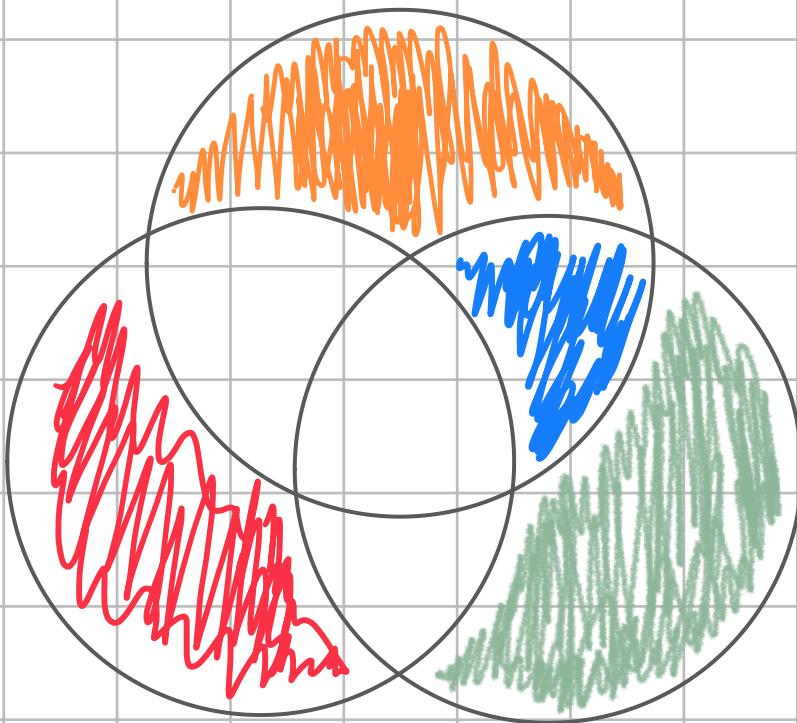


Estruturas Discretas



2024.2
CC-UENF

AULA 3

22/09/24

Método de Resolução de Problemas de Estudo

1º Entender

↳ {
• Resolução de Problemas
• Polya 1973}

2º Plano

→ {
• Estudar diariamente
• Pedir ajuda}

3º Executar

4º FeedBack →

{
• Revisão
• Duvidas}

Pensamento Comportamental

↳ No âmbito de Resolver Problemas

pro

• Abstração: Remover detalhes (P / mais importante)

• Algoritmos

↳ conjunto de Passo-a-Passo (Intuição)

Prova de que os números primos são infinitos

o Padrão

Definição (Podem faltar de um significado)

Número divisorial

symbol $a | b$ ($a, b \in \mathbb{Z}, c, d \in \mathbb{Z}$)

a é divisorial por b se existir um certo

número c tal que $a = b.c$

Números Pares

Número divisorial por 2

Números Ímpares

a é ímpar ou existe outro número x

Tal que $a = 2.x + 1$

Números Primos

A é primo se A é divisorial somente por 1 e por

é o mesmo

Teorema

Preciso ser provado

$$2 \ddagger + 3 \ddagger = 5$$

Tolteologia

Aproximacão de tempo Verdadeiro

Argumento

$$P_1 \wedge P_2 \wedge \dots \wedge P_N \Rightarrow Q$$

\wedge = Conjunção

P = Premisa

\rightarrow implicação

Definição

(Conjunção de premissas) que implicam
em uma conclusão, escrita no formato
de implicação

PR AULA

1. () Que é argumento válido?

2. O que é um论证?

AULAS

27/3/24

Estudos Dis

O que é um argumento?

$$P_1 \wedge P_2 \wedge \dots \wedge P_N \rightarrow q$$

P: Premissas

q: Conclusão

$$\frac{P_1 \\ P_2 \\ \vdots \\ P_n}{\therefore q}$$

} Tautológico

Valido

PROVA: sempre se o argumento é válido.

Prova Ex

$$P_1: Q \rightarrow R$$

$$P_2: R \rightarrow S$$

$$P_3: T \vee \sim S$$

$$P_4: \sim T \vee U$$

$$P_5: \sim U$$

$$\therefore \sim P$$

$$1: P \rightarrow S \text{ Por S,H}$$

$$10 \sim P \vee U$$

$$2: \sim P \vee S \text{ daq Imp.}$$

$$11 \sim P \vee P$$

$$3: \sim \sim P \rightarrow T \text{ daq}$$

:

$$6: P \rightarrow T$$

$$7: T \rightarrow U$$

$$8: P \rightarrow U$$

9:

Existem várias formas de se provar uma premissa

(Algoritmos)

É um jeito é uma afirmação que mostra de forma
indireta que algo é verdadeiro

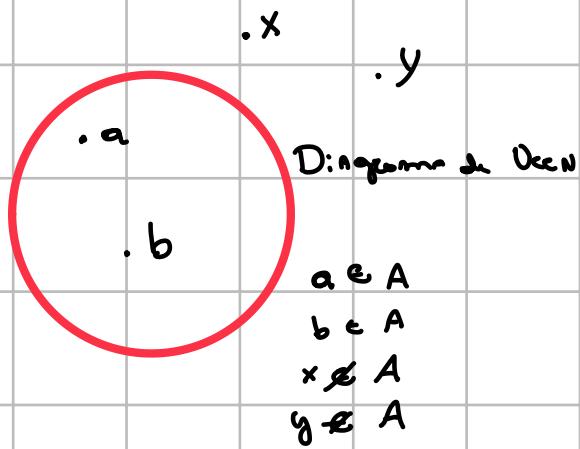
Conjunto

É uma colecção bem definida de coisas ou mais
objitos distintos que possuem certas propriedades comuns

$$\begin{array}{c} \{ \quad \square \quad \wp \quad \sim \\ 2 \cdot / \neq \end{array}$$

Mão é um
conjunto

- Definição de objetos bem definidos (não ambíguos)
- Objetos \rightarrow Reais
- Projetados \rightarrow abstractos



Colégio = Reunião

listas são conjuntos

$a \in A$ Pertence

Elementos: Obj dentro de um conjunto

a elemento A conjunto

Notação

$$A = \{ \text{obj/elementos} \} \quad A = \{ a, b, c, d \} \quad A = \{ 2, 3, 5, 7, 11 \}$$

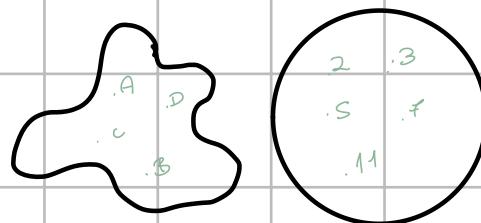
$$A = \{ 8, 2, 3 \} \neq B = \{ 8, 2, 3 \} \quad \text{Qual é a Propriedade?}$$

nos conjuntos **não existe ordem** dos elementos

$$A = \{ a, b \} = \{ b, a \}$$

Representação Gráfica

Diagrama de NCNN: Curva fechada para delimitar os elementos de um conjunto.

