KIT

DE

SOBREVIVÊNCIA

PARTE I

- TEORIA -

Sumário

FATORAÇÃO

Fatorar uma expressão algébrica significa reescrevê-la como um produto.

Há várias formas de se fatorar uma expressão algébrica. Em geral, coloca-se em evidência o fator comum a todos os termos da expressão.

Exemplo:

Fatorar $7xy^3 - x^2y^2 + 8x^4y^3 - x^3y^5$

como xy^2 é o fator comum a todos os termos da expressão

$xy^2(7y - x + 8x^3y - x^2y^3)$

Algumas técnicas de fatoração utilizadas com freqüência:

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$
$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$
$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$
$$(a + b)^3 = a^3 + 3^{a2}b + 3ab^2 + b^3$$

Observe que **não há** fórmula para a expressão $\boldsymbol{a^2 + b^2}$, pois ela não pode ser fatorada utilizando números reais.

Outra expressão que pode ser fatorada é a do tipo $ax^2 + bx + c$, que se transforma no produto de dois binômios, $(x - x_1)(x - x_2)$.

Por exemplo:

$$x^2 - 2x + 8 = (x - \underline{\mathbf{4}})(x + \underline{\mathbf{2}})$$

Os termos grifados (x_1 , x_2) podem ser encontrados resolvendo-se a equação $ax^2 + bx + c = 0$ através da fórmula de Báskara.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Exemplos:

1) Fatorar $x^2 - 2x - 15$

$$x^2 - 2x - 15 = 0$$
$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 60}}{2} = \frac{2 \pm 8}{2}$$
$$x_1 = 5 \qquad x_2 = -3$$

Então $x^2 - 2x - 15 = (x - 5)(x + 3)$

2) Fatorar $x^6 - 16 = (x^3)^2 - (4)^2$

$$x^6 - 16 = (x^3 + 4)(x^3 - 4)$$

3) Fatorar $64a^3 - 27b^3 = (4a)^3 - (3b)^3$

$$64a^3 - 27b^3 = (4a - 3b)(16a^2 + 12ab + 9b^2)$$

ATENÇÃO

Não cometa mais este erro:

$a^2 - b^2 = (a - b)^2$	ERRADO	$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$	CERTO
$-(x - y) = -x - y$	ERRADO	$-(x - y) = -x + y$	CERTO

FRAÇÕES

$$\frac{a}{b}\begin{cases} a & \text{d idvoi doe mna n} \\ b & \text{d iov uis dnreanc} \end{cases} \text{, onde } b \neq 0$$

* SIMPLIFICAÇÃO DE FRAÇÕES

Para simplificar uma fração é necessário dividir o numerador e o denominador pelo seu máximo divisor comum.
Exemplos:

$$\frac{36}{48} = \frac{36 \div 12}{48 \div 12} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{2x^2}{4xy} = \frac{2 \cdot x \cdot x}{4 \cdot x \cdot y} = \frac{x}{2y} \text{ , onde } x, y \neq 0$$

$$\frac{14a^2bc}{21ab^2c} = \frac{2 \cdot 7 \cdot a \cdot a \cdot b \cdot c}{3 \cdot 7 \cdot a \cdot b \cdot b \cdot c} = \frac{2a}{3b} \text{ , onde } a, b, c \neq 0$$

Pode-se também simplificar frações, aplicando os casos de fatoração nos termos da fração e cancelando os fatores comuns.
Exemplos:

$$\frac{5x-10}{15} = \frac{5(x-2) \div 5}{15 \div 5} = \frac{x-2}{3}$$

$$\frac{a^2-4}{a-2} = \frac{(a+2)(a-2)}{a-2} = a+2 \text{ , onde } a \neq 2$$

$$\frac{x+y}{x^2+2xy+y^2} = \frac{x+y}{(x+y)^2} = \frac{1}{x+y} \text{ , onde } x+y \neq 0$$

Por quê, nas simplificações, deve-se tomar cuidado com as restrições do tipo $x \neq 0$, $x+y \neq 0$, $a \neq 2$, etc ?

OPERAÇÕES COM FRAÇÕES

*** ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO**

Reduzimos as frações ao mesmo denominador, quando necessário. Divide-se este denominador pelos denominadores anteriores e o resultado multiplica-se pelo numerador correspondente.

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b} \text{ , onde } b \neq 0$$

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{b} = \frac{a-c}{b} \text{ , onde } b \neq 0$$

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+bc}{bd} \text{ , onde } b, d \neq 0$$

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{ad-bc}{bd} \text{ , onde } b, d \neq 0$$

Exemplo:

$$\frac{4}{5}+\frac{2}{3}=\frac{4\cdot 3+2\cdot 5}{15}=\frac{22}{15} \qquad \frac{2}{x}+\frac{3}{x^2}=\frac{2\cdot x+3\cdot 1}{x^2}=\frac{2x+3}{x^2}$$

$$\frac{4}{5}-\frac{2}{3}=\frac{4\cdot 3-2\cdot 5}{15}=\frac{2}{15} \qquad \frac{2}{x}-\frac{3}{x^2}=\frac{2\cdot x-3\cdot 1}{x^2}=\frac{2x-3}{x^2}$$

