes a divisão não é exata, ou seja, distribuímos a quantidade ***a*** para ***b*** objetos ou pessoas e ainda sobram elementos. A sobra é chamada de **resto da divisão**.

Observação

Assim como a multiplicação pode ser interpretada como adição de parcelas iguais, a divisão pode ser interpretada como subtrações sucessivas do mesmo valor. A quantidade de vezes que subtrairmos esse valor será o resultado a divisão. Por exemplo:

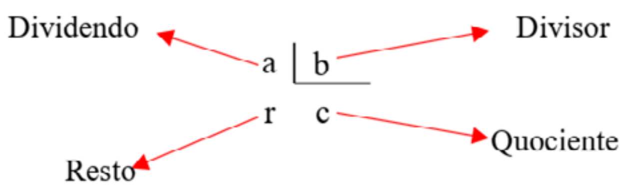
$$12 \div 3$$

Podemos fazer:

$12-3=9, 9-3=6, 6-3=3, 3-3=0$. Fizemos 4 subtrações, então $12 \div 3 = 4$.

Representações: Na forma horizontal $a \div b = c + \frac{r}{b}$, na forma vertical $\frac{a}{b} = c + \frac{r}{b}$ ou ainda na forma de chave: $\begin{array}{l|l} a & b \\ \cline{2-2} r & c \end{array}$

Nomenclatura dos termos:



É usual encontrarmos as seguintes representações:

D para o dividendo; **d** para o divisor, **q** para o quociente e **r** para o resto. Podemos então escrever que: $D = d \times q + r$. Se $r = 0$, dizemos que a divisão é **exata**.

1.2.1 IDEIAS BÁSICAS DA MULTIPLICAÇÃO

- **Adição de parcelas iguais.** Por exemplo: Um edifício de apartamentos tem 5 andares. Em cada andar, há 3 apartamentos. Quantos apartamentos o edifício tem ao todo?

- **Ideia combinatória.** Por exemplo: Uma padaria oferece quatro tipos de recheios e dois tipos de pães. Quantos lanches diferentes posso criar sem misturar os recheios?

- **"Produto cruzado".** Por exemplo: Quantos cruzamentos há em um bairro com 5 ruas horizontais e 6 avenidas verticais?

O raciocínio multiplicativo para cada situação é totalmente diferente um do outro, mas igualmente importantes.

Observação

Ao fazer referência aos dois termos ao mesmo tempo: multiplicando e multiplicador, podemos dizer **fatores**.

1.2.2 IDEIAS BÁSICAS DA DIVISÃO

- **Distribuir**. Por exemplo: Vou distribuir igualmente quinze balas entre cinco crianças. Quantas balas cada criança receberá?

- **Agrupar.** Por exemplo: Quantas caixas com uma dúzia de ovos precisarei para embalar 96 ovos?

No caso da divisão, também as situações diferentes exigem raciocínios diferentes. Agora vejamos o seguinte:

Percebe-se com facilidade que o produto de dois números naturais resulta sempre em outro número natural, então, podemos dizer que o conjunto dos Números Naturais é fechado em relação à multiplicação, mas reflita sobre a questão:

Para quaisquer dois números naturais, a divisão entre eles é sempre um número natural?

Pensou? Qual é o resultado de 2 ÷ 3, por exemplo?

Com a impossibilidade da divisão no conjunto dos números naturais (2 dividido por 3, por exemplo, não é um número natural), aceitam-se os "*números quebrados*" como números e cria-se outro conjunto numérico: o Conjunto dos Números Racionais não Negativos (números não negativos que podem ser escritos na forma de fração) que representamos por $Q_+ = \left\{\frac{a}{b},\ \ onde\ \ a,b \in N, com\ b \neq 0\right\}$.

Expande-se também o Conjunto dos Números Racionais não Negativos e o novo conjunto passa a ser assim:

$Q = \left\{\frac{a}{b},\ \ onde\ \ a,b \in Z\ \ e\ \ b \neq 0\right\}$, passando a existirem as frações negativas.

Mas, existem "números quebrados" que não podem ser escritos em forma de fração, ou seja, existem números para os quais não existem $a,b \in N$ tais que $\frac{a}{b}$ seja esse número.

Por exemplo, $\sqrt{2}$ = 1,4142135... não pode ser escrito na forma de fração porque **não existem** dois números naturais ***a*** e ***b*** tais que $\frac{a}{b} = \sqrt{2}$ = 1,4142135.... Esses números são chamados de **Irracionais não negativos** e representados por I_+.

Vencida essa impossibilidade, formaliza-se o Conjunto dos Números Reais, representado por R, como sendo a reunião do Conjunto dos Racionais com os Irracionais.

1.3 AS OPERAÇÕES DE POTENCIAÇÃO, RADICIAÇÃO E LOGARITMAÇÃO

A potenciação nada mais é do que um produto de fatores iguais.

Por exemplo:

2 x 2 x 2 = 8. A novidade é que se estabeleceu um símbolo para representar este produto: $2^3 = 8$, em que o "3" indica quantas vezes o "2" é multiplicado por ele mesmo.

De maneira geral, potência se define assim: **$b = a^n$**, onde ***a*** é o fator que se repete e ***n*** é o número de vezes que o fator se repete. Assim, na potência **$b = a^n$**, ***a*** chama-se ***base*** e ***n*** chama-se ***expoente***.

Exemplos: $3^2 = 3 \times 3 = 9$ e $(-3)^2 = (-3) \times (-3) = 9$

$2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ e $(-2)^3 = (-2) \times (-2) \times (-2) = -8$

$4^2 = 4 \times 4 = 16$ e $(-4)^2 = (-4) \times (-4) = 16$

A operação de potenciação admite duas inversas: a radiciação e a logaritmação.

1.3.1 A OPERAÇÃO DE RADICIAÇÃO

Conhecidos a potência e o expoente, a operação que determina a base chama-se **radiciação** e é representada por $\sqrt[n]{b}$, ou seja,

Se $b = a^n$, então, $\sqrt[n]{b}$, onde ***n*** é o **índice do radica**l, ***b*** é o **radicando** e ***a*** é a **raiz**.

Exemplos:

Se $9 = a^2$, então $\sqrt[2]{9} = a$, ou seja, **a = 3**, pois $9 = 3 \times 3 = 3^2$, ou **a = -3,** pois $9 = (-3) \times (-3) = (-3)^2$;

Se $8 = a^3$, então $\sqrt[3]{8} = a$, ou seja, **a = 2**, pois $8 = 2x2x2 = 2^3$.

Se $-8 = a^3$, então $\sqrt[3]{-8} = a$, ou seja, **a = -2**, pois $-8 = (-2)x(-2)x(-2) = (-2)^3$.

1.3.2 A OPERAÇÃO DE LOGARITMAÇÃO

Conhecidas a potência e a base, a operação que determina o expoente chama-se logaritmação e é representada por $\log_a b$, ou seja,

Se $b = a^n$, então, $n = \log_a b$, onde ***b*** é o **logaritmando**, ***a*** é a **base** e ***n*** é o **logaritmo**.

Resumindo: Em $b=a^n$, podemos ter: $\begin{cases} n = \log_a b & (\text{obtenção do expoente}); \\ a = \sqrt[n]{b} & (\text{obtenção da base}) \end{cases}$

E agora? Qual é a $\sqrt{-25}$?

Com a impossibilidade de raízes de índice par de números negativos, amplia-se o campo numérico, criando uma unidade imaginária: $i = \sqrt{-1}$

Assim, $\sqrt{-25} = \sqrt{(25)\times(-1)} = \sqrt{25} \times \sqrt{-1} = 5.i$.

Cria-se um novo conjunto: o **Conjunto dos Números Complexos**, representado por C. Dessa forma, temos estruturados os seguintes conjuntos numéricos:

C = {a + bi, com a, b ε R}: conjunto dos Números Complexos;

R = Q U I: Conjunto dos Números Reais (racionais com os irracionais);

Q = $\left\{\frac{a}{b}, \quad onde \quad a, b \in Z \quad e \quad b \neq 0\right\}$: Conjunto dos Números Racionais;

Z = {... , -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ... }: Conjunto dos Números Inteiros;

N = {0, 1, 2, 3, 4 ...} : Conjunto dos Números Naturais.

Cada um desses conjuntos tem suas operações e propriedades com a seguinte relação entre eles: $N \subset Z \subset Q \subset R \subset C$, podendo ainda representar a relação assim:

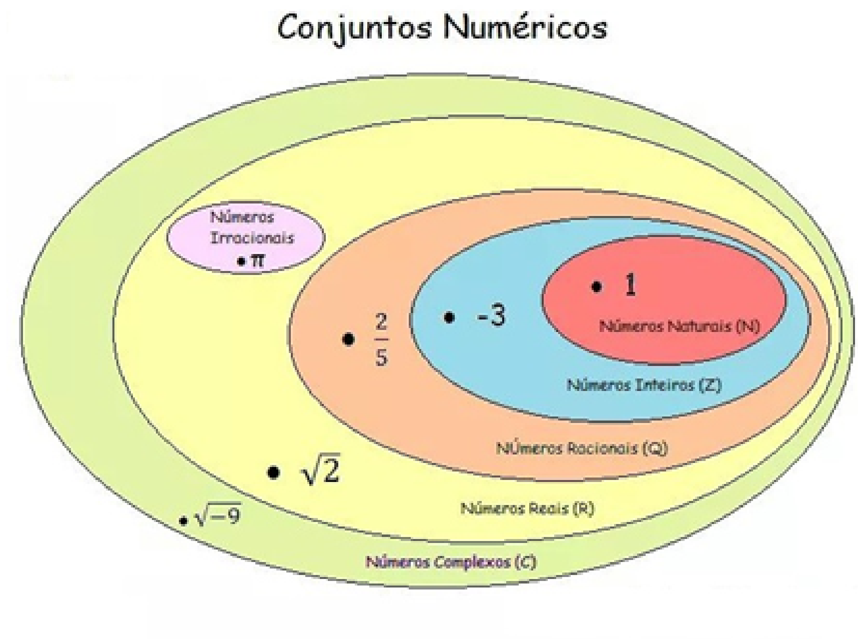


Figura 1 – Conjunto numéricos

Apresentados os conjuntos numéricos e suas operações, traremos, na Unidade 2, os algoritmos das operações aritméticas.

