NOÇÕES DE LÓGICA MATEMÁTICA E CONJUNTOS

CONCEITOS INICIAIS DO RACIOCÍNIO LÓGICO

O conceito mais elementar no estudo da lógica é o de **Proposição**. Trata-se de uma **sentença** – algo que será declarado por meio de palavras ou de símbolos – e cujo conteúdo poderá ser considerado **verdadeiro** ou **falso**. Então, se afirmarmos "a Terra é maior que a Lua", estaremos diante de uma **proposição**, cujo **valor lógico** é verdadeiro.

Quando falarmos em **valor lógico (VL)**, estamos nos referindo a um dos dois possíveis juízos que podemos atribuir a uma proposição: **verdadeiro (V)** ou **falso (F)**. E se alguém disser: "Feliz Ano Novo!", *s*erá que isso é uma proposição verdadeira ou falsa? Nenhuma das duas, pois não se trata de uma sentença para a qual se possa atribuir um valor lógico.

Concluímos que:

- sentenças exclamativas: "Socorro!"; "Feliz aniversário!"
- sentenças interrogativas: "Qual é o seu nome?" ; "Será que vai chover?"
- sentenças imperativas: "Estude mais."; "Feche a porta."

... não serão estudadas neste curso. Serão estudadas somente as sentenças declarativas – que podem ser reconhecidas como verdadeiras ou falsas. Geralmente, as proposições são representadas por letras minúsculas (p, q, r, s, etc).

São exemplos de **proposições:**

p: Lucas é médico.

q: $5 < 3$

r: Ana foi ao cinema ontem à noite.

Na linguagem do raciocínio lógico, ao afirmarmos que é **verdade** que Lucas é médico (proposição **p** acima), representaremos isso apenas com: **VL(p) = V**, ou seja, o **valor lógico de p é verdadeiro**. No caso da proposição **q**, que é falsa, diremos **VL(q) = F**.

Há alguma proposição que pode, ao mesmo tempo, ser verdadeira e falsa? Não! Porque o Raciocínio Lógico está embasado em alguns **princípios** que deverão ser sempre obedecidos. São os seguintes:

- Uma proposição verdadeira é verdadeira; uma proposição falsa é falsa. (**Princípio da Identidade**);
- Nenhuma proposição poderá ser verdadeira e falsa ao mesmo tempo. (**Princípio da Não-Contradição**);
- Uma proposição ou será verdadeira, ou será falsa: não há outra possibilidade. (**Princípio do Terceiro Excluído**).

As **proposições** podem ser classificadas em **simples** ou **compostas**. Serão proposições simples aquelas que vêm sozinhas, desacompanhadas de outras proposições.

Exemplos:

Todo homem é mortal.

O novo papa é alemão.

No entanto, se duas (ou mais) proposições vêm conectadas entre si, formando uma só sentença, estamos diante de uma proposição composta.

Exemplos:

Carlos é médico **e** Antônio é dentista.

Soraya vai ao cinema **ou** Roberta vai ao circo.

Ou Josias é baiano, **ou** é paulista.

Se chover amanhã de manhã, **então** não irei à praia.

Comprarei uma mansão **se e somente se** eu ganhar na loteria.

Nas sentenças acima estão destacados os vários tipos de conectivos – chamados de **conectivos lógicos** – que podem estar presentes em uma proposição composta. Para dizer que uma proposição composta é verdadeira ou falsa depende de duas coisas:

1ª) do valor lógico das proposições componentes;

2ª) do tipo de conectivo que as une.

Observação

Por meio dos conectivos ligamos proposições simples e formamos as proposições compostas.

NOMES DOS SÍMBOLOS	LINGUAGEM VERBAL	LINGUAGEM SIMBÓLICA
Negação	Não	~
Conjunção	E	$\wedge$
Disjunção inclusica	Ou	$\vee$

CONECTIVO E: (CONJUNÇÃO)

Proposições compostas em que está presente o conectivo **"e"** são ditas **conjunções**. Simbolicamente, esse conectivo pode ser representado por "$\wedge$". Então, se temos a sentença:

"Marcos é médico **e** Maria é estudante", poderemos representá-la apenas por:

$$p \wedge q$$

onde: p = Marcos é médico e q = Maria é estudante.

O **valor lógico** de uma proposição conjuntiva é descoberto da seguinte maneira: uma **conjunção** só será verdadeira, se ambas as proposições componentes forem também verdadeiras. Então, na sentença "Marcos é médico **e** Maria é estudante", só podemos concluir que essa proposição composta é **verdadeira** se for verdade, ao mesmo tempo, que Marcos é médico e que Maria é estudante.

Pensando pelo caminho inverso, temos que basta que uma das proposições componentes seja falsa, e a conjunção será – toda ela – falsa. Certamente o resultado falso também ocorre quando ambas as proposições componentes forem falsas. Essas conclusões podem ser resumidas em uma tabela (**tabela-verdade)**. Sejam as premissas:

p = Marcos é médico e **q** = Maria é estudante.