*** MULTIPLICAÇÃO**

Multiplica-se os numeradores entre si e os denominadores entre si.

$$\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{ac}{bd}\text{ , onde } b,\, d\neq 0$$

Exemplo:

$$\frac{3a}{2}\cdot\frac{a}{5b}=\frac{3a^2}{10b} \qquad \frac{2c}{7}\cdot\frac{5}{d}=\frac{10c}{7d}$$

*** DIVISÃO**

Multiplica-se a fração do numerador pelo inverso da fração do denominador.

$$\frac{a}{bc}\div\frac{c}{d}=\frac{a}{bc}\cdot\frac{d}{c}=\frac{ad}{bc^2} \quad \text{ou} \quad \frac{\frac{a}{bc}}{\frac{c}{d}}=\frac{a}{bc}\cdot\frac{d}{c}=\frac{ad}{bc^2}, \quad \text{onde } b,\, c,\, d\neq 0$$

Exemplos:

$$\frac{\frac{a}{b}}{c}=\frac{a}{b}\div c=\frac{a}{b}\cdot\frac{1}{c}=\frac{a}{bc}\text{ , onde } b,\, c\neq 0$$

$$\frac{1}{\frac{a}{b}}=1\div\frac{a}{b}=1\cdot\frac{b}{a}=\frac{b}{a}\text{ , onde } a,\, b\neq 0$$

<u>ATENÇÃO</u>

Não cometa mais estes erros:

$\frac{x+y}{y}=x$	ERRADO	$\frac{x\cdot y}{y}=x$	CERTO
$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{a+b}$	ERRADO	$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{b+a}{a\cdot b}$	CERTO
$\frac{a-b}{a}=-b$	ERRADO	$\frac{a-b}{a}=1-\frac{b}{a}$	CERTO

POTENCIAÇÃO

$$a^n \begin{cases} a \to \text{base} \\ n \to \text{e xo pe} \end{cases}$$

* Toda potência de expoente zero é igual a 1.

$$a^0 = 1 \quad , \quad a \neq 0$$

Exemplos:

$$(143)^0 = 1 \qquad\qquad \left(\frac{3x}{5y^2}\right)^0 = 1$$

* Toda potência de expoente 1 é igual a base.

$$a^1 = a$$

Exemplo:

$$\left(\frac{7a^4}{2b}\right)^1 = \frac{7a^4}{2b}$$

* Toda potência de expoente negativo e base não nula é igual ao inverso da base elevada ao expoente positivo.

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad , \quad a \neq 0$$

Exemplos:

$$\left(-\frac{7}{10}\right)^{-1} = -\frac{10}{7} \qquad\qquad \left(x^2 - 7\right)^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{\left(x^2-7\right)^{\frac{2}{3}}} = \frac{1}{\sqrt[3]{\left(x^2-7\right)^2}}$$

<u>Atenção ao exemplo abaixo:</u>

$$\frac{1}{\sqrt[3]{\dfrac{7+x}{2-y}}} = \frac{1}{\left(\dfrac{7+x}{2-y}\right)^{\frac{1}{3}}} = \left(\frac{7+x}{2-y}\right)^{-\frac{1}{3}} = \left(\frac{2-y}{7+x}\right)^{\frac{1}{3}}$$

*Um número negativo elevado numa potência par torna-se positivo.
Exemplos:

$$(-3)^2 = (-3)\cdot(-3) = 9 \qquad\qquad \left(-\frac{4}{5}\right)^{-2} = \left(-\frac{5}{4}\right)^2 = \left(-\frac{5}{4}\right)\cdot\left(-\frac{5}{4}\right) = \frac{25}{16}$$

Mas $\quad -5^2 = -1\cdot 25 = -25$

* Um número negativo elevado numa potência ímpar conserva seu sinal.
Exemplo:

$$(-4)^3 = (-4)\cdot(-4)\cdot(-4) = -64$$

<u>PROPRIEDADES:</u>

* Um produto de potências de mesma base é igual à potência que se obtém conservando-se a base e somando-se os expoentes.

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

Exemplo: $\left(-4xy^3\right)^2 = \left(-4xy^3\right)\cdot\left(-4xy^3\right) = 16x^2y^6$

* Um quociente de potências de mesma base é igual à potência que se obtém conservando a base e subtraindo os expoentes.

$$\frac{a^m}{a^n} = a^m \div a^n = a^{m-n}$$

Exemplo:

$$\frac{5x^3y}{7xy^2} = 5x^3y \div 7xy^2 = \frac{5}{7}x^2y^{-1} = \frac{5x^2}{7y}$$

* Uma potência elevada a um dado espoente é igual à potência que se obtém conservando a base e multiplicando os expoentes.

$$\left(a^m\right)^n = a^{m \cdot n}$$

Exemplo:

$$\left(2x \cdot \frac{y^2}{3}\right)^3 = 8x^3 \cdot \frac{y^6}{27} = \frac{8x^3y^6}{27}$$

