1)

Sabemos que

$$F_{n+1}(h) = \frac{2^n F_n(h/2) - F_n(h)}{2^n - 1}$$

$$f''(x) \cong \frac{f(x-h) - 2f(x) + f(x+h)}{h^2}$$

Sendo $n=2$ (segunda ordem)

$$F_3(h) = \frac{4 F_2(h/2) - F_2(h)}{4-1}$$

$$F_3(h) = \frac{4 . F_2(h/2) - F_2(h)}{3}$$

Marcos Vinicius Araujo Almeida

```
def calculaDerivada( f , h, x, n ){
    var fh, fh2; Fret;
    fh = (f(x-h) - 2.f(x) + f(x+h)) / h²;
    fh2 = (f(x-h/2) - 2.f(x) + f(x+h/2)) / (h/2)²;
    Fret = (4.fn2 - fn) / 3;
    ret Fret;
}
```

21

Regra do ~~ponto médio~~ trapézio

$$\int_a^b f(x)\,dx = \frac{h}{2}\left[f(a) + f(b)\right] - \frac{h^3}{12} f''(c)$$

Regra do ponto médio.

$$\int_a^b f(x)\,dx = h \cdot f\left(\frac{a+b}{2}\right) + \frac{h^3}{24} f''(c)$$

Marcos Vinícius Araujo Almeida. - 1910869 //

3)

$$F = F_g + F_w = (0, -100) + (10_y, 0) = (10_y, -100)$$

Verlet sem amortecimento:

$$x_{n+1} = 2x_n - x_{n-1} + h\,F/m$$

Como foi dito no enunciado:

$x_0 = x_{-1} = 0$

$y_0 = 10$

- Sabemos também que F é a função da posição de y atual $(10.y)$

$x_1 = 2.0 - 0 + 0.01 \cdot 10.10/1$

$x_1 = 1$

$y_1 = 2.10 - 10 - 0.01 \cdot 100/1 = 1$

$y_1 = 9$

Calculando a próxima posição do x e y

$$x_2 = 2.1 - 0 + \frac{0.01 \cdot (10 \cdot 9)}{1} = 2.9$$

$F = 10 \cdot y_1$

$$y_2 = 2.9 - 10 + \frac{0.01 \cdot (-100)}{1} = 7$$

Solução: $x_2 = 2{,}9$ e $y_2 = 7{,}0$

Marcos Vinicius Araujo Almeida - 1910869

4)

a) Para podermos aplicar o método Gauss-Seidel, a matriz precisa ser estritamente diagonal dominante, ou seja, $|a_{ii}| > \sum_{j \neq i}^{n} |a_{ij}|$ para todo i

$|a_{ii}| = |5|$ e $|-3 \cdot (-3)| = 6$ ∴ $5 < 6$

~~Ter~~ ↳ por isso não se trata de uma digonal dominante

b) Para cada interação multiplicamos um número constante de vezes, uma matriz por um vetor, cuja operação tem complexidade de tempo $O(n^2)$, sendo assim a complexidade em cada interação é $O(n^2)$. (ordem 2.)

~~[illegible]~~

Valendo para o método inteiro, ele é de ordem 3, $O(n^3)$.

c) Para podermos ~~apl~~ começar a aplicar o método de Jacobi, para o pré-condicionador, devemos checar se a matriz em questão é estritamente diagonal dominante. Como dito no item a), ela não é.

Marcos Vinicius Araujo Almeida - 101069

Digitalizado com CamScanner

Marcos Vinicius Araujo Almeida - 1010869

5)

→ Duas estimativas iniciais

$x_0 = 0$ e $x_1 = 1$

→ Percebemos que $f(x_1) < f(x_0)$

logo, o vetor $\bar{X}$:

$\bar{X} = [1; 0]$

→ ~~Calculando o "centroide" x_r~~

→ Calculando x_r:

$x_r = 2 \cdot x_c - x_n = 2.\bar{X}[0] - \bar{X}[1] = 2$

$x_r = 2.1 - 0 = 2$

→ Pelo gráfico $f(x_r) > f(x_{n-1})$:

/ passamos por uma contração...

$x_{ic} = 0.5\bar{x} + 0.5x_n$

$x_{ec} = 1.5\bar{x} - 0.5x_n$

:

~~$x_{ic} = 0.5.1 + 0$~~

$x_{ic} = 0.5.\bar{X}[0] + 0.5.\bar{X}[1] =$

$x_{ic} = 0,5 + 0 = 0,5$

$x_{ec} = 1,5.\bar{X}[0] - 0,5\,x[1] =$

$x_{ec} = 1,5.1 - 0,5.0 = 1,5$

→ Percebemos que $f(1,5) < f(0.5) < f(2)$

∴ $f(x_{ec}) < f(x_{ic}) < f(x_r)$

logo, substituímos x_n por x_{ec}, percebemos que se trata de uma contração externa.

E a estimativa mais próxima é 1.5.