



Universidade Estadual de Campinas

Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica

Departamento de Matemática Aplicada

---

# Morfologia Matemática e Redes Neurais Morfológicas Implementadas no TensorFlow

**Orientador:** *Marcos Eduardo Ribeiro do Valle Mesquita*

E-mail: valle@ime.unicamp.br

**Orientando:** *Marcos André Murguel De Farias*

E-mail: m183724@dac.unicamp.br

## Resumo

A morfologia matemática é uma teoria não-linear com aplicações em processamento e análise de imagens. Uma rede neural morfológica combina conceitos da morfologia matemática com técnicas de aprendizado de máquina. Nesse projeto de iniciação científica, revisaremos os conceitos básicos da morfologia matemática para imagens binárias e em tons de cinza. Posteriormente, estudaremos a implementação dos operadores elementares da morfologia matemática na biblioteca `TensorFlow`, uma das principais bibliotecas de código aberto usadas em aprendizado de máquinas. Finalmente, usando os recursos do `TensorFlow`, implementaremos modelos de redes neurais morfológicas para a classificação de imagens.

**Palavras-chave:** Morfologia matemática, redes neurais morfológicas, TensorFlow.

---

Campinas, 22 de julho de 2023.

# 1 Introdução

A morfologia matemática (MM) é uma teoria não-linear baseada em conceitos geométricos e topológicos muito utilizada para processamento e análise de imagens [8, 15, 27]. Aplicações da MM incluem, por exemplo, detecção de bordas, segmentação e reconstrução de imagens, reconhecimento de padrões, decomposição de sinais e imagens [3, 10, 23, 24, 26].

Os primeiros operadores morfológicos foram desenvolvidos por Matheron e Serra para imagens binárias no início da década de 1960 [15, 25, 27]. Posteriormente, a morfologia matemática foi efetivamente estendida para imagens em tons de cinza usando os conceitos de umbra, conjuntos de níveis e a teoria dos conjuntos *fuzzy* [6, 7, 12, 15, 18, 28, 31]. Aproveitamos para destacar que as operações elementares da morfologia matemática em tons de cinza podem ser descritas usando operações da álgebra de imagens desenvolvidas por Ritter e colaboradores no final dos anos 1980 [20, 22, 21]. A álgebra de imagens é uma teoria que unifica várias técnicas de processamento de imagens, incluindo álgebra linear tradicional, a álgebra minimax e a morfologia matemática [5, 21]. A álgebra de imagens colaborou para o desenvolvimento das chamadas redes neurais morfológicas [19].

Redes neurais artificiais (RNAs, do inglês *artificial neural networks*) são estruturas matemáticas parcialmente inspiradas no cérebro humano, em que as unidades básicas de processamento são os neurônios [2, 13, 14]. Uma rede neural morfológica é definida como um tipo de rede neural artificial que realiza uma operação elementar de morfologia matemática em cada neurônio, possivelmente seguida da aplicação de uma função de ativação [30]. As redes neurais morfológicas foram aplicadas com sucesso em problemas de classificação de padrões e regressão [1, 4, 9, 16, 17, 29, 30, 32].

Nesse projeto de iniciação científica, revisaremos os conceitos básicos da morfologia matemática incluindo os operadores elementares para imagens binárias e em tons de cinza. Posteriormente, estudaremos a implementação dos operadores morfológicos elementares usando a biblioteca `TensorFlow`. O `TensorFlow` é uma biblioteca de acesso aberto amplamente utilizada em aprendizado de máquina. Finalmente, baseados nos estudos recentes das redes neurais morfológicas [9, 17, 29], implementaremos uma rede neural morfológica para classificação de padrões usando a biblioteca `TensorFlow`.