QUESTÕES DE AUTOAVALIAÇÃO

1. Considerando a igualdade: 19 = 3 x 5 + 4 podemos obter uma divisão com:

a) Resto 4 e divisor 3;

b) Resto 4 e divisor 5;

c) Resto 4 e divisor 19;

d) Resto 3 e divisor 5;

e) Resto 5 e divisor 3.

2. Na divisão 3 ÷ 4, com resultado inteiro, qual o quociente ***q*** e o resto ***r*** da divisão?

a) $q = 0$ e $r = 3$;

b) $q = 4$ e $r = 0$;

c) $q = 0$ e $r = 4$;

d) $q = 3$ e $r = 4$;

e) Não é possível efetuar a divisão.

3. Laura tem 5 saias e 3 blusas. Responda respectivamente as perguntas: De quantas maneiras diferentes ela pode se vestir com essas peças de roupa? Qual a ideia básica operatória do problema?

a) 3; combinatória

b) 15; adição de parcelas iguais

c) 12; combinatória

d) 15; combinatória

e) 12; produto cruzado.

UNIDADE 2 - OS ALGORITMOS DAS OPERAÇÕES ARITMÉTICAS

Gravura em madeira que orna a Margarita Philosophica de Gregorius Reish (Freiburg, 1503): a Aritmética (simbolizada pela mulher de pé ao centro) parece decidir o debate que opõe "abacistas" e "algoristas".

Ela olha na direção do calculador que usa os algarismos arábicos (com os quais sua roupa está enfeitada) simbolizando assim o triunfo do cálculo moderno na Europa ocidental (IFRAH, 1989, p. 319).

Algoritmo é um conjunto de regras pré-estabelecidas e sequenciadas necessárias à resolução de um problema ou cálculo.

2.1 OS ALGORISTAS E OS ABACISTAS

Segundo Ifrah (1989), o grande intercâmbio da cultura muçulmana na época das Cruzadas (1095 a 1269) permitiu que parte do clero aprendesse calcular com números, sem utilizar os ábacos. Surgiram, assim, os primeiros "algoristas" europeus que se obrigaram a adotar o zero, contrariamente aos "abacistas", no caso de uma unidade em falta.

Cruzadas - Expedições militares dos cristãos, na Idade Média, para recuperar a Terra Santa.

O movimento entre "abacistas" e "algoristas" se acentuou no início do século XIII, com a influência do matemático italiano Leonardo de Pisa (1170-1250), conhecido simplesmente como *Fibonacci*, que, em visita à África muçulmana, aprendeu o sistema numérico dos árabes além das regras do cálculo algébrico e dos princípios fundamentais da geometria.

Com os novos conhecimentos, Fibonacci escreveu um tratado, curiosamente denominado de *Liber abaci* (Tratado do ábaco), que explica todas as regras do cálculo com números, tratado esse que veio contribuir grandemente para a difusão e o desenvolvimento da álgebra.

A partir desse momento, iniciava-se o movimento da democratização do cálculo na Europa. Esse movimento durou vários séculos, mas mesmo após a vitória dos "algoristas", o ábaco continuou a ser utilizado. Ainda no século XVIII, continuavam a conferir no ábaco os cálculos efetuados por escrito.

Embora a superioridade do cálculo por escrito já era evidente para os cientistas, os comerciantes, banqueiros, financistas e funcionários não se separaram do ábaco tão facilmente. Só após a Revolução Francesa, devido ao peso, é que o ábaco foi abolido das instituições. Nos dias de hoje, as máquinas substituem tanto os ábacos quanto os algoritmos para os cálculos, mas nem as máquinas ajudam a assimilar os conceitos e propriedades aritméticas para a solução de problemas cotidianos!

O ensino das operações aritméticas na maioria de nossas escolas fica tão restrito ao ensino das "continhas" que, no momento em que a criança se vê com um daqueles problemas tradicionais para resolver, ela pergunta à professora: "Com qual conta eu resolvo?"

Não estamos sugerindo a abolição dos algoritmos, mesmo porque foram e são importantíssimos, por exemplo, para o desenvolvimento de máquinas de calcular, pois o algoritmo nada mais é que uma rotina que poderá ser maquinizada. O que estamos tentando mostrar é que existe um exagero no uso de algoritmo a ponto de prejudicar a aprendizagem do que realmente importa das operações aritméticas.

É muito comum, mesmo entre professores, o não conhecimento do porquê de alguns passos dos algoritmos usuais, como por exemplo: o que é o "vai um", "emprestou, devolve", ou ainda, porque numa multiplicação por numerais de dois ou mais algarismos, a partir do 2° algarismo da direita para a esquerda temos que "pular uma casa" para colocar o resultado.

Como já dissemos, aprender e usar algoritmos é muito importante, mas mais importante ainda é incentivar a criança a descobrir (ou redescobrir) e exprimir algoritmos, conectar as ideias intuitivas das operações com seus respectivos algoritmos e explicar um algoritmo argumentando sobre sua validade.

Identificar a matemática com o "fazer contas" é reduzi-la a um aspecto sem valor formativo, que não exige raciocínio, podendo ser realizada utilizando instrumentos (computadores e calculadoras). Dizer que a matemática ensina raciocinar pode ser uma falácia! Cuidado com a matemática que se ensina, pois ela poderá apenas treinar as crianças para fixar conceitos por tempo determinado: até a avaliação!

Já dissemos que compreender as operações vai muito além do "fazer contas", exige a compreensão do significado das mesmas para decidir em que situações elas se aplicam. A partir de agora, tentaremos justificar porque os algoritmos que utilizamos funcionam bem na prática. Para isso, é preciso ter compreendido as regras básicas do sistema de numeração decimal.

2.2 OS ALGORITMOS DAS OPERAÇÕES ARITMÉTICAS

2.2.1 O ALGORITMO DA ADIÇÃO

Suponhamos que, nos problemas a serem resolvidos, seja preciso realizar as operações:

32 + 46; 127 + 35 ; 276 + 25

- 1° passo: colocar uma parcela embaixo da outra, ordem embaixo de ordem.

$$\begin{array}{ccc} & D & U \\ & 3 & 2 \\ + & 4 & 6 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{ccc} C & D & U \\ 1 & 2 & 7 \\ & 3 & 5 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{ccc} C & D & U \\ 2 & 7 & 6 \\ & 2 & 5 \\ \hline \end{array}$$

- 2° passo: juntar as unidades

$$\begin{array}{ccc} & D & U \\ & & \\ & 3 & 2 \\ + & 4 & 6 \\ \hline & & 8 \end{array} \qquad \begin{array}{ccc} C & D & U \\ & 1 & \\ 1 & 2 & 7 \\ & 3 & 5 \\ \hline & & 12 \end{array} \qquad \begin{array}{ccc} C & D & U \\ & 1 & \\ 2 & 7 & 6 \\ & 2 & 5 \\ \hline & & 11 \end{array}$$

12 = 10 + 2
12 = 1D + 2U

11 = 10 + 1
11 = 1D + 1U

As dezenas são transportadas para a "casa" das dezenas

- 3° passo: juntar as dezenas

	D	U
	3	2
+	4	6
	7	8

C	D	U
	1	
1	2	7
	3	5
	6	2

C	D	U
1	1	
2	7	6
	2	5
	10	1

10 = 10 + 0

10D= 10x10=1C + 0U

As centenas são transportadas para a "casa" das centenas

- 4° passo: juntar as centenas

	D	U
	3	2
+	4	6
	7	8

C	D	U
	1	
1	2	7
	3	5
1	6	2

C	D	U
1	1	
2	7	6
	2	5
3	0	1

Se houverem outras ordens, procede-se da mesma forma. Assim, fica claro o "vai um".

2.2.2 O ALGORITMO DA SUBTRAÇÃO

Suponhamos que, nos problemas a serem resolvidos, seja preciso realizar as operações:

356 - 115; 346 - 239 ; 4.035 - 259

- 1° passo: colocar o subtraendo embaixo do minuendo, ordem embaixo de ordem.

	C	D	U
	3	5	6
-	1	1	5

C	D	U
3	4	6
2	3	9

M	C	D	U
4	0	3	5
	2	5	9

- 2° passo: subtrair as unidades

	C	D	U
	3	5	6
-	1	1	5
			1

C	D	U
	3+1	10
3	4	6
2	3	9
		7

M	C	D	U
		2+1	10
4	0	3	5
	2	5	9
			6

- 3° passo: subtrair as dezenas

	C	D	U
	3	5	6
-	1	1	5
		4	1

C	D	U
3	3	16
2	3	9
	0	7

M	C	D	U
	10		
3+1		10	
	9+1		
4	0	2	15
	2	5	9
		7	6

- 4° passo: subtrair as centenas

	C	D	U
	3	5	6
-	1	1	5
	2	4	1

C	D	U
3	3	16
2	3	9
1	0	7

M	C	D	U
3	9	12	15
	2	5	9
	7	7	6

- 5° passo: subtrair as unidades de milhar

	C	D	U
	3	5	6
-	1	1	5
	2	4	1

C	D	U
3	3	16
2	3	9
1	0	7

M	C	D	U
3	9	12	15
	2	5	9
3	7	7	6

Atenção!

Antes de iniciar a leitura sobre os algoritmos da multiplicação e divisão, consulte o site: https://pt.khanacademy.org/math/arithmetic/arith-review-add-subtract

2.2.3 O ALGORITMO DA MULTIPLICAÇÃO

Com o abandono dos numerais romanos e a introdução do sistema de numeração indo arábico na Europa medieval, após o século XIII, expandiram-se os processos de cálculo das operações no papel.

O método da ***gelosia*** ou da **grade** é um desses processos.

Vejamos, por exemplo, como encontrar o produto de 25 por 13 pelo referido método:

- 1° passo: Primeiramente, desenha-se uma grade colocando-se os fatores, 25 e 13 que serão multiplicados, em cima e à direita da grade, conforme a figura 2;

- 2° passo: Traçam-se linhas em diagonal;
- 3° passo: Fazem-se as multiplicações colocando-se os resultados nos quadrados de encontro de cada linha com cada coluna;
- 4° passo: Por fim, somam-se os algarismos dentro da grade em diagonal. (cuidado para não esquecer o "vai um").
- 5° passo: A leitura do resultado é feita da esquerda para a direita.