Se considerarmos que ambas são verdadeiras, a conjunção formada por elas (Marcos é médico **e** Maria é estudante) será também verdadeira. Teremos:

MARCOS É MÉDICO	MARIA É ESTUDANTE	MARCOS É MÉDICO E MARIA É ESTUDANTE
p	q	$p \wedge q$
V	V	**V**

Se for verdade apenas que Marcos é médico, mas falso que Maria é estudante, teremos:

MARCOS É MÉDICO	MARIA É ESTUDANTE	MARCOS É MÉDICO E MARIA É ESTUDANTE
p	q	$p \wedge q$
V	F	**F**

Por outro lado, se for verdadeiro que Maria é estudante, e falso que Marcos é médico, teremos:

MARCOS É MÉDICO	MARIA É ESTUDANTE	MARCOS É MÉDICO E MARIA É ESTUDANTE
p	q	$p \wedge q$
F	V	**F**

Enfim, se ambas as sentenças simples forem falsas, teremos que:

MARCOS É MÉDICO	MARIA É ESTUDANTE	MARCOS É MÉDICO E MARIA É ESTUDANTE
p	q	$p \wedge q$
F	F	**F**

As quatro situações exprimem todas as possibilidades para uma conjunção. Veremos a seguir, a **Tabela-verdade** que representa uma **conjunção**, ou seja, a tabela-verdade para uma proposição composta com a presença do conectivo **"e"**.

P	Q	$P \wedge Q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	**F**

É preciso que a informação da terceira coluna fique em nossa memória: **uma conjunção só será verdadeira, quando ambas as partes que a compõem também forem verdadeiras. E falsa nos demais casos.**

Uma maneira de assimilar bem essa informação seria pensarmos nas sentenças simples como promessas de um pai a um filho: "eu te darei uma bola **e** te darei uma bicicleta". Ora, pergunte a qualquer criança! Ela vai entender que a promessa é para os dois presentes. Caso o pai não dê nenhum presente, ou dê apenas um deles, a promessa não terá sido cumprida. Será, portanto, falsa! Entretanto, a promessa será verdadeira se as duas partes forem também verdadeiras! Na hora de formar uma tabela-verdade para **duas** proposições componentes (**p** e **q**), devemos saber que a tabela terá cinco linhas. Começamos, então, fazendo a seguinte estrutura:

P	Q

A coluna da primeira proposição terá a seguinte disposição: dois "vês" seguidos de dois "efes". Assim:

P	Q
V	
V	
F	
F	

Enquanto a variação das letras (V e F) para a premissa **p** ocorre de duas em duas linhas, para a premissa **q** é diferente: "vês" e "efes" se alternando a cada linha, começando com um V. Assim:

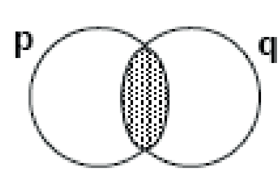
P	Q
V	V
V	F
F	V
F	F

Esta estrutura inicial é **sempre assim**, para tabelas-verdade de duas proposições **p** e **q**. A terceira coluna dependerá do **conectivo** que as une, e que está sendo analisado. No caso do conectivo **"e"**, ou seja, no caso da **conjunção**, já aprendemos a completar a tabela verdade:

Se as proposições **p** e **q** forem representadas como conjuntos, por meio de um diagrama, a conjunção "**p e q"** corresponde à **interseção** do conjunto **p** com o conjunto **q**. Assim:

P	Q	$P \wedge Q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	**F**

$p \cap q$



CONECTIVO "OU": (DISJUNÇÃO)

Recebe o nome de **disjunção** toda proposição composta em que as partes estejam ligadas pelo conectivo **ou**. Simbolicamente, representamos esse conectivo por "$\vee$".

Portanto, se temos a sentença: “Marcos é médico **ou** Maria é estudante”, em que **p** = Marcos é médico e **q** = Maria é estudante. Então, representaremos por:

$$p \vee q$$

Para formarmos uma tabela-verdade para uma **proposição disjuntiva** *b*asta nos lembrarmos da tal promessa do pai para seu filho. Vejamos: “eu te darei uma bola **ou** te darei uma bicicleta.” Nesse caso, a criança já sabe que a promessa é por apenas um dos presentes: Bola **ou** bicicleta. Ganhando de presente apenas um deles, a promessa do pai já valeu. É verdadeira. E se o pai resolver dar os dois presentes? Pense na cara do menino! Feliz ou triste? Felicíssimo! A promessa foi mais do que cumprida. Só haverá um caso, todavia, em que a promessa não se cumprirá: se o pai esquecer o presente, e não der nem a bola e nem a bicicleta. Será falsa toda a ***disjunção*.**

Concluímos: **uma disjunção será falsa quando as duas partes que a compõem forem ambas falsas! E nos demais casos, a disjunção será verdadeira!**

Vejamos as possíveis situações:

TE DAREI UMA BOLA	TE DAREI UMA BICICLETA	TE DAREI UMA BOLA OU TE DAREI UMA BICICLETA
p	q	$p \vee q$
V	V	**V**

Ou:

TE DAREI UMA BOLA	TE DAREI UMA BICICLETA	TE DAREI UMA BOLA OU TE DAREI UMA BICICLETA
p	q	$p \vee q$
V	F	**V**

Ou:

TE DAREI UMA BOLA	TE DAREI UMA BICICLETA	TE DAREI UMA BOLA OU TE DAREI UMA BICICLETA
p	q	$p \vee q$
F	V	**V**

Ou, finalmente:

TE DAREI UMA BOLA	TE DAREI UMA BICICLETA	TE DAREI UMA BOLA OU TE DAREI UMA BICICLETA
p	q	$p \vee q$
F	F	**F**

Resumindo:

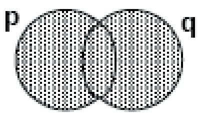
P	Q	$P \vee Q$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	**F**

A promessa inteira só é falsa se as duas partes forem descumpridas!

