1)

Transformando para binário...

$0,9 \times 2 = 0,8 + 1$

$0,8 \times 2 = 0,6 + 1$

$0,6 \times 2 = 0,2 + 1$

$0,2 \times 2 = 0,4 + 0$

$0,4 \times 2 = 0,8 + 0$

$(0,9)_{10} = (0,1\overline{1100})_2 = 1.\overline{1100} \times 2^{-1}$

Sendo o bit 53 = 1 e existir bit > 53 com valor, soma-se $2^{-52} \cdot 2^{-1}$ e descarta-se bit 53 em diante.

① $x = (0,\overline{1100})_2 \quad (\times 2^4)$

② $2^4 x = 1100,\overline{1100}$ (−) II − I

$2^4 x - x = (1100)_2$

$x(2^4 - 1) = (1100)_2$

$x = \frac{(1100)}{2^4 - 1}$

$x = \frac{12}{15}$

$fl(0,9) = 0,9 + 2^{-53} - \frac{12}{15} \cdot 2^{-53}$

$= 0,9 + (1 - 0,8) 2^{-53}$

$fl(0,9) = 0,9 + \underbrace{0,2 \cdot 2^{-53}}_{\text{parcela positiva.}}$

logo,

$fl(0,9) > 0,9$ ✓

Marcos Vinicius Araujo Almeida - 1910889

2)

$p(x) = \sin(x) \qquad x_0 = \frac{\pi}{2}$

$p(x) = 1 + \cancel{\cos}(\frac{\pi}{2}) \ldots - \frac{\sin(\pi/2)}{2}(x - PI/2)^2$

$+ (-\cancel{\cos}(\pi/2) \ldots + \frac{\sin(\pi/2)}{24}(x - PI/2)^4$

$\Rightarrow p(x) = 1 + \frac{\sin(\pi/2)}{2}(x - PI/2)^2 + \frac{\sin(\pi/2)}{24}(x - PI/2)^4$

$= \cancel{1 \; \sin}$

$p(x) = 1 - \frac{1}{2}(x - PI/2)^2 + \cancel{\sin} \frac{1}{24}(x - PI/2)^4$

```
#define PI 3,14159265358979323

doube p(double x){
  double fatorDip = x - PI/2.0;
  return 1.0 - 1.0/2.0 * fatorDip * fatorDip
    + 1.0/24.0 * fatorDip * fatorDip * fatorDip * fatorDip;
```

// Marcos Vinicius Araujo Almeida

// 1910869

3) Aplicando o método da bissecção

	C	regressivo
$[0;8] \rightsquigarrow$	$c_1 = 4$	0,53
$[0;4] \rightsquigarrow$	$c_2 = 2$	1,16
$[2;4] \rightsquigarrow$	$c_3 = 3$	1,0
$[3;4] \rightsquigarrow$	$c_4 = 3,5$	0,35
$[3,5;4] \rightsquigarrow$	$c_5 = 3,75$	0,15
$[3,5;3,75] \rightsquigarrow$	$c_6 = 3,625$	0,075

Para calcularmos c, no espaço [a;b]:

$$c = \frac{b+a}{2}$$

Para calcularmos o erro regressivo devemos;

$$|f(c)| \approx 0$$

Caso

Para o erro progressivo, devemos indicar um limite superior; dado pela fórmula

$$\epsilon_p = \frac{b-a}{2} > |r-c|$$

↳ diferença entre a solução real e o c

Devemos fazer dessa forma, pois não conhecemos a solução real;

Calculando ϵ_p para a saída:

$$\epsilon_p = \frac{3,75-3,5}{2} = 0,125$$

Marcos Vinicius Araujo Almeida

1910889

4)

Sabemos que a complexidade de tempo para ~~essa ope~~ $Ux=b$ é $O(n^2)$, e também foi mencionado que esse processo dura t unidades de tempo:

$$O(n^2) = t \Rightarrow O(n) \cdot O(n) = t \Rightarrow$$

$$[O(n)]^2 = t \Rightarrow O(n) = \sqrt{t}$$

Sabemos também que ~~o tem~~ complexidade de tempo para a fatoração é $O(n^3)$, temos que

$$O(n^3) = [O(n)]^3 = [\sqrt{t}]^3 = t^{\frac{3}{2}}$$

Obs: A fatoração da matriz A só ocorre 1 vez, logo, para o calculo do tempo total só contaremos 1 vez ele.

Para as operações...

$Ly=b$ e $Ux=y$, ambos ~~x~~ duram t unidades de tempo, pois suas complexidades são $O(n^2)$, somando $2t$

Calculando o tempo total...

$$\cancel{x} \quad t^{\frac{3}{2}} + 2t \cdot K = tempo\_total$$

fatoração $\quad$ $Ly=b$ e $Ux=y$

$$tempo\_total = 1000t$$

$$t^{3/2} + 2\cancel{t}K = 1000\cancel{t}$$

$$t^{1/2} + 2K = 1000$$

$$2K = 1000 - \sqrt{t}$$

$$K = 500 - \frac{\sqrt{t}}{2}$$

↓

~~número~~ estimativa K!

Marcos Vinicius Araujo Almeida - 1910809

Marcos Vinicius Araujo Almeida - 1910869

5)

Relembrando a forma matricial

$$\begin{bmatrix} x_1^2 & x_1 & 1 \\ x_2^2 & x_2 & 1 \\ x_3^2 & x_3 & 1 \\ x_4^2 & x_4 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{bmatrix}$$

Para essa questão temos:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 4 & 2 & 1 \\ 25 & 5 & 1 \end{bmatrix}}_{A} \underbrace{\begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}}_{x} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 3 \\ 3 \\ 6 \end{bmatrix}}_{b}$$

Para as equações normais:

$$(A^T A)\,\bar{x} = A^T b$$

$$A^T = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 4 & 25 \\ 0 & 1 & 2 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$(A^T A)$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 4 & 25 \\ 0 & 1 & 2 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 4 & 2 & 1 \\ 25 & 5 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 642 & 134 & 30 \\ 134 & 30 & 8 \\ 30 & 8 & 4 \end{bmatrix}$$

$(A^T b)$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 4 & 25 \\ 0 & 1 & 2 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \\ 3 \\ 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 165 \\ 39 \\ 12 \end{bmatrix}$$

$$(A^T A)\,\bar{x} = A^T b$$

$$\begin{bmatrix} 642 & 134 & 30 \\ 134 & 30 & 8 \\ 30 & 8 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{x}_0 \\ \bar{x}_1 \\ \bar{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 165 \\ 39 \\ 12 \end{bmatrix}$$

$$\Updownarrow$$

$$\begin{cases} 642\bar{x}_0 + 134\bar{x}_1 + 30\bar{x}_2 = 165 \\ 134\bar{x}_0 + 30\bar{x}_1 + 8\bar{x}_2 = 39 \\ 30\bar{x}_0 + 8\bar{x}_1 + 4\bar{x}_2 = 12 \end{cases}$$