Mecánica Cuántica

Grupo 8245 – Sem. 2024-2

Marcos López Merino

Prof.: Dr. Rodolfo Patricio Martínez y Romero

Tarea 1

Entrega: 15 de febrero de 2024

Problema 1

La delta de Dirac $\delta(x - x_0)$ tienen la propiedad de que $\int_{-\infty}^{\infty} \delta(x - x_0) f(x)\, \mathrm{d}x = f(x_0)$, para una función bien comportada.

(a) Prueben que

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(f(x))\, \mathrm{d}x = \frac{\delta(x - x_0)}{|f'(x_0)|}.$$

Para una función derivable que admite inversa y en donde x_0 es una raíz: $f(x_0) = 0$. *Sugerencia.* Hagan el cambio de variable $u = f(x)$. A notar que el valor absoluto aparece porque la delta de Dirac es siempre positiva.

(b) Prueben ahora que

$$\int \mathrm{d}p^0\, \mathrm{d}^3p\, \delta((p^0)^2 - \vec{p}^{\,2} - m^2) = \int \mathrm{d}^3p \frac{1}{2E},$$

en donde $E = \sqrt{\vec{p}^{\,2} + m^2}$.

Problema 2

Demostrar que la probabilidad de presencia en mecánica cuántica cumple con la ecuación de continuidad, esto es que

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{j} = 0.$$

Donde $\rho = |\Psi|^2$ y $\vec{j} = (\mathrm{i}\hbar/2m)[(\nabla\Psi^*)\Psi - \Psi^* \nabla\Psi]$.

Problema 3

Una partícula está representada al tiempo $t = 0$ por la función de onda

$$\Psi(0, x) = \begin{cases} A(a^2 - x^2) & \text{si } -a \leq x \leq a; \\ \\ 0 & \text{El resto.} \end{cases}$$

(a) Determinar A. ¿Cuál es el valor de expectación de x al tiempo $t = 0$?

(b) ¿Cuál es el valor de expectación de p al tiempo $t = 0$? Notar que no se puede obtener de $p = m\, \mathrm{d}\langle x \rangle / \mathrm{d}t$, ¿porqué no?

(c) Encontrar el valor de expectación de x^2 y de p^2 y sacar la incertidumbre en x, denotada por σ_x y en p, por σ_p.