Tarea 3

Entrega: 28 de septiembre de 2023

Problema 1

Un anti-muón con 1 GeV de energía total cruza un blanco de silicio de 10 cm de longitud. Calcula la pérdida de energía tras cruzar dicha distancia.

Solución

Lo primero que debemos hacer es obtener el valor de la densidad del material del Si y la masa del anti-muón μ^+, cuyos valores, respectivamente, son

{eq:SiDensity}eq:SiDen

$$\rho_{\text{Si}} = 2.33\,\text{g/cm}^3, \tag{1.1}$$

{eq:AntimuonEnergy}eq:Antim

$$m_{\mu^+} = 105.658\,366\,\text{MeV}/c^2 = 0.105\,658\,366\,\text{GeV}/c^2. \tag{1.2}$$

Recordemos que la carga del anti-muón es +1e.

Y puesto que lo que queremos calcular es la pérdida de energía tras cruzar 10 cm en un medio material de densidad ρ_{Si}, que se obtiene a partir de la siguiente expresión

{eq:EnergyLossThroughMaterial}eq:Energ

$$\Delta E_{\text{pérdida}} = -\rho_{\text{Si}} \int_0^{10} \left\langle \frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}x} \right\rangle \mathrm{d}x. \tag{1.3}$$

Sin embargo, antes debemos calcular la pérdida de energía, dada por la ec. de Bethe-Bloch reducida, sin considerar además las correcciones por efecto de la densidad,

{eq:EnergyLoss}eq:Energ

$$-\left\langle \frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}x} \right\rangle = K z^2 \frac{Z}{A} \frac{1}{\beta^2} \left[\ln\left(\frac{2 m_{\text{e}} c^2 \beta^2 \gamma^2}{I} \right) - \beta^2 \right], \tag{1.4}$$

donde, $K = 0.3071\,\text{MeV} \cdot \text{cm}^2/\text{g}$, z la carga de la partícula incidente, Z el número de protones del medio, A el número de nucleones del medio, β, γlos factores relativistas de la partícula incidente e I el potencial de ionización.

Calculamos γ,

{eq:LorentzFactorSquared}eq:Loren

$$\begin{aligned} \gamma &= \frac{E_T}{E_R}, \\ &= \frac{1\,\text{GeV}}{0.105\,658\,366\,\text{GeV}}, \\ \gamma &= 9.4645, \\ \implies \quad & \boxed{\gamma^2 = 89.5768.} \end{aligned} \tag{1.5}$$

Y β,

$$\beta = \sqrt{1 - \tfrac{1}{\gamma^2}},$$

$$\beta = 0.994\,611,$$

$$\implies \boxed{\beta^2 = 0.988\,836.} \tag{1.6}$$

{eq:RelativeSpeedFactorSquared}eq:Relat

Por otro lado, para el Si existen 3 isótopos estables, elegimos aquel con $A = 28$ y $Z = 14$. Además de la aproximación del potencial de ionización dada por

$$I = 10Z\text{eV},$$

tal que,

$$I = 10(14)\text{eV},$$

$$\boxed{I = 140\,\text{eV}.} \tag{1.7}$$

{eq:IonizationPotential}eq:Ioniz

Ahora con todos elementos sí podemos calcular la pérdida de energía, por lo que sustituimos (1.5) a (1.7) en (1.4),

$$-\left\langle \frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}x} \right\rangle = (0.3071\,\text{MeV} \cdot \text{cm}^2/\text{g})(1)^2 \frac{14}{28} \frac{1}{0.988\,836}$$
$$\left[\ln\left(\frac{2(0.511\,\text{MeV}/c^2)c^2(0.988\,836)(89.5768)}{140\,\text{eV}} \right) - 0.988\,836 \right],$$

$$\boxed{-\left\langle \frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}x} \right\rangle = 1.924\,07\,\text{MeV} \cdot \text{cm}^2/\text{g}.}$$

Ahora, sustituimos el resultado anterior en (1.3),

$$\Delta E_{\text{pérdida}} = -(2.33\,\text{g}/\text{cm}^3) \int_0^{10} (1.924\,07\,\text{MeV} \cdot \text{cm}^2/\text{g})\,\mathrm{d}x,$$

$$= (4.4831\,\text{MeV}/\text{cm})\; x\Big|_0^{10},$$

$$= (4.4831\,\text{MeV}/\text{cm})(10\,\text{cm}),$$

$$\boxed{\Delta E_{\text{pérdida}} = 44.831\,\text{MeV}.}$$

Problema 2

Un fotón de 35 MeV pasa por una dispersión de Compton y sale con un ángulo de $\frac{\pi}{3}$. ¿Cuál es la energía del fotón al salir? ¿Cuál es la energía cinética del electrón dispersado?

Solución

Para conocer la energía del fotón al salir usamos la relación dada por:

$$h\nu' = \frac{h\nu}{1+\gamma(1-\cos\theta)},$$

con $\gamma = \frac{h\nu}{m_{\mathrm{e}}c^2}$. Así,

$$\begin{aligned} h\nu &= \frac{35\,\mathrm{MeV}}{1+(\frac{35}{0.511})(1-\cos(\frac{\pi}{3}))}, \\ &= 0.993\,009\,\mathrm{MeV}, \\ &\boxed{h\nu \simeq 1\,\mathrm{MeV}.} \end{aligned} \tag{2.1}$$

{eq:PhotonEnergyAfterCollision}eq:Phot

Por otro lado, para saber la energía cinética del electrón disparado usamos que

$$T_{\mathrm{e}} = h\nu - h\nu'.$$

Sustituyendo (2.1) en la expresión para T_{e},

$$\begin{aligned} T_{\mathrm{e}} &= 35\,\mathrm{MeV} - 1\,\mathrm{MeV}, \\ &\boxed{T_{\mathrm{e}} = 34\,\mathrm{MeV}.} \end{aligned}$$

Problema 3

Mencionan dos tipos de detectores de ionización y explica la base de su funcionamiento.