* O mesmo aplica-se ao quociente elevado a um certo expoente.

$$\left(a \div b\right)^n = a^n \div b^n \quad \text{ou} \quad \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n} \quad , b \neq 0$$

Exemplo:

$$\left(\frac{4x^2}{3b^3}\right)^{-2} = \left(\frac{3b^3}{4x^2}\right)^2 = \frac{\left(3b^3\right)^2}{\left(4x^2\right)^2} = \frac{9b^6}{16x^4}$$

<u>ATENÇÃO</u>

Não cometa mais estes erros:

$x^{-\frac{1}{3}} = \frac{1}{x^3}$	ERRADO	$x^{-\frac{1}{3}} = \frac{1}{x^{\frac{1}{3}}} = \frac{1}{\sqrt[3]{x}}$	CERTO
$x\sqrt{x+x^2} = \sqrt{x^2+x^3}$	ERRADO	$x\sqrt{x+x^2} = \sqrt{x^2(x+x^2)} = \sqrt{x^3+x^4}$	CERTO
$(x+y)^2 = x^2+y^2$	ERRADO	$(x+y)^2 = x^2+2xy+y^2$	CERTO
$\sqrt{x+y} = \sqrt{x}+\sqrt{y}$	ERRADO	$\sqrt{x \cdot y} = \sqrt{x} \cdot \sqrt{y}$	CERTO

<u>RADICIAÇÃO</u>

$$\boxed{\sqrt[q]{a^p} = a^{\frac{p}{q}} \ , \ \text{sendo } q \geq 2}$$

$\sqrt[q]{a}$, se q é par então $a \geq 0$
se q é ímpar então $a \in$ R

- Decomposição do radicando:

Exemplos:

$\sqrt[5]{32}$ =

Fatorando-se 32, temos: $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^5$

Simplificando o índice da raiz com o expoente do radicando: $\sqrt[5]{2^5}$ = 2.

$\sqrt{8}$ =

Fatorando o 8, temos: $2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^3$

Simplificando o índice da raiz com o expoente do radicando: $\sqrt{2^3} = \sqrt{2^2 \cdot 2} = 2\sqrt{2}$

Daí, temos: $\sqrt[n]{a^n} = a$

- Simplificação de radicais:

Simplifica-se o índice e o expoente pelo máximo divisor comum aos dois.

Exemplos:

$$\sqrt[6]{2^4} = \sqrt[6\div 2]{2^{4\div 2}} = \sqrt[3]{2^2}$$

- Produto de radicais:

Exemplo:

$$\sqrt{4 \cdot 25} = \sqrt{4} \,.\, \sqrt{25} = 2 \,.\, 5 = 10$$

Daí, temos:

$$\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \,.\, \sqrt[n]{b}$$

- Divisão de radicais:

$$\sqrt{\frac{25}{9}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{9}} = \frac{5}{3}$$

Logo, temos:

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

- Potenciação de radicais:

Conserva-se o índice e eleva-se o radicando e o coeficiente (caso exista) na potência correspondente.

Exemplos:

1) $(\sqrt[7]{2})^5 = \sqrt[7]{2^5}$

2) $(2\sqrt[5]{2^3})^2 = 2^2 \,.\sqrt[5]{2^6} = 4\sqrt[5]{2^6} = 8\sqrt[5]{2}$

Logo, temos:

$$(\sqrt[q]{x^m})^n = (\sqrt[q]{x^{m.n}})$$

- Radiciação de radicais:

Para extrair a raiz de um radical, multiplicam-se os índices e conservam-se os radicandos.

Exemplos:

$$\sqrt[3]{\sqrt{a}} = \sqrt[3\cdot 2]{a} = \sqrt[6]{a}$$

$$\sqrt[5]{a\sqrt{a^3}} = \sqrt[5]{\sqrt{a^2.a^3}} = \sqrt[10]{a^5} \quad = \sqrt[5]{a}$$

Logo:

$$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m\cdot n]{a}$$

Observação:

Para introduzir um termo numa raiz eleva-se o número na potência correspondente ao índice da raiz onde ele será introduzido.

- Racionalização de denominadores:

Racionalizar denominadores é transformar os números irracionais dos denominadores em números racionais.

Primeiro Caso:
O denominador é formado somente pelo radical.

Exemplos:

1) $\dfrac{3}{2\sqrt{7}} = \dfrac{3}{2\sqrt{7}} \cdot \dfrac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}} = \dfrac{3\sqrt{7}}{2.7} = \dfrac{3\sqrt{7}}{14}$

2) $\dfrac{1}{\sqrt[3]{2}} = \dfrac{1}{\sqrt[3]{2}} \cdot \dfrac{\sqrt[3]{2^2}}{\sqrt[3]{2^2}} = \dfrac{\sqrt[3]{4}}{2}$

Segundo Caso:
O denominador é a soma de dois termos, sendo ao menos um deles um radical.
Sugestão: Lembre os casos de fatoração.

