NÚMEROS INTEIROS E OPERAÇÕES

Neste módulo estudaremos a estrutura de cada uma das quatro operações fundamentais nos números inteiros.

NÚMEROS INTEIROS

É o conjunto formado pelos números naturais 1, 2, 3, 4, 5, etc, pelo número 0 e pelos números negativos -1, -2, -3, -4, -5,etc. Costumamos escrever $\mathbb{Z} = \{..., -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, ...\}$ para denotar esse conjunto. As reticências (....) no início e no final da representação indicam que é possível continuar a escrever tantos inteiros quanto desejarmos, para a esquerda ou para a direita.

Em geral, podemos dizer que

> Para cada número inteiro **a** existe um número inteiro **b** tal que a soma dos dois é igual a **zero**. Esses dois inteiros cuja soma é zero são chamados simétricos.

OPERAÇÕES FUNDAMENTAIS

ADIÇÃO

$$\boxed{A + B = C}$$

Os **A** e **B** são as **parcelas**, enquanto o termo **C** é a **soma** ou **total.**

SUBTRAÇÃO

$$\boxed{M - S = R}$$

Onde **M** é o **minuendo**, **S** o **subtraendo** e **R** é o **resto** ou **diferença.**

Propriedades da subtração

a. A soma dos três termos é sempre igual ao dobro do minuendo.

$$\boxed{M + S + R = 2M}$$

Exemplo:

Na subtração 15 – 7 = 8, temos M = 15, S = 7 e R = 8. Logo M + S + R = 15 + 7 + 8 = 30 = 2M

b. Se aumentamos ou diminuímos de certo número o minuendo, o resto fica aumentado ou diminuído desse mesmo valor.

Exemplo:

Na subtração 25 – 10 = 15 e 29 – 10 = 19 , podemos notar que o minuendo foi aumentado de 4 unidades com isso o resto também ficou aumentado de 4 unidades.

c. Se aumentamos ou diminuímos de certo número o subtraendo, o resto fica diminuído ou aumentado desse número, nessa ordem.

Exemplo:

Na subtração 25 – 10 = 15 e 25 – 15 = 10, podemos notar que o subtraendo foi aumentado de 5 unidades, logo o resto ficou diminuído de 5 unidades.

MULTIPLICAÇÃO

$$\boxed{A \times B = C}$$

Onde **A** é o **multiplicando**, **B é o multiplicador** e **C** o **produto** ou **total**. Os números **A** e **B** também podem ser chamados de **fatores**.

DIVISÃO

$$\begin{array}{l|l} D & d \\ \hline r & q \end{array}$$

Onde **D** é o **dividendo**, **d** é o **divisor**, **q** o **quociente** e **r** o **resto.**

Propriedades da divisão:

a. Em toda divisão, o dividendo é igual ao divisor multiplicado pelo quociente mais o resto.

$$\boxed{D = d \cdot q + r}$$

Exemplo:

$$\begin{array}{l|l} 32 & 5 \\ \hline 2 & 6 \end{array}$$

Temos: D = 32, d = 5, q = 6 e r = 2.

Note que 32 = 5 · 6 + 2

b. O maior resto que podemos obter em uma divisão de dividendo, divisor e quociente natural não nulo, é sempre igual ao divisor menos uma unidade.

c. Em uma divisão, quando multiplicamos ou dividimos o dividendo e o divisor por um mesmo número diferente de zero, o quociente não se altera, porém o resto fica multiplicado ou dividido por esse número.

d. Toda divisão de resto zero é chamada divisão exata.

Exercício Resolvido

01. A soma de três parcelas vale 728. Se aumentarmos a 1° parcela em 23 unidades, diminuirmos a 2° parcela em 13 unidades e aumentarmos a 3° parcela em 45 unidades, qual será o novo valor da soma?

a) 753
b) 763
c) 773
d) 783
e) 793

RESOLUÇÃO: D

Sejam as parcelas a, b e c. Logo a + b + c = 728. Considerando as alterações nas parcelas vamos obter a + 23, b - 13 e c + 45. Efetuando a soma encontraremos a + b + c + 55, como a + b + c = 728. Temos como valor final 55 + 728 = 783.