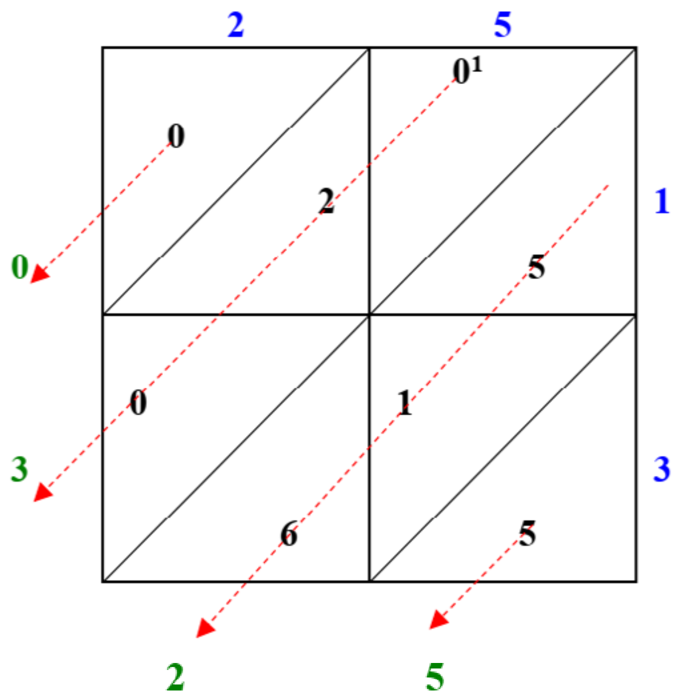


Figura 2 - O resultado obtido foi 0325, ou seja: 25 × 13 = 325

Veja outras maneiras interessantes de efetuar multiplicações em:

https://pt.khanacademy.org/math/arithmetic/arith-review-multiply-divide/arith-review-place-value-area-models/v/more-ways-to-think-about-multiplying

O algoritmo da multiplicação utilizado nos dias de hoje nada mais é do que "um resumo" das sequências necessárias de passos para realizar a operação.

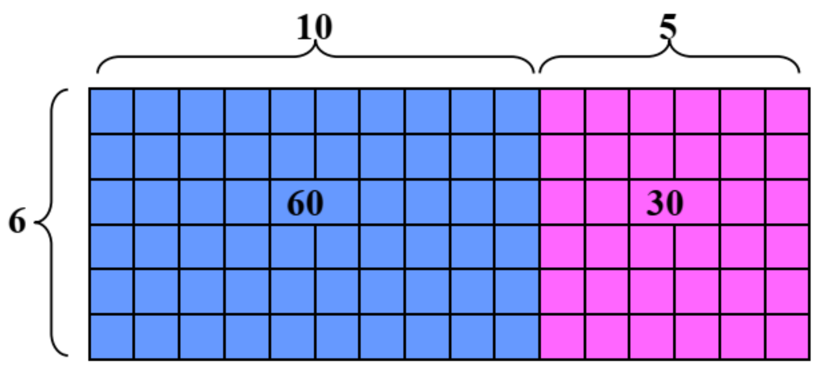
Vejamos dois casos:

1°) 6×15

Podemos realizar a multiplicação por adições sucessivas:

$6 \times 15 = 15 + 15 + 15 + 15 + 15 + 15 = 90$, ou pelo algoritmo.

$$
\begin{array}{rrl}
 & 15 & \\
\times & 6 & \\
\hline
 & 30 & \leftarrow 6\text{x}5 \rightarrow \text{Unidade vezes unidade} \\
+ & 60 & \leftarrow 6\text{x}10 \rightarrow \text{Unidade vezes dezena} \\
\hline
 & 90 &
\end{array}
$$



2°) 13×25

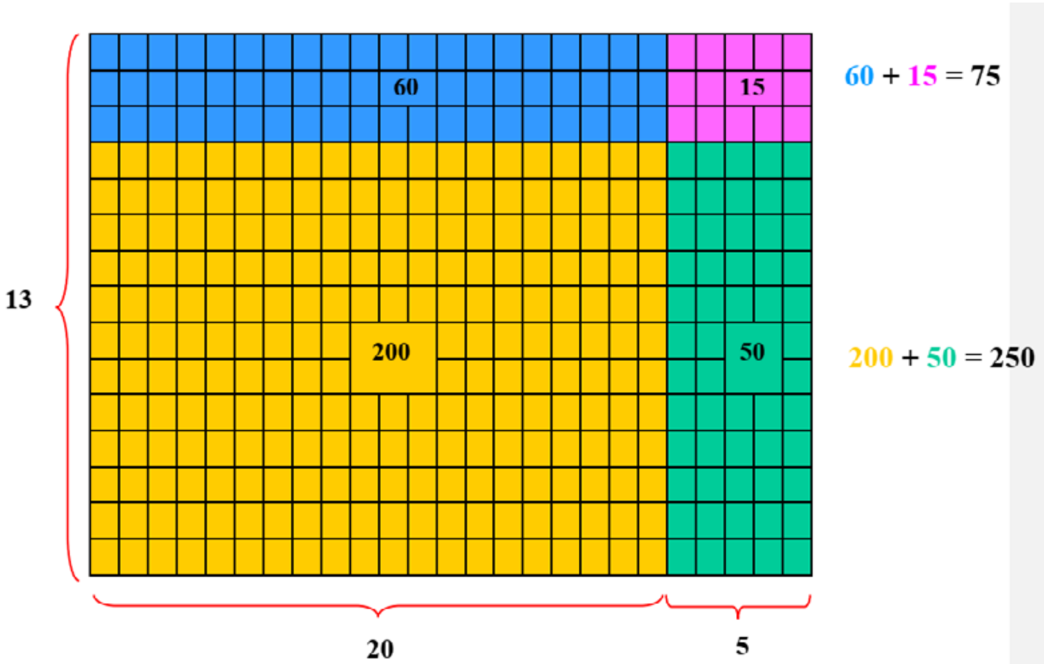
$$
\begin{array}{rrrl}
 & 2 & 5 & \\
\text{X} & 1 & 3 & \\
\hline
 & 7 & 5 & 75 = 15 + 60 \\
+\;2 & 5 & 0 & 250 = 50+200 \\
\hline
3 & 2 & 5 &
\end{array}
$$

Unidade do multiplicando x unidade do multiplicador (3 x 5)

Unidade do multiplicando x dezena do multiplicador (3 x 20)

Dezena do multiplicando x dezena do multiplicador (10 x 20)

Dezena do multiplicando x unidade do multiplicador (10 x 5)



Assim; 13 × 25 = 75 + 250 = 325

2.2.4 O ALGORITMO DA DIVISÃO

Vejamos a divisão: 90 ÷ 15. Podemos realizar a divisão por subtrações sucessivas. Atenção!

$$\begin{array}{rr|l} & 90 & 15 \\ \cline{3-3} - & \underline{15} & (1) \end{array}$$

$$\begin{array}{rr|l} & 75 & \\ - & 15 & (1) \\ \hline & 60 & \\ - & 15 & (1) \\ \hline & 45 & \\ - & 15 & (1) \\ \hline & 30 & \\ - & 15 & (1) \\ \hline & 15 & \\ - & 15 & (1) \\ \hline & 0 & \end{array}$$

Contando quantos “15” tiramos de 90, podemos verificar que foram “6”, então o 15 cabe 6 vezes no 90, logo, 90 ÷ 15 .

Podemos efetuar essas subtrações “mais rapidamente”, tirando o 15 de dois em dois, como abaixo:

$$
\begin{array}{rr|l}
 & 90 & 15 \\ \cline{3-3}
- & 30 & (2) \\ \cline{1-2}
 & 60 & \\
- & 30 & (2) \\ \cline{1-2}
 & 30 & \\
- & 30 & (2) \\ \cline{1-2}
 & 0 &
\end{array}
$$

O algoritmo atual de divisão nada mais é do que resumir a quantidade de subtrações, ou seja, tiramos do dividendo a maior quantidade possível do divisor, assim:

$$
\begin{array}{rr|l}
 & 90 & 15 \\ \cline{3-3}
- & 90 & (6) \\ \cline{1-2}
 & 0 &
\end{array}
$$

(6 x 15 = 90, tiramos todos os 15 de uma vez só).

Observe bem. Para o algoritmo da multiplicação usual é comum encontrarmos o “***Processo Longo***” e o “***Processo Curto***”.

O Processo Curto nada mais é do que fazer a subtração mentalmente, sem representá-la no papel:

$$
\begin{array}{r|l}
90 & 15 \\ \cline{2-2}
0 & 6
\end{array}
$$

Fizemos mentalmente: “*seis vezes quinze é 90, subtraído de 90 dá zero*”.

Façamos mais uma divisão:

1°) 869 ÷ 5

$$
\begin{array}{rrr|ccc}
C & D & U & & & \\
8 & 6 & 9 & & 5 & \\ \cline{4-6}
-5 & 0 & 0 & 1 & 7 & 3 \\ \cline{1-3}
3 & 6 & 9 & C & D & U \\
-3 & 5 & 0 & & & \\ \cline{1-3}
 & 1 & 9 & & & \\
 & -1 & 5 & & & \\ \cline{1-3}
 & & 4 & & &
\end{array}
$$

Na divisão, começamos a “repartir” pela quantidade da maior classe e ordem. Neste caso, pela centena. Cada resultado deve ser colocado do lado direito e abaixo da chave, em sua respectiva ordem e classe.

As perguntas que devemos fazer são:

- 1° passo: "Ao repartir 8 centenas por 5 pessoas, quantas centenas cada uma receberá?" "Sobram centenas? " Cada pessoa receberá 1C, que multiplicada por 5 resulta 5C ou 500U, que devem ser retiradas de 869. Sobram 3C, 6D e 9U.

- 2° passo: Transforma-se 3C em 30D, juntamos com as dezenas existentes e ficamos com 36 dezenas para repartir entre 5 pessoas.

- 3° passo: "Ao repartir 36 dezenas por 5 pessoas, quantas dezenas cada uma receberá? " "Sobram dezenas?". Cada pessoa receberá 7D, que multiplicadas por 5 resulta 35D ou 350U que devem ser retiradas de 369. Sobram 1D e 9U.

