Tarea 7

Entrega: 1 de diciembre de 2023

Problema 1

Un reactor de 100 MW consume la mitad de su combustible en 3 años. ¿Cuánto $^{235}\text{U}^{92}$ contiene el reactor?

Solución

Sabemos que la potencia está dada por

$$P = \frac{E}{t},$$
$$\implies E = P \cdot t.$$

Así,

$$E = 100\,\text{MW} \cdot 9.46\times10^{7}\,\text{s},$$
$$\boxed{E = 9.46\times10^{15}\,\text{J}.}$$

Recordando que

$$E = mc^2,$$

pero como la energía obtenida es para cuando el reactor ha consumido la mitad de su combustible, así que

$$E = \frac{m}{2}c^2,$$
$$\implies m = \frac{2E}{c^2}.$$

Por lo que la cantidad de combustible es de

$$m = \frac{2(9.46\times10^{15}\,\text{J})}{(3\times10^{8}\,\text{m/s}^2)^2},$$
$$\boxed{m \approx 0.21\,\text{kg}.}$$

Problema 2

Si la masa del Sol es de 10^{29} kg, y su vida total es de 10^9 años, ¿qué potencia disipa al año?

Solución

Sabemos que la energía que se libera por en el ciclo p−p es de 24.68 MeV, que en J es

$$\boxed{E_{\mathrm{pp}} = 3.95\times 10^{-12}\,\mathrm{J}.}$$

Y la cantidad de núcleos se obtiene a partir de

$$N = (10^{29} \cdot 1000\,\mathrm{g}) \cdot \frac{6.023\times 10^{23}\,1/\mathrm{mol}}{1\,\mathrm{g/mol}},$$

$$\boxed{N = 6.023\times 10^{56}.}$$

Entonces, la energía liberada es de

$$E = (3.95\times 10^{-12}\,\mathrm{J})(6.023\times 10^{56}),$$

$$\boxed{E = 2.38\times 10^{45}\,\mathrm{J}.}$$

Finalmente, para obtener la potencia disipada por año,

$$P = \frac{2.38\times 10^{45}\,\mathrm{J}}{3.15\times 10^{16}\,\mathrm{s}},$$

$$\boxed{P = 7.5417\times 10^{7}\,\mathrm{W}.}$$

Problema 3

Maussan te da un pedazo de madera que dice ser proveniente de una nave espacial que llegó en 1325 y se estacionó en el patio de su casa ¿qué actividad debería tener dos gramos de esa madera?

Solución

Para obtener la actividad de los 2 g de madera después de $t = 2023 - 1325 = 698\,\text{años} = 2.201\times10^{10}\,\text{s}$; recordamos que la actividad de un material está definida como

$$\mathcal{A} = \mathcal{A}_0 \mathrm{e}^{-\lambda t}, \tag{3.1}$$

con $\mathcal{A}_0(\mathcal{A}(0))$ la actividad inicial y λ la constante de decaimiento dada por

$$\lambda = \frac{\ln(2)}{t_{1/2}}. \tag{3.2}$$

Sabemos que la vida media del $^{14}\mathrm{C}$ es de

$$\boxed{\begin{aligned} t_{1/2} &= 5730\,\text{años}, \\ t_{1/2} &= 1.8\times10^{11}\,\text{s}. \end{aligned}}$$

Para poder conocer la actividad al tiempo t es necesario conocer la constante de decaimiento y la actividad inicial, donde esta última se puede obtener de dos maneras: a partir del número de decaimientos de una planta viva o de la razón de $\#^{14}\mathrm{C}^2/\#^{12}\mathrm{C}^2$, como se puede observar a continuación, respectivamente:

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_0 &= 12\,\text{desintegraciones/min/g}\cdot m, \\ \mathcal{A}_0 &= 0.2\,\text{Bq/g}\cdot m, \end{aligned} \tag{3.3}$$

o bien,

$$\mathcal{A}_0 = \lambda \cdot \left(\frac{N_A}{A}\cdot m \cdot \frac{\#^{14}\mathrm{C}^6}{\#^{12}\mathrm{C}^6}\right), \tag{3.4}$$

con N_A el número de Avogadro, m la cantidad de material en gramos y A el número atómico. (3.3) y (3.4) son equivalente. Ahora podemos calcular $\mathcal{A}_0$ yy λ, tal que

$$\boxed{\begin{aligned} \lambda &= 3.85\times10^{-12}\,\frac{1}{\text{s}}, \\ \mathcal{A}_0 &= 0.4\,\text{Bq} \quad \text{de (3.3)}, \\ \mathcal{A}_0 &= 0.5025\,\text{Bq} \quad \text{de (3.4)}. \end{aligned}}$$

