

Lab aprox de derivadas e integrales

martes, 15 de octubre de 2024

13:16

Unidad 5; Diferenciación e integración Numérica.

La derivada de una función f en el punto x_0 viene dado por el siguiente límite

$$f'(x_0) = \lim_{h \rightarrow 0} \left(\frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h} \right)$$

Formula de Aproximación

$$f'(x_0) \approx \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$$

Si $h > 0$, se llama formula de Diferencias hacia adelante.

Si $h < 0$, se llama fom. - - - - - atrás.

Ejemplo. Sea $f(x) = x - \sin(x)$

Halla $f'(3)$ mediante

a) La derivada exacta.

b) F. D. Ad ($h = 0,25$)

c) F. D. At ($h = -0,25$)



Te da el ejercicio.

$$f'(x) = 1 - \cos(x)$$

$$f'(3) = 1 - \cos(3) = 1,9699$$

$$\text{F.D. Ad} = \frac{f(x_0 + 0,25) - f(x_0)}{0,25}$$

$$= \frac{f(3 + 0,25) - f(3)}{0,25} = 1,993$$

$$F.D. A\ddot{a} = \frac{f(3 - 0,25) - f(3)}{-0,25} = 1,962$$

```
octave:1> g=x-sin(x)
error: 'x' undefined near line 1, column 3
octave:2> syms x
Symbolic pkg v3.1.1: Python communication link active, SymPy
v1.9.
octave:3> g=x-sin(x)
g = (sym) x - sin(x)
octave:4> h=diff(g)
h = (sym) 1 - cos(x)
octave:5> h
h = (sym) 1 - cos(x)
octave:6> h = (sym) 1 - cos(x)
error: parse error:
```

syntax error

```
>>> h = (sym) 1 - cos(x)
      ^
```

```
octave:6> h
h = (sym) 1 - cos(x)
```

```
octave:7> h_eval = vpa(subs(h,x,3))
h_eval = (sym) 1.9899924966004454572715727947313
```

```
octave:8> h_eval = vpa(subs(h,x,2))
h_eval = (sym) 1.4161468365471423869975682295008
```

```
1 % Definir la función g(x)
2 g = @(x) x - sin(x);
3
4 % Valores de x0 y h
5 x0 = 3; % Cambiamos x0 a 3
6 h = 0.25; % Mantener h en 0.25
7
8 % Cálculo de la diferencia dividida
9 diferencia_dividida = (g(x0 + h) - g(x0)) / h;
10
11 % Mostrar el resultado
12 disp(['La diferencia dividida en x0 = 3 y h = 0.25 es: ', num2str
13      (diferencia_dividida)]);
```

```
octave:15> source("my_script.m")
La diferencia dividida en x0 = 3 y h = 0.25 es: 1.9973
```

Paso adelante

Paso a tras

```
octave:16> source("my_script.m")
La diferencia dividida en x0 = 3 y h = 0.25 es: 1.9622
```

Error

Error

$$f'(x_0) \approx \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$$

ERROR

$$f'(x_0) = \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h} - \frac{h}{2} f'(\xi)$$

con ξ entre x_0 y $x_0 + h$

$$\text{Error} = O(h)$$

$$\left| \underset{\substack{\downarrow \\ \text{valor} \\ \text{exacto}}}{V \cdot E} - \underset{\substack{\downarrow \\ \text{valor} \\ \text{aprox}}}{V \cdot A} \right| \leq \text{constante } h.$$

$$\text{Error} = O(h^2)$$

$$\left| V \cdot E - F \cdot A \right| \leq \text{constante } h^2$$

Formula de Diferencia Central

$$f'(x_0) \approx \frac{f(x_0 + h) - f(x_0 - h)}{2h}$$

$$f(x) = x - \sin x$$

$$h = 0,25$$

$$f(x) = \frac{f(3+0,25) - f(3-0,25)}{2 \cdot 0,25}$$

$$\text{Error} = \frac{h^4}{30} f^{(4)}(\xi)$$

con ξ entre $x_0 - 2h$ y $x_0 + 2h$

$$\text{Error} = O(h^4)$$