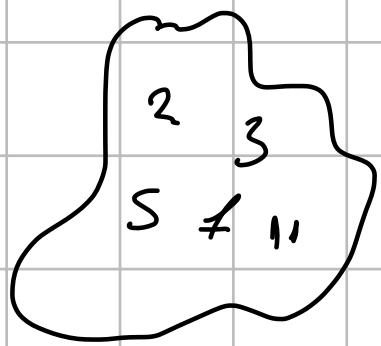


Especificações dos Conjuntos

Extensão: Mostrar todos Elementos $\{ 0, 1, 2, \dots, 830, \dots \}$

Detalhar

Compreensão: Mostrar Propriedade dos elementos $A = \{ x / \text{pcg} \}$



Extensão:

$$A = \{2, 3, 11, 7\}$$

Compreensão:

$$A = \{x / x \text{ é primo e } x \leq 11\}$$

Conjunto Finito

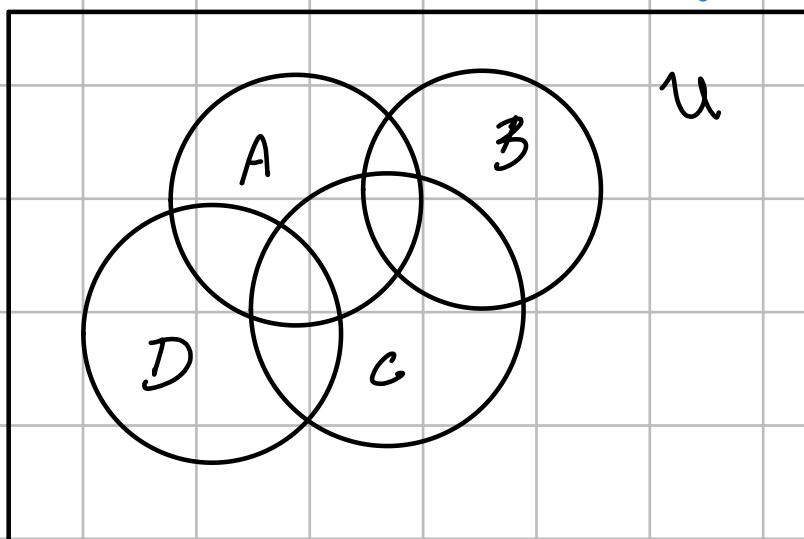
Aquele que pode ser expresso por extensão

Conjunto Infinito

Aquele que não pode ser expresso por Compreensão

AULA 6 3/9/24

Relações entre conjuntos



U : Conjunto de todos os conjuntos dentro de uma área (Universal)

Ex: U

A = Conj. Comp. pessoais

B = Supercomputadores

C = Laptops

U = Computadores

Conjunto Vazio (ou Nulo)

Conjunto que não tem nenhum elemento

$$A = \{\emptyset\}, \emptyset \text{ VAZIOS}$$

Obs:

$$A = \{\emptyset\} \text{ NÃO É Vazio}$$

$$B = \{\emptyset\} \text{ VAZIOS}$$

Elementos Repetidos

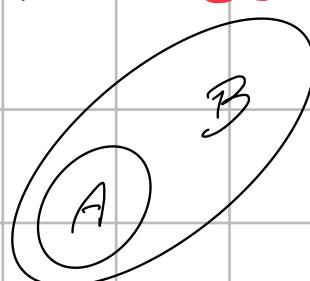
Um elemento repetido no conjunto é por extensão o mesmo **único elemento**

$$A = \{a, b\} = \{a, b, a, b\}$$

Subconjunto

Dois conjuntos A, B . Dizemos que A é subconjunto de B e denotamos por $A \subseteq B$ se todos os elementos de A pertencem ao conjunto B **Obedeça a propriedade**

- A é subconjunto de B $A \subseteq B$
- B é superconjunto de A $B \supseteq A$
- A está contida em B
- B contém o conjunto A



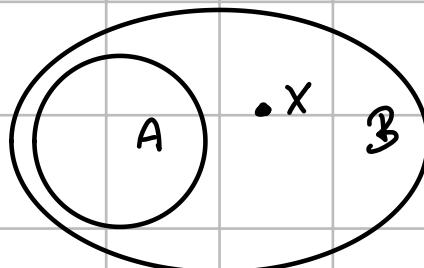
Subconj. Proprio

$A \subset B$

Dado dois conj. quaisquer $A \in B$, A é subconj. proprio de B se:

- A é subconj. de B
- Existe p/ todos, um elemento $x \in B$

Tal que $x \notin A$



$$A = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

Na lista Evitar NÚMEROS, USAR \in do computador

Conjuntos Iguais

A e B são iguais $A = B$ quando elas tem os mesmos elementos

• Demonstração

$$A = \{a, b, c\}$$

$$B = \{a, b, c\}$$

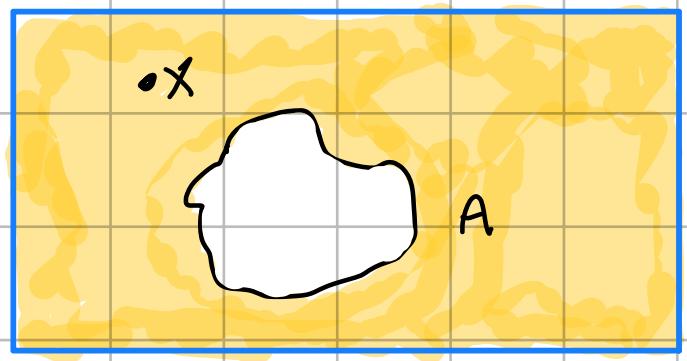
$$A \subseteq B : a, b, c \in B$$

$$A \supseteq B : a, b, c \in A$$

$$A = B$$

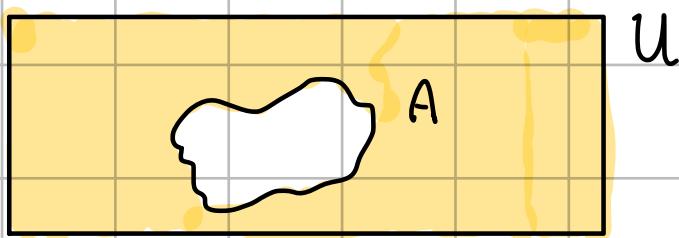
Complemento A^c , A'

$$A^c = \{x \in U / x \notin A\}$$

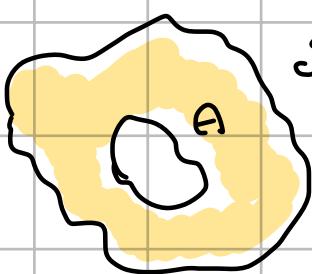


Aula 4 9/5/24

1) Complemento Universal



2) Subcomplemento Proprio



S A é subconjunto da S

$$A \subset S$$

$$A^c = \{x \in S / x \notin A\}$$

Ex

A = Complemento de laptop

U = Conjunto de Computadores

$$A^c = \{PC, Celular\}$$

U = Conjunto de Computadores

$$A^c = \{Celular, Tablet, PAD, PAD\} = U$$

Ex A = {a, b, c, d} = U

- $\{a\}^c = \{b, c, d\}$
 - $\{a, b\}^c = \{c, d\}$
 - $\{a, b, c\}^c = \{d\}$
 - $\{a, b, c, d\}^c = A^c = \emptyset$

Conclusão: $U^c = \emptyset$ $\emptyset^c = U$

Cardinalidade

↳ Es el número de elementos del conjunto.