- 4° passo: Transforma-se 1D em 10U, juntamos com as unidades existentes e ficamos com 19 unidades para repartir entre 5 pessoas.

- 5° passo: "Ao repartir 19 unidades por 5 pessoas, quantas unidades cada uma receberá?" "Sobram unidades?". Cada pessoa receberá 3U, que multiplicadas por 5 resultam 15U que devem ser retiradas de 19. Sobram 4U. Assim, podemos escrever que **869 = 5 × 173 + 4 .**

2.2.5 DIFICULDADES DO ALGORITMO DA DIVISÃO

O zero no último algarismo do quociente

$6Dm \div 23 = 0$
$63Um \div 23 = 2Um$ e sobram 17Um
$170C \div 23 = 7C$ e sobram 9C
$94D \div 23 = 4D$ e sobram 2D
$22U \div 23 = 0U$ e sobram as 22U

Dm	Um	C	D	U					
6	3	0	4	2		23			
4	6	0	0	0	0	2	7	4	0
1	7	0	4	2	Dm	Um	C	D	U
1	6	1	0	0					
		9	4	2					
		9	2	0					
			2	2					

Podemos então escrever: 63.042 = 23 × 2.740 + 22

O zero no meio do numeral que representa o quociente.

$$
\begin{array}{cccc|cccc}
Um & C & D & U & & & & \\
7 & 0 & 1 & 7 & & 23 & & \\ \cline{5-8}
6 & 9 & 0 & 0 & 0 & 3 & 0 & 5 \\ \cline{1-4}
 & 1 & 1 & 7 & Um & C & D & U \\
 & 0 & 0 & 0 & & & & \\ \cline{1-4}
 & 1 & 1 & 7 & & & & \\
 & 1 & 1 & 5 & & & & \\ \cline{2-4}
 & & & 2 & & & &
\end{array}
$$

$7Um \div 23 = 0$
$70C \div 23 = 3C$ e sobra $1C$
$11C \div 23 = 0D$ e sobram $11D$
$117U \div 23 = 5U$ e sobram $2U$

Podemos então escrever: $7.017 = 23 \times 305 + 2$

QUESTÕES AUTOAVALIAÇÃO

1. Nas adições abaixo, substitua as letras pelos algarismos adequados para que a operação fique correta.

$$
\begin{array}{ccccc}
1 & a & 0 & 0 & b \\
 & 2 & c & 7 & 0 \\
 & & 8 & d & 3 \\ \hline
2 & 2 & 6 & 4 & 1
\end{array}
\qquad\qquad
\begin{array}{cccccc}
1 & e & 0 & 0 & f & 3 \\
 & 1 & g & 1 & 2 & 3 \\
 & 2 & 1 & 4 & 1 & h \\
 & & 1 & k & 3 & 2 \\ \hline
2 & 0 & 1 & 0 & 3 & 7
\end{array}
$$

Os algarismos a, b, c, d, e, f, g, h, k são, respectivamente:

a) 9, 8, 7, 6, 6, 7, 8, 9, 4

b) 9, 9, 7, 6, 6, 6, 8, 9, 4

c) 9, 8, 7, 6, 7, 6, 8, 9, 4

d) 9, 8, 6, 6, 6, 6, 8, 9, 4

e) 9, 8, 7, 6, 6, 6, 8, 9, 4.

2. Quais são, respectivamente, o quociente (q) e o resto (r) das divisões 16.838 ÷ 48 e 48.476 ÷ 69?

a) 1) q = 35 e r = 38 e 2) q = 702; r = 38;

b) 1) q = 350; r = 38 e 2) q = 702; r = 38;

c) 1) q = 35 e r = 38 e 2) q = 72; r = 38;

d) 1) q = 350; r = 38 e 2) q = 72; r = 38;

e) 1) q = 305; r = 38 e 2) q = 702; r = 38.

3. Segue abaixo a população das cinco cidades mais populosas do estado de Mato Grosso, em 2013:

CIDADE	POPULAÇÃO
Cuiabá	580.489
Várzea Grande	268.594
Rondonópolis	215.320
Sinop	129.916
Tangará da Serra	94.289

A - Quantos habitantes Cuiabá tem a mais que Rondonópolis?

B - Em quantos habitantes a população de Cuiabá excede a população de Rondonópolis, Sinop e Tangará da Serra juntas?

Os valores de A e B são respectivamente:

a) 365.169 e 140.864;

b) 311.895 e 140.864;

c) 365.169 e 140.964;

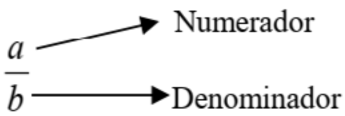
d) 311.895 e 140.964;

e) Nenhuma das anteriores.

UNIDADE 3 - OS NÚMEROS RACIONAIS NÃO NEGATIVOS: FRAÇÕES E DÍZIMAS

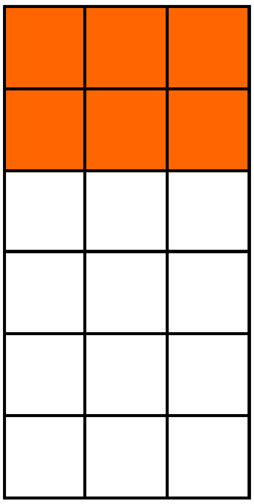
3.1 AS FRAÇÕES: CONCEITO, EQUIVALÊNCIA E OPERAÇÕES

Como já vimos anteriormente, o conjunto dos números racionais positivos é dado por $\mathbf{Q}_+ = \left\{\frac{a}{b},\quad onde \quad a, b \in N \text{ e } b \neq 0\right\}$. Numa fração, ao termo acima do traço denominamos ***numerador*** e ao termo abaixo do traço, ***denominador***.



De acordo com Lima e Vila (2003), podemos interpretar $\frac{a}{b}$, com $b \neq 0$ de formas diferentes:

- Tomando ***a*** partes de uma unidade que foi dividida em ***b*** partes iguais. Por exemplo:



A parte alaranjada nos diz que "tomamos":

6 partes de 18 e representamos por $\frac{6}{18}$; ou

2 partes de 6 e representamos por $\frac{2}{6}$; ou ainda

1 parte de 3 e representamos por $\frac{1}{3}$; ou ainda:

3 partes de 9 e representamos por $\frac{3}{9}$.

- Como uma forma de representar a divisão de ***a*** por ***b***. Por exemplo: Se tenho que repartir 3 pães entre 5 pessoas, posso dizer que cada pessoa receberá $\frac{3}{5}$ dos pães.

- Como uma forma de graduar retas:

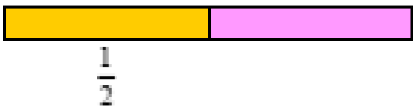
- Para expressar razões: Meu carro gasta 2 litros de álcool em 12 quilômetros que pode ser representado por $\frac{2}{12}$.

- Para construir estruturas matemáticas, por exemplo: Uma equação do tipo 3x = 2 não tem solução no conjunto dos números naturais, mas tem no conjunto dos números racionais, pois: $x = \frac{2}{3}$.

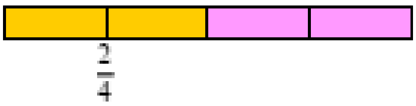
3.1.1 EQUIVALÊNCIA

Consideremos unidades como esta 

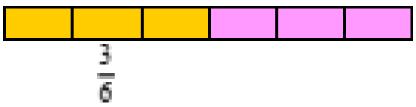
Dividiremos cada unidade em um número par (não nulo) de partes do mesmo tamanho e forma, e indicaremos suas metades em amarelo.



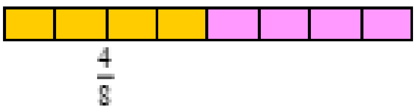
Esta unidade foi dividida em 2 partes (meios), e "tomada" uma: a amarela, chamada de ***um meio.***



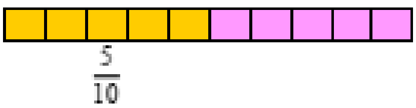
Esta foi dividida em 4 partes (quartos) e "tomadas" duas - as amarelas -, chamadas de ***dois quartos.***



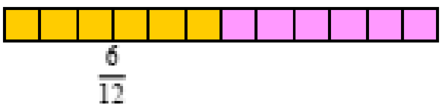
Esta foi dividida em 6 partes (sextos) e "tomadas" três - as amarelas -, chamadas de ***três sextos***.



Esta foi dividida em 8 partes (oitavos) e "tomadas" quatro - as amarelas -, chamadas de ***quatro oitavos***.



Esta foi dividida em 10 partes (décimos) e "tomadas" 5 - as amarelas -, chamadas de ***cinco décimos***.



Esta foi dividida em 12 partes (12 avos) e "tomadas" seis - as amarelas -, chamadas de ***seis doze avos.***

A palavra avos é um substantivo masculino, derivada de (oit)*avo* para designar cada parte em que foi dividida a unidade. É empregada na leitura de frações com denominador maior que 10. Dela se originou a palavra centavo (cem *avos*).

Podemos verificar que, em todos os casos, a parte amarela de cada unidade ficou do mesmo tamanho, embora as unidades tenham sido divididas em número diferente de partes.

Isto significa que as frações $\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{6}, \frac{4}{8}, \frac{5}{10}, \frac{6}{12},$ representam o mesmo tamanho na unidade. Dizemos, então, que as frações $\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{6}, \frac{4}{8}, \frac{5}{10}, \frac{6}{12},$ são ***equivalentes***, ou seja, equivalem ao mesmo "pedaço".

Podemos, então, escrever: $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{4}{8} = \frac{5}{10} = \frac{6}{12}$. Isto significa que se dividirmos cada numerador pelo seu respectivo denominador, obteremos números iguais, ou seja: $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{4}{8} = \frac{5}{10} = \frac{6}{12} = 0{,}5$.

Veja essas equivalências:

Complete: $\frac{2}{5} = \frac{4}{10} = \frac{6}{15} = \frac{8}{20} = \text{—}$ ou $\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{6}{9} = \frac{8}{12} = \text{—}$

Descubra a regra que permite obtermos todas as frações equivalentes a uma fração dada e escreva com suas palavras:____
____.