Observem que as duas primeiras colunas da tabela-verdade – as colunas do **p** e do **q** – são exatamente iguais às da tabela-verdade da *conjunção* (p **e** q). Muda apenas a terceira coluna, que agora representa um **“ou”**, a disjunção.

Se as proposições **p** e **q** forem representadas como conjuntos por meio de um diagrama, a disjunção “**p ou q**” corresponderá à **união** do conjunto **p** com o conjunto **q**,

$$p \cup q$$



TEORIA DOS CONJUNTOS

De uso corrente em Matemática, a noção básica de conjunto não é definida, ou seja, é aceita intuitivamente e, por isso, é chamada **noção primitiva**. Ela foi utilizada primeiramente por Georg Cantor (1845-1918), matemático nascido em São Petersburgo, mas que passou a maior parte de sua vida na Alemanha. Segundo Cantor, a noção de conjunto designa uma coleção de objetos bem definidos e discerníveis, chamados elementos do conjunto.

Pretendemos aqui introduzir alguns conceitos que também consideramos primitivos:

- **conjunto**: designado, em geral, por uma letra maiúscula (A, B, C, ..., X, Y, Z);
- **elemento**: designado, em geral, por uma letra minúscula (a, b, c, ..., x, y, z);
- **pertinência**: a relação entre elemento e conjunto, denotada pelo símbolo $\in$, que se lê “pertence a”.

NOTAÇÃO E REPRESENTAÇÃO

A representação de um conjunto pode ser feita de diversas maneiras, como veremos a seguir.

LISTAGEM DOS ELEMENTOS

Apresentamos um conjunto por meio da listagem de seus elementos quando relacionamos todos os elementos que pertencem ao conjunto considerado e envolvemos essa lista por um par de chaves. Os elementos de um conjunto, quando apresentados na forma de listagem, devem ser separados por vírgula ou por ponto-e-vírgula, caso tenhamos a presença de números decimais. O tipo de representação abaixo é conhecido como **representação tabular**.

Exemplos:

Seja *A* o conjunto das cores da bandeira brasileira, então:

A = {verde, amarelo, azul, branco}

Seja *B* o conjunto das vogais do nosso alfabeto, então:

B = {a, e, i, o, u}

Seja *C* o conjunto dos algarismos do sistema decimal de numeração, então:

C = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}

UMA PROPRIEDADE DE SEUS ELEMENTOS

A apresentação de um conjunto por meio da listagem de seus elementos traz o inconveniente de não ser uma notação prática para os casos em que o conjunto apresenta uma infinidade de elementos. Para estas situações, podemos fazer a apresentação do conjunto por meio de uma propriedade que sirva a todos os elementos do conjunto e somente a estes elementos.

Exemplos:

Seja *B* o conjunto das vogais do nosso alfabeto, então: *B* = {*x* / *x* é vogal do nosso alfabeto}.

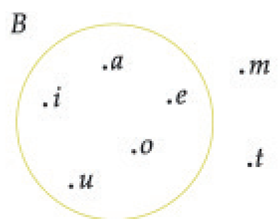
Seja *C* o conjunto dos algarismos do sistema decimal de numeração, então: *C* = {*x* / *x* é algarismo do sistema decimal de numeração}.

DIAGRAMA DE VENN

A apresentação de um conjunto por meio do diagrama de Venn é gráfica e, portanto, muito prática. Os elementos são representados por pontos interiores a uma linha fechada não entrelaçada. Dessa forma, os pontos exteriores à linha representam elementos que não pertencem ao conjunto considerado.

Exemplo:

Seja B o conjunto das vogais do nosso alfabeto.



RELAÇÃO DE PERTINÊNCIA

Um conjunto é formado por elementos. Um objeto **a** qualquer pode ser elemento de um determinado conjunto **A**. Quando for, dizemos que:

a pertence a **A** e escrevemos **a** $\in$ **A**

Caso contrário, dizemos que **a** não pertence a **A** e escrevemos **a** $\in$ **A**.

Exemplo:

Consideremos o conjunto: A = {0, 2, 4, 6, 8}

O algarismo 2 **pertence** ao conjunto A, então: 2 $\in$ A.

O algarismo 7 **não pertence** ao conjunto A, então: 7 $\in$ A.

SUBCONJUNTOS - RELAÇÃO DE INCLUSÃO

Dizemos que o conjunto *A* está contido no conjunto B se todo elemento que pertencer a *A*, pertencer também a *B*. Indicamos que o conjunto *A* está contido em *B* por meio da seguinte simbologia:

A $\subset$ B	(lê-se: *A* contido em *B*)

Observação

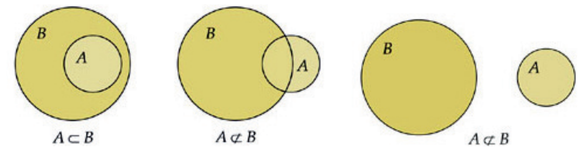
Podemos encontrar em algumas publicações uma outra notação para a relação de inclusão:

B $\supset$ A	(lê-se: *B* contém *A*)

O conjunto *A* não está contido em *B* quando existe pelo menos um elemento de *A* que não pertence a *B*. Indicamos que o conjunto *A* não está contido em *B* desta maneira:

A $\not\subset$ B	(lê-se: *A* não está contido em *B*)

EXEMPLO:



Se o conjunto *A* está contido no conjunto *B*, dizemos que *A* é um **subconjunto** de *B*. Como todo elemento do conjunto *A* pertence ao conjunto *A*, dizemos que *A* é subconjunto de *A* e, por extensão, todo conjunto é subconjunto dele mesmo.