## 2 Justificativa

O aluno Marcos André Murguel De Farias, atualmente no 3 semestre do Curso 29 – Licenciatura em Matemática mas com formação em técnico de informática, tem demonstrado interesse na área de inteligência computacional, aprendizado de máquina, análise e processamento de sinais e imagens. Nesse projeto de iniciação científica, o aluno estudará os conceitos básicos sobre imagens binárias e em tons de cinza, as operações elementares da morfologia matemática, as redes neurais morfológicas e sua implementação na biblioteca `TensorFlow`. Dessa forma, o projeto de iniciação científica deverá contribuir para uma sólida formação do aluno.

### 3 Objetivo

Do ponto de vista geral, esse projeto de iniciação científica deve favorecer ao aluno a aprendizagem de conceitos básicos sobre processamento de imagens e aprendizado de máquina, incluindo a utilização de uma poderosa ferramenta computacional – a biblioteca `TensorFlow`. Do ponto de vista matemático, o aluno revisará conceitos da morfologia matemática que, além de uma aplicação da teoria dos conjuntos, envolve conceitos topológicos e geométricos. Do ponto de vista computacional, o aluno deverá usar os resultados teóricos para implementar de forma eficiente as redes neurais morfológicas usando a biblioteca `TensorFlow`. Finalmente, esse projeto de pesquisa também deve reforçar a capacidade do aluno de elaborar textos científicos usando uma linguagem matemática clara e concisa.

### 4 Metodologia e Cronograma de Desenvolvimento

O aluno estudará os tópicos listados abaixo conforme o cronograma de execução apresentado na Figura 1:

1. Morfologia matemática para imagens binárias [8, 27, 12]:
  - (a) Imagens binárias.
  - (b) Dilatação e erosão binária.
2. Morfologia matemática para imagens em tons de cinza [8, 27, 12]:
  - (a) Imagens em tons de cinza.
  - (b) Dilatação e erosão em tons de cinza.
3. Aprendizado de máquina, redes neurais artificiais e redes neurais morfológicas:
  - (a) Conceitos básicos de redes neurais artificiais e aprendizado de máquina [13, 11].
  - (b) Introdução as redes neurais morfológicas [19].
4. Biblioteca `TensorFlow`:
  - (a) Comandos básicos da biblioteca `TensorFlow` e seu API `Keras`.
  - (b) Implementação de uma rede neural usando o `Keras` e `TensorFlow`.
  - (c) Implementação das operações operações elementares da morfologia matemática usando `TensorFlow`.
  - (d) Implementação de uma rede neural morfológica.
  - (e) Experimentos computacionais com a rede neural morfológica.
5. Elaboração de Relatórios:

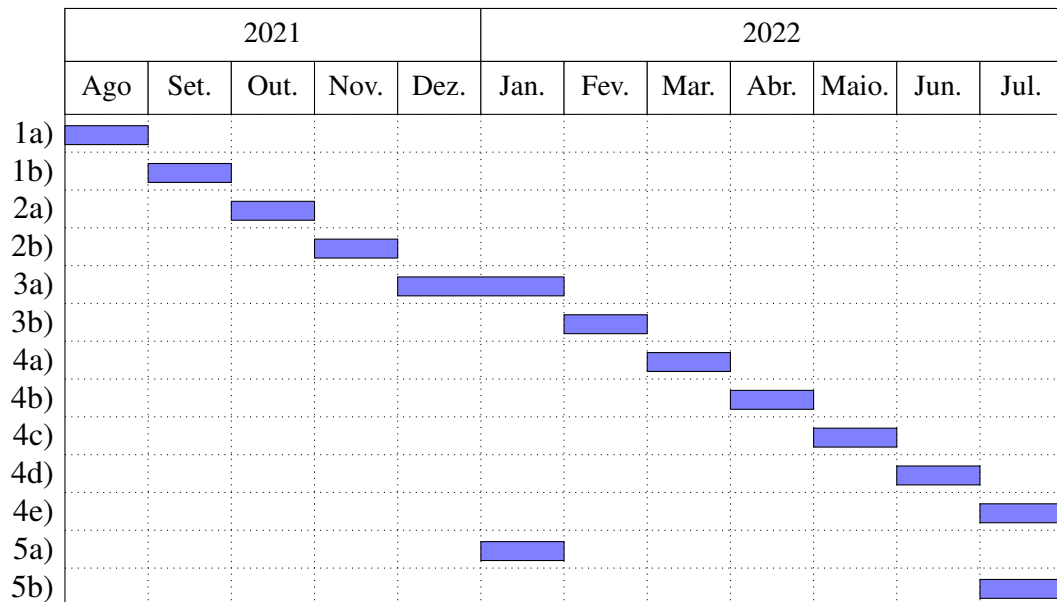


Figura 1: Cronograma de execução.