Já afirmamos que:

a) as frações $\frac{1}{2}$ *e* $\frac{4}{8}$ são equivalentes;

b) as frações $\frac{2}{5}$ *e* $\frac{6}{15}$ são equivalentes;

c) as frações $\frac{2}{3}$ *e* $\frac{8}{12}$ são equivalentes;

d) as frações $\frac{2}{4}$ *e* $\frac{6}{12}$ são equivalentes.

Agora, veja o que acontece quando multiplicamos o numerador de uma pelo denominador da outra (multiplicar em cruz):

Os resultados das multiplicações são iguais.

Tem-se aí uma forma de verificar quando duas frações são ou não equivalentes:

As frações $\frac{a}{b}$ e $\frac{c}{d}$ (a ≠0 e b ≠ 0) são equivalentes quando $a \times d = b \times c$

Pois bem, você descobriu a regra para obter uma fração que seja equivalente à outra?

Basta multiplicar numerador e denominador por um mesmo número não nulo.

Caso queiramos obter infinitas frações que sejam equivalentes a uma já conhecida, basta que façamos, para cada fração, as multiplicações pela sequência dos números naturais.

O conjunto infinito obtido é chamado de **CLASSE DE EQUIVALÊNCIA** da fração dada. Exemplos:

1°) Obter a Classe de Equivalência da fração $\frac{2}{3}$: $\left(\frac{2}{3}\right) = \left\{\frac{2}{3}, \frac{4}{6}, \frac{6}{9}, \frac{8}{12}, \frac{10}{15}, \ldots\right\}$

2°) Obter a Classe de Equivalência da fração $\frac{3}{4}$: $\left(\frac{3}{4}\right) = \left\{\frac{3}{4}, \frac{6}{8}, \frac{9}{12}, \frac{12}{16}, \frac{15}{20}, \frac{18}{24} \ldots\right\}$

O conceito de equivalência facilita e explica as operações de adição e subtração de frações.

> OBSERVAÇÃO
>
> Todo número inteiro pode ser representado como uma fração de denominador 1.
>
> O zero pode ser representado por uma fração de numerador zero e qualquer numeral diferente de zero no denominador.
>
> $4 = \frac{4}{1}$; $35 = \frac{35}{1}$; $0 = \frac{0}{1}$; $0 = \frac{0}{5}$; $0 = \frac{0}{123}$

3.1.2 FRAÇÕES IRREDUTÍVEIS

Da mesma forma que multiplicamos o numerador e o denominador de uma dada fração por um mesmo número não nulo, para encontrar frações equivalentes podemos dividir o numerador e o denominador da fração pelo mesmo número não nulo para simplificá-la. A fração obtida será também equivalente à fração dada.

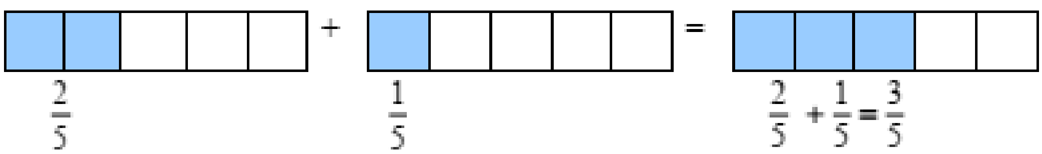
Fazendo todas as simplificações possíveis, obtém-se uma fração que não pode mais ser simplificada. Esta fração é chamada de Fração Irredutível.

Exemplo: Tornar a fração $\frac{24}{18}$ irredutível:

$\frac{24}{18} = \frac{24 \div 2}{18 \div 2} = \frac{12}{9} = \frac{12 \div 3}{9 \div 3} = \frac{4}{3}$. As frações $\frac{24}{18}$; $\frac{12}{9}$ *e* $\frac{4}{3}$ são semelhantes e a fração $\frac{4}{3}$ é irredutível.

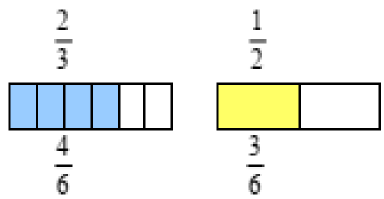
3.1.3 ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO DE FRAÇÕES

A adição é uma operação de juntar. Assim, para calcular $\frac{2}{5} + \frac{1}{5}$, estaremos juntando dois quintos de um objeto com um quinto do mesmo objeto. Ora, estaremos juntando “quintos” (pedaços de igual tamanho), mas quantos? Estaremos juntando dois com um (quintos) e teremos então, três quintos. Veja a representação geométrica:



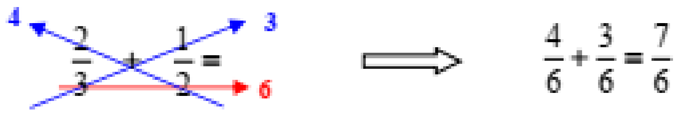
Quando tivermos que juntar pedaços de tamanhos diferentes (terços com meios), antes precisaremos transformar os pedaços em um único tamanho. Veja a adição: $\frac{2}{3} + \frac{1}{2} = ?$

Teremos que transformar os *terços* e os *meios* em outro "pedaço", sem alterar as frações, isto é, teremos que procurar frações equivalentes às dadas, com denominadores iguais. Para isto, basta dividir os terços em meios e os meios em terços:



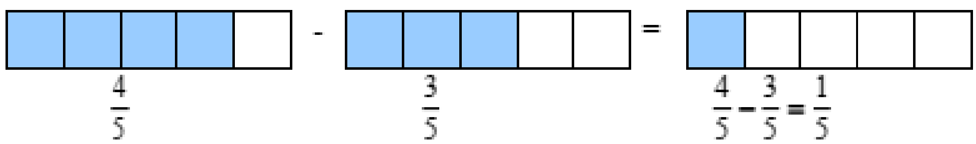
Agora é só representar simbolicamente (algebricamente) o que foi realizado geometricamente: $\frac{2}{3}+\frac{1}{2}=\frac{4}{6}+\frac{3}{6}=\frac{7}{6}$.

Mas como fazer algebricamente a adição? É fácil:



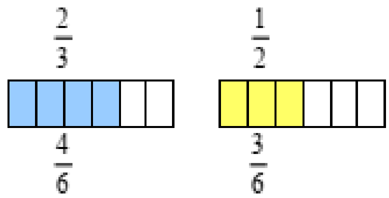
As flechas indicam multiplicação entre os termos ligados por elas. As flechas oblíquas cruzadas sobre um dos sinais + ou – entre as frações nos dizem para efetuar a operação indicada e colocar o resultado na ponta da flecha.

De maneira análoga à adição, faremos a subtração de frações: $\frac{4}{5}-\frac{3}{5}$. Veja a representação geométrica:



Quando tivermos que subtrair pedaços de tamanhos diferentes (meios de terços), ou seja, subtrair frações com denominadores diferentes, antes precisaremos transformar os pedaços em um único tamanho. Veja a subtração: $\frac{2}{3}-\frac{1}{2}=?$

Teremos que transformar os *terços* e os *meios* em outro “pedaço” sem alterar as frações, isto é, teremos que procurar frações equivalentes às dadas, com denominadores iguais. Para isto, basta dividir os terços em meios e os meios em terços:



Agora é só representar simbolicamente o que foi realizado geometricamente: $\frac{2}{3}-\frac{1}{2}=\frac{4}{6}-\frac{3}{6}=\frac{1}{6}$.

Mas como fazer algebricamente a subtração? É fácil:

Sejam ***a***, ***b***, ***c*** e d números naturais, com b≠0 e d≠0.Vejam as regras de adição e subtração de frações: $\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{ad+bc}{bd}$ $\frac{a}{b}-\frac{c}{d}=\frac{ad-bc}{bd}$

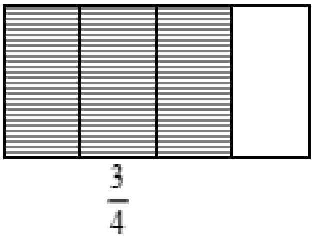
Considerando o algoritmo que você aprendeu na escola para somar e subtrair frações, explique porque o processo das flechas dá certo.

3.1.4 MULTIPLICAÇÃO DE FRAÇÕES

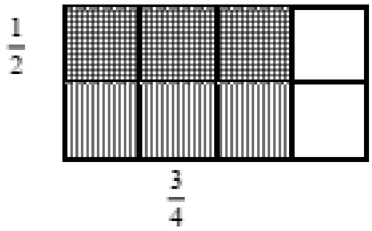
Vimos anteriormente que a multiplicação pode ser representada geometricamente por um retângulo nas dimensões dos fatores. Podemos pensar da mesma maneira para a multiplicação de frações.

Vejamos por exemplo, $\frac{1}{2}\times\frac{3}{4}$ (calcular metade de $\frac{3}{4}$)

Representemos $\frac{3}{4}$:



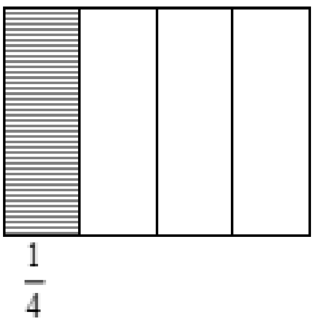
Em seguida, tomemos meio de $\frac{3}{4}$:



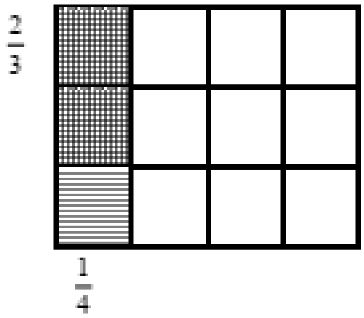
$\frac{1}{2}$ *de* $\frac{3}{4} = \frac{3}{8}$: as células quadriculadas representam a metade de três quartos, que passa a ser $\frac{3}{8}$, logo, $\frac{1}{2} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{8}$.

Façamos agora $\frac{2}{3} \times \frac{1}{4}$ (obter dois terços de um quarto).

Representemos $\frac{1}{4}$:



Em seguida, tomemos dois terços de um quarto. Para isso, dividimos em três partes na horizontal e representamos dois terços de um quarto.