Importante: A relação de pertinência relaciona um elemento a um conjunto e a relação de inclusão refere-se, sempre, a dois conjuntos.

ERRADO:	2 $\subset$ {0, 2, 4, 6, 8}
	{2} $\in$ {0, 2, 4, 6, 8}
CORRETO:	2 $\in$ {0, 2, 4, 6, 8}
	{2} $\subset$ {0, 2, 4, 6, 8}

Exemplo 1:

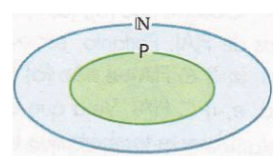
Considerando **P** o conjunto dos números naturais pares e **N** o conjunto dos números naturais, temos:

P = {0, 2, 4, 6, 8, 10, ...} e

N = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, ...}

Neste caso P $\subset$ N, pois todos os elementos de P pertencem a N.

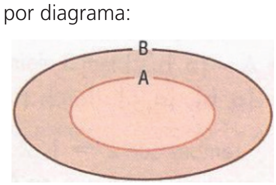
Representação por diagrama:



Exemplo 2:

Se **A** é o conjunto dos retângulos e **B** é o conjunto dos quadriláteros, então A $\subset$ B, pois todo retângulo é um quadrilátero.

Representação por diagrama:



Exemplo 3:

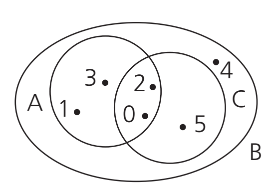
Dados os conjuntos A = {0, 1, 2, 3}, B = {0, 1, 2, 3, 4, 5} e C = {0, 2, 5}, temos:

a) A $\subset$ B, pois todo elemento de A pertence a B;

C $\not\subset$ A, pois 5 $\in$ C e 5 $\notin$ A;

B $\supset$ C, pois todo elemento de C pertence a B.

b) Um diagrama de Venn que representa os conjuntos A, B e C é o seguinte:



CONJUNTOS ESPECIAIS

Embora conjunto nos ofereça a ideia de "reunião" de elementos, podemos considerar como conjunto agrupamentos formados por um só elemento ou agrupamentos sem elemento algum.

CONJUNTO UNITÁRIO

Chamamos de conjunto unitário aquele formado por um só elemento.

Exemplos:

1º) Conjunto dos números primos, pares e positivos: {2}

2º) Conjunto dos satélites naturais da Terra: {Lua}

3º) Conjunto das raízes da equação $x + 5 = 11$: {6}

CONJUNTO VAZIO

Chamamos de conjunto vazio aquele formado por nenhum elemento. Obtemos um conjunto vazio, considerando um conjunto formado por elementos que admitem uma propriedade impossível.

Exemplo:

Número par e primo diferente de 2.

O conjunto vazio pode ser apresentado de duas formas: $\varnothing$ ou { }. Não podemos confundir as duas notações representando o conjunto vazio por $\{\varnothing\}$, pois estaríamos apresentando um conjunto unitário cujo elemento é o $\varnothing$.

O conjunto vazio está contido em qualquer conjunto e, por isso, é considerado **subconjunto de qualquer conjunto**, inclusive dele mesmo.

CONJUNTO UNIVERSO

Quando desenvolvemos um determinado assunto dentro da matemática, precisamos admitir um conjunto ao qual pertencem os elementos que desejamos utilizar. Este conjunto é chamado de conjunto universo e é representado pela letra maiúscula *U*.

Uma determinada equação pode ter diversos conjuntos solução de acordo com o conjunto universo que for estabelecido.

Exemplo:

A equação $2x^3 - 5x^2 - 4x + 3 = 0$ apresenta:

$S = \left\{\frac{1}{2}, -1, 3\right\}$ se $U = R$

$S = \{-1, 3\}$ se $U = Z$

$S = \{3\}$ se $U = N$

CONJUNTO DAS PARTES

Dado um conjunto *A*, dizemos que o seu conjunto de partes, representado por *P* (*A*), é o conjunto formado por todos os subconjuntos do conjunto *A*.

DETERMINAÇÃO DO CONJUNTO DE PARTES

Vamos observar, com o exemplo a seguir, o procedimento que se deve adotar para a determinação do conjunto de partes de um dado conjunto *A*. Seja o conjunto $A = \{2, 3, 5\}$. Para obtermos o conjunto de partes do conjunto *A*, basta escrevermos todos os seus subconjuntos:

1º) Subconjunto vazio: $\varnothing$, pois o conjunto vazio é subconjunto de qualquer conjunto.

2º) Subconjuntos com um elemento: {2}, {3}, {5}.

3º) Subconjuntos com dois elementos: {2, 3}, {2, 5} e {3, 5}.

4º) Subconjuntos com três elementos: $A = \{2, 3, 5\}$, pois todo conjunto é subconjunto dele mesmo.

Assim, o conjunto das partes do conjunto *A* pode ser apresentado da seguinte forma: $P(A) = \{\varnothing, \{2\}, \{3\}, \{5\}, \{2, 3\}, \{2, 5\}, \{3, 5\}, \{2, 3, 5\}\}$.

NÚMERO DE ELEMENTOS DO CONJUNTO DE PARTES

Podemos determinar o número de elementos do conjunto de partes de um conjunto *A* dado, ou seja, o número de subconjuntos do referido conjunto, sem que haja necessidade de escrevermos todos os elementos do conjunto *P*(*A*).