$\#A \mid n(A), |A| \text{ card}(A)$

Se A é um conjunto: $\#A$ sempre é um número ^{int}ervalo
não negativo $0 \geq$

Computos Equipo de Oficina

$$A = B \xrightarrow{\quad} A \subseteq B$$

$$\xrightarrow{\quad} B \subseteq A$$

A e B s̄ão equipotentes se de P um os mesmos números
de elementos

Compendio Restauración A $\rightarrow g(A) = 2^A$

U
É o conjunto de todos os subconjuntos
de A em conjunto de Pares de A

$$\underline{\text{Ex}} \quad A = \{a, b, c, d\}$$

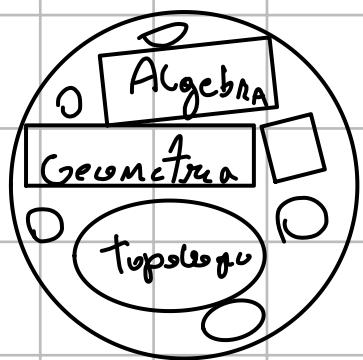
$$2^A = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{ab\}, \{ac\},$$

$$\{b \in \mathbb{Z}^+, A\} \quad \# 2^A = 8 = 2^3 = 2^{\#\mathcal{A}}$$

Semjuntante $\text{ele} \in \text{cony}$
 $\text{cony} \subseteq \text{cony}$

ALGEBRA = Estrutura Matemática

$$A = \left(\begin{array}{l} \text{Coleta} \\ \text{de} \\ \text{Obj} \end{array}, \begin{array}{l} \text{Conj} \\ \text{de} \\ \text{Operações} \end{array} \right) \Leftrightarrow \left(\begin{array}{l} \mathbb{R} \\ \mathbb{N} ; \{ +, -, *, / \} \\ \mathbb{Z} \end{array} \right)$$



$$\text{Alg}_{\text{conjunto}} \left(\text{conjuntos}, \{ \cup, \cap, -, * \} \right)$$

UNIÃO (\cup)

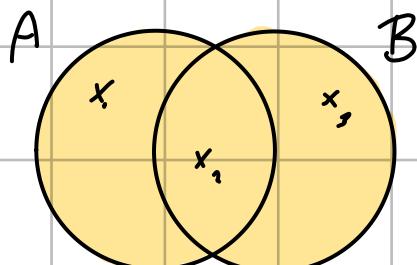
A, B são conjuntos quaisquer

$$A \cup B = \{ x / x \in A \text{ ou } B \}$$

$$\text{Ex: } A = \{ 1, 8, f \}$$

$$B = \{ 1, 9, 9, 15 \}$$

$$A \cup B = \{ 1, 8, f, 9, 9, 15 \}$$



$$\text{Ex: } A = \{ \text{PC, laptop, smartphone} \}$$

$$B = \{ \text{laptop, netbook, supercomp} \}$$

$$A \cup B = \{ \text{PC, laptop, smartphone, netbook, supercomp} \}$$

Interseção (\cap)

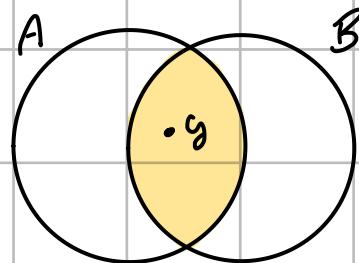
$A, B \subseteq \text{conjunto qualquer } (A, B \subseteq U)$

$$A \cap B = \{y / y \in A \text{ e } y \in B\}$$

$$A = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$B = \{2, 4, 6, 8\}$$

$$A \cap B = \{2, 4\}$$



Ex $X = \{a, b, c\} \quad X \cap Y = \{\emptyset\}$

$$Y = \{d, e, f\}$$

Diferença ($A - B$)

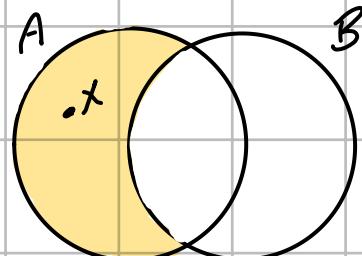
$$A - B = \{x / x \in A \text{ e } x \notin B\}$$