$\frac{2}{3}$ *de* $\frac{1}{4} = \frac{2}{12}$: as células quadriculadas representam ***dois terços*** de ***um quarto***, que passa a ser $\frac{2}{12}$, logo, $\frac{2}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{2}{12}$.

Se nos atentarmos para os resultados obtidos, podemos obter a regra para a multiplicação de frações:

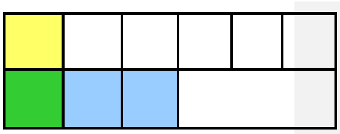
> Para multiplicar duas frações, multiplicamos numerador por numerador para obter o novo numerador e denominador por denominador para obter o novo denominador.

E como fazer algebricamente esta multiplicação? Vejamos:

$$\frac{1}{2} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{8} \qquad \frac{2}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{2}{12}.$$

Sejam ***a***, ***b***, ***c*** e ***d*** números naturais, com $b \neq 0$ e $d \neq 0$. Vejam a regra da multiplicação de frações: $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$.

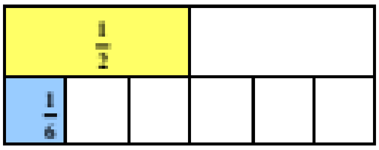
3.1.5 DIVISÃO DE FRAÇÕES



O resultado da divisão *a*÷*b* nos responde a questão: "Quantos ***b*** cabem dentro de ***a***?" Na divisão entre frações isto também é válido. Vejamos os exemplos:

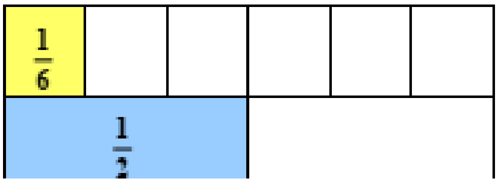
Exemplo 1. $\frac{1}{2} \div \frac{1}{6} = ?$ A pergunta é: "Quantos *sextos* cabem em *meio*?"

Consideremos o inteiro e representemos $\frac{1}{2}\ e\ \frac{1}{6}$:



Percebe-se perfeitamente que "cabem ***3*** *sextos* (pedaços azuis) em *meio* (pedaço amarelo)", logo, $\frac{1}{2} \div \frac{1}{6} = 3 = \frac{3}{1}$.

Exemplo 2. $\frac{1}{6} \div \frac{1}{2} = ?$



A pergunta é: "Quantos *meios* cabem em um *sexto*?". Tente encontrar a resposta, através das perguntas:

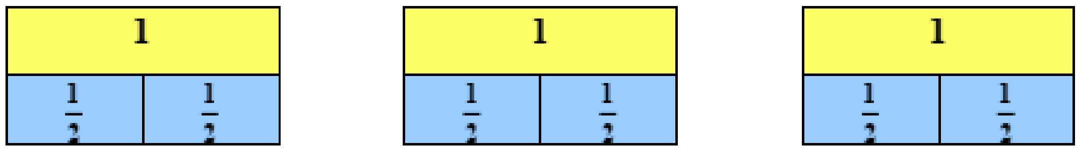
- O ***meio*** cabe um número inteiro de vezes no ***um sexto***?
- Cabe apenas uma parte?
- Qual parte dele cabe?

Vamos ver que parte do meio cabe no sexto:

O **pedaço amarelo** é a terça parte $(\frac{1}{3})$ do pedaço azul $(\frac{1}{2})$.

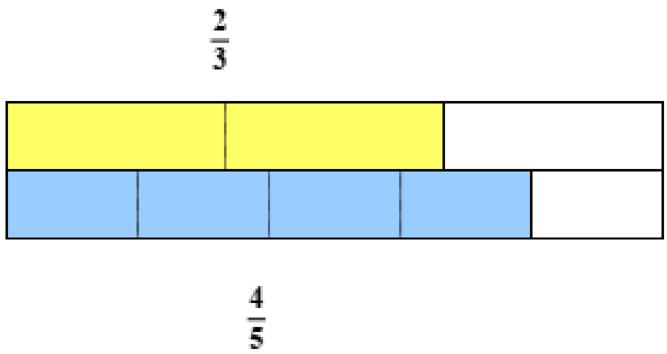
Como podemos perceber, a ***terça parte*** de ***meio*** cabe ***uma vez*** dentro do um sexto, assim: $\frac{1}{6} \div \frac{1}{2} = \frac{1}{3} = \frac{2}{6}$.

Exemplo 3. $3 \div \frac{1}{2} = ?$ A pergunta é: "quantos *meios* cabe em *3 inteiros*?



Podemos perceber que em *cada inteiro* cabem *2 meios*, logo em ***3 inteiros*** cabem ***6 meios***, assim: $3 \div \frac{1}{2} = \frac{3}{1} \div \frac{1}{2} = 6 = \frac{6}{1}$.

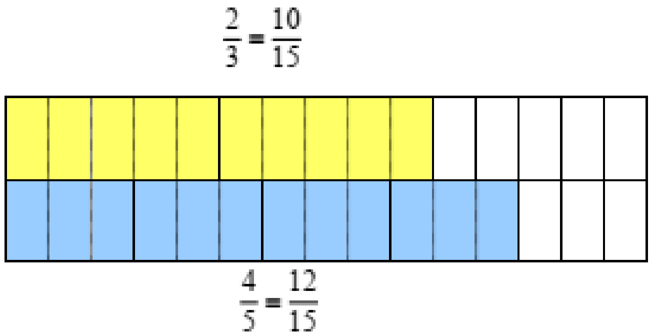
Exemplo 4. $\frac{2}{3} \div \frac{4}{5} = ?$ A pergunta é: "Quantos *quatro quintos* cabem em *dois terços*"?



Aqui também é bom se guiar pelas perguntas:

- O ***quatro quintos*** cabe um número inteiro de vezes no ***dois terços***?
- Cabe apenas uma parte?
- Qual parte dele (do quatro quintos) cabe?

Para verificar quantos *quatro quintos* cabem em *dois terços*, neste caso, será preciso dividir os terços em quintos e os quintos em terços e obter frações equivalentes, ou seja, para termos pedaços do mesmo tamanho e poder compará-los:



Agora podemos responder facilmente que em $\frac{2}{3}=\frac{10}{15}$ cabe apenas *parte* ou *pedaço* do *quatro quintos* e que essa parte é $\frac{10}{12}$. Assim, teremos que $\frac{2}{3}\div\frac{4}{5}=\frac{10}{12}=\frac{5}{6}$.

Observando os resultados, podemos descobrir a regra para dividir frações, observe:

$$\overset{6 \;\div\; 2}{\frac{1}{2}\div\frac{1}{6}}=3=\frac{3}{1}=\frac{6}{2} \qquad \overset{2 \;\div\; 6}{\frac{1}{6}\div\frac{1}{2}}=\frac{1}{3}=\frac{2}{6} \qquad 3\div\frac{1}{2}=\overset{6 \;\div\; 1}{\frac{3}{1}\div\frac{1}{2}}=6=\frac{6}{1} \qquad \overset{10 \;\div\; 12}{\frac{2}{3}\div\frac{4}{5}}=\frac{10}{12}=\frac{5}{6}$$

Sejam ***a***, ***b***, ***c*** e ***d*** números naturais, com $b\neq0$ e $d\neq0$ .Vejam a regra da divisão de frações:

$$\frac{a}{b}\div\frac{c}{d}=\frac{a\times d}{b\times c}.$$

Apresentaremos agora outra representação dos números racionais.

3.2 AS DÍZIMAS: CONCEITO E OPERAÇÕES

Como já vimos, um número racional (ou fração ordinária) é aquele que pode ser colocado na forma $\frac{a}{b}$, onde *a* e *b* são inteiros e *b* não é zero. Esses números possuem outra representação: as **DÍZIMAS**.

> Numa dízima, a parte à esquerda da vírgula é a **parte inteira** e a parte à direita da vírgula é a **parte não-inteira**.

Assim, em 25,378 temos que 25 é a parte inteira e 378 é a parte não-inteira. A parte inteira pode ser qualquer número inteiro, inclusive o zero e a parte não-inteira poderá ser finita ou infinita.

Vejamos o caso das **DÍZIMAS LIMITADAS** ou **FINITAS** (parte não-inteira finita)

a) $\frac{1}{2}=\frac{5}{10}=0,5$; $\frac{1}{4}=\frac{25}{100}=0,25$; $\frac{1}{8}=\frac{125}{1000}=0,125$; $\frac{1}{16}=\frac{625}{10000}=0,0625$

b) $\frac{1}{5}=\frac{2}{10}=0,2$; $\frac{1}{25}=\frac{4}{100}=0,04$; $\frac{1}{125}=\frac{8}{1000}=0,008$; $\frac{1}{625}=\frac{16}{10000}=0,0016$

c) $\frac{1}{20}=\frac{5}{100}=0,05$; $\frac{1}{40}=\frac{25}{1000}=0,025$; $\frac{1}{250}=\frac{4}{1000}=0,004$; $\frac{1}{80}=\frac{125}{10000}=0,0125$

Como pode ser obtida a 2ª fração a partir da 1ª? Você se lembra da equivalência de frações?

Basta multiplicar numerador e denominador por um mesmo número, em cada caso.

No caso de $\frac{1}{4}=\frac{25}{100}$, para obter a 2ª fração, bastou multiplicar o 1 e o 4 por 25.

Analise os fatores dos denominadores das 1as frações:

Em a) os denominadores têm como fator ou fatores: ___________

Em b) os denominadores têm como fator ou fatores: ___________

Em c) os denominadores têm como fator ou fatores: ___________

CONCLUSÃO

Uma **dízima** é **finita** quando o denominador da fração que a gera tem como fatores 2, 5 ou 2 e 5, ou seja, pode ser transformado adequadamente em potência de 10 (10, 10^2, 10^3, 10^4,...).

Para transformar uma fração ordinária $\frac{a}{b}$, com b≠0, em dízima finita, multiplica-se a fração dada por outra fração da forma $\frac{k}{k}$, com $k \neq 0$, de forma que $k \times b = 10^n$, com n natural não nulo.

Em seguida, escreve-se o numerador e, a partir do último algarismo, conta-se da direita para a esquerda tantos algarismos quantos são os zeros do denominador. Terminada a contagem, acrescente a vírgula. Se necessário, acrescente zeros antes de colocar a vírgula.