Exercício Resolvido

02. A soma dos três termos de uma subtração é 156. Determine o valor do minuendo.

a) 70
b) 74
c) 78
d) 82
e) 90

Resolução: C

Usando a propriedade da subtração temos que a soma dos três termos é igual ao dobro do minuendo. Logo 2M = 156, assim M = 78

Exercício Resolvido

03. O produto de dois números é 512. Aumentando-se um deles em 7 unidades, o produto fica aumentado de 112 unidades. Determine o menor dos números.

a) 16
b) 23
c) 32
d) 39
e) 48

Resolução: A

Sabemos que $a \cdot b = 512$ e que $a \cdot (b + 7) = 512 + 112$. Com isso vamos encontrar que $a \cdot b + 7a = 512 + 112$ como $a \cdot b = 512$ então $7a = 112$, assim $a = 16$ e $b = 32$.

Exercício Resolvido

04. Em uma divisão, o divisor vale 12 e o quociente é 9. Determine o dividendo, sabendo que o resto é o maior possível.

a) 117
b) 118
c) 119
d) 120
e) 121

Resolução: C

Sabendo que o resto é o maior possível, então o valor do resto vai ser igual a 11.

Logo $D = 12 \cdot 9 + 11 = 119$

Exercício Resolvido

05. Determine os números naturais. Maiores que zero que, ao serem divididos por 8, apresentam resto igual ao dobro do quociente.

a) 10,20,30
b) 10,20,40,50
c) 20,30,40,60
d) 30,40,80
e) 40,50,70

Resolução: A

$R = 2q$, usando a relação entre os elementos da divisão vamos encontrar que $D = 8 \cdot q + 2q$, logo $D = 10q$.

Lembrando que o maior resto possível é 7 temos que $2q \leq 7$ e logo os valores possível para q = {1, 2, 3}. Com isso os únicos naturais que satisfazem todas as condições são 10, 20 e 30.

EXERCÍCIOS DE TREINAMENTO

01. Os 625.000 tiros de fuzil devem ser acondicionados em caixas com capacidade de 250 tiros cada uma. Serão necessárias, portanto:

a) 2500 caixas
b) 25000 caixas
c) 250 caixas
d) 25 caixas
e) 1000 caixas

02. Numa subtração, o resto é 6012 e o minuendo é o quádruplo do subtraendo. A diferença entre o resto e o subtraendo, nesta ordem, é:

a) 2004 b) 6012 c) 8012 d) 1503 e) 4008

03. A soma de dois números é 329. Na divisão do maior pelo menor, obtém-se quociente 13 e o resto é o maior possível. Qual o maior número?

a) 301 b) 303 c) 305 d) 307 e) 309

04. Consideram-se todas as divisões em que seus termos são inteiros positivos, o divisor é 325 e o quociente é igual ao resto.

O número de tais divisões é:

a) 124 b) 180 c) 200 d) 320 e) 324

05. Um candidato a Soldado da policia militar conseguiu atingir, numa corrida, o índice de 2400m dentro do tempo máximo previsto. Se ele deu 6 voltas completas na posta de atletismo o comprimento dessa pista, em metros, é :

a) 300 b) 350 c) 400 d) 450 e) 500

06. Num campeonato de voleibol realizado entre grupamentos de incêndio, foram inscritas 24 equipes. Cada equipe é formada por 6 jogadores titulares e 6 jogadores reservas. O número de jogadores inscritos para a disputa desse campeonato corresponde a:

a) 144 b) 288 c) 432 d) 576 e) 864

07. Um certo caminhão-pipa, totalmente cheio, transporta 51.000 litros de água. No caso de um incêndio este caminho libera 3.000 litros de água por hora. Nestas condições, o tempo máximo em que este equipamento pode ser utilizado no combate a um incêndio é de:

a) 10 horas
b) 13 horas
c) 15 horas
d) 17 horas
e) 20 horas

08. Dividindo-se um número inteiro de dois algarismos pela soma de seus algarismos, qual o maior resto possível?

a) 9 b) 13 c) 15 d) 16 e) 17

TEXTO PARA AS QUESTÕES 09 E 10:

Para aprovar um projeto no Senado de um pais fictício são necessários os votos da metade dos senadores mais 1 voto. O total de senadores é 86. No dia da votação de um projeto estão presentes 38 que votam a favor, 34 que votam contra e 12 que estão indecisos.

