

# Una generalización de los modelos bi-factor

## Dimensionalidad y estimación



Marcos Jiménez Henríquez<sup>1</sup>

Francisco J. Abad<sup>1</sup>

Eduardo García-Garzón<sup>2</sup>

Luis Eduardo Garrido<sup>3</sup>



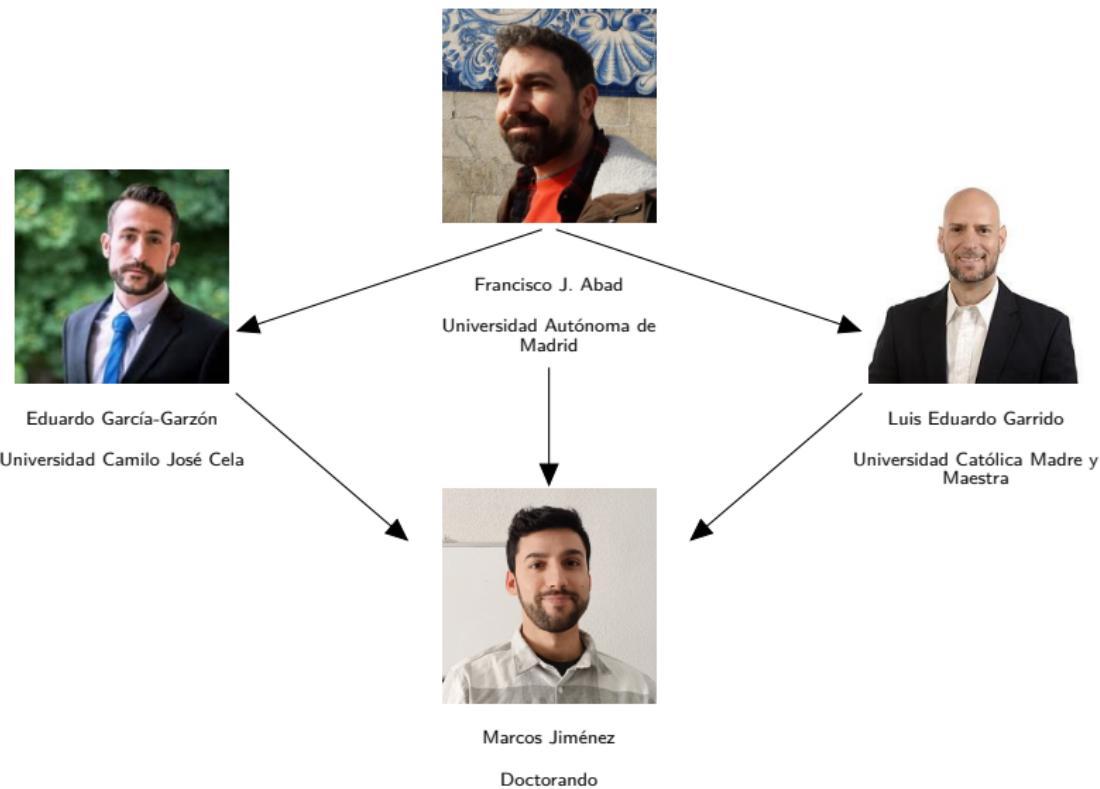
<sup>1</sup>Universidad Autónoma de Madrid

<sup>2</sup>Universidad Camilo José Cela