Exemplos:

1) $\dfrac{1}{2+\sqrt{3}} = \dfrac{1}{2+\sqrt{3}} \cdot \dfrac{2-\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}} = \dfrac{2-\sqrt{3}}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})} = \dfrac{2-\sqrt{3}}{4-3} = 2-\sqrt{3}$

2) $\dfrac{3}{2\sqrt{5}+1} = \dfrac{3}{2\sqrt{5}+1} \cdot \dfrac{2\sqrt{5}-1}{2\sqrt{5}-1} = \dfrac{6\sqrt{5}-3}{4\cdot 5-1} = \dfrac{6\sqrt{5}-3}{19}$

ATENÇÃO

Não cometa mais este erro:

$\sqrt{x+y} = \sqrt{x} + \sqrt{y}$ ERRADO $\qquad \sqrt{x+y} = (x+y)^{\frac{1}{2}}$ CERTO

INEQUAÇÕES

Resolver uma inequação consiste em determinar os valores que satisfazem a inequação em questão.

Vejamos algumas propriedades das inequações:

1. $a > b \wedge b > c \rightarrow a > c$

Seja $a > b$:

2. $c > 0 \rightarrow a \cdot c > b \cdot c$

3. $c < 0 \rightarrow a \cdot c < b \cdot c$

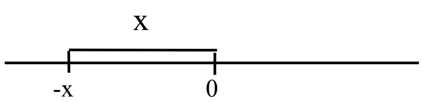
4. $a > b \rightarrow a + c > b + c$

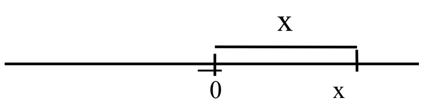
5. $a > b \wedge c > d \rightarrow a + c > b + d$

VALOR ABSOLUTO

O valor absoluto de um número real é a distância entre ele e a origem, independentemente do sentido.

$$|x| = \begin{cases} x, & se\ x \geq 0 \\ -x, & se\ x < 0 \end{cases}$$





Propriedades :

1) $|x| < a$, $-a < x < a$

2) $|x| > a$, $x > a$ ou $x < -a$

3) $|a + b| \leq |a| + |b|$

4) $|a \cdot b| = |a| \cdot |b|$

5) $|a| = b, b > 0 \leftrightarrow a = b$ ou $a = -b$

Exemplos:

1) $|x - 3| < \frac{1}{2}$

$-\frac{1}{2} < x - 3 < \frac{1}{2}$ Propriedade 1 (valor absoluto)

$-\frac{1}{2} + 3 < x - 3 + 3 < \frac{1}{2} + 3$ Propriedade 4 (inequações)

$\frac{5}{2} < x < \frac{7}{2}$

2) $|-2x - 7| \geq 3$

$-2x - 7 \geq 3$ ou $-2x - 7 \leq -3$ Propriedade 2 (valor absoluto)

$-2x - 7 + 7 \geq 3 + 7$ $\quad$ $-2x - 7 + 7 \leq -3 + 7$ Propriedade 4 (inequações)

$-2x \cdot -\frac{1}{2} \leq 10 \cdot -\frac{1}{2}$ $\quad$ $-2x \cdot -\frac{1}{2} \geq 4 \cdot -\frac{1}{2}$ Propriedade 3 (inequações)

$x \leq -5$ $\quad$ $x \geq -2$

3) $\dfrac{x-1}{x+5} < 0$

Analisando o sinal das funções $y = x - 1$ e $y = x + 5$, temos:

```
- - - - - - - - - - -  + + + + + + +     y = x - 1
______________________o_______________
                      1

- - - - - -  + + + + + + + + + + + +     y = x + 5
____________o_________________________
           -5
```

$y = \dfrac{x-1}{x+5}$

```
+ + + +  - - - - -  + + + + + + +
_______o___________o_____________
      -5           1
```

Solução: (-5 ; 1) ou S={x ∈ R / -5 < x <1}

4) $x^2 - 2x - 8 \geq 0$

Serão feitas duas resoluções diferentes:

<u>Primeira</u>

Utilizando a fatoração, transforma-se a expressão $x^2 - 2x - 8$ no produto $(x - 4)(x + 2)$ e analisa-se o sinal de cada uma das funções $y = x - 4$ e $y = x + 2$.

```
- - - - - - - - - - - - - - -  + + + + +   y = x - 4
______________________________●__________
                              4
- - - -  + + + + + + + + + + + + + +      y = x + 2
________●_____________________________
       -2
+ + +  - - - - - - - - - -  + + + + +     y = (x - 4)(x + 2)
______●___________________●___________
     -2                   4
```

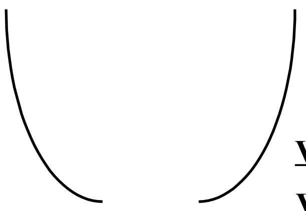
Solução: (-∞ ; -2] ∪ [4 ; +∞)

<u>Segunda</u>

Analisa-se o sinal da função $y = x^2 - 2x - 8$ (parábola).