09. Para garantir a aprovação do projeto, o número de votos indecisos que deve ser conquistado, é:

a) 4 b) 6 c) 8 d) 10 e) 12

10. Se alguns senadores indecisos resolverem votar contra, a quantidade mínima desses votos que impede a aprovação do projeto é :

a) 6 b) 7 c) 8 d) 9 e) 10

EXERCÍCIOS DE COMBATE

01. Um elevador pode carregar no máximo 450 kg. Devem ser transportadas 50 pessoas de 70 kg. Qual o número mínimo de viagens?

a) 8
b) 9
c) 10
d) 11
e) 12

02. Um dado elevador pode transportar, com segurança, no máximo, uma tonelada. Supondo-se que esse elevador esteja transportando três pessoas com 67 kg cada , seis pessoas com 75 kg cada e três pessoas com 82 kg cada, qual o número máximo de pessoas com 56 kg cada que ainda poderiam ser transportadas sem risco de sobrecarga?

a) 1
b) 2
c) 3
d) 4
e) 5

03. Um conjunto é constituído por sete números, cuja a soma é igual a 220. Cada número desse conjunto é aumentado de 20 unidades, depois multiplicado por 5 e, finalmente, subtrai-se 20 unidades de cada produto. A soma dos números do novo conjunto assim obtido é:

a) 780
b) 870
c) 1100
d) 1660
e) 1780

04. Qual o número mínimo de pessoas que deve haver em um grupo para que se possa garantir que neste grupo haja pelo menos 5 pessoas nascidas no mesmo mês?

a) 45
b) 46
c) 47
d) 48
e) 49

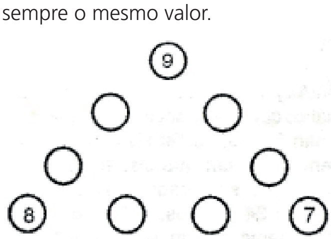
05. O resto da divisão do inteiro n por 12 é igual a 7. O resto da divisão de n por 4 é:

a) 0
b) 1
c) 2
d) 3
e) 4

06. Um número N é da forma 12k + 10, com $k \in \mathbb{N}$. Quais os menores números naturais que devemos somar e subtrair de N para que os resultados obtidos sejam divisíveis por 6?

a) 2 e 4
b) 10 e 14
c) 2 e 6
d) 1 e 4
e) 5 e 9

07. No triângulo desenhado abaixo os pequenos círculos deverão ser preenchidos com os algarismos significativos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9, sem repeti-los, de modo que nos vértices sejam colocados os algarimos 7, 8 e 9, e que a soma dos algarismos dos 4 círculos em cada lado tenha sempre o mesmo valor.



Assim, essa soma será:

a) 19
b) 21
c) 23
d) 25
e) 27

08. Numa divisão, o resto é 1001 e o quociente é 5. Se a diferença entre o dividendo e o divisor for 8929, então o divisor será:

a) 7928
b) 1002
c) 9930
d) 1982
e) 1585,6

09. Um torneio de judô é disputado por 10 atletas e deve ter apenas um campeão. Em cada luta não pode haver empate e aquele que perder três vezes deve ser eliminado da competição. Qual o número máximo de lutas necessárias para se conhecer o campeão?

a) 27
b) 28
c) 29
d) 30
e) 31

10. Uma fábrica de fósforos usa as seguintes definições:

- caixa: conjunto de 45 fósforos
- maço: conjunto de 10 caixas
- pacote: conjunto com 12 maços

Dividindo-se 13 pacotes, 5 maços,8 caixas e 22 fósforos por 8, obtém-se um número p de pacotes, m de maços, c de caixas, f de fósforos, tais que p + m + c + f é igual a:

a) 25
b) 26
c) 27
d) 28
e) 29

GABARITO

EXERCÍCIOS DE TREINAMENTO

01. A	04. E	07. D	10. D
02. E	05. D	08. E	
03. D	06. B	09. B	

EXERCÍCIOS DE COMBATE

01. B	04. E	07. C	10. A
02. A	05. D	08. D	
03. D	06. C	09. C	

ANOTAÇÕES

ANOTAÇÕES