(a) Elaboração do relatório parcial.

(b) Elaboração do relatório final.

Em particular, o aluno revisará conceitos teóricos da morfologia matemática e implementará em `python`, usando a biblioteca `TensorFlow`, as técnicas técnicas de aprendizado de máquina com foco nas redes neurais morfológicas. No final de cada etapa do projeto, o aluno redigirá um relatório técnico. Com o intuito de prepará-lo para a elaboração desse relatório, durante a execução do projeto serão indicados materiais de apoio como livros técnicos e artigos de revistas científicas.

## 5 Contribuições Esperadas

Espera-se, principalmente, que o aluno adquira conhecimento sobre análise e processamento de imagens, com ênfase nos operadores da morfologia matemática. Além disso, o aluno aprenderá conceitos básicos sobre linguagem de programação; em particular do `python` e a biblioteca `TensorFlow` que são linguagens modernas e amplamente utilizadas em aprendizado de máquina. Sobretudo, com esse projeto de pesquisa, espera-se que o aluno saiba aplicar resultados teóricos de forma a desenvolver uma implementação eficiente. Finalmente, espera-se que o aluno desenvolva capacidade de elaborar textos científicos usando uma linguagem clara e concisa.

## Referências

- [1] ARCE, F., ZAMORA, E., SOSSA, H., AND BARRÓN, R. Differential evolution training algorithm for dendrite morphological neural networks. *Applied Soft Computing* 68 (7

2018), 303–313.

- [2] AURELIEN GÉRON. *Hands-On Machine Learning with Scikit-Learn and TensorFlow: Concepts, Tools, and Techniques to Build Intelligent Systems*, 2nd ed. O Reilly, Sebastopol, California, USA., 10 2019.
- [3] BRAGA-NETO, U., AND GOUTSIAS, J. Supremal multiscale signal analysis. *SIAM Journal of Mathematical Analysis* 36, 1 (2004), 94–120.
- [4] CHARISOPOULOS, V., AND MARAGOS, P. Morphological Perceptrons: Geometry and Training Algorithms. In *Mathematical Morphology and Its Applications to Signal and Image Processing* (Cham, 2017), J. Angulo, S. Velasco-Forero, and F. Meyer, Eds., Springer International Publishing, pp. 3–15.
- [5] CUNINGHAME-GREEN, R. *Minimax Algebra: Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems 166*. Springer-Verlag, New York, 1979.
- [6] DE BAETS, B., KERRE, E., AND GUPTA, M. The fundamentals of fuzzy mathematical morphology, part 1: basic concepts. *International Journal of General Systems* 23 (1994), 155–171.
- [7] DENG, T. Q., AND HEIJMANS, H. Grey-scale morphology based on fuzzy logic. *Journal of Mathematical Imaging and Vision* 16, 2 (2002), 155–171.
- [8] DOUGHERTY, E. R., AND LOTUFO, R. A. *Hands-on Morphological Image Processing*. SPIE PRESS, 2003.
- [9] FRANCHI, G., FEHRI, A., AND YAO, A. Deep morphological networks. *Pattern Recognition* 102 (6 2020).
- [10] GONZALEZ-HIDALGO, M., MASSANET, S., MIR, A., AND RUIZ-AGUILERA, D. On the Choice of the Pair Conjunction-Implication Into the Fuzzy Morphological Edge Detector. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems* 23, 4 (2015), 872–884.
- [11] GOODFELLOW, I., BENGIO, Y., AND COURVILLE, A. *Deep Learning*. MIT Press, 2016.
- [12] HARALICK, R. M., STERNBERG, S. R., AND ZHUANG, X. Image Analysis Using Mathematical Morphology: Part {I}. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 9, 4 (1987), 532–550.
- [13] HAYKIN, S. *Neural Networks and Learning Machines*, 3rd ed. Prentice-Hall, Upper Saddle River, NJ, 2009.
- [14] HECHT-NIELSEN, R. *Neurocomputing*. Addison-Wesley, Reading, MA, 1989.
- [15] HEIJMANS, H. J. A. M. Mathematical Morphology: A Modern Approach in Image Processing Based on Algebra and Geometry. *SIAM Review* 37, 1 (1995), 1–36.

