

Tarea 2

Entrega: 27 de febrero de 2023

Problema 1

Calcular la masas total del planeta Tierra con los siguientes datos:

Suponiendo que se trata de una esfera de radio $r = 6400$ km; y que además la Tierra está constituida por los siguientes porcentajes de elementos: 37 % de Fe, 25 % de Si, 13 % de Mg, 10 % de Ni, 8 % de Ca y 7 % de K.

Se deben consultarlas densidades de los componentes: $\rho = \left[\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}\right]$ que se requieren para calcular la masa total de la Tierra.

Solución

Las densidades de los elementos se obtuvieron de [Material composition data](#):

$$\begin{aligned}\rho_{\text{Fe}} &= 7874 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}, & \rho_{\text{Si}} &= 2330 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}, & \rho_{\text{Mg}} &= 1740 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}, \\ \rho_{\text{Ni}} &= 8902 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}, & \rho_{\text{Ca}} &= 1550 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}, & \rho_{\text{K}} &= 862 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}.\end{aligned}$$

Y como queremos calcular la masa total de la Tierra, entonces la densidad total es:

$$\rho = 0.37\rho_{\text{Fe}} + 0.25\rho_{\text{Si}} + 0.13\rho_{\text{Mg}} + 0.10\rho_{\text{Ni}} + 0.08\rho_{\text{Ca}} + 0.07\rho_{\text{K}}. \quad (1.1)$$

Sustituyendo los valores de las densidades en (1.1)

$$\begin{aligned}\rho &= 0.37 \left(7874 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \right) + 0.25 \left(2330 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \right) + 0.13 \left(1740 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \right), \\ &+ 0.10 \left(8902 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \right) + 0.08 \left(1550 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \right) + 0.07 \left(862 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \right), \\ \rho &= 4796.62 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}.\end{aligned} \quad (1.2)$$

Y, además, la masa total de la Tierra está dada por:

$$\begin{aligned}M &= \rho V, \\ M &= \rho \left(\frac{4}{3} \pi r^3 \right),\end{aligned} \quad (1.3)$$

donde $\frac{4}{3}\pi r^3$ es el volumen de una esfera.

Sustituyendo (1.2) y el radio de la Tierra $r = 6.4 \times 10^8 \text{ cm}$ en (1.3):

$$\begin{aligned} M &= 4798.68 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \left(\frac{4}{3} \pi (6.4 \times 10^8 \text{ cm})^3 \right), \\ &= 5.348\,86 \times 10^{30} \text{ g}, \\ M &= 5.348\,86 \times 10^{27} \text{ kg}. \end{aligned}$$

Problema 2

Por otro lado, se puede ilustrar que la materia a nivel microscópico es hueva. Hacer el siguiente cálculo:

Suponer que se tiene un balón esférico de radio $r = 1 \text{ cm}$ compuesto de $^{\text{nat}}\text{Fe}$ (con $A = 54$ (6 %), $A = 56$ (92 %) y $A = 57$ (2 %), isótopos más abundantes del Fe). Calcular el volumen de un núcleo de Fe cuyo radio es $r = r_0 A^{1/3}$. Suponiendo que no hay repulsión coulombiana, ¿cuántos átomos de Fe cabrían en el balón de 1 cm de radio? Calcular en [kg] lo que pesaría el balón con esa cantidad de átomos.

NOTA: Tomen el valor de r_0 con las unidades convenientes.

Problema 3

De tus resultados anteriores, ¿cuántos balines son necesarios para compararlos con el peso de la Tierra? ¿Qué se puede concluir al respecto?