$$A = \{c, d, f\}$$

$$B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$A - B = \{d, f\}$$

Ex 2



$A = \text{Todos os comp. com um processador}$

$B = \text{Todos os comp. com dois processadores}$

$$A - B = \emptyset \quad A \cap B = \emptyset$$

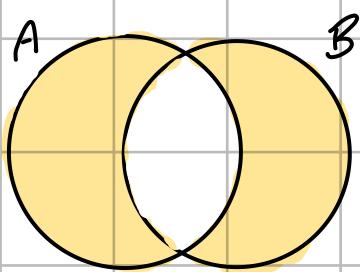
$$B - A = \emptyset$$

Diferença simétrica ($A \Delta B$) ou $A \oplus$

$$A \Delta B = (A - B) \cup (B - A)$$

$$A \Delta B = \{x / x \in A - B \text{ e } x \in B - A\}$$

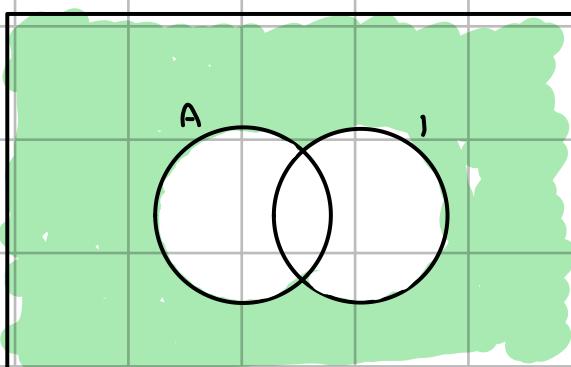
$$x / x \notin A \cap B\}$$



AULA 9

1º/9/24

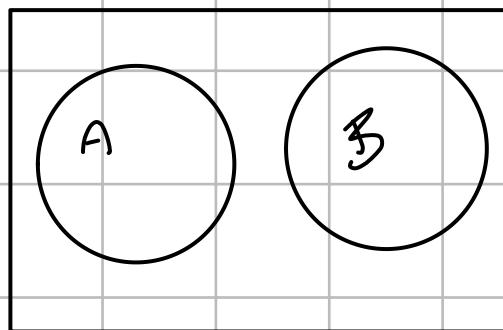
De Morgan



$$(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$$

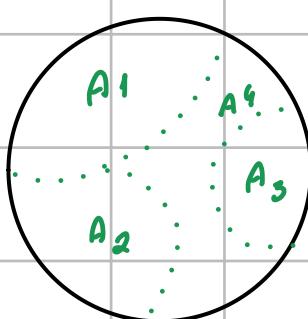
Conjunto disjunto

$$\text{Intersetção} = \emptyset$$



$$A \cap B = \emptyset$$

Partição



$$\bigcup A_i = A$$

a união de todos os partições
fazem A

$$\mathcal{P} = \{A_1, A_2, A_3, A_4\}$$

No Centro de Ciências da UFSC

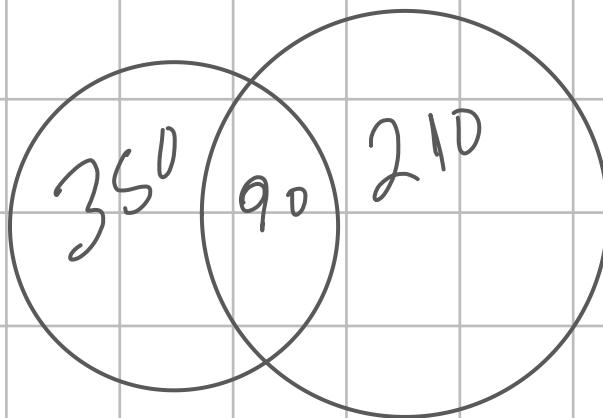
alunos 350 fazem matemática

210 fazem o curso de algoritmo

e 90 fazem os dois

- 1 - Quantos alunos estudam apenas matemática
- 2 - Quantos estudam apenas algoritmo
- 3 - MATDox e/ou algoritmo
- 4 - Não Estudam em nenhum

$$A = 630$$



900 descontado

260

Dois Matemáticos

120

$$260 + 120$$

$$\underline{380}$$

$$630$$

$$\underline{-380}$$

250 Quem não fez
nenhuma

970 ~~bez~~ quem só delive^r

Aula 10 19/9/24

Definição Recursiva

DR {
- Base
- Passo
- Fecho

X {
↳ Open
↳ Close

Método para construir um
conjunto

Base : conjunto finito de elementos

Passo : conjunto de operações para construir

Novos elementos do conjunto

Fecho : Quais elementos faz parte do conjunto

Exemplo Define-se conjunto N

- Base: $0 \in \mathbb{N} \Rightarrow \text{Base} = \{0\}$

- Passo: sucessor (o próximo)

$$1 = \text{succ}(0)$$

$$2 = \text{succ}(\text{succ}(0))$$

...

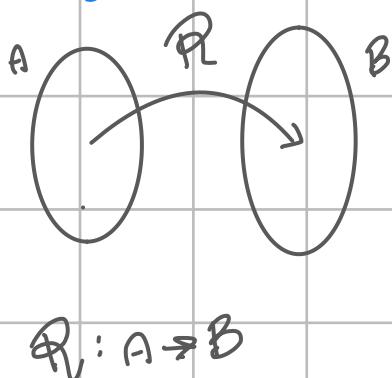
- Fecho: Qualquer número natural pode ser obtido da base e

pela aplicação das operações suc Ex. $2 \in \mathbb{N}?$ BASE
aplicar succ

Sequência

Conjunto obj \Rightarrow associado a um INDICE (num. N)

Relación: Un par de conjuntos del Plano Cartesiano de A e B



Un $R: A \rightarrow B$ se dice R **relación con A**

$$n = \#(A \times B)$$

$$R \subseteq A \times B$$

$$R \left\{ \begin{array}{l} \text{MAX } n \\ \text{MIN } 0 \end{array} \right.$$

Visualización de relaciones

1. Tabla A

$$\equiv$$

2. Diagrama

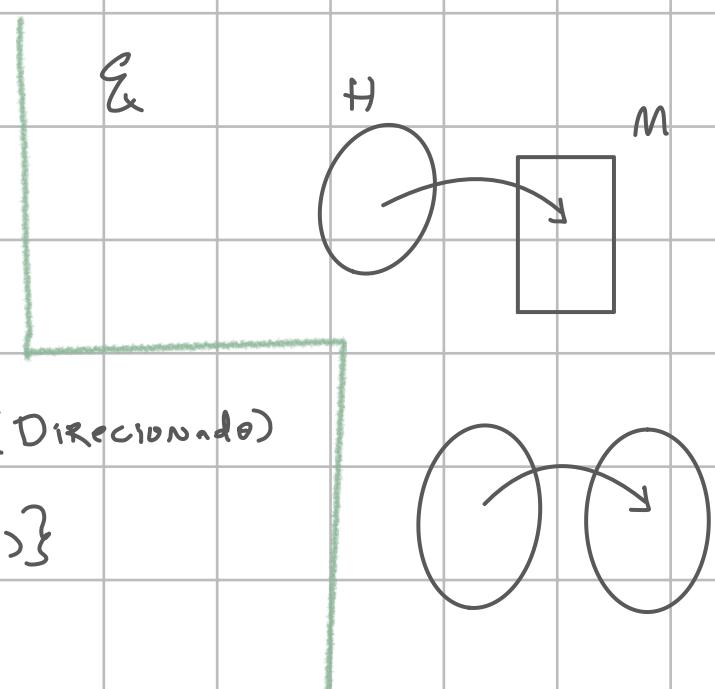


3. Grafo

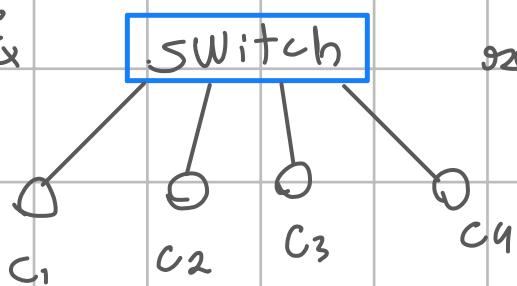


(Dirigido)

4. Conjuntos $\{((),(),())\}$



E

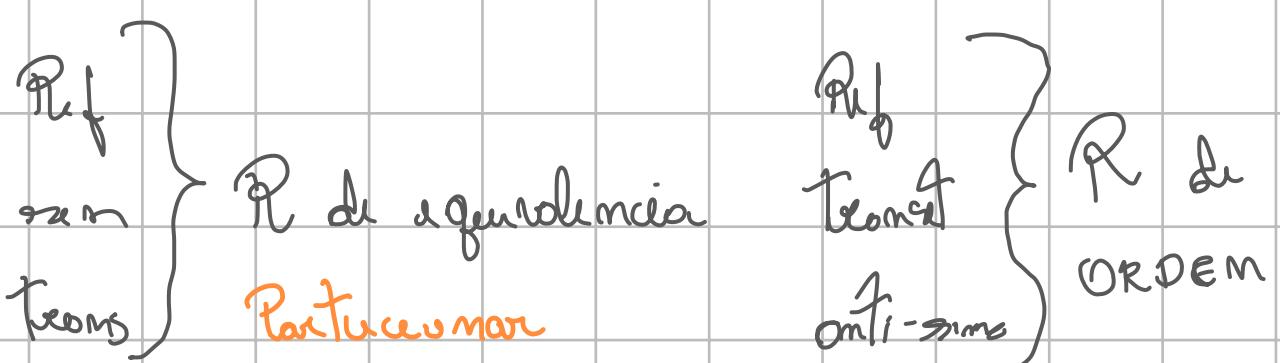


se o switch para el funcionamiento normal

de los computadores se selecciona.