 Verifique a validade da regra observando os itens a, b e c apresentados acima.

Se já temos a dízima, veja como é simples transformá-la em fração ordinária irredutível:

a) $0,5=\frac{5}{10}=\frac{1}{2}$; $3,25=\frac{325}{100}=\frac{13}{4}$; $0,125=\frac{125}{1000}=\frac{1}{8}$; $0,0625=\frac{625}{10000}=\frac{1}{16}$

b) $1,2=\frac{12}{10}=\frac{6}{5}$; $0,04=\frac{4}{100}=\frac{1}{25}$; $0,008=\frac{8}{1000}=\frac{1}{125}$; $0,0016=\frac{16}{10000}=\frac{1}{625}$

c) $0,05=\frac{5}{100}=\frac{1}{20}$; $0,025=\frac{25}{1000}=\frac{1}{40}$; $13,004=\frac{13004}{1000}=\frac{3.251}{250}$; $0,0125=\frac{125}{10000}=\frac{1}{80}$

Para transformar uma dízima limitada em fração ordinária, escreve-se a dízima sem a vírgula como numerador da fração e, no denominador, escreve-se $\boldsymbol{10^n}$, com n igual ao número de algarismos da parte não inteira. Caso necessário, retire os zeros à esquerda no numerador.

3.2.1 LEITURA DAS DÍZIMAS LIMITADAS

Como ler 0,7?

Ora, já vimos que $0,7=\frac{7}{10}$. Então estamos falando de "décimos" e lê-se "sete décimos".

Como ler 2,27?

Como $2,27=\frac{227}{100}$, estamos falando de centésimos, então lemos "duzentos e vinte e sete centésimos" ou $2,27=2+0,27=2+\frac{27}{100}$ e lemos "dois inteiros e vinte e sete centésimos".

As dízimas também tem suas ordens e classes:

Quadro

décimos	**centésimos**	**milésimos**			**milionésimos**		
décimos	centésimos	milésimos	décimos de milésimos	centésimos de milésimos	milionésimos	décimos de milionésimos	centésimos de milionésimos
$\frac{3}{10}$	$\frac{3}{100}$	$\frac{3}{1.000}$	$\frac{3}{10.000}$	$\frac{3}{100.000}$	$\frac{3}{1.000.000}$	$\frac{3}{10.000.000}$	$\frac{3}{100.000.000}$
0,3	0,03	0,003	0,0003	0,00003	0,000003	0,0000003	0,00000003
três décimos	três centésimos	três milésimos	três décimos de milésimos	três centésimos de milésimos	três milionésimos	três décimos de milionésimos	três centésimos de milionésimos

3.2.2 ALGORITMOS DAS OPERAÇÕES COM DÍZIMAS LIMITADAS

Apresentaremos os algoritmos das operações com dízimas limitadas com o objetivo de analisar os passos desses algoritmos, na busca da compreensão dos números racionais e sistema de numeração.

Adição e Subtração

Como você aprendeu fazer a adição 5,23 + 2,34 ? E a subtração 85,57 - 10,24 ? Acredito que tenha sido assim:

1° passo: colocar um número abaixo do outro, de modo que fique vírgula embaixo de vírgula:

$$\begin{array}{r} 5{,}23 \\ +\ 2{,}34 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 85{,}57 \\ -\ 10{,}24 \\ \hline \end{array}$$

2° passo: adicione ou subtraia como se fossem números naturais, colocando a vírgula da soma ou diferença embaixo das demais.

$$\begin{array}{r} 5{,}23 \\ +\ 2{,}34 \\ \hline 7{,}57 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 85{,}57 \\ -\ 10{,}24 \\ \hline 75{,}33 \end{array}$$

Vejamos mais dois casos: 35,7- 2,106 e 27,284 -4,130

$$\begin{array}{rrrrrr} & 3 & 5, & 7 & 0 & 0 \\ - & & 2, & 1 & 0 & 6 \\ \hline & 3 & 3, & 5 & 9 & 4 \end{array} \qquad \begin{array}{rrrrrr} & 2 & 7, & 2 & 8 & 4 \\ - & & 4, & 1 & 3 & 0 \\ \hline & 2 & 3, & 1 & 5 & 4 \end{array}$$

Por que vírgula embaixo de vírgula?

Na 1ª coluna após a vírgula, o que estamos somando ou subtraindo?

E na 3ª coluna? E antes da vírgula?

Multiplicação

Vejamos 2,35 x 1,2 ; 8,4 x 1,5 e 820 x 0,5

1° passo: Armar a conta na vertical e multiplicar como se fossem números naturais.

$$\begin{array}{rrrr} & 2, & 3 & 5 \\ \text{x} & & 1, & 2 \\ \hline & 4 & 7 & 0 \\ 2 & 3 & 5 & 0 \\ \hline 2 & 8 & 2 & 0 \end{array} \qquad \begin{array}{rrrr} & & 8, & 4 \\ \text{x} & & 1, & 5 \\ \hline & 4 & 2 & 0 \\ & 8 & 4 & 0 \\ \hline 1 & 2 & 6 & 0 \end{array} \qquad \begin{array}{rrrr} & 8 & 2 & 0 \\ \text{x} & & 0, & 5 \\ \hline 4 & 1 & 0 & 0 \end{array}$$

2° passo: Contar quantas casas decimais tem cada fator e somar as quantidades. A quantidade obtida será o número de casas decimais no resultado da multiplicação.

$2{,}35 \times 1{,}2 = 2{,}820$ $\qquad$ $8{,}4 \times 1{,}5 = 12{,}60$ $\qquad$ $820 \times 0{,}5 = 410{,}0 = 410$

Sabendo que as dízimas são representações de números racionais, explique o 2° passo, ou seja, explique porque o número de casas decimais do produto é a soma das quantidades das casas decimais dos fatores.

Divisão

A divisão entre dízimas requer a decisão antecipada da aproximação que se queira, ou seja, requer que se decida com quantas casas decimais queremos o quociente.

- Se desejarmos que o quociente tenha apenas uma casa decimal, dizemos que a aproximação é de 0,1 (décimos);
- Se desejarmos que o quociente tenha duas casas decimais, dizemos que a aproximação é de 0,01 (centésimos);
- Se desejarmos que o quociente tenha três casas decimais, dizemos que a aproximação é de 0,001 (milésimos); e assim por diante.

Vejamos, então, como efetuar a divisão: $0{,}58 \div 0{,}4$, com aproximação 0,01 (duas casas decimais ou centésimos).

1° passo: Colocar na chave e igualar as casas:

$$\begin{array}{r|l} 0{,}\ 5\ 8 & 0{,}\ 4\ \color{red}{0} \\ \cline{2-2} & \end{array}$$

2° passo: Dividir como se fossem números naturais (tirando as vírgulas).

$$\begin{array}{r|l} 5\ 8 & 4\ \color{red}{0} \\ \cline{2-2} 4\ 0 & 1, \\ \cline{1-1} 1\ 8 & \end{array}$$

3° passo: Como já obtivemos a parte inteira do quociente e queremos o resultado com aproximação de 0,01 ($a = 0{,}01$), acrescentamos 2 (dois) zeros no dividendo para continuar a conta.

$$\begin{array}{r|l} 5\ 8\ \color{red}{0}\ \color{red}{0} & 4\ \color{red}{0} \\ \cline{2-2} 4\ 0\ \ & 1,\ 4\ 5 \\ \cline{1-1} 1\ 8\ \color{red}{0}\ & \\ 1\ 6\ 0\ & \\ \cline{1-1} 2\ 0\ \color{red}{0} & \\ 2\ 0\ \color{red}{0} & \\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$$

O que significa matematicamente o “igualar as casas”?

3.2.3 TRANSFORMAÇÃO DE DÍZIMA ILIMITADA EM FRAÇÃO

Vejamos o caso das **DÍZIMAS ILIMITADAS** ou **DÍZIMAS PERIÓDICAS** (parte não inteira infinita).

As dízimas ilimitadas podem ser simples ou compostas.

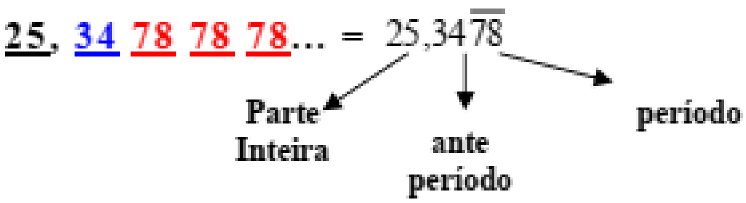
Na **Dízima Periódica Simples**, a parte não inteira possui um numeral que se repete infinitas vezes. O numeral que se repete chama-se **PERÍODO**.

Na **Dízima Periódica Composta**, a parte não inteira é composta por um numeral que não se repete (chamado **ANTEPERÍODO**) seguida de um numeral que se repete infinitas vezes (denominado **PERÍODO**).

Em uma dízima ilimitada, indicam-se os algarismos que se repetem utilizando uma “barra” sobre eles:

$0{,}3333\ldots = 0{,}\overline{3}$; $0{,}535353\ldots = 0{,}\overline{53}$; $25{,}34787878\ldots = 25{,}34\overline{78}$; $7{,}1238888\ldots = 7{,}123\overline{8}$.

Os três pontos (...) significam que a parte não-inteira é infinita.



Em resumo, os números racionais podem ser representados por:

$$\text{DÍZIMAS} \begin{cases} \text{LIMITADAS} \\ \text{ILIMITADAS} \begin{cases} \text{PERIÓDICAS SIMPLES} \\ \text{PERIÓDICAS COMPOSTAS} \end{cases} \end{cases}$$

De uma forma geral, dado um número racional na forma de fração, podemos transformá-lo facilmente em dízima efetuando a divisão do numerador pelo denominador.

Mas, como podemos transformar uma dízima ilimitada em fração racional?

Consideremos os casos:

1°) d = 0,666..

Como só tem um **(1)** algarismo no período e nenhum **(0)** no anteperíodo, multiplica-se membro a membro por 10^{1+0} e por $10^0=1$ e resolve-se o sistema subtraindo-se as novas igualdades, membro a membro:

$$\begin{cases} 10d = 6,666... \\ \quad d = 0,666... \end{cases} \Rightarrow 10d - d = 6 \Rightarrow 9d = 6 \Rightarrow d = \frac{6}{9}$$

2°) d = 2,353535...

