① Pela extrapolação de Richardson

$$F_{n+1}(h) = \frac{2^n F_n(h/2) - F_n(h)}{2^n - 1}$$

Tomando $n = 2$

$$F_3(h) = \frac{4 \cdot F_2(h/2) - F_2(h)}{3}$$

Pelo Enunciado $$f''(x) = \frac{f(x-h) - 2f(x) + f(x+h)}{h^2}$$

OBS: Estamos considerando que f possui aproximação por série de Taylor.

Veja que $$F_2(h/2) = \frac{f(x-\frac{h}{2}) - 2f(x) + f(x+\frac{h}{2})}{(h/2)^2}$$

e $$F_2(h) = \frac{f(x-h) - 2f(x) + f(x+h)}{h^2}$$

!

Assim sendo: $$\frac{4 \cdot F_2(h/2) - F_2(h)}{h^2} = F_3(h).$$

OBS: Para fins computacionais, se eu simplificar a conta, dará um algoritimo mais rapido, no entanto continua sendo $O(1)$, simplificando ou não, então em termos práticos, dá no mesmo

Pseudocódigo:

def ~~segunda derivada~~

def segunda_derivada(f, h)

$$F_{21} = \frac{f(x-h) - 2f(x) + f(x+h)}{h^2}$$

$$F_{22} = \frac{f(x-\frac{h}{2}) - 2f(x) + f(x+\frac{h}{2})}{(\frac{h}{2})^2}$$

return $\dfrac{4 \cdot F_{22} - F_{21}}{h2}$;

(3) No eixo x temos:

$X_{-1} = X_0 = 0$

$f_{ix} = 10y_i$

no eixo y temos:

$y_{-1} = y_0 = 10$

$f_{iy} = -100$

• Na Primeira iteração:

$$y_1 = 2y_0 - y_{-1} + \frac{h^2}{m} \cdot f_{iy} = 20 - 10 + \frac{1}{100} \cdot \frac{1}{1} \cdot (-100) = 10 - 1 = 9$$

$$X_1 = 2X_0 - X_{-1} + \frac{h^2}{m} f_{ix} = 0 - 0 + \frac{1}{100} \cdot \frac{1}{1} \cdot 9 = \frac{9}{100} = 0{,}09$$

• Na Segunda iteração:

$$y_2 = 2y_1 - y_0 + \frac{h^2}{m} \cdot f_{iy} = 18 - 10 - 1 = 7$$

$$X_2 = 2X_1 - X_0 + \frac{h^2}{m} \cdot f_{ix} = \frac{18}{100} - 0 + \frac{1}{100} \cdot \frac{1}{1} \cdot 7 = \frac{25}{100} = \frac{1}{4} = 0{,}25$$

então: em $t = 0.2$ com passo $(h = 0.1)$ temos:

$X = (0{,}25, 7)$

Scanned with CamScanner

(4) a) Diagonal Dominante $= 5n$.

Non Dominant diagonal $= |-3(n-1)\cdot 2| = +6(n-1) = 6n-1$

Se $5n > 6n-1 \Rightarrow 1 > n$ absurdo, pois $n \in \mathbb{N}_{>0}$

Logo não é possível afirmar a convergência

b) Sabemos pelo pseudocódigo que em cada iteração fazemos pelo menos uma multiplicação de Matriz por vetor no momento em que se calcula $\alpha_k = \dfrac{r_k^T z_k}{d_k^T A d_k}$

e como não temos nada mais complexo que isso por iteração $\therefore O(n^2)$; Para ~~a~~ termos certeza de chegar à solução exata (Pode chegar antes) Precisa-se fazer o For inteiro $\therefore$ $\underbrace{n}_{\text{For}} \cdot \underbrace{O(n^2)}_{\text{Iterações do for.}} = O(n^3)$

c) Pelo fato não ser estritamente diagonal dominante o método do pré condicionador, Torna-se ineficaz. Logo não possui condições favoráveis.

(5) $X_0 = 0$; $X_1 = 1$

Estimando pelo gráfico $f(X_0) = 15$ e $f(X_1) = 7$.

Então pelo método de Nelder-Mead

$\tilde{X} = [1, 0]$ pois o $f(X_1) < f(X_0)$ e o vetor

$\tilde{X}$ precisa ser ordenado crescentemente.

Calculando o X de reflexão ~~X_r~~ que é a reflexão em relação ao $\tilde{X}[0]$ que é o elemento menor temos que

$X_r = 2 \cdot 1 - 0 = 2$

Como $X_r > 15$ visualmente pelos if's e elif's entramos no caso

$$X_{ic} = 0{,}5 \cdot \tilde{X} + 0.5 \cdot X_1 = 0.5 \cdot 1 + 0.5 \cdot 0 = 0.5$$

$$X_{ec} = 1.5 \cdot \tilde{X} - 0.5 X_1 = 1{,}5 \cdot 1 - 0.5 \cdot 0 = 1{,}5.$$

Graficamente temos que: $f(X_{ec}) \simeq 1{,}75$ e $f(X_{ic}) \cong 13{,}5$

Como $f(X_{ec}) \simeq 1{,}75$ é o menor esse é a estimativa.

Como só foi pedido uma estimativa (próxima)

We are in business :)

Scanned with CamScanner