Solución

Los detectores de ionización son dispositivos diseñados para medir la ionización producida cuando una partícula cargada atraviesa un medio material.

La partícula cargada pasa produciendo ionizaciones en el medio, y el campo eléctrico evita que los pares electrón-ion se recombinen acelerándolos a sus respectivos electrodos. Algunos de los detectores de ionización son: cámaras de ionización y contadores proporcionales.

- Cámara de ionización

  Las cámaras de ionización se pueden considerar como un capacitor de placas paralelas, donde la región entre las placas está llena de gas, habitualmente aire. El campo eléctrico en esta región evita que los iones se recombinen con los electrones y los acelera hacia la placa positiva, mientras que los iones se aceleran hacia la otra.

  Las señales producidas son muy pequeñas, por lo que deben ser amplificadas por un factor de alrededor de 10^4 antes de poder ser analizada. La amplitud de esta señal es proporcional al número de iones formados y es independiente al voltaje entre las placas. Aunque el voltaje aplicado determina la velocidad con la que los iones y electrones son acelerados hacia los electrodos.

- Contadores proporcionales

  Los contadores proporcionales son similares a las cámaras de ionización, pero operan en la región proporcional con campo eléctrico intensos ($\sim 10^4$ V/cm) y amplificaciones alrededor de 10^5 electrones por ionización. Estos detectores suelen ser arreglos cilíndricos con un alambre central como ánodo y una carcasa cilíndrica como cátodo. La geometría de estos detectores, así como el voltaje aplicado son tales que en casi toda la cámara la magnitud del campo eléctrico es débil y la cámara actúa como una cámara de ionización. Sin embargo, cerca del eje axial, donde se ubica el ánodo, suceden la mayor parte de las multiplicaciones, la avalancha que se produce aquí suele llamarse *avalancha de Townsed.*

  Un diseño clave de estos detectores es que en cada punto de ionización debida a la radiación ionizante produzca una única avalancha. Esto se hace para asegurar la proporcionalidad entre el número de eventos originales y el total de la corriente.

Problema 4

¿Cuáles son los ángulos de Cherenkov para electrones y piones con momento de 1000 MeV/c para un radiador con índice de refracción $n = 1.4$?

Solución

Los ángulos de Cherenkov están dados por

$$\cos\theta_C = \frac{1}{\beta n},$$

donde β es el factor de la velocidad relativa y n es el índice de refracción.

Para obtener β fácilmente, primero obtenemos el factor γ dado como

$$\gamma = \frac{pc}{E} + 1,$$

con $E = mc^2$.

Por un lado, para el electrón, cuya masa es $m_{\mathrm{e}} = 0.511\,\mathrm{MeV}/c^2$,

$$\gamma_{\mathrm{e}} = \frac{(1000\,\mathrm{MeV/c}\cdot c)}{(0.511\,\mathrm{MeV}/c^2)\cdot c^2} + 1,$$

$$= \frac{1000\,\mathrm{MeV/c}}{0.511\,\mathrm{MeV}/c^2} + 1,$$

$$\boxed{\gamma_{\mathrm{e}} = 1957.95.}$$

Y el factor β_{e},

$$\beta_{\mathrm{e}} = \sqrt{1 - \frac{1}{(1957.95)^2}},$$

$$\boxed{\beta_{\mathrm{e}} = 0.9999.}$$

Por lo que los ángulos de Cherenkov para los electrones son

$$\theta_C = \arccos(\tfrac{1}{\beta_{\mathrm{e}} n}),$$

$$= \arccos\left(\frac{1}{(0.9999)(1.4)}\right),$$

$$\boxed{\theta_C = 44.4153^\circ.}$$

Por el otro, para el pión, cuya masa es $m_{\pi^+} = 140\,\mathrm{MeV}/c^2$,

$$\gamma_{\pi^+} = \frac{(1000\,\mathrm{MeV/c})\cdot c}{(140\,\mathrm{MeV}/c^2)\cdot c^2} + 1,$$
$$= \frac{1000\,\mathrm{MeV}}{140\,\mathrm{MeV}} + 1,$$
$$\boxed{\gamma_{\pi^+} = 8.142\,86.}$$

Y el factor β_{π^+},

$$\beta_{\pi^+} = \sqrt{1 - \frac{1}{(8.142\,86)^2}},$$
$$\boxed{\beta_{\pi^+} = 0.992\,431.}$$

Por lo que los ángulos de Cherenkov para los piones son

$$\theta_C = \arccos(\tfrac{1}{\beta_{\pi^+} n}),$$
$$= \arccos\left(\frac{1}{(0.992\,431)(1.4)}\right),$$
$$\boxed{\theta_C = 43.9675^\circ.}$$

Problema 5

¿Cómo funciona y qué mide un calorímetro (en física de partículas)? ¿De qué materiales se pueden construir?