Tarea 7

Entrega: 1 de diciembre de 2023

Problema 1

Un reactor de $100\,\mathrm{MW}$ consume la mitad de su combustible en 3 años. ¿Cuánto $^{235}\mathrm{U}^{92}$ contiene el reactor?

Solución

Sabemos que la potencia está dada por

$$P = \frac{E}{t},$$

$$\implies E = P \cdot t.$$

Así,

$$E = 100 \,\text{MW} \cdot 9.46 \times 10^7 \,\text{s},$$

$$E = 9.46 \times 10^{15} \,\mathrm{J}.$$

Recordando que

$$E = mc^2,$$

pero como la energía obtenida es para cuando el reactor ha consumido la mitad de su combustible, así que

$$E = \frac{m}{2}c^2,$$

$$\implies m = \frac{2E}{c^2}.$$

Por lo que la cantidad de combustible es de

$$m = \frac{2(9.46 \times 10^{15} \,\mathrm{J})}{(3 \times 10^8 \,\mathrm{m/s^2})^2},$$

$$m \approx 0.21 \,\mathrm{kg}$$
.

Si la masa del Sol es de 10^{29} kg, y su vida total es de 10^9 años, ¿qué potencia disipa al año?

Solución

Sabemos que la energía que se libera por en el ciclo p-p es de 24.68 MeV, que en J es

$$E_{\rm pp} = 3.95 \times 10^{-12} \,\mathrm{J}.$$

Y la cantidad de núcleos se obtiene a partir de

$$N = (10^{29} \cdot 1000 \,\mathrm{g}) \cdot \frac{6.023 \times 10^{23} \,\mathrm{1/mol}}{1 \,\mathrm{g/mol}},$$

$$N = 6.023 \times 10^{56}.$$

Entonces, la energía liberada es de

$$E = (3.95 \times 10^{-12} \text{ J})(6.023 \times 10^{56}),$$

$$E = 2.38 \times 10^{45} \text{ J}.$$

Finalmente, para obtener la potencia disipada por año,

$$P = \frac{2.38 \times 10^{45} \,\mathrm{J}}{3.15 \times 10^{16} \,\mathrm{s}},$$

$$P = 7.5417 \times 10^7 \,\mathrm{W}.$$

Maussan te da un pedazo de madera que dice ser proveniente de una nave espacial que llegó en 1325 y se estacionó en el patio de su casa ¿qué actividad debería tener dos gramos de esa madera?

Solución

Para obtener la actividad de los 2 g de madera después de $t = 2023 - 1325 = 698 \, \text{años} = 2.201 \times 10^{10} \, \text{s};$ recordamos que la actividad de un material está definida como

$$\mathcal{A} = \mathcal{A}_0 e^{-\lambda t},\tag{3.1}$$

con $\mathcal{A}_0(\mathcal{A}(0))$ la actividad inicial y λ la constante de decaimiento dada por

$$\lambda = \frac{\ln(2)}{t_{1/2}}. (3.2)$$

Sabemos que la vida media del $^{14}\mathrm{C}$ es de

$$t_{1/2} = 5730 \, \text{años},$$

 $t_{1/2} = 1.8 \times 10^{11} \, \text{s}.$

Para poder conocer la actividad al tiempo t es necesario conocer la constante de decaimiento y la actividad inicial, donde esta última se puede obtener de dos maneras: a partir del número de decaimientos de una planta viva o de la razón de $\#^{14}C^2/\#^{12}C^2$, como se puede observar a continuación, respectivamente:

$$A_0 = 12 \text{ desintegraciones/min/g} \cdot m,$$

$$\mathcal{A}_0 = 0.2 \,\mathrm{Bq/g} \cdot m,\tag{3.3}$$

o bien,

$$\mathcal{A}_0 = \lambda \cdot \left(\frac{N_A}{A} \cdot m \cdot \frac{\#^{14} C^6}{\#^{12} C^6}\right),\tag{3.4}$$

con N_A el número de Avogadro, m la cantidad de material en gramos y A el número atómico. (3.3) y (3.4) son equivalente. Ahora podemos calcular A_0 yy λ , tal que

$$\lambda = 3.85 \times 10^{-12} \frac{1}{s},$$

$$A_0 = 0.4 \,\text{Bq} \quad \text{de } (3.3),$$

$$A_0 = 0.5025 \,\text{Bq} \quad \text{de } (3.4).$$

$$A_0 = 0.4 \,\mathrm{Bq} \,\mathrm{de} \,(3.3),$$

$$A_0 = 0.5025 \,\mathrm{Bq} \,\mathrm{de}\,(3.4).$$

Por lo que la actividad de 2 g de madera es de

$$\implies \mathcal{A}(t = 698 \text{ años}) = 0.4 \text{ Bq} \cdot \text{e}^{-3.85 \times 10^{-12} \text{ 1/s} \cdot 2.201 \times 10^{10} \text{ s}},$$

$$\mathcal{A}(t = 698 \text{ años}) \simeq 0.3675 \text{ Bq}.$$

$$\implies \mathcal{A}(t = 698 \text{ años}) = 0.5025 \,\text{Bq} \cdot \text{e}^{-3.85 \times 10^{-12} \,\text{1/s} \cdot 2.201 \times 10^{10} \,\text{s}},$$

$$\mathcal{A}(t = 698 \,\text{años}) \simeq 0.4617 \,\text{Bq}.$$

El 210 Po es un isótopo radiactivo, emisor alfa con la misma actividad que 5 g de 226 Ra, con una vida media de 138 376 días. En 2006 el ex espía ruso Alexander Litvinenko fue envenenado con este isótopo. Suponiendo que bastó un microgramo para envenenarlo y que siendo un espía su peso estaba alrededor de los $100 \, \mathrm{kg}$ ¿cuál sería la dosis equivalente absorbida por el ex espía si en cada decaimiento las partículas pueden depositar una energía de alrededor de $4 \, \mathrm{MeV}$?

¿Qué tiempo después del Big Bang se separaron los campos electromagnéticos y débiles? ¿En qué momento se formaron los hadrones?