Se **A** tem **n** elementos, P(A) tem 2^n elementos.

Observemos o exemplo anterior: o conjunto $A = \{2, 3, 5\}$ apresenta três elementos e, portanto, é de se supor, pelo uso da relação apresentada, que $P(A) = 2^3 = 8$, o que de fato ocorreu.

IGUALDADE DE CONJUNTOS

Dois conjuntos são iguais se, e somente se, eles possuírem os mesmos elementos, em qualquer ordem e independentemente do número de vezes que cada elemento se apresenta.

Veja o exemplo abaixo:

Exemplo:

$\{1, 3, 7\} = \{1, 1, 1, 3, 7, 7, 7, 7\} = \{7, 3, 1\}$

Por isso, convencionamos não repetir elementos de um conjunto.

Observação

- Se o conjunto *A* está contido em *B* ($A \subset B$) e *B* está contido em *A* ($B \subset A$), podemos afirmar que $A = B$.
- Se A não é igual a B, então A é diferente de B e escrevemos $A \neq B$.

OPERAÇÕES COM CONJUNTOS

UNIÃO DE CONJUNTOS

Dados dois conjuntos **A** e **B**, a união (ou reunião) é o conjunto formado pelos elementos de **A** mais os elementos de **B**. E é indicado por $A \cup B$ (lê-se: **A** união **B** ou **A** reunião **B**). Representamos a união de dois conjuntos da seguinte forma:

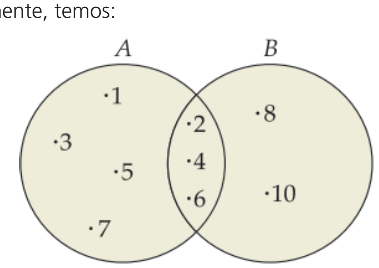
$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ ou } x \in B\}$$

Exemplo:

Dados os conjuntos $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ e $B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$, calcular $A \cup B$.

Sol.: $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10\}$

Graficamente, temos:



Observe que os elementos comuns não são repetidos.

INTERSECÇÃO DE CONJUNTOS

Dados dois conjuntos **A** e **B**, a intersecção é o conjunto formado pelos elementos que pertencem simultaneamente a **A** e **B**. E é indicado por $A \cap B$ (lê-se: **A** intersecção **B** ou, simplesmente, **A** inter **B**). Representamos a intersecção de dois conjuntos da seguinte forma:

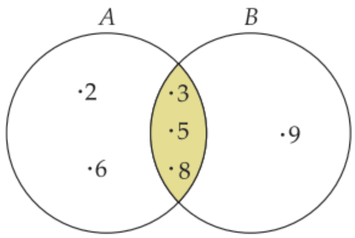
$$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ e } x \in B\}$$

Exemplo 1:

Sendo A = {2, 3, 5, 6, 8} e B = {3, 5, 8, 9}, determinar A ∩ B.

Sol.: A ∩ B = {3, 5, 8}, apenas os elementos comuns a A e B.

Graficamente:



Exemplo 2:

Calcule M ∩ N onde M = {2, 3, 5} e N = {4, 6}.

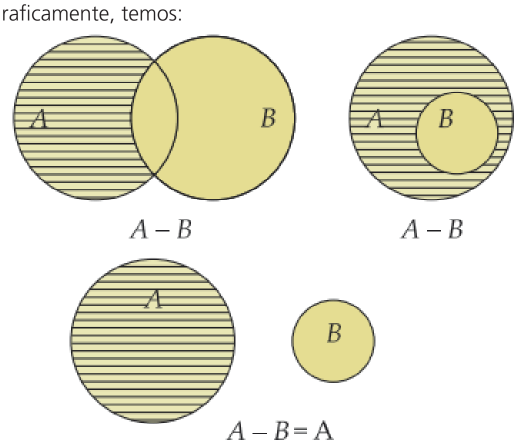
Sol: M ∩ N = ∅, não há elementos comuns. Nesse caso, dizemos que os conjuntos são **disjuntos**.

DIFERENÇA DE CONJUNTOS

Dados os conjuntos A e B, podemos determinar um conjunto cujos elementos pertencem ao conjunto A e não pertencem ao conjunto B. Esse conjunto é chamado **diferença entre A e B** e indicado por **A – B**, que se lê "**A** menos **B**". Assim, define-se:

$$A - B = \{x \mid x \in A \text{ e } x \notin B\}$$

Graficamente, temos:

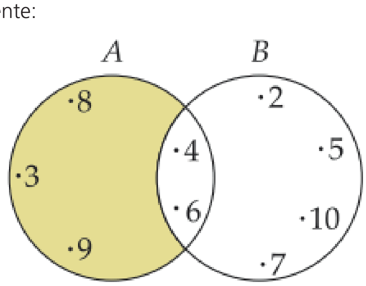


Exemplo 1:

Calcular A – B, sabendo que A = {3, 4, 6, 8, 9} e B = {2, 4, 5, 6, 7, 10}.

Sol.: A – B = {3, 8, 9}, elementos que estão em A mas não estão em B.

Graficamente:



Exemplo 2:

Sendo A = {1, 3, 5} e B = {0, 1, 3, 5, 6}, calcule A – B.

Sol.: A – B = ∅, não existe elemento de A que não pertença a B.