Por lo que la actividad de 2 g de madera es de

$$\Longrightarrow \mathcal{A}(t = 698 \text{ años}) = 0.4\,\mathrm{Bq} \cdot \mathrm{e}^{-3.85\times10^{-12}\,1/\mathrm{s}\cdot 2.201\times10^{10}\,\mathrm{s}},$$

$$\boxed{\mathcal{A}(t = 698 \text{ años}) \simeq 0.3675\,\mathrm{Bq}.}$$

$$\Longrightarrow \mathcal{A}(t = 698 \text{ años}) = 0.5025\,\mathrm{Bq} \cdot \mathrm{e}^{-3.85\times10^{-12}\,1/\mathrm{s}\cdot 2.201\times10^{10}\,\mathrm{s}},$$

$$\boxed{\mathcal{A}(t = 698 \text{ años}) \simeq 0.4617\,\mathrm{Bq}.}$$

Problema 4

El ^{210}Po es un isótopo radiactivo, emisor alfa con la misma actividad que 5 g de ^{226}Ra, con una vida media de 138 376 días. En 2006 el ex espía ruso Alexander Litvinenko fue envenenado con este isótopo. Suponiendo que bastó un microgramo para envenenarlo y que siendo un espía su peso estaba alrededor de los 100 kg ¿cuál sería la dosis equivalente absorbida por el ex espía si en cada decaimiento las partículas pueden depositar una energía de alrededor de 4 MeV?

Solución

Para poder obtener la dosis absorbida, primero debemos conocer la actividad inicial del ^{210}Po, que es equivalente a la de 5 g de ^{226}Ra, donde la actividad a $t = 0$ es

$$\mathcal{A}_0 = \lambda N_0,$$

$$\mathcal{A}_0 = \lambda \cdot \left(m \cdot \frac{N_A}{A} \right).$$

Calculamos la constante de decaimiento λ,

$$\lambda = \frac{\ln(2)}{1.2\times10^{10}\,\mathrm{s}},$$

$$\boxed{\lambda = 5.8\times10^{-11}\,\frac{1}{\mathrm{s}}.}$$

Por lo que $\mathcal{A}_0$ es

$$\begin{aligned}\mathcal{A}_0 &= (5.8\times10^{-11}\,\frac{1}{\mathrm{s}}) \left(5\,\mathrm{g} \cdot \frac{6.023\times10^{23}\,1/\mathrm{mol}}{226\,\mathrm{g/mol}} \right),\\ &= (5.8\times10^{-11}\,\frac{1}{\mathrm{s}})(1.33\times10^{22}\,\frac{1}{\mathrm{mol}}),\\ &\boxed{\mathcal{A}_0 = 7.72\times10^{11}\,\mathrm{Bq}.}\end{aligned}$$

Sabemos que $1\,\mathrm{Ci} = 3.7\times10^{10}\,\mathrm{Bq}$, por lo que $\mathcal{A}_0$ en mCi es igual a

$$\boxed{\mathcal{A}_0 = 20\,864.86\,\mathrm{mCi}.}$$

Calculamos ahora la razón de exposición, dada por:

$$\text{razón de exposición} = \frac{\Gamma \mathcal{A}}{d^2},$$

donde Γ es una constante de razón de exposición, $\mathcal{A}$ la actividad y d la distancia a la fuente.

La constante de razón de exposición para el ^{226}Ra es

$$\Gamma = 8.25\,\mathrm{R}\cdot\mathrm{cm}^2/(\mathrm{h}\cdot\mathrm{mCi}).$$

Y puesto que el Polonio fue ingerido por el ex espía suponemos que la distancia a la fuente es de $d = 0.1\,\mathrm{cm}$. Así,

$$\text{razón de exposición} = \frac{8.25\,\mathrm{R}\cdot\mathrm{cm}^2/(\mathrm{h}\cdot\mathrm{mCi})\cdot 20\,864.86\,\mathrm{mCi}}{(0.1\,\mathrm{cm})^2},$$

$$\boxed{\text{razón de exposición} = 1.72\times10^{7}\,\mathrm{R/h}.}$$

Recordamos que $1\,\mathrm{R} = 2.58\times10^{-4}\,\mathrm{C/kg}$ y una exposición a $1\,\mathrm{R}$ significa que se forman 1.61×10^{15} iones por kg. La energía en cada decaimiento es de aproximadamente $4\,\mathrm{MeV}$ o $4\times10^{6}\,\mathrm{eV}$, por lo que la dosis depositada es de

$$E_{\mathrm{dep}} = (4\times10^{6}\,\mathrm{eV})\left(1.61\times10^{15}\,\frac{\text{iones}}{\mathrm{kg}}\right),$$

$$\boxed{E_{\mathrm{dep}} = 1030.4\,\mathrm{J/kg}.}$$

Convertimos el resultado a Gy que es una unidad adecuada para medir la dosis de radiación absorbida, cuya relación de conversión es

$$1\,\mathrm{Gy} = 1\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg}}.$$

Entonces,

$$\boxed{E_{\mathrm{dep}} = 1030.4\,\mathrm{Gy}.}$$

Por loq ue la razón de dosis absorbida está dada por la razón de exposición y E_{dep},

$$\text{Razón de dosis absorbida} = (1.72\times10^{7}\,\mathrm{R/h})\cdot(1030.4\,\mathrm{Gy}),$$

$$\boxed{\text{Razón de dosis absorbida} = 1.77\times10^{10}\,\mathrm{Gy/h}.}$$

Problema 5

¿Qué tiempo después del Big Bang se separaron los campos electromagnéticos y débiles? ¿En qué momento se formaron los hadrones?

Solución

Los campos electromagnéticos y débiles se separaron a los 10^{-10} s del Big Bang. Mientras que los hadrones se formaron 10^{-6} s.