Solução: (-∞ ; -2] ∪ [4 ; +∞)

```
+ + + + +  - - - - - - - - -  + + + + + + +
___________________________________________
        -2                 4
```



VARIÁVEL DEPENDENTE E VARIÁVEL INDEPENDENTE

1) $y - x^2 + 5 = 0$

2) $y - x^2 = -5$

x e y estão relacionados, mas a dependência não é explícita

3) $y = x^2 - 5$ Da forma como é apresentada a função, sabendo-se x, y fica

automaticamente definido , ou seja, *y* depende de *x*.

$x \rightarrow$ *variável independente*
$y \rightarrow$ *variável dependente*

4) $x = \sqrt{y+5}$ ou $x = -\sqrt{y+5}$

Observe que as funções também podem ser apresentadas nesta forma, mudando assim, a relação de dependência.

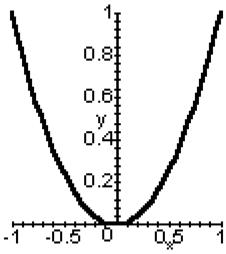
$y \rightarrow$ *variável independente*
$x \rightarrow$ *variável dependente*

FUNÇÃO

Dados os conjuntos A e B, uma função definida em A e com valores em B é uma lei ou regra que a cada elemento em A faz corresponder um único elemento de B.

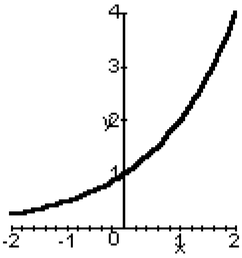
Exemplos:

$y = x^2$



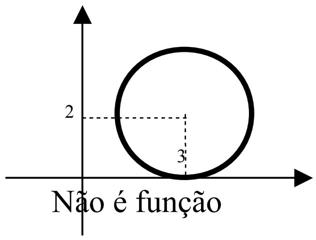
É função

$y = 2^x$



É função

$(x-3)^2+(y-2)^2=9$



Não é função

DOMÍNIO

Conjunto de todos os valores possíveis da variável independente (x) que fazem a função estar definida.

Exemplo:

$y = x^2 + 3$
Dom f : R

Deve-se ter cuidado ao analisar-se uma função, pois algumas vezes seu domínio possui restrições, como nos exemplos a seguir:

1) $g(t) = \sqrt{t+3}$

$t + 3 \geq 0$ (ver radiciação)

$t \geq -3$

Dom f: $[-3\ ;\ +\infty)$ ou   Dom = $\{t \in R\ /\ t \geq -3\}$

2) $f(x) = \dfrac{2x-3}{x-2}$

$x - 2 \neq 0$ (ver frações)

$x \neq 2$

Dom f: R - {2}   ou   Dom = $\{x \in R\ /\ x \neq 2\}$

3) $g(x) = \dfrac{2}{\sqrt{x^2-9}}$

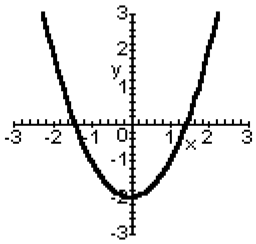
$x^2 - 9 > 0$ (ver radiciação e inequações)

$x < -3$ ou $x > 3$

Dom f: $(-\infty\ ;\ -3) \cup (3\ ;\ +\infty)$ ou   Dom = $\{\ x \in R\ /\ x < -3$ ou $x > 3\ \}$

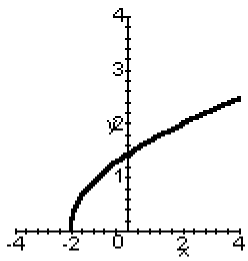
Alguns exemplos de gráficos:

$y = x^2 - 2$



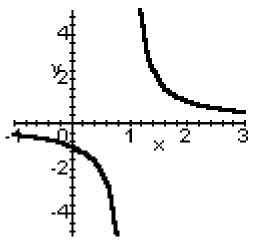
Dom: R

$f(x) = \sqrt{x+2}$



Dom: $[-2\ ;\ +\infty)$

$g(x) = \dfrac{1}{x-1}$



Dom: R - {1}

IMAGEM

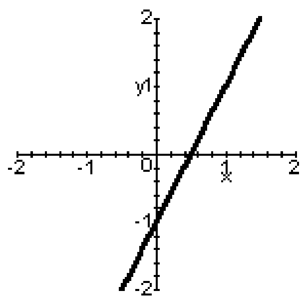
Conjunto dos valores de f(x) que estão associados a algum valor de x de acordo com a lei da função.

