Tarea 3

Entrega: 11 de mayo de 2023

Problema 1

Para la reacción de ^{48}Ca a 215 MeV (energía cinética en el sistema de laboratorio) con ^{208}Pb ángulo de 20°.

a) Calcular la altura de la barrera de Coulomb. Expresar el resultado en MeV.

Solución

Sabemos que la barrera de Coulomb está dada por

$$V_C = \frac{Z_p Z_t \mathrm{e}^2}{R_t + r_p}, \tag{1.1}$$

donde Z_p pertenece al blanco, Z_2 al proyectil, e es la carga del electrón, R_t es el radio del blanco y r_p es el radio del proyectil.

Para este caso tenemos que $Z_p = 20$ para el ^{48}Ca y $Z_t = 82$ para el ^{208}Pb, cuyos respectivos radios se obtienen a partir de la expresión $R = 1.2\,\mathrm{fm} \cdot A^{1/3}$. Por lo cual,

$$\boxed{\begin{aligned} R_t &= 7.11\,\mathrm{fm}, \\ r_p &= 4.36\,\mathrm{fm}. \end{aligned}}$$

Y, además, que $\mathrm{e}^2 = 1.44\,\mathrm{MeV} \cdot \mathrm{fm}$.

Sustituyendo estos valores en (1.1) obtenemos que la altura de la barrera de Coulomb es de

$$V_C = \frac{20 \cdot 82 \cdot 1.44\,\mathrm{MeV} \cdot \mathrm{fm}}{7.11\,\mathrm{fm} + 4.36\,\mathrm{fm}}$$

$$\boxed{V_C = 205.89\,\mathrm{MeV}.}$$

b) Calcular el parámetro de Sommerfeld (η) y diga el tipo de dispersión elástica que ocurre.

Solución

El parámetro de Sommerfeld η es

$$\eta = \alpha Z_p Z_t \sqrt{\frac{\mu c^2}{2E}}. \tag{1.2}$$

Primero calculamos el valor de la masa reducida,*i.e.*,

$$\mu = \frac{m_p m_t}{m_p + m_t}. \tag{1.3}$$

Las masas del ^{48}Ca y ^{208}Pb, respectivamente, son:

$$m_p = 47.952\,533\,\mathrm{u},$$

$$m_t = 207.976\,627\,\mathrm{u}.$$

Convertimos los valores de las masas a [MeV/c^2] sabiendo que el factor de conversión es

$$1\,\mathrm{u} = 931.5\,\mathrm{MeV/c^2}.$$

Así,

$$\implies m_p = (47.952\,533\,\mathrm{u})(931.5\,\mathrm{MeV/c^2}),$$

$$\boxed{m_p = 44\,667.784\,489\,\mathrm{MeV/c^2}.}$$

$$\implies m_t = (207.976\,627\,\mathrm{u})(931.5\,\mathrm{MeV/c^2}),$$

$$\boxed{m_t = 193\,730.228\,051\,\mathrm{MeV/c^2}.}$$

Sustituyendo estos valores en (1.3) tenemos que el valor de la masa reducida es de

$$\boxed{\mu = 36\,298.541\,181\,\mathrm{MeV/c^2}.} \tag{1.4}$$

De (1.4) y los demás valores correspondientes, el parámetro de Sommerfeld (1.2) tiene un valor de

$$\boxed{\eta = 407.242.} \tag{1.5}$$

Por lo que el tipo de dispersión es dispersión de Fresnel, *i.e.*, $\eta \gg 1$.

c) Calcular la sección eficaz diferencial de Rutherford. Exprese su resultado en milibarn (mb).

Solución

La sección eficaz diferencial de Rutherford está definida como

$$\left[\frac{\mathrm{d}\sigma_R}{\mathrm{d}\Omega}\right]_{\theta_C} = \left(\frac{Z_p Z_t \alpha \hbar c}{4E_C}\right)^2 \frac{1}{\sin^4(\theta_C/2)},$$

con $\hbar c = 197.33\,\mathrm{MeV} \cdot \mathrm{fm}$.

Así,

$$\left[\frac{\mathrm{d}\sigma_R}{\mathrm{d}\Omega}\right]_{\theta_C} = 122.79 \cdot 0.842\,382\,\mathrm{fm}^2 \cdot 73.0791\,\frac{1}{\mathrm{sr}},$$

$$\boxed{\left[\frac{\mathrm{d}\sigma_R}{\mathrm{d}\Omega}\right]_{\theta_C} = 7559.02\,\frac{\mathrm{fm}^2}{\mathrm{sr}}.}$$

Sin embargo queremos el resultado expresado en mb, por lo que el factor de conversión es

$$10\,\frac{\mathrm{mb}}{\mathrm{sr}} = 1\,\frac{\mathrm{fm}^2}{\mathrm{sr}}.$$

Por lo tanto,

$$\left[\frac{\mathrm{d}\sigma_R}{\mathrm{d}\Omega}\right]_{\theta_C} = 10 \cdot 7559.02\,\frac{\mathrm{mb}}{\mathrm{sr}},$$

$$\boxed{\left[\frac{\mathrm{d}\sigma_R}{\mathrm{d}\Omega}\right]_{\theta_C} = 75\,590.2\,\frac{\mathrm{mb}}{\mathrm{sr}}.}$$