Tipos de R

- Reflexiva \rightarrow aRa conigo mismo
- simétrica \rightarrow $aRb \Rightarrow bRa$
- transitiva \rightarrow $aRb, bRc \Rightarrow aRc$
- Anti-Simétrica $\rightarrow aRb, bRa \Rightarrow a=b$



Reflexiva

$$R_1 = \{(2,2), (q,q), (f,f)\} \quad \checkmark$$

$$R_2 = \{(2,2), (q,q), (f,f), (f,q)\} \quad \checkmark$$

$$R_3 = A \times A \quad \checkmark$$

$$R_4 = \emptyset \quad \times$$

Transfira

$$R_5 = \{(2,q), (q,p), (2,p)\}$$

$$R_6 = \{(f,q), (q,f), (f,p)\}$$

SIMETRICA

$$R_7 = \{(2,q), (q,2)\}$$

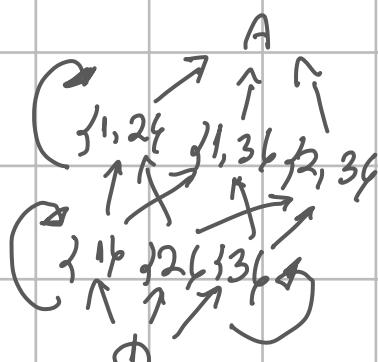
$$R_8 = \{(q,f), (f,q), (f,q)\} \quad \times$$

$$R_9 = A \times A \quad \checkmark$$

$$R_{10} = \emptyset \quad \times$$

$$\text{Ex } A = \{1, 2, 3\}$$

$$\mathcal{P}(A) = 2^A = 8$$



$R : A \rightarrow B$

$$= \{(a, b) / a \in A, b \in B\}$$

$R : A \rightarrow A$ (sobre)

Equivalências

R

\cup

$+ \quad \quad \quad$ Particionar o

\cap Comp em partes

de equivalências

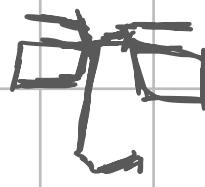
Ordem

R

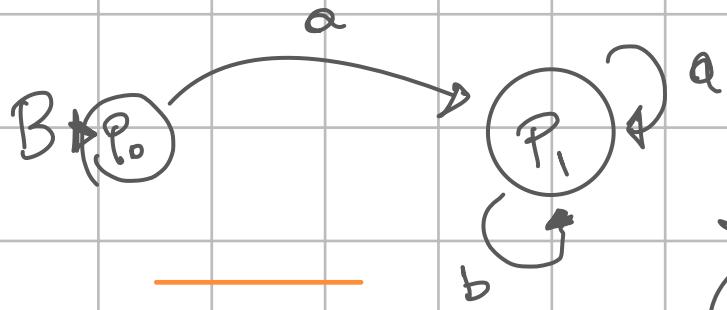
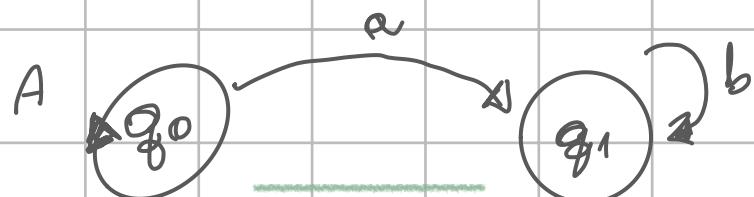
\cup

$+ \quad \quad \quad$ Ordinar / classificar

\cap os conjuntos



Maquina de Estado



$a^n b^m c^k$

aabbbaaa

abbbb

aaabbb

$\rightarrow ab^n$

As duas relações conseguem possuir $a b^N$

Nesse caso as duas relações são equivalentes
nos outros não

Relações de ordem

R é de ordem Parcial sobre A

se R é reflexiva, Anti-simétrica e transitiva

$$\forall a \in A : a \leq a \quad (R)$$

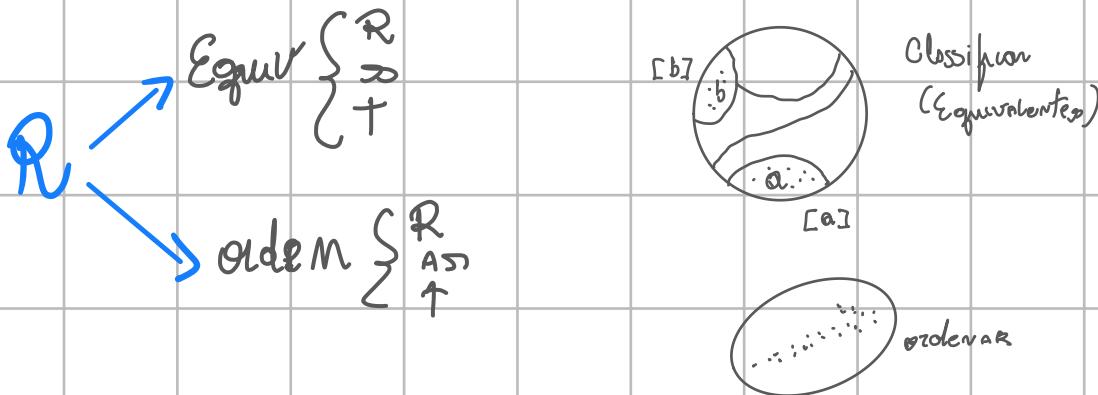
$$\text{se } a \leq b \text{ e } b \leq c \rightarrow a \leq c \quad (+)$$

$$\text{se } a \leq b \text{ e } b \leq a \rightarrow a = b \quad (\text{AS})$$

CPO = Poset

conjunto Parcialmente ordenado

AULAS 29/10/24



$$R : A \rightarrow A$$

$(A, R) = \text{CPO} (\text{conjunto Parcialmente ordenado})$

$$A = \{a, b, x\}$$

CPO

- Elemento minimo
 $m \in A$ è minimo se $\forall R_x, \forall x \in A$

$R = \text{ord Alf}$

(A, Alf)