Exemplos:

1) $f(x) = 2x - 1$

Dom f: R

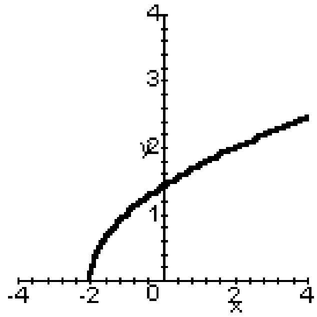
Im f: R



2) $g(t)=\sqrt{t+2}$

Dom f: [-2 ; +∞)

Im f: [0 ; +∞)

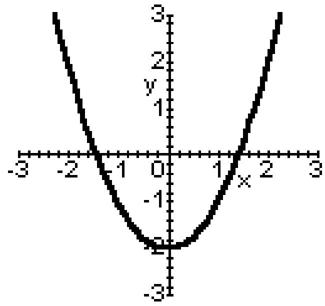


3) $h(x)=x^2-2$

Dom f: R

Im f: [-2 ; +∞)

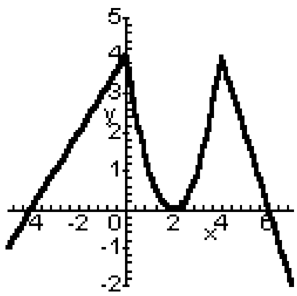
(ver gráficos)



4) $\begin{cases} x+4, \ se\ x\leq 0 \\ x^2-4x+4, \ se\ 0<x\leq 4 \\ -2x+12, \ se\ x>4 \end{cases}$

Dom f: R

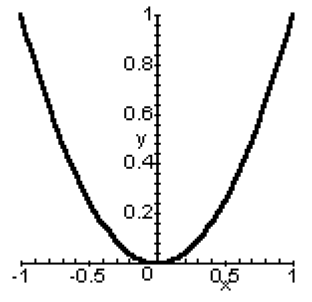
Im f: (-∞ ; 4]

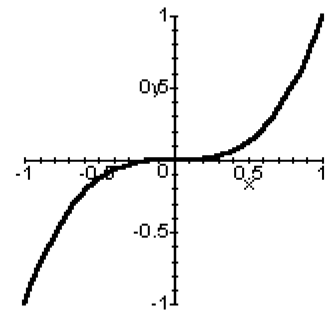


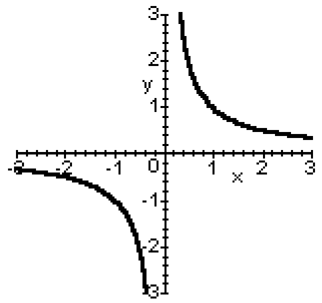
CONTINUIDADE

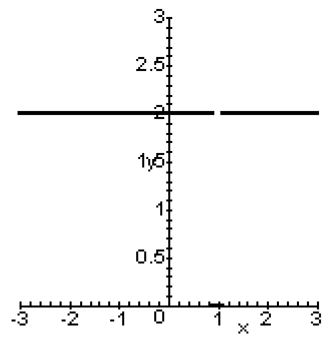
Entende-se por função contínua aquelas onde seu gráfico se apresenta como uma linha contínua, isto é, uma linha que não possua “furos” ou “saltos”.

$f(x) = x^2$	$f(x) = x^3$

<table>
<tr>
<td>

Contínua</td>
<td>

Contínua</td>
</tr>
<tr>
<td>f(x) = $\frac{1}{x}$


Esta função é descontínua, pois no ponto x = 0, a função não existe.</td>
<td>f(x) = 2 , $x \neq 1$


Esta função é descontínua, pois no ponto x = 1, a função não existe</td>
</tr>
</table>

OPERAÇÕES COM FUNÇÕES

Supondo que $h(x) = x^2 + x$, podemos ver que para cada x, h(x) é dado pela soma dos valores da funções $f(x) = x^2$ e $g(x) = x$, isto é, para cada número real x :

$$\mathbf{h(x) = f(x) + g(x)}$$

Em geral, se **f** e **g** são funções reais definimos as funções:

(i) soma **f** + **g**, dada por (f + g) (x) = f(x) + g(x)
(ii) produto **f·g**, dada por (fg)(x) = f(x) . g(x)
(iii) quociente **f/g**, dada por (f/g)(x) = f(x)/g(x)

Sabemos que **f** e **g** são funções contínuas, de onde concluímos que **h** também será uma função contínua. Caso **f** e/ou **g** fossem descontínuas, h seria descontínua.

Em relação ao domínio de cada uma dessas funções, mantemos a definição que já conhecemos: o domínio é o conjunto dos números reais para os quais a regra que define a função faz sentido. Assim, tanto o domínio da soma f + g, quanto o domínio do produto f·g, é o conjunto dos números que estão na Intersecção dos domínios de f e g. Já o domínio do quociente não contém os valores de x para os quais g(x) = 0.

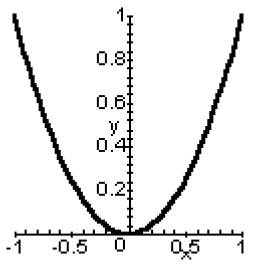
Além das funções que podem ser obtidas de outras através das operações com números reais, já vimos que se f e g são funções reais podemos definir a composta fog e que se f é uma função inversível, então f determina uma outra função, sua inversa f^{-1}.