Exercício Resolvido

01. Pedro, após visitar uma aldeia distante, afirmou: "Não é verdade que todos os aldeões daquela aldeia não dormem a sesta". A condição necessária e suficiente para que a afirmação de Pedro seja verdadeira é que seja verdadeira a seguinte proposição:

a) No máximo um aldeão daquela aldeia não dorme a sesta.

b) Todos os aldeões daquela aldeia dormem a sesta.

c) Pelo menos um aldeão daquela aldeia dorme a sesta.

d) Nenhum aldeão daquela aldeia não dorme a sesta.

e) Nenhum aldeão daquela aldeia dorme a sesta.

Resolução:

Percebemos que há uma proposição simples no enunciado, e que precisa ser analisada. Qual é essa proposição? A seguinte: "Não é verdade que todos os aldeões daquela aldeia não dormem a sesta". Se observarmos bem, veremos que esta sentença contém duas negações: "**Não é verdade** que todos os aldeões daquela aldeia **não dormem a sesta**". Vamos trocar essas expressões negativas da frase acima por afirmações correspondentes. Podemos, então, trocar "não é verdade" por "é mentira". Trocaremos também "não dormem a sesta" por "ficam acordados". Teremos: "**É mentira** que todos os aldeões daquela aldeia **ficam acordados**". Agora vamos interpretar a frase acima: ora, se é mentira que todos os aldeões ficam acordados, significa que **pelo menos um deles dorme**! (letra **C)**.

Observação: A palavra-chave da frase em questão é **TODOS**. É esta palavra que está sendo negada! E, conforme vimos, a negação de TODOS é PELO MENOS UM (= ALGUM).

Podemos até criar a seguinte tabela:

p	~p
TODO A é B	ALGUM A não é B
ALGUM A é B	NENHUM A é B

Exercício Resolvido

02. Dizer que não é verdade que Pedro é pobre e Alberto é alto, é logicamente equivalente a dizer que é verdade que:

a) Pedro não é pobre ou Alberto não é alto.

b) Pedro não é pobre e Alberto não é alto.

c) Pedro é pobre ou Alberto não é alto.

d) se Pedro não é pobre, então Alberto é alto.

e) se Pedro não é pobre, então Alberto não é alto.

Resolução:

Trata-se da negação ("não é verdade que...) de uma conjunção (e). Ora, sabemos que na hora de negar uma conjunção, teremos: **~(p ^ q) = ~p** v **~q.** Negando a primeira parte, teremos: Pedro não é pobre. Negando a segunda parte: Alberto não é alto. Finalmente, trocando o **E** por um **OU**, concluiremos que:

Não é verdade que Pedro é pobre e Alberto é alto é igual a:

Pedro não é pobre ou Alberto não é alto.

Exercício Resolvido

03. Dizer que a afirmação "todos os economistas são médicos" é falsa, do ponto de vista lógico, equivale a dizer que a seguinte afirmação é verdadeira:

a) pelo menos um economista não é médico
b) nenhum economista é médico
c) nenhum médico é economista
d) pelo menos um médico não é economista
e) todos os não médicos são não economistas

Resolução:

A palavra TODOS é negada por PELO MENOS UM (= ALGUM). Daí, se o enunciado diz que é FALSA a sentença "Todos os economistas são médicos", o que ela quer na verdade é que façamos a NEGAÇÃO desta frase! Se é mentira que todos os economistas são médicos, é fácil concluirmos que pelo menos um economista não é médico!

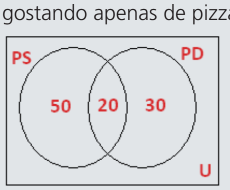
Exercício Resolvido

04. Uma pesquisa realizada com 100 pessoas em uma pizzaria, revelou que destas, 70 gostam de pizzas salgadas, 20 gostam de pizzas salgadas e doces. Quantas foram as pessoas que responderam que gostam apenas de pizzas doces?

a) 15
b) 20
c) 25
d) 30
e) 35

Resolução:

Representando a situação na forma de diagrama, retira-se a interseção de cada conjunto e conclui-se que há 30 pessoas gostando apenas de pizza doce.



Exercício Resolvido

05. As marcas de refrigerante mais consumidas em um bar, num certo dia, foram A, B e C. Os garçons constataram que o consumo se deu de acordo com a tabela a seguir:

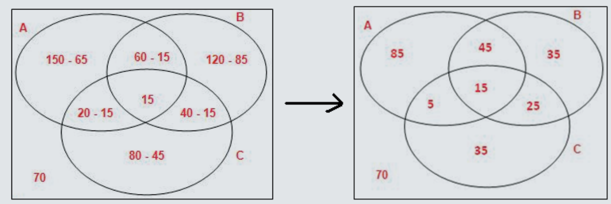
MARCAS CONSUMIDAS	Nº DE CONSUMIDORES
A	150
B	120
C	80
A e B	60
A e C	20
B e C	40
A, B e C	15
Outras	70

Quantos consumidores beberam refrigerante no bar, nesse dia?

a) 305
b) 310
c) 315
d) 320
e) 325

Resolução:

O diagrama ilustra a situação.



Atenção para o fato de que as 70 pessoas que não beberam estas marcas beberam outros refrigerantes. Logo, o total de consumidores é:

T = 85 + 45 + 35 + 5 + 15 + 25 + 35 + 70 = 315 conumidores.

EXERCÍCIOS DE TREINAMENTO

01. Um aluno deve realizar cinco trabalhos: A, B, C, D e E, que serão executados um de cada vez. Considerando o cronograma de entrega, ele estabeleceu as seguintes condições:

- não é possível realizar o trabalho A antes do trabalho B;
- não é possível realizar o trabalho A antes do trabalho D;
- o trabalho E só pode ser feito depois do trabalho C; e
- o trabalho E deverá ser o terceiro a ser realizado.