$a \geq b \Rightarrow x$

E $A = \{2, 8, 9, 25\}$

$R : \geq$

(A, R) = CPO

$25 \geq x \quad \forall x \in A$

$25 \geq 2$

$25 \geq 8$

$25 \geq 9$

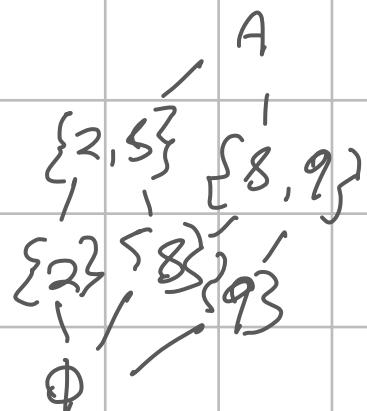
$25 \geq \cdot$

25 elemento minimo

$A = \{2, 8, 9\}$

$2^A = \text{compenso Potenzaia}$

= subcompenso



Elemento minimo

\emptyset

Elemento Maximo

m è elemento MAXIMO di A se $\forall R \in \text{Alf}$ $\forall x \in A$

$x R y$

min

MAX

Conceção de compatibilidade (Lei da Tricotomia)

$$A = C.P.O$$

$a R b \} \text{ Porem, NÃO ambos}$
 ou
 $b R a$

Conjunto totalmente ordenado

$$A_{TO} = R + As + T + \text{Lei da Tricotomia}$$

$$\text{Ex } A = \{2, 8, 9, 25\}$$

$$R: < \quad 2 < 8 < 9 < 25$$

Definição de antecessor + sucessor

$$A = C.P.O$$

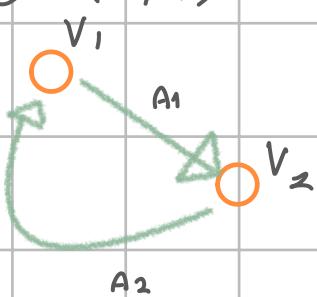
$$a, b \in A$$



AULA 16 29/10/24

Gráfico Dirigido

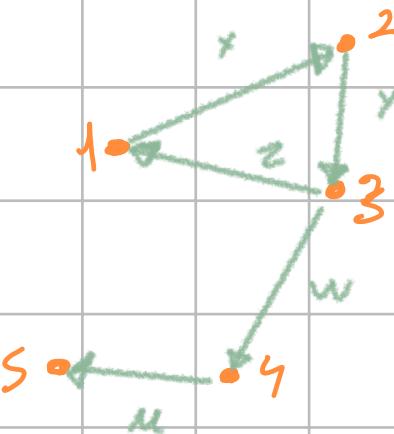
$$G = (V, A)$$



$V = \text{conjunto não vazio de vértices}$

$A = \text{conjunto de arestas que ligam um vértice a outro}$

Ex



$$G = (\{1, 2, 3, 4, 5\}, \{x_1, y_1, z_1, w_1, u_1\})$$

GRAFOS São muito importantes para computação

Diagrama de HASSE

$$(A, R) = \text{CPO}$$

Um diagrama de um CPO, é um conj.
de vértices v, v_2, \dots que são elementos de A , juntando com um
conjunto de arestas (v_i, v_j) de $v_i R v_j$. ou seja

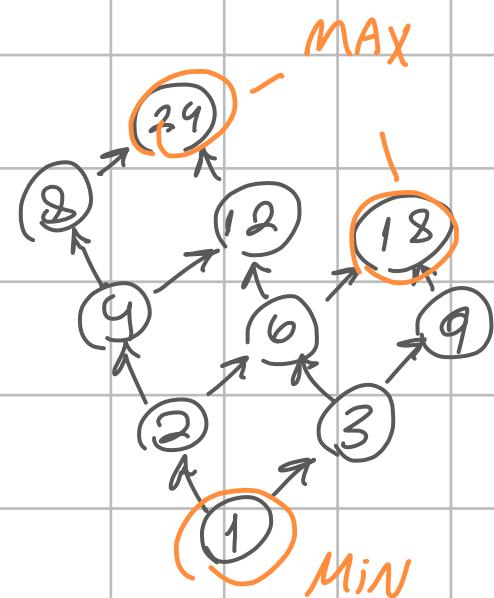
O diagrama de Hasse é um grafo dirigido

Exemplo

$$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24\}$$

R = "divide"

$$(A, R) =$$



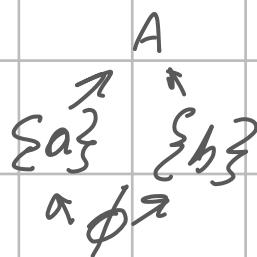
Exemplo 2

$$A = \{a, b\}$$

2^A = conjunto das subconjuntos

$$R = \subseteq$$

$$(2^A, R) = \text{CPO}$$



• Montar Diagrama de Hasse de grupo circular !



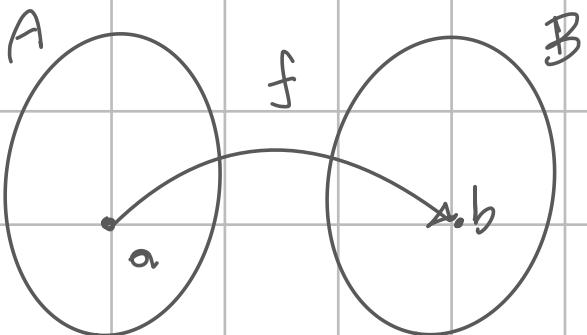
Aula 1º

31/10/24

Funções Parciais

Def $f : A \rightarrow B$

$$f(a) = b$$



A, B

$$A \times B = \{(x, y) / x \in A, y \in B\}$$

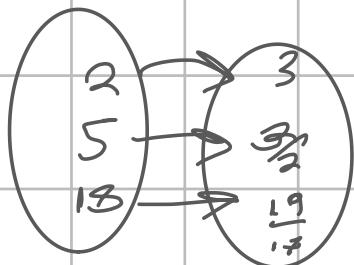
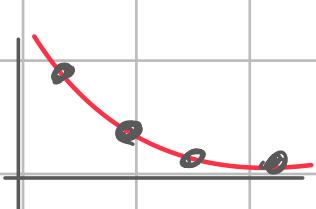
$$R = \{(a, b) / a R b\}$$

$$R \subseteq A \times B$$

$$f \subseteq R \subseteq A \times B$$

f é uma função parcial se $f \subseteq A \times B$ tal que

se $(a, b) \in f$ e $(a, c) \in f$ então $b = c$



$$g(x) = \frac{x+1}{x-1}$$

$$g = \{(2, 3), (5, 15), (18, 19)\}$$

Funções Totais

$f: A \rightarrow B$ tal que $f(a) = b$

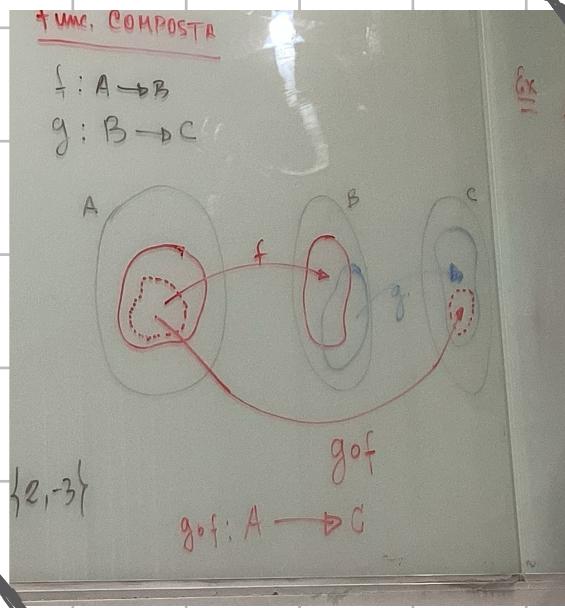
f é total se para $\forall a \in A$, $\exists b \in B$ tal que $f(a) = b$