- **Operações de translação:**

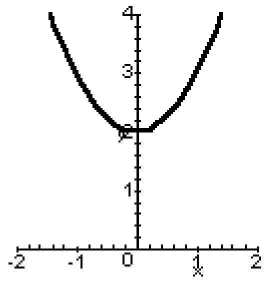
Na imagem:

Observe os gráficos abaixo:

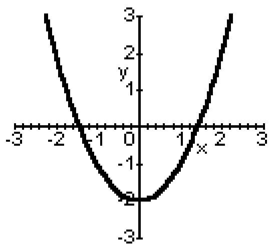
$f(x) = x^2$



$f(x) = x^2 + 2$

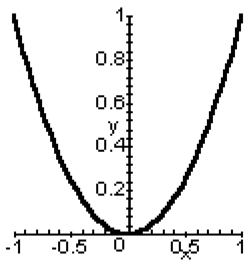


$f(x) = x^2 - 2$

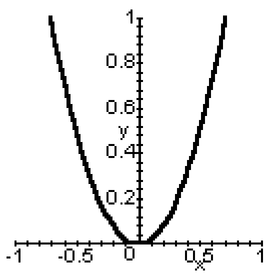


Observando os gráficos, nota-se que somando-se uma constante positiva à imagem da função o gráfico desta desloca-se para cima, bem como ao subtrairmos uma constante positiva este desloca-se para baixo.

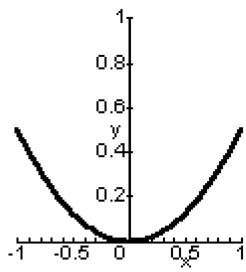
$f(x) = x^2$



$f(x) = 2x^2$



$f(x) = \frac{x^2}{2}$

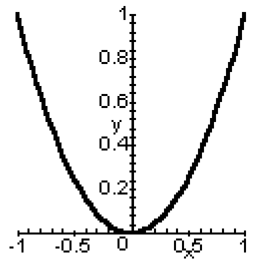


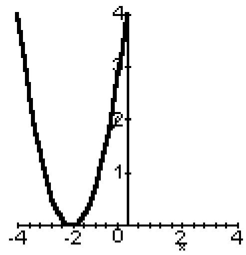
Nestes gráficos, nota-se que ao multiplicar a função por uma constante maior que 1 o gráfico desta "espicha", bem como ao dividi-la por uma constante maior que 1 este torna-se mais "achatado".

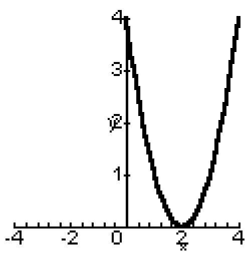
No argumento:

Observe os gráficos abaixo:

$f(x) = x^2$ $\qquad$ $f(x) = (x + 2)^2$ $\qquad$ $f(x) = (x - 2)^2$



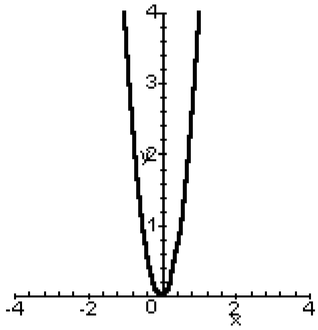


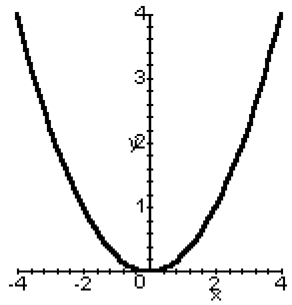


Observando-se os gráficos, nota-se que ao somar uma constante positiva (k) no argumento da função o gráfico desta se deslocará para esquerda k unidades, bem como ao subtrair uma constante positiva (k) este se deslocará para a direita k unidades.

f(x) = $(2x)^2$

f(x) = $\left(\frac{x}{2}\right)^2$





Observando-se os gráficos, nota-se que ao multiplicar uma constante maior que 1 no argumento da função o gráfico desta "afina", bem como ao dividir a função por uma constante maior que 1 este torna-se mais largo.

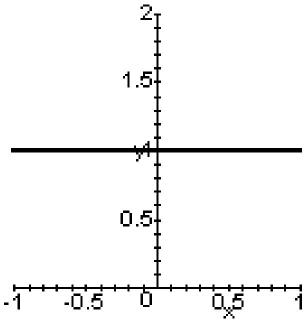
<u>REVENDO GRÁFICOS CARTESIANOS</u>

1) $y = k$

É uma reta paralela ao eixo x:

Esse gráfico representa uma função constante.

Ex: $y = 1$

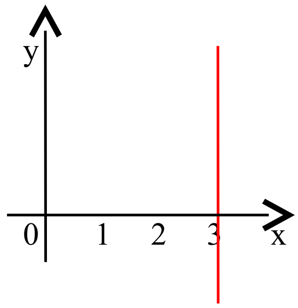


2) $x = k$

É uma reta paralela ao eixo y:

Esse gráfico não representa uma função.

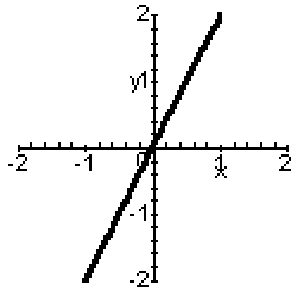
Ex: $x = 3$



3) $y = kx$

É uma reta que passa pela origem.

