

Tarea 2

Entrega: 28 de agosto de 2022

Problema 1

- a) Considera la distancia Euclidiana en \mathbb{R}^2 definida por

$$(\Delta r)^2 = (\Delta x)^2 + (\Delta y)^2.$$

Demuestra que la distancia Euclidiana es invariante ante rotaciones

$$x' = x \cos \theta - y \sin \theta,$$

$$y' = x \sin \theta + y \cos \theta,$$

donde θ es un ángulo constante.

- b) Considera ahora un espacio-tiempo 2+1-dimensional y un observador inercial \mathcal{O} en éste.

En clase mencionamos que las transformaciones relativistas que buscamos deben dejar invariante al intervalo entre dos eventos, definido como

$$(\Delta s)^2 = -(\Delta t)^2 + (\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2.$$

Dado lo que acabas de demostrar en a), ¿se te ocurre un ejemplo de una transformación que deje invariante al intervalo? Es una transformación espacio-temporal, así que también debes especificar cuál es el cambio en la coordenada temporal.

Problema 2

Considera tres sistemas de referencia inerciales \mathcal{O} , \mathcal{O}' y \mathcal{O}'' en un espacio-tiempo 1+1-dimensional. El sistema se mueve con velocidad v a lo largo de la dirección positiva del eje x respecto a \mathcal{O} , mientras que el sistema \mathcal{O}'' se mueve con velocidad $-v$ también respecto a \mathcal{O} (es decir, en la dirección x negativa). Además, estos sistemas son tales que el origen de los tres coincide en el mismo evento A .

- a) Pinta los ejes de los tres sistemas en el diagrama de \mathcal{O} . Indica con claridad cuál es la inclinación de los ejes.
- b) Elige algún evento B en el eje x (que no sea el origen) y márcalo en el diagrama. ¿Cuál es el tipo de separación que hay entre A y B ? Recuerda que esta respuesta es independiente del sistema de referencia que use para hacer el cálculo.

- c) ¿Según \mathcal{O} qué evento ocurre primero, A o B ?
 - d) ¿Según \mathcal{O}' qué evento ocurre primero, A o B ? Pinta la línea de los eventos que son simultáneos a B según \mathcal{O}' .
 - e) ¿Según \mathcal{O}'' qué evento ocurre primero, A o B ? Pinta la línea de los eventos que son simultáneos a B según \mathcal{O}' .
 - f) Elige ahora un evento C en el eje t (que no sea el origen) y márcalo en el diagrama. ¿Cuál es el tipo de separación que hay entre A y C ? Recuerda que esta respuesta es independiente del sistema de referencia que uses para hacer el cálculo.
 - g) ¿Según \mathcal{O} qué evento ocurre primero, A o C ?
 - h) ¿Según \mathcal{O}' qué evento ocurre primero, A o C ? Pinta la línea de los eventos que son simultáneos a C según \mathcal{O}' .
 - i) ¿Según \mathcal{O}'' qué evento ocurre primero, A o C ? Pinta la línea de los eventos que son simultáneos a C según \mathcal{O}'' .
-

Problema 3

- a) Localiza en el diagrama de \mathcal{O} al evento B de coordenadas $(b, 0)$ con $b > 0$.
 - b) Calcula el intervalo $(\Delta s_{AB})^2$ entre A y B . ¿Qué tipo de separación hay entre estos eventos?
 - c) Escribe la ecuación del lugar geométrico de todos los eventos C tales que $(\Delta s_{AC})^2 = (\Delta s_{AB})^2$, es decir, de todos los eventos que equidistan espacio-temporalmente de A . Pinta este lugar geométrico en el diagrama de \mathcal{O} (ambas ramas).
-