$x \in \mathbb{N}$ $f(x) = \frac{x}{1-x}$ não é total para 1 não faz parte

Função Composta

$f: A \rightarrow B$

$g: B \rightarrow C$



1 O que é função inversa?

2 O que é função biunívoca?

3 Função Inversa?

4 O que é extensão?

5 O que é restricção?



Inventor dos Grafos: Euler

GRAFOS

Vertice

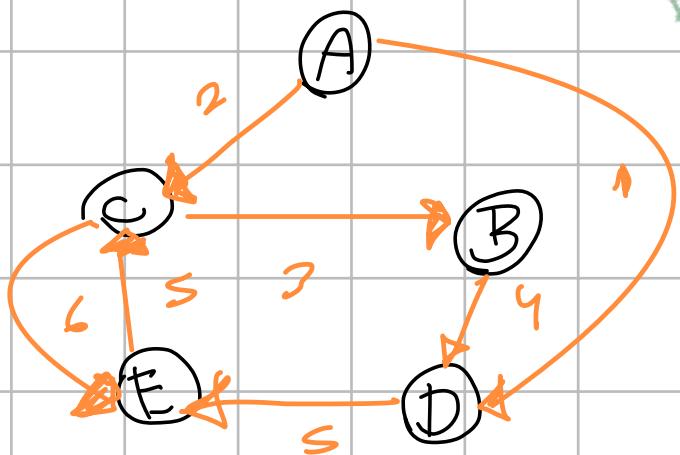
Função

não descritiva

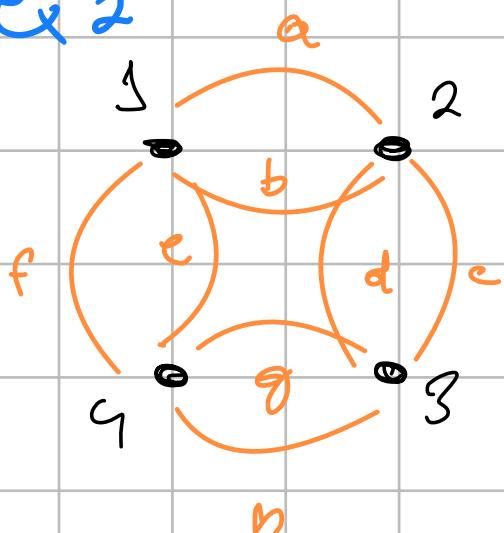
$$G = (V, A, \varphi) \xrightarrow{\quad} \text{descritiva}$$

Aresta

Ex1



Ex 2



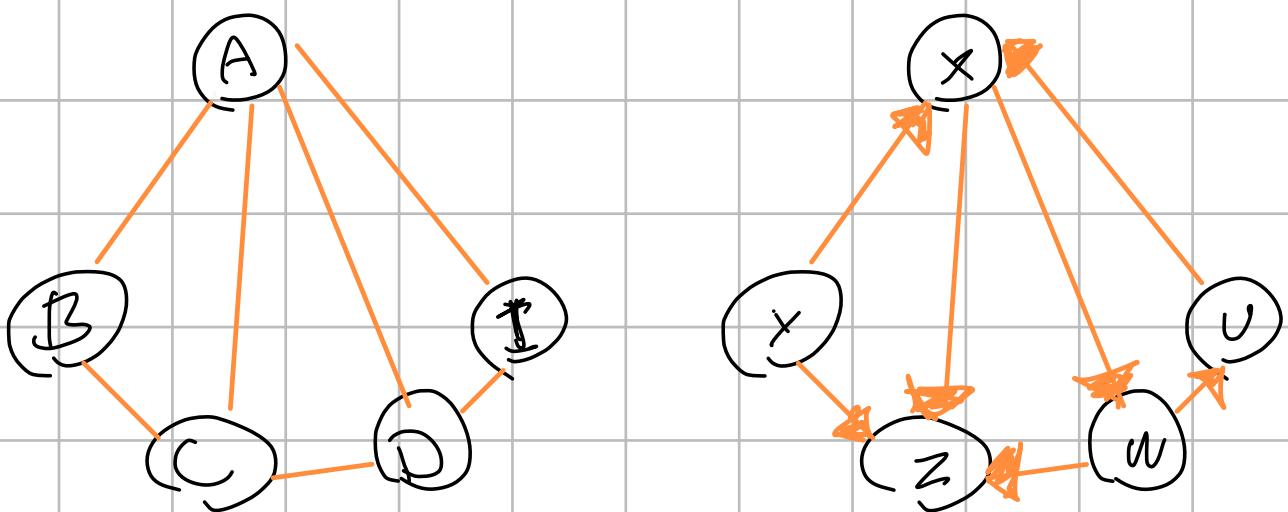
$$\varphi(1, 2) = a = \varphi(2, 1)$$

$$\varphi(2, 1) = b = \varphi(1, 2)$$

GRAU De Um Vertice

$$\# R = \begin{cases} \text{um numero inteiro} \end{cases}$$

$$\varphi R(v) = \sum_{e \in \text{arestas de } v} \text{os numeros das arestas que incidem no vertice}$$



$$gr_R(A) = 4$$

$$gr_R(B) = 2$$

$$gr_R(C) = 3$$

...