Ex: $y = 2x$

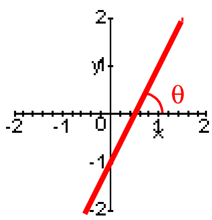


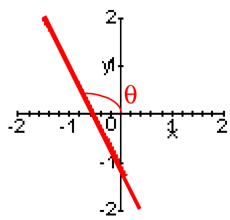
Duas grandezas são proporcionais ou diretamente proporcionais quando seus valores y e x são tais que $y = kx$, sendo k uma constante positiva. Neste caso, a constante k é chamada de constante de proporcionalidade.

Reciprocamente, se duas grandezas são representadas por uma reta que passa pela origem (nem vertical, nem horizontal), então elas são proporcionais.

4) $y = mx + n$, $m \neq 0$

É uma reta não-paralela aos eixos coordenados:





$$\text{tg}\,\Theta = m$$

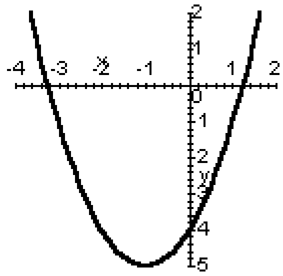
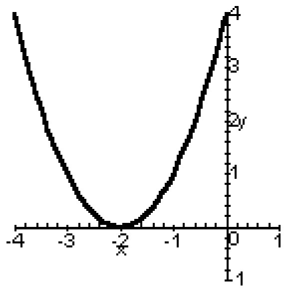
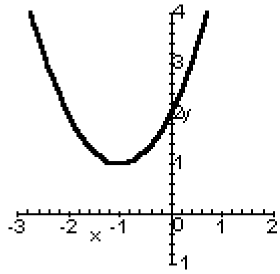
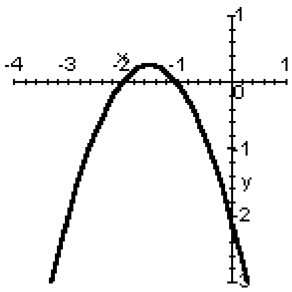
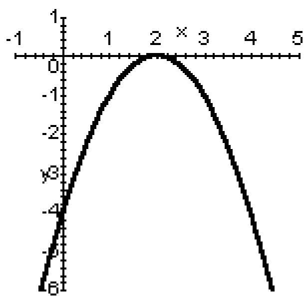
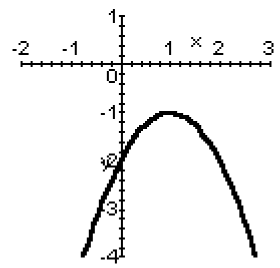
Note que: $m > 0 \Rightarrow \text{tg}\,\Theta > 0$. Logo, Θ é agudo e a reta é crescente.

$m < 0 \Rightarrow \text{tg}\,\Theta < 0$. Logo, Θ é obtuso é decrescente.

5) $y = ax^2+bx+c$, $a \neq 0$

É uma parábola com o eixo de simetria paralelo ao eixo y. Há seis possibilidades de gráficos:

$\Delta > 0$	$\Delta = 0$	$\Delta < 0$

$a > 0$	$a > 0$	$a > 0$
		
$\Delta > 0$ $a < 0$	$\Delta = 0$ $a < 0$	$\Delta < 0$ $a < 0$
		

Para construir o gráfico de uma parábola, é fundamental conhecer o **vértice**.

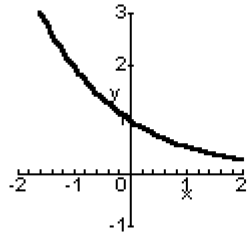
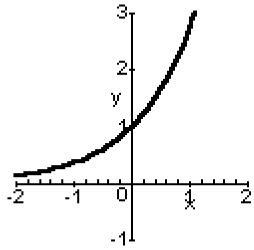
A abcissa x do vértice é dada pela fórmula $x_v = -\dfrac{b}{2a}$

Duas grandezas são inversamente proporcionais quando seus valores correspondentes y e x são tais que $y = \dfrac{K}{x}$, sendo K uma constante positiva. Nesse caso, a constante é chamada de constante de proporcionalidade inversa.

Reciprocamente, se duas grandezas são representadas por uma hipérbole, como na figura anterior, então elas são inversamente proporcionais.

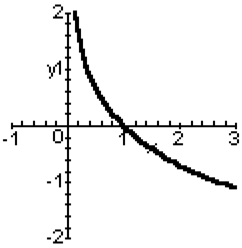
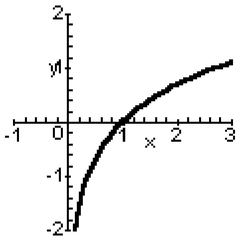
Exemplos de gráficos de algumas funções:

$y = a^x$

$0 < a < 1$	$a > 1$
	

$y = \log_a x$

$0 < a < 1$	$a > 1$

$y = \sqrt{x}$, $x \geq 0$	$y = x^3$	$y = \dfrac{k}{x}$, $k > 0$