

Tarea 1

Entrega: 30 de agosto de 2023

Problema 1

Calcula el factor relativista γ de un protón de 10 GeV de energía total y de un electrón de 1 GeV.

Solución

Recordemos que el factor relativista γ está dado por:

$$\gamma = \frac{E}{mc^2}. \quad (1.1)$$

Además, que las masas del electrón (m_e) y protón (m_p) son $0.511 \text{ MeV}/c^2$ y $938 \text{ MeV}/c^2$, respectivamente. Por lo tanto, el factor relativista del protón es:

$$\begin{aligned} \gamma_p &= \frac{10 \times 10^9 \text{ eV}}{(938 \times 10^6 \text{ eV}/c^2) \cdot c^2}, \\ &= \frac{10 \times 10^9 \text{ eV}}{938 \times 10^6 \text{ eV}}, \\ \gamma_p &= 10.661 \text{ eV}. \end{aligned}$$

Y para el electrón,

$$\begin{aligned} \gamma_e &= \frac{1 \times 10^9 \text{ eV}}{(0.511 \times 10^6 \text{ eV}/c^2) \cdot c^2}, \\ &= \frac{1 \times 10^9 \text{ eV}}{0.511 \times 10^6 \text{ eV}}, \\ \gamma_e &= 1956.95 \text{ eV}. \end{aligned}$$

Problema 2

Calcula el camino libre medio de ese mismo protón que cruza un bloque de plomo, con sección eficaz de 1 barn.

Solución

Sabemos que el camino libre medio se obtiene a partir de

$$\lambda = \frac{1}{n\sigma}, \quad (2.1)$$

donde σ es la sección eficaz y $n = \rho N_A / A$ es la densidad volumétrica de blancos.

Para poder obtener el valor de n , debemos conocer ρ , A y N_A .

$$\rho = 1.1350 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3},$$

$$A = 207.2 \text{ g/mol},$$

$$N_A = 6.022 \times 10^{23} / \text{mol}.$$

Así, la densidad de blancos n es:

$$n = \frac{1.1350 \text{ g/cm}^3 (6.022 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1})}{207.2 \text{ g/mol}}$$

$$\boxed{n = 3.2987 \times 10^{21} \text{ cm}^{-3}.} \quad (2.2)$$

Sustituyendo (2.2) y $\sigma = 1 \text{ barn} = 1 \times 10^{-24} \text{ cm}^2$ en (2.1), obtenemos:

$$\lambda = \frac{1}{(3.2987 \times 10^{21} \text{ cm}^{-3})(1 \times 10^{-24} \text{ cm}^2)}$$

$$\boxed{\lambda = 303.147 \text{ cm}.}$$

Problema 3

¿Es posible el siguiente decaimiento?

$$\tau^- \longrightarrow \nu_\tau + \mu^- + \bar{\nu}_\mu$$

¿Qué tipo de interacción es: electromagnética, nuclear fuerte o débil? Dibuja el diagrama de Feynman asociado si el decaimiento es posible.

Solución

Para determinar si el decaimiento es posible debemos verificar que se conserve la energía, la carga eléctrica, el número bariónico y el número leptónico.

Escribimos nuevamente el decaimiento para verificar si la energía se conserva. Así,

$$\tau^- \longrightarrow \nu_\tau + \mu^- + \bar{\nu}_\mu,$$

$$1776.86 \text{ MeV} \longrightarrow 0 + 105.6 \text{ MeV} + 0.$$

Del lado izquierdo tenemos que hay mucha más energía en reposo que del lado derecho. Por lo tanto, la energía se conserva.

Pasamos a verificar si la carga se conserva. Así,

$$\tau^- \longrightarrow \nu_\tau + \mu^- + \bar{\nu}_\mu,$$

$$-1e \longrightarrow 0e + -1e + 0e.$$

Como se puede ver, de un lado tenemos que la carga es $-1e$ y del otro lado lo mismo, $-1e$: la carga se conserva.

Ahora necesitamos verificar el número bariónico. Sin embargo, todas las partículas que están presentes en el decaimiento son leptones, por lo que el número bariónico es cero. Por lo tanto, el número bariónico se conserva.

Para terminar, debemos verificar si el número leptónico se conserva. Recordemos que existen tres familias de leptones: e , μ y τ por lo que el número leptónico de cada una debe conservarse en ambos lados.

$$\tau^- \longrightarrow \nu_\tau + \mu^- + \bar{\nu}_\mu,$$

$$1_\tau \longrightarrow 1_\tau + 1_\mu + -1_\mu,$$

$$1_\tau \longrightarrow 1_\tau.$$

Es decir, el número leptónico de la familia τ se queda como 1 en ambos lados y, el número leptónico para la familia μ se hace cero del lado derecho. Por lo tanto, el número leptónico se conserva y, por ende, el decaimiento es posible.

¿Qué tipo de interacción es? Puesto que únicamente participan leptones, en particular leptones de la familia τ , la interacción es nuclear débil.

