Facultad Politécnica

Primera Parcial de Métodos Numéricos - Sección TQ - Año 2023

Total de puntos: 30

1. **(6 p)** Una compañía minera contrata geólogos e ingenieros químicos para trabajar en tres minas, en cada mina se producen minerales de tres clases. En la primera mina se produce 4 Tm del mineral A, 3 Tm del B y 5 Tm del C; en la segunda mina se produce 1 Tm de cada uno de los minerales y, en la tercera mina, 2 Tm del A, 4 Tm del B y 3 Tm del C, por cada hora de funcionamiento. Determinar las horas que se debe trabajar en cada mina usando el Método de Gauss para producir 13 Tm del A, 16 Tm del B y 16 Tm del C.

2. **(8 p)** Dada la función $f(x) = \frac{x^2}{2} - \sin(x)$ y un punto inicial $p_0 = 1,8$ a una de sus raíces.

   a) Aproxime por el Método de Newton comenzando con p_0. Realice 4 iteraciones.

   b) Aproxime por el Método del Punto Fijo iterando hasta que $|p_k - p_{k-1}| \leq 10^{-6}$ (usar la función iterativa de modo que el método converja). Comenzar con p_0.

3. **(6 p)** El ingreso por la venta de un cierto producto se describe por la función

$$R(p) = -200(p - 27,5)e^{-0,01(p-27,5)^2},$$

donde R es el ingreso para el precio p en dólares. Sabiendo que el precio que cancela el ingreso se encuentra entre 15 y 40 dólares. Se pide lo siguiente:

   a) Determinar el número de iteraciones necesarias en el Método de Bisección de modo que la exactitud en la aproximación al precio que cancela el ingreso sea menor que 10^{-5}.

   b) Utilizar el método mencionado en la parte a) para aproximar el precio que cancela el ingreso realizando 6 iteraciones. f $p=27,5$ $f(p)=0$

4. **(10 p)** Contestar con verdadero (V) o falso (F). Justificar las F: $\underline{x=2x-k}$

   a) (2 p) La función $g(x) = 2x - k$ tiene como punto fijo a $p = \frac{k}{2}$.

   b) (2 p) Si f es una función derivable en $x = a$, entonces podemos aplicar el método de Newton a $f(x) = 0$ comenzando con $p_0 = a$. V

   c) (2 p) El sistema $Ax = b$ puede resolverse mediante dos sistemas triangulares si A puede factorizarse en un producto de una matriz tringular inferior por otra superior. F A debe ser superi

   d) (2 p) El número 3,1415 aproxima a π con 4 cifras significativas.

   e) (2 p) Sean p_1, p_2, p_3 y p_4 aproximaciones al número p. Si se da $|p - p_i| \leq 2^{-i}$ para $i = 1, 2, 3$ y 4, entonces la aproximación p_1 a p es más exacta que la aproximación p_4 a p. F

FORMULAS

Método de Bisección: $p_n = \dfrac{a_n + b_n}{2}$ con $|p - p_n| \leq \dfrac{b-a}{2^n}$, donde p es la raíz en el intervalo $[a, b]$.

Método de Newton: $p_n = p_{n-1} - \dfrac{f(p_{n-1})}{f'(p_{n-1})}$ para $n = 1, 2, \dots$

Método del Punto Fijo: $p_n = g(p_{n-1})$ para $n = 1, 2, \dots$