Assim sendo, o quarto trabalho a ser realizado

a) só pode ser o A.
b) só pode ser o B.
c) só pode ser o D.
d) só pode ser o A ou o B.
e) só pode ser o B ou o D.

02. Sobre o texto a seguir:

Se Newton estudou para a prova, José e Ricardo não estudaram.

Se Ricardo não estudou para a prova, Luciano estudou para a prova.

Se Luciano estudou para a prova, todos tiraram a nota máxima.

Mas todos não tiraram a nota máxima.

Podemos afirmar que:

a) Newton e José estudaram para a prova.
b) Ricardo e Luciano não estudaram para a prova.
c) Ricardo não estudou para a prova e Luciano estudou.
d) Newton e Luciano não estudaram para a prova.
e) Ricardo e José não estudaram para a prova.

03. Em uma pesquisa com 120 pessoas, verificou-se que

65 assistem ao noticiário A.

45 assistem ao noticiário B.

42 assistem ao noticiário C.

20 assistem ao noticiário A e ao noticiário B.

25 assistem ao noticiário A e ao noticiário C.

15 assistem ao noticiário B e ao noticiário C.

8 assistem aos três noticiários.

Então o número de pessoas que assistem somente a um noticiário é

a) 7
b) 8
c) 14
d) 28
e) 56

04. Dados dois conjuntos, A e B, onde $A \cap B = \{b,d\}$, $A \cup B = \{a,b,c,d,e\}$ e $B - A = \{a\}$. O conjunto B é igual a:

a) {a}
b) {c,e}
c) {a,b,d}
d) {b,c,d,e}
e) {a,b,c,d,e}

05. Em uma pesquisa, constatou-se que, das 345 pessoas de um determinado local, 195 jogavam tênis, 105 jogavam tênis e vôlei, e 80 não jogavam nem vôlei nem tênis.

Qual é o número de pessoas que jogavam vôlei e não jogavam tênis?

a) 70
b) 75
c) 105
d) 180
e) 195

06. Um grupo de 33 pais de crianças pré-adolescentes se reuniu para discutir de quem é a tarefa de abordar a educação sexual de seus filhos. Nesse grupo, 30 pais têm a opinião de que essa educação deve ser dada pela família, e 28 pais pensam que é uma missão para a escola. Considerando que todos opinaram, quantos pais desse grupo concordam que é um dever da família e da escola juntas?

a) 2 pais.
b) 25 pais.
c) 33 pais.
d) 58 pais.
e) 91 pais.

07. Em uma empresa com 33 funcionários, 22 são fluentes em italiano, 14 são fluentes em alemão e 27 são fluentes em francês. Sabe-se que todos os funcionários são fluentes em pelo menos uma dessas línguas e que, no total, 18 desses funcionários são fluentes em exatamente duas dessas línguas. O número de funcionários nessa empresa que são fluentes nessas três línguas é

a) 2.
b) 3.
c) 4.
d) 5.
e) 6.

08. Dentre os candidatos que fizeram provas de matemática, português e inglês num concurso, 20 obtiveram nota mínima para aprovação nas três disciplinas. Além disso, sabe-se que:

I. 14 não obtiveram nota mínima em matemática;
II. 16 não obtiveram nota mínima em português;
III. 12 não obtiveram nota mínima em inglês;
IV. 5 não obtiveram nota mínima em matemática e em português;
V. 3 não obtiveram nota mínima em matemática e em inglês;
VI. 7 não obtiveram nota mínima em português e em inglês e
VII. 2 não obtiveram nota mínima em português, matemática e inglês.

A quantidade de candidatos que participaram do concurso foi

a) 44.
b) 46.
c) 47.
d) 48.
e) 49.

09. Em uma pesquisa realizada com estudantes , verificou-se que 100 alunos gostam de estudar português, 150 alunos gostam de estudar matemática, 20 alunos gostam de estudar as duas disciplinas e 110 não gostam de nenhuma das duas. Quantos foram os estudantes entrevistados?

a) 330.
b) 340.
c) 350.
d) 360.
e) 380.

10. Em um grupo de 200 estudantes, 98 são mulheres das quais apenas 60 não estudam comunicação. Se do total de estudantes do grupo somente 60 estudam comunicação, o número de homens que não estudam esta disciplina é

a) 60.
b) 80.
c) 85.
d) 75.

EXERCÍCIOS DE COMBATE

01. Três amigos, João, Carlos e Renato, estão em uma fila. Sabe-se que João só fala a verdade, Renato só fala mentiras e Carlos às vezes mente e às vezes fala a verdade. Em uma conversa com eles, o primeiro ocupante da fila disse:

– João está atrás de mim.

O ocupante da segunda posição da fila disse:

– Meu nome é Carlos.

E o ocupante do final da fila disse:

– Renato está na segunda posição da fila.

Dessa forma podemos concluir que estão na primeira, segunda e terceira posição da fila, respectivamente:

a) Carlos, Renato e João.
b) Carlos, João e Renato.
c) Renato, Carlos e João.
d) Renato, João e Carlos.
e) João, Renato e Carlos.

02. Considere que:

- sentença "Nenhum A é B" é equivalente a "Todo A é não B";
- a negação da sentença "Todo A é B" é "Algum A é não B';
- a negação da sentença "Algum A é B" é "Todo A é não B".

