

Facultad Politécnica
Segundo Ejercitario de Métodos Numéricos - Sección TQ - Año 2024

1. La población de cierta ciudad ha aumentado según la siguiente tabla

Año	2016	2018	2021
Población	35.000	40.000	48.000

- a) Hallar un polinomio que se ajuste a estos datos.
 - b) Estimar la población que tuvo en el año 2020.
 - c) Estimar en qué año tuvo una población de 38.000 habitantes.
2. Dada la función $f(x) = \frac{x^2}{2} - \sin(x)$, $x_0 = 2,5$ y $h = 0,05$.
- a) Estime la derivada de f en x_0 por diferencia progresiva.
 - b) Estime la derivada de f en x_0 por diferencia regresiva.
 - c) Estime la derivada de f en x_0 por diferencia central.
3. Dado el sistema de ecuaciones

$$\begin{aligned} 5x + 2y + z &= 7 \\ 4x + 7y - z &= 11 \\ 2x + y + 5z &= 3 \end{aligned}$$

- a) Aproximar la solución del sistema por el método de Jacobi comenzando con $x^{(0)} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$.

Iterar hasta que $\|x^{(k)} - x^{(k-1)}\|_{\infty} \leq 2 \cdot 10^{-2}$.

- b) Aproximar la solución del sistema por el método de Gauss-Seidel comenzando con $x^{(0)} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$.

Realizar 5 iteraciones.

4. Contestar con verdadero (V) o falso (F). Justificar las F:

- a) El grado del polinomio interpolante puede superar al número de puntos que se tiene por dato.
- b) Si f es una función derivable en $x = a$, entonces la mejor aproximación a $f'(a)$ se consigue con la diferencia regresiva y no con la diferencia central.
- c) Si en el sistema $Ax = b$, A es estrictamente diagonal dominante entonces tanto el método de Jacobi como el método de Gauss-Seidel convergen.
- d) El método de Euler da la mejor aproximación a la solución de un problema de valor inicial.

RESPUESTAS

TEMA 1.

- a) $p(x) = \frac{100}{3}x^2 - \frac{395.900}{3}x + 130.604.600$
- b) 45.266,666667
- c) 2017,2

TEMA 2.

- a) 3.34077
- b) 3.26085
- c) 3.30081

TEMA 3.

- a) $x^{(1)} = 1.4; y^{(1)} = 1.5714; z^{(1)} = 0.6$
 $x^{(2)} = 0.6514; y^{(2)} = 0.8571; z^{(2)} = -0.2743$
 $x^{(3)} = 1.112; y^{(3)} = 1.16; z^{(3)} = 0.168$
 $x^{(4)} = 0.9024; y^{(4)} = 0.96; z^{(4)} = -0.0768$
 $x^{(5)} = 1.0314; y^{(5)} = 1.0448; z^{(5)} = 0.047$
 $x^{(6)} = 0.9727; y^{(6)} = 0.9888; z^{(6)} = -0.0215$
 $x^{(7)} = 1.0088; y^{(7)} = 1.0125; z^{(7)} = 0.0132$
 $x^{(8)} = 0.9923; y^{(8)} = 0.9969; z^{(8)} = -0.006$

- b) $x^{(1)} = 1.4; y^{(1)} = 0.7714; z^{(1)} = -0.1143$
 $x^{(2)} = 1.1143; y^{(2)} = 0.9184; z^{(2)} = -0.0294$
 $x^{(3)} = 1.0385; y^{(3)} = 0.9738; z^{(3)} = -0.0102$
 $x^{(4)} = 1.0125; y^{(4)} = 0.9914; z^{(4)} = -0.0033$
 $x^{(5)} = 1.0041; y^{(5)} = 0.9972; z^{(5)} = -0.0011$

TEMA 4.

- a) F
- b) F
- c) V
- d) F