Tarea 2

Se entrega el Lunes 1 de Septiembre

1. El desplazamiento de un objeto con masa m sujeta a un resorte bajo la acción de la fricción de Coulomb satisface la siguiente ecuación,

$$\ddot{x} + \Omega^2 x = \left\{\begin{smallmatrix} -F_0 & \dot{x}>0 \\ F_0 & \dot{x}<0 \end{smallmatrix}\right. \tag{1}$$

   con Ω y F_0 constantes positivas. Si $|x| > F_0/\Omega^2$ cuando $\dot{x} = 0$, el objeto continúa en movimiento mientras que si $|x| \leq F_0/\Omega^2$ cuando $\dot{x} = 0$, entonces el objeto se detiene. Inicialmente el cuerpo empieza en reposo con $x = 9F_0/2\Omega^2$. Encuentra donde se detiene la masa y por cuanto tiempo estuvo en movimiento.

2. Un oscilador forzado satisface la siguiente ecuación

$$\ddot{x} + \Omega^2 x = F_0 \cos[\Omega(1+\epsilon)t] \tag{2}$$

   con ϵ una constante positiva. Muestra que la solución que satisface las condiciones iniciales $x = 0$ y $\dot{x} = 0$ cuando $t = 0$ es

$$x = \frac{F_0}{\epsilon(1+\frac{1}{2}\epsilon)\Omega^2} \sin[\frac{1}{2}\epsilon\Omega t] \sin[\Omega(1+\epsilon)t] \tag{3}$$

   Grafica $x(t)$ cuando ϵ es pequeña.

3. Un oscilador sobreamortiguado satisface la ecuación

$$\ddot{x} + 10\dot{x} + 16x = 0. \tag{4}$$

   En $t = 0$ la partícula está en $x = 1$ y sale con dirección hacia el origen de coordenadas con velocidad u. Encuentra la trayectoria de dicha partícula. Muestra además que la partícula llegará al origen de coordenadas si

$$\frac{u-2}{u-8} = e^{6t} \tag{5}$$

   ¿Qué tan grande tiene que ser u para que la partícula se pase del origen de coordenadas?.

4. Una partícula de masa m, se mueve sobre el eje negativo x hacia el origen de coordenadas con velocidad constante u. Cuando la partícula llega al origen siente una fuerza $F = -kx^2$, con k una constante positiva. Calcula la distancia máxima que avanza la partícula sobre el eje positivo x.