$$gr_R(X) = 2$$

$$gr_R(Y) = 0$$

$$gr_R(U) = 1$$

$$gr_R(Z) = 3$$

$$gr_R(W) = 1$$

Teorema do grau R/ G Ñ Direcionado

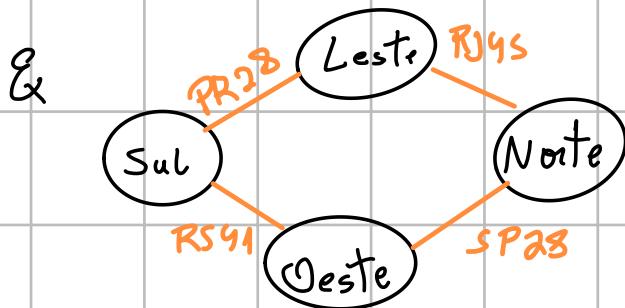
$$\sum_{i=1}^N gr_R(v_i) = Q_N$$



Teorema Qualquer grafo ñ direcionado

Tem um numero par de vertices de grau Impar

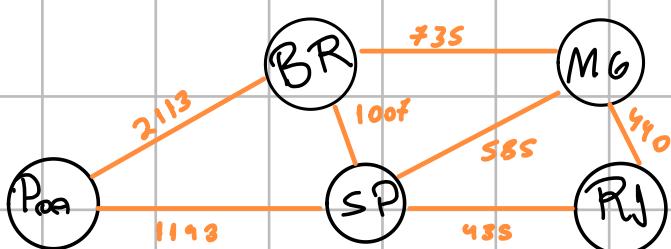
GRAFO Rotulado



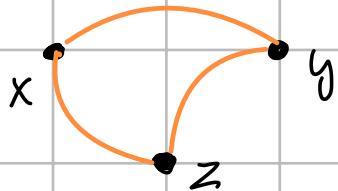
E' um grafo com informações
nos vertices ou arestas

Grafo c/ Pesos

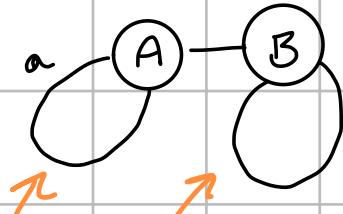
É um grafo restruído com informações numéricas nos vértices ou nos arcos



Vértices adjacentes



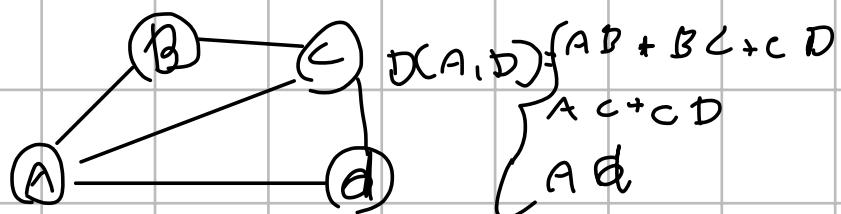
Lado



É uma aresta onde os extremos
não o mesmo vértice

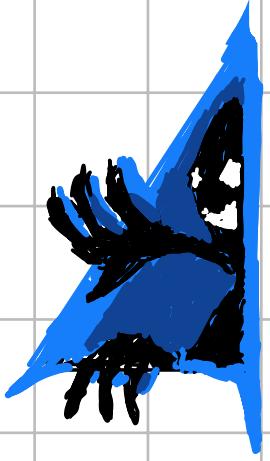
Distância

Somatório de arestas

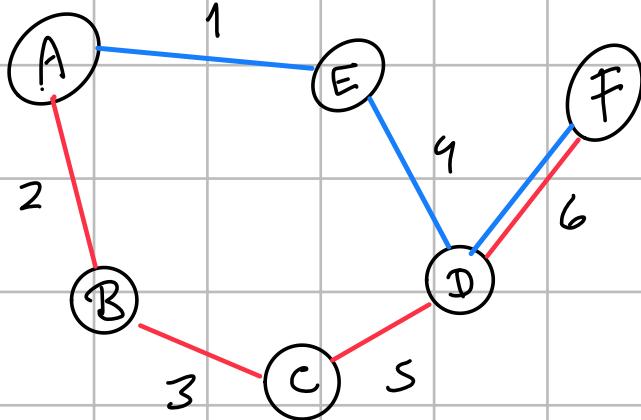


Aula 20

Comunidade



- distância Percorrida



- Circuitos perfeitos
- Grafo de exemplo

- Caminho.

▷ Síncero

○ Fim

Exemplo A → D:

2-3-5 , 1-4 , 2-1-4 , 2-3-4-4

- Complemento

Número de arestas no caminho

É um número Natural

B P/B

○ B

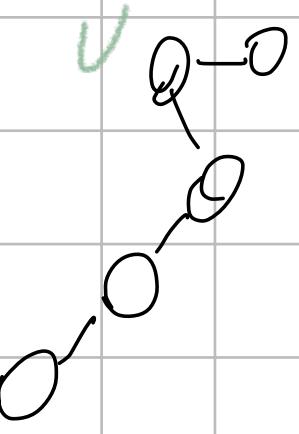
Complemento = 1

○ B

complemento = 0

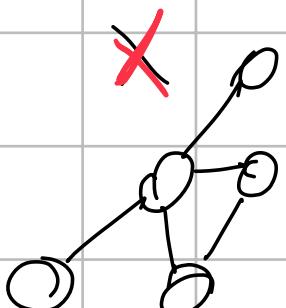
- Comentário simples

não respeite vértices nos comentários



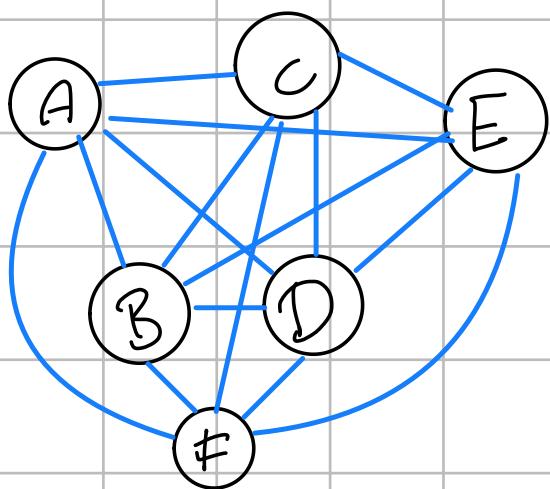
- Trilha

Comentário onde não respeite arestas



- Grafo conexo

É um grafo onde existe uma aresta entre cada 2 vértices



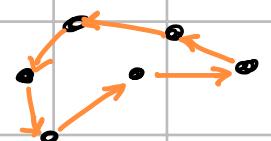
Todos os vértices X
tem acesso direto
a todos vértices Y

- Ciclo

É um comentário onde o vértice inicial é igual ao final das
os mesmos

Ex: A-B-C-A, B-D-E-F-B

N respeite Vértice e ARRESTA



- Arcos paralelos \rightarrow



- Grafos Simples não tem arcos paralelos e laços

Aula 21 28/11/24

- Grafo Atravesável

Caminho percorre os vértices e percorre cada aresta uma vez apenas.

- Grafo Eulíziano (\tilde{NRA})

se existe talha atravesável fechada

- Grafo Hamiltoniano ($\tilde{NRV} \cdot \tilde{NRA}$)

caminho simples e é fechado

sol

- Grafo Regular de grau K

K -grado

Onde $Todos \rightarrow$ Vértices

Têm grau K

graus de um agente



$$gR(A) = 3$$

$$gR(B) = 6$$

• O - opção (não tem arresto)

Ex A
 B C

2 opção

(A) (B)