Finalmente, puesto que se conservan todos los números cuánticos, podemos hacer el diagrama de Feynman:

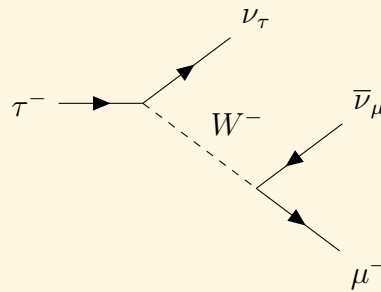


Figura 1: Diagrama de Feynman para el decaimiento del tauón.

Problema 4

¿Es posible la siguiente interacción?

$$e^{-} + e^{-} \longrightarrow e^{-} + e^{-}$$

¿Qué tipo de interacción es? Dibuja el diagrama de Feynman si la interacción es posible.

Solución

Puesto que estamos tratando con una interacción, no verificamos la conservación de la energía, ya que la colisión al no ser espontánea se les debió dar una energía para que chocaran en un principio.

El número bariónico es cero, ya que las partículas presentes en la interacción son leptones; por lo que únicamente necesitamos verificar si la carga y el número leptónico se conservan.

Rápidamente nos podemos dar cuenta que tanto la carga como el número leptónico se conservan, pues la colisión es únicamente entre electrones y de ambos lados tenemos el mismo número de electrones. Por lo tanto, la interacción es posible.

¿Qué tipo de interacción es? La interacción es meramente electromagnética.

Finalmente tenemos el diagrama de Feynman de la interacción:

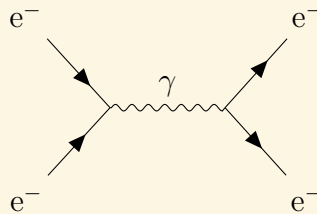


Figura 2: Diagrama de Feynman de la colisión de dos electrones.

Problema 5

¿Son posibles los siguientes decaimientos e interacciones?

- $\Omega^- \longrightarrow \Sigma^+ + e^- + \bar{\nu}_e$
- $p + e^- \longrightarrow n + \nu_e$
- $\pi^+ + n \longrightarrow \pi^+ + p$

Justifica tus respuestas.

Solución

- $\Omega^- \longrightarrow \Sigma^+ + e^- + \bar{\nu}_e$

Para determinar si el decaimiento es posible empezamos verificando si se conserva la energía:

$$1672.5 \text{ MeV} \longrightarrow 1184.37 \text{ MeV} + 0.511 \text{ MeV} + 0,$$

$$1672.5 \text{ MeV} \longrightarrow 1184.881 \text{ MeV}.$$

Del lado izquierdo tenemos que la energía es aún mayor, aunque no por tanto, que la energía del lado derecho. Por lo tanto, la energía se conserva.

Ahora, revisamos si se conserva la carga. Respectivamente tenemos que las cargas correspondientes a cada partícula son $-1e$, $+1e$, $-1e$ y $0e$, *i.e.*,

$$-1e \longrightarrow 1e + -1e,$$

$$-1e \longrightarrow 0.$$

La carga eléctrica es distinta en ambos lados de la expresión, por lo tanto la carga no se conserva y puesto que basta únicamente con esto para que la interacción no sea posible, ya no verificamos si la conservación del número bariónico y la del número leptónico se cumplen. Es decir, el decaimiento no es posible.

- $p + e^- \longrightarrow n + \nu_e$

Para facilitar el análisis primero identificaremos el tipo de partículas presentes en la interacción. Tenemos entonces dos bariones, p y n , y dos leptones, e^- y ν_e .

Nuevamente nos encontramos ante una interacción, *i.e.*, una colisión, por lo que omitimos la verificación de la conservación de la energía y únicamente nos toca hacerlo para la carga, el número bariónico y leptónico. Pero inmediatamente nos podemos dar cuenta que tanto del lado izquierdo como del derecho tenemos un barión y un leptón (de la misma familia), todas partículas, tal que el número bariónico y leptónico se conservan.

Finalmente, analizamos la conservación de la carga. Del lado izquierdo tenemos que la carga para el protón es $+1e$ y para el electrón es $-1e$, que es 0 y, del lado derecho, la carga de ambas partículas es cero. Por lo tanto, la carga se conserva y la interacción es posible.

Veamos entonces su diagrama de Feynman:

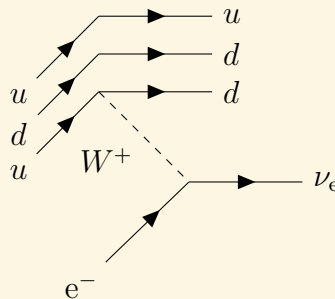


Figura 3: Diagrama de Feynman para la colisión entre un protón y un electrón.

- $\pi^+ + n \longrightarrow \pi^+ + p$

Sabemos que para este caso únicamente debemos verificar si la carga, el número bariónico y número leptónico se conservan. Notemos entonces que tenemos mesones (π^+) y bariones (p, n), inmediatamente sabemos que el número leptónico es 0 y que el número bariónico es 1 en ambos lados, tal que el número bariónico y el número leptónico se conservan.

Por otro lado sabemos que la carga del neutrón es 0, dando como resultado que la carga no se conserva, i.e.,

$$+1e \longrightarrow +1e + +1e,$$

$$+1e \longrightarrow +2e.$$

Por lo tanto, la interacción no es posible.