Examen 4

Entrega: 6 de diciembre de 2023

Problema 1

En el conflicto de Israel-Palestina, Estados Unidos desplegó el portaaviones USS Gerald R. Ford para intimidad a los palestinos. El portaaviones cuenta con dos reactores nucleares A1B que generan 700 MW térmicos con eficiencia de 33 % cada uno, de Estados Unidos a la costa de Israel recorrió 10 853.42 km a una velocidad de 56 km/h, ¿Cuántos kg de ^{235}U se consumieron? (Considera que el 15 % de neutrones absorbidos se pierden en captura radiactiva.)

Problema 2

Como el tiempo de vida media de ^{235}U ($7.13{\times}10^{8}$ años) es menor al tiempo de vida media de ^{238}U ($4.51{\times}10^{9}$ años), la abundancia de ^{235}U ha ido decreciendo en la Tierra. ¿Hace cuánto tiempo la abundancia isotrópica del ^{235}U era igual a 3 %? Este porcentaje es el enriquecimiento que se usa en algunas plantas nucleares.

Solución

La actividad de un material al tiempo t está definida por

$$\mathcal{A}(t) = \mathcal{A}_0 \mathrm{e}^{-\lambda t}. \tag{2.1}$$

Sabemos que el ^{238}U es más abundante que el ^{235}U, tal que una muestra uranio contiene un 99.28 % de ^{238}U y un 0.72 % de ^{235}U. Y puesto que queremos determinar cuando la abundancia era del 3 % para el ^{235}U y, por ende, la abundancia del ^{238}U era del 97 %, su expresión para la actividad es

$$\mathcal{A}(t) = \frac{0.72}{99.28} = \frac{3}{97}\mathrm{e}^{-(\lambda_1-\lambda_2)t},$$

donde λ_1 es la constante de desintegración del ^{235}U y λ_2 es la constante de desintegración del ^{238}U.

Resolviendo para t se obtiene que

$$\begin{aligned} t &= \frac{\ln\left(\frac{99.28}{0.72}\right)}{\ln\left(\frac{97}{3}\right)}\frac{1}{\lambda_1-\lambda_2}, \\ &= \frac{\ln\left(\frac{99.28}{0.72}\right)}{\ln\left(\frac{97}{3}\right)}\frac{1}{9.7{\times}10^{-10}\,\text{años} - 1.5{\times}10^{-10}\,\text{años}}, \\ &\boxed{t = 1.73{\times}10^{9}\,\text{años}.} \end{aligned}$$

Por lo que aproximadamente hace 1.73 billones de años la abundancia isotrópica del ^{235}U era del 3 %.

Problema 3

¿Qué masa de hidrógeno necesitas para generar 1 MWD?

Solución

Del ciclo $p - p$ sabemos que al colisionar dos hidrógenos la energía que se libera es de $0.42\,\mathrm{MeV} \simeq 7.79{\times}10^{-25}\,\mathrm{MWD}$. Partiendo de la expresión para la energía liberada

$$E \simeq (7.79{\times}10^{-25}\,\mathrm{MWD})N, \tag{3.1}$$

con N la cantidad de núcleos, *i.e.*,

$$N = m \cdot \frac{N_A}{A}.$$

Sabemos que la energía generada es de 1 MWD, entonces de (3.1)

$$1\,\mathrm{MWD} \simeq (7.79{\times}10^{-25}\,\mathrm{MWD})(m \cdot 6.023{\times}10^{23}\,\frac{1}{\mathrm{g}}),$$

$$m \simeq \frac{1\,\mathrm{MWD} \cdot 1\,\mathrm{g}}{(7.79{\times}10^{-25}\,\mathrm{MWD})(6.023{\times}10^{23})},$$

$$\boxed{m \simeq 2.13\,\mathrm{g}.}$$

Problema 4

Se te da una muestra de madera proveniente de una excavación en Tlatelolco, su masa es de 10 g y su actividad es de 2.35 Bq ¿qué tan antigua es la muestra?

Solución

Queremos determina la antigüedad de la muestra, por lo que es necesario conocer λ y la actividad inicial $\mathcal{A}_0$; pero primero resolvemos (2.1) para t,

$$t = \frac{1}{\lambda} \ln\left(\frac{\mathcal{A}_0}{\mathcal{A}}\right). \tag{4.1}$$

Sabemos que la actividad inicial para materiales a base de carbono se obtiene a partir de

$$\mathcal{A}_0 = \lambda N_0 = \lambda\left(\frac{N_A}{A}\times m\times\frac{\#^{14}\mathrm{C}}{\#^{12}\mathrm{C}}\right)$$

con N_A el número de Avogadro, m la cantidad de muestra y $\#^{14}\mathrm{C}/\#^{12}\mathrm{C} = 1.3\times10^{-12}$.

La vida media del $^{14}\mathrm{C}$ es de

$$\boxed{\begin{aligned} t_{1/2} &= 5730\,\text{años}, \\ t_{1/2} &= 1.8\times10^{11}\,\mathrm{s}. \end{aligned}}$$

Tal que el valor de λ es

$$\lambda = \frac{\ln(2)}{1.8\times10^{11}\,\mathrm{s}}$$

$$\boxed{\lambda = 3.85\times10^{-12}\,\mathrm{s}^{-1}.} \tag{4.2}$$

Por lo que la actividad inicial de 10 g de madera es de

$$\mathcal{A}_0 = (3.85\times10^{-12}\,\mathrm{s}^{-1})\left(\frac{6.023\times10^{23}\,\mathrm{mol}^{-1}}{12\,\mathrm{g/mol}}\times10\,\mathrm{g}\times1.3\times10^{-12}\right),$$

$$\boxed{\mathcal{A}_0 \simeq 2.51\,\mathrm{Bq}.} \tag{4.3}$$

Sustituyendo (4.2) y (4.3) en (4.1) la antigüedad de la madera es de

$$
\begin{aligned}
t &= \frac{1}{3.85\times10^{-12}\,\mathrm{s}^{-1}} \ln\left(\frac{2.51\,\mathrm{Bq}}{2.35\,\mathrm{Bq}}\right), \\
&\simeq 1.7\times10^{10}\,\mathrm{s}, \\
&\boxed{t = 551\,\text{años.}}
\end{aligned}
$$

Problema 5

Si cada fisión del ^{235}U genera en promedio 2.5 neutrones de energías térmicas (aproxima a 1 eV) ¿qué cantidad de ese combustible es necesario para recibir una dosis alta de (5 Sv) en una persona de 80 kg de peso (solo proveniente de neutrones)?