Assim sendo, a negação da sentença "Nenhum nefelibata é pragmático" é

a) Todo nefelibata é não pragmático.

b) Todo não nefelibata é pragmático.

c) Algum nefelibata é pragmático.

d) Algum não nefelibata é pragmático.

e) Algum não nefelibata é não pragmático.

03. Analisando os conteúdos nos quais os alunos possuem maiores dificuldades de aprendizagem em uma escola com 500 alunos, percebeu-se que: 208 têm dificuldades de aprendizagem em matemática; 198, em português; 154, em física; 62, em matemática e física; 38, em português e física; 52, em matemática e português e 20 têm dificuldades nas três disciplinas.

Por esse viés, o número de alunos que não tem dificuldades em nenhuma dessas disciplinas é de

a) 92 alunos.

b) 72 alunos.

c) 60 alunos.

d) 20 alunos.

04. Uma pesquisa sobre os fatores que influenciam na escolha de um livro para leitura foi realizada em um grupo de 80 pessoas. Elas foram questionadas se na hora de escolher um livro levavam em consideração o gênero de sua preferência, a indicação de amigos ou as listas dos mais vendidos, sendo que poderiam optar por uma, duas ou as três opções.

Ninguém respondeu ser influenciado apenas por listas dos mais vendidos, mas 20 pessoas responderam levar esse fator em consideração. Além disso, 28 responderam considerar apenas o gênero de sua preferência, enquanto 5 disseram que as três opções influenciam suas decisões.

Sabendo, ainda, que o número de pessoas que se baseiam apenas nas indicações dos amigos é igual aos que disseram levar em consideração apenas as indicações dos amigos e o gênero de sua preferência, então pode-se afirmar que a quantidade de pessoas que seguem apenas as indicações de amigos é:

a) 13

b) 10

c) 16

d) 32

e) 8

05. Em uma enquete no centro olímpico, foram entrevistados alguns atletas e verificou-se que 300 praticam natação, 250 praticam atletismo e 200 praticam esgrima. Além disso, 70 atletas praticam natação e atletismo, 65 praticam natação e esgrima e 105 praticam atletismo e esgrima, 40 praticam os três esportes e 150 não praticam nenhum dos três esportes citados. Nessas condições, o número de atletas entrevistados foi

a) 1180

b) 1030

c) 700

d) 800

06. Foi realizada uma pesquisa com alguns alunos do curso de computação gráfica a respeito do domínio sobre três aplicativos. As repostas foram as seguintes:

78 dominam o Word;

84 dominam o Excel;

65 dominam o Powerpoint;

61 dominam o Word e Excel;

53 dominam o Excel e Powerpoint;

45 dominam o Word e Powerpoint;

40 dominam os três aplicativos;

03 não dominam aplicativo algum.

Com base nas informações acima, o número de estudantes do curso de computação gráfica que responderam a essa pesquisa é

a) 112.

b) 227.

c) 230.

d) 111.

e) 129.

07. Sabe-se que, em um grupo de 10 pessoas, o livro A foi lido por 5 pessoas e o livro B foi lido por 4 pessoas. Podemos afirmar corretamente que, nesse grupo,

a) pelo menos uma pessoa leu os dois livros.

b) nenhuma pessoa leu os dois livros.

c) pelo menos uma pessoa não leu nenhum dos dois livros.

d) todas as pessoas leram pelo menos um dos dois livros.

08. Em uma cooperativa de agricultores do município de Vitória de Santo Antão, foi realizada uma consulta em relação ao cultivo da cultura da cana-de-açúcar e do algodão. Constatou-se que 125 associados cultivam a cana-de-açúcar, 85 cultivam o algodão e 45 cultivam ambos.

Sabendo que todos os cooperativados cultivam pelo menos uma dessas duas culturas, qual é o número de agricultores da cooperativa?

a) 210

b) 255

c) 165

d) 125

e) 45

09. A empresa *The Sound of Perseverance*, originalmente instalada na região centro-oeste do País, está abrindo mais duas filiais: uma no estado do Paraná e outra no estado de Minas Gerais. No entanto, as duas novas filiais necessitarão de mão de obra qualificada, e a alguns funcionários foi oferecida a oportunidade de escolher onde desejariam trabalhar, de forma que 36 funcionários escolheram a filial do Paraná, 30 escolheram a filial de Minas Gerais, enquanto 22 funcionários mostraram-se indiferentes quanto ao destino de transferência. De acordo com as informações oferecidas, assinale a alternativa que apresenta a quantidade total de funcionários que a empresa transferiu.

a) 88 funcionários.

b) 66 funcionários.

c) 58 funcionários.

d) 52 funcionários.

e) 44 funcionários.

10. As afirmações a seguir são verdadeiras:

Todo maratonista gosta de correr na rua.

Existem maratonistas que são pouco disciplinados.

Dessa forma, podemos afirmar que:

a) Algum maratonista pouco disciplinado não gosta de correr na rua.

b) Algum maratonista disciplinado não gosta de correr na rua.

c) Todo maratonista que gosta de correr na rua é pouco disciplinado.

d) Todo maratonista pouco disciplinado não gosta de correr na rua.

e) Algum maratonista que gosta de correr na rua é pouco disciplinado.

GABARITO

EXERCÍCIOS DE TREINAMENTO

01. E	04. C	07. E	10. B
02. D	05. A	08. E	
03. E	06. B	09. B	

EXERCÍCIOS DE COMBATE

01. A	04. C	07. C	10. E
02. C	05. C	08. C	
03. B	06. D	09. E	

ANOTAÇÕES