- [16] HERNÁNDEZ, G., ZAMORA, E., SOSSA, H., TÉLLEZ, G., AND FURLÁN, F. Hybrid neural networks for big data classification. *Neurocomputing* (2019), S0925231219314560.
- [17] MONDAL, R., SANTRA, S., AND CHANDA, B. Dense Morphological Network: An Universal Function Approximator, 2019.
- [18] NACHTEGAEL, M., AND KERRE, E. E. Connections between binary, gray-scale and fuzzy mathematical morphologies. *Fuzzy Sets and Systems* 124, 1 (2001), 73–85.
- [19] RITTER, G. X., AND SUSSNER, P. An Introduction to Morphological Neural Networks. In *Proceedings of the 13th International Conference on Pattern Recognition* (Vienna, Austria, 1996), pp. 709–717.
- [20] RITTER, G. X., AND WILSON, J. N. Image Algebra: A Unified Approach to Image Processing. In *Medical Imaging* (Newport Beach, CA, 1987), vol. 767 of *Proceedings of SPIE*.
- [21] RITTER, G. X., AND WILSON, J. N. *Handbook of Computer Vision Algorithms in Image Algebra*, 2 ed. CRC Press, Boca Raton, 2001.
- [22] RITTER, G. X., WILSON, J. N., AND DAVIDSON, J. L. Image algebra: An overview. *Computer Vision, Graphics and Image Processing* 49, 3 (1990), 297–331.
- [23] RITTNER, L., CAMPBELL, J., FREITAS, P., APPENZELLER, S., PIKE, G. B., AND LOTUFO, R. Analysis of Scalar Maps for the Segmentation of the Corpus Callosum in Diffusion Tensor Fields. *Journal of Mathematical Imaging and Vision* 45 (2013), 214–226.
- [24] RODRIGUES, E. O., CONCI, A., AND LIATSI, P. Morphological classifiers. *Pattern Recognition* 84 (2018), 82–96.
- [25] SERRA, J. *Image Analysis and Mathematical Morphology*. Academic Press, London, 1982.
- [26] SERRA, J. A Lattice Approach to Image Segmentation. *Journal of Mathematical Imaging and Vision* 24 (2006), 83–130.
- [27] SOILLE, P. *Morphological Image Analysis*. Springer Verlag, Berlin, 1999.
- [28] STERNBERG, S. R. Grayscale Morphology. *Computer Vision, Graphics and Image Processing* 35 (1986), 333–355.
- [29] SUSSNER, P., AND CAMPIOTTI, I. Extreme learning machine for a new hybrid morphological/linear perceptron. *Neural Networks* 123 (3 2020), 288–298.
- [30] SUSSNER, P., AND ESMI, E. L. Morphological Perceptrons with Competitive Learning: Lattice-Theoretical Framework and Constructive Learning Algorithm. *Information Sciences* 181, 10 (2011), 1929–1950.

- [31] SUSSNER, P., AND VALLE, M. E. Classification of fuzzy mathematical morphologies based on concepts of inclusion measure and duality. *Journal of Mathematical Imaging and Vision* 32, 2 (10 2008), 139–159.
- [32] VALLE, M. E. Reduced Dilation-Erosion Perceptron for Binary Classification. *Mathematics* 8, 4 (4 2020), 512.