INF1608 – Análise Numérica: Prova 1 – 07/10/2021

Prof. Waldemar Celes
Departamento de Informática, PUC-Rio

*A prova é **individual**. As **justificativas** das resposta são essenciais. Respostas sem justificativas adequadas não serão consideradas na correção.*

As respostas devem ser escritas em **caligrafia própria**, digitalizadas e enviadas, em formato **pdf**, via EAD. Não esqueça de indicar *nome* e *número de matrícula* nas respostas.

O prazo para submissão **expira às 23:59h**.

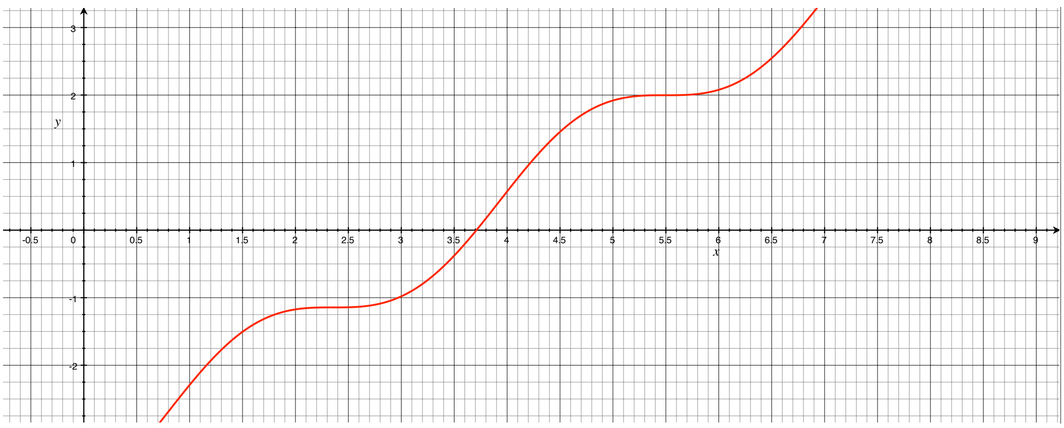
---

1. Se $fl(x)$ indica a representação do número x em precisão *double* nos computadores modernos, podemos afirmar que $fl(0.9)$ é maior que 0.9?

2. Considerando o Teorema de Taylor, deduza um polinômio $p(x)$, de grau 4, que aproxima a função $f(x) = sin(x)$ em torno de $x_0 = \pi/2$. Em seguida, escreva o código de uma função eficiente, usando a linguagem C, que avalia esse polinômio, com o protótipo:

```
double p (double x);
```

3. Analisando o gráfico da função $f(x) = \sin^2 x + x - 4$ mostrado abaixo, qual o valor retornado por uma *eficiente* implementação do Método da Bisseção após um total de 6 avaliações da função $f(x)$, assumindo um intervalo de busca $[a, b] = [0, 8]$? Indique o erro regressivo (avaliado na entrada) dessa solução e um limite superior do erro progressivo (avaliado na saída).



4. Assuma que um computador, usando uma implementação eficiente, resolve um sistema linear do tipo $U\mathbf{x} = \mathbf{b}$, onde U é uma matriz triangular superior de dimensão 500×500, em t unidades de tempo. Considerando uma implementação eficiente do método de fatoração $A = LU$, indique uma estimativa do número k de problemas do tipo:

$$A\mathbf{x} = \mathbf{b}_1, \cdots, A\mathbf{x} = \mathbf{b}_k$$

   onde A é uma matriz cheia de dimensão 500×500, que este mesmo computador é capaz de resolver em $1000\,t$ unidades de tempo. Assuma que o tempo gasto é proporcional à ordem de complexidade dos procedimentos.

5. Considere o Método dos Mínimos Quadrados, via obtenção de um sistema de equações normais, para resolução de sistemas inconsistentes do tipo $A_{m\times n}\mathbf{x}_n = \mathbf{b}_m$. Indique o sistema de equações normais, $A'_{n\times n}\bar{\mathbf{x}}_n = \mathbf{b}'_n$, que melhor ajusta uma parábola $p(x) = ax^2 + bx + c$, ao seguinte conjunto de pontos (x, y):

$$(0, 0), (1, 3), (2, 3), (5, 6)$$

   Não é necessário resolver o sistema, apenas mostre os valores que compõem o sistema normal $n \times n$.