Como temos dois **(2)** algarismos no período nenhum **(0)** no ante período, multiplica-se a igualdade por 10^{2+0} e 10^0 e resolve-se o sistema subtraindo-se as novas igualdades, membro a membro:

$$\begin{cases} 100d = 235,353535... \\ \quad d = \quad 2,353535... \end{cases} \Rightarrow 100d - d = 233 \Rightarrow 99d = 233 \Rightarrow d = \frac{233}{99}$$

3°) d = 8,453333...

Como temos um **(1)** algarismo no período e dois **(2)** no anteperíodo, multiplica-se membro a membro por $10^{1+2}=10^3$ e também por 10^2 e resolve-se o sistema subtraindo-se as novas igualdades, membro a membro:

$$\begin{cases} 1000d = 8453,333... \\ 100d = \quad 845,333... \end{cases} \Rightarrow 900d = 8.453 - 845 \Rightarrow 900d = 7.608 \Rightarrow d = \frac{7.608}{900}$$

4°) d = 0,124535353...

Como temos dois **(2)** algarismos no período e três **(3)** no anteperíodo, multiplica-se membro a membro por $10^{5=2+3}$ e também por 10^3 e resolve-se o sistema subtraindo-se as novas igualdades, membro a membro:

$$\begin{cases} 100.000d = 12453{,}535353\ldots \\ \quad 1.000d = \quad 124{,}535353\ldots \end{cases} \Rightarrow 99.000d = 12.453 - 124 \Rightarrow 99.000d = 12.329 \Rightarrow d = \frac{12.329}{99.000}$$

Veja alguns exemplos de números irracionais:

$\sqrt{2} = 1{,}4142135\ldots$ $\pi = 3{,}1415927\ldots$ $\sqrt{3} = 1{,}7320508\ldots$

Esses números são dízimas? Podemos representá-los na forma racional? Então, qual a característica dos números irracionais?

QUESTÕES AUTOAVALIAÇÃO

1. Você precisa alugar um carro. As tarifas praticadas por cinco locadoras de veículos A, B, C, D e E são:

A: R$ 40,00 por dia, mais R$ 0,46 por km rodado;

B: R$ 45,00 por dia, mais R$ 0,35 por km rodado;

C: R$ 38,00 por dia, mais R$ 0,52 por km rodado;

D: R$ 48,00 por dia, mais R$ 0,40 por km rodado;

E: R$ 35,00 por dia, mais R$ 0,45 por km rodado;

Se você rodar 123 km por dia, qual são as agências com melhor preço?

a) A e C;

b) A e E;

c) B e E;

d) D e E;

e) B e C.

2. Ester comprou adubo para preparar a terra e plantar flores no jardim de sua casa nova, mas o adubo acabou antes que fosse possível preparar todo o jardim, por isso somente $\frac{3}{5}$ do jardim recebeu adubo. As flores não nasceram em apenas $\frac{1}{3}$ da parte do jardim que não foi adubado. Qual alternativa representa a fração do jardim na qual as flores nao nasceram?

a. $\frac{2}{5}$; **b.** $\frac{2}{3}$; **c.** $\frac{2}{15}$; **d.** $\frac{3}{15}$; **e.** $\frac{7}{15}$

3. Vitor e Arthur vão a um mercadinho que vende uma garrafa de suco de maracujá por R$ 2,80 e uma caixa lacrada com seis dessas garrafas por R$15,00. Se eles comprarem 23 garrafas desse suco de maracujá para uma confraternização, quanto irão gastar no mínimo?

a) R$ 57, 20.

b) R$ 59, 00.

c) R$ 60, 80.

d) R$ 62, 60.

e) R$ 64, 40.

FINALIZANDO:

Com a ideia do quanto é importante para o indivíduo entender o uso das operações aritméticas na resolução de problemas aritméticos, bem como criar seus próprios algoritmos, é que propomos esse curso.

Com a compreensão do sistema de numeração decimal apresentado em outro curso – o de Números e Sistemas de Numeração – disponível em UFMT Online, é possível perceber que os algoritmos das operações aritméticas estão diretamente ligados às características de tal sistema. Sendo assim, para compreender os algoritmos apresentados ou criar seus próprios, é imprescindível o estudo do referido curso.

É importante compreender que a solução de problemas matemáticos não depende exclusivamente de resolver corretamente os algoritmos, mas depende muito mais da escolha adequada da operação ou das operações que resolvem o problema. Neste curso, buscamos também apresentar as frações e os decimais de uma forma mais compreensível e espero que tenhamos conseguido nosso intento. Espero que tenha gostado do curso e que, com o estudo de seu conteúdo, seus conhecimentos aritméticos se tenham ampliados.

BIBLIOGRAFIA CONSULTADA

Cadernos de exercícios OBMEP. Disponível em: <https://matematica.obmep.org.br>. Acesso em 10 dez. 2017.

CARAÇA, B. de J. **Conceitos Fundamentais da Matemática.** Lisboa: Livraria Sá da Costa, 1984.

CENTURIÓN, M. **Conteúdo e metodologia da matemática:** números e operações. São Paulo: Scipione, 2002.

CUBERES, M. T. G.; DUHALDE, M. E. **Encontros Iniciais com a matemática:** contribuições à educação infantil. Trad. De Maria Cristina Fontana. Porto Alegre: Artes Médicas, 1998.

D' AMBRÓSIO. Beatriz S. Formação de professores de matemática para o século XXI: o grande desafio. In: **Revista Pro-Posições**, vol. 4, n. 1, [10], março de 1993.

DANTZIG, T. **Número:** a linguagem da ciência. Rio de Janeiro: Zahar, 1970.

DIENES, Z. P.; GOLDING, E. W. **Conjuntos, Números e Potências.** Trad. de Euclides José Dotto. São Paulo: EPU, 1977.

FREITAS, José Luiz Magalhães de; BITTAR, Marilena. **Fundamentos e metodologia de matemática para os ciclos iniciais do ensino fundamental.** Campo Grande, MS: Ed. UFMS, 2004.

IFRAH, G. **Os números:** história de uma grande invenção. Trad. de Stella Maria de Freitas Senra. Rio de Janeiro: Globo, 1989.

IMENES, L. M. **A numeração indo-arábica.** São Paulo: Scipione, 1989.

____________. **Os números na história da civilização.** São Paulo: Scipione, 1989.

LIMA, Reginaldo Naves de Souza; VILA, Maria do Carmo. **Matemática:** Contatos Matemáticos do Primeiro Grau. Fascículos 2, 3, 4 e 5. Cuiabá: EdUFMT, 2003.

LIMA, R. N. de S. **Matemática:** Contactos Matemáticos do primeiro grau. Fascículo 1. Cuiabá: EdUFMT, 2003.

LORENZATO, S. **Para aprender matemática.** Campinas, SP: Autores Associados, 2006.

NUNES, T. et al. **Educação Matemática:** números e operações numéricas. São Paulo: Cortez, 2005.

NUNES, T.; BRYANT, P. **Crianças fazendo matemática.** Trad. de Sandra Costa. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

SCHLIEMANN, A.; CARRAHER, D. W. (Org.). **A compreensão dos conceitos aritméti-**

cos: ensino e pesquisa. Campinas, SP: Papirus, 1998.

SMOLE, K. C. S e DINIZ, M. I.S. V.(org,). **Ler, escrever e resolver problemas:** habilidades básicas para aprender matemática. Porto Alegre: Artmed, 2001.

WALLE, John A. Van de. **Matemática no ensino fundamental:** formação de professores e aplicação em sala de aula. Trad. De Paulo Henrique Colonese. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

GABARITO DAS ATIVIDADES

Unidades	ATIVIDADES	ALTERNATIVA CORRETA
Unidade I	1	b
	2	a
	3	d
Unidade II	1	e
	2	b
	3	c
Unidade III	1	c
	2	c
	3	b

QUEM SOU EU

Sem muita certeza da profissão a exercer, cursei Licenciatura Plena em Matemática na Faculdade de Ciências e Letras de São José do Rio Preto - SP, hoje Campus da UNESP, de 1971 a 1974. Fiz uma especialização na PUC-SP e duas na UFMT na área de Educação Matemática. Fui professora do Departamento de Matemática do Instituto de Ciências Exatas e da Terra –ICET/UFMT, de 1979 a 2003, quando me aposentei.

Durante esses anos, dediquei-me, de alguma forma, à formação de professores. Essa dedicação se deu ao ministrar disciplinas nas licenciaturas da UFMT e participando em programas e/ou projetos com outras instituições educacionais. Hoje tenho certeza que ser professora era a profissão apropriada para mim.

Ao preparar os cursos de matemática para a formação de docentes na Licenciatura em Matemática e na Pedagogia, senti necessidade de refletir muito detalhadamente os conceitos, algoritmos e propriedades de Aritmética. Essa reflexão conduziu à tomada de decisões para a elaboração dos textos que apresento nesse curso.

Venho acompanhando as atividades do Núcleo de Educação Aberta e a Distância - NEAD/UFMT - desde 1992, com pequenas interrupções. De setembro de 1997 até dezembro de 1999, atuei como docente especialista em matemática no Curso de Licenciatura Plena em Educação Básica de 1ª a 4ª séries na modalidade a distância oferecido pela UFMT/IE/NEAD, como projeto piloto, no município de Colíder - MT.

Durante a orientação, em matemática, aos Orientadores Acadêmicos de Colíder, me encantei tanto com as interfaces possíveis para o trabalho docente na educação a distância que passei a coordenar o curso em um dos polos pedagógicos de Mato Grosso, trabalho que continuo a desenvolver com muito amor.

Em 2007 tive a oportunidade de produzir o fascículo 1 de matemática para o Curso de Pedagogia para a Educação Infantil do Consórcio PRÓ-FORMAR. Em 2010, um novo desafio: produzir ou adaptar o material para o mesmo curso, mas na versão *online*, para a Universidade Aberta do Brasil – UAB 1.

Assim, por meio deste curso, espero poder também contribuir na sua formação matemática.

SETEC
SECRETARIA DE TECNOLOGIA EDUCACIONAL

UFMT
EM REDE

Apoio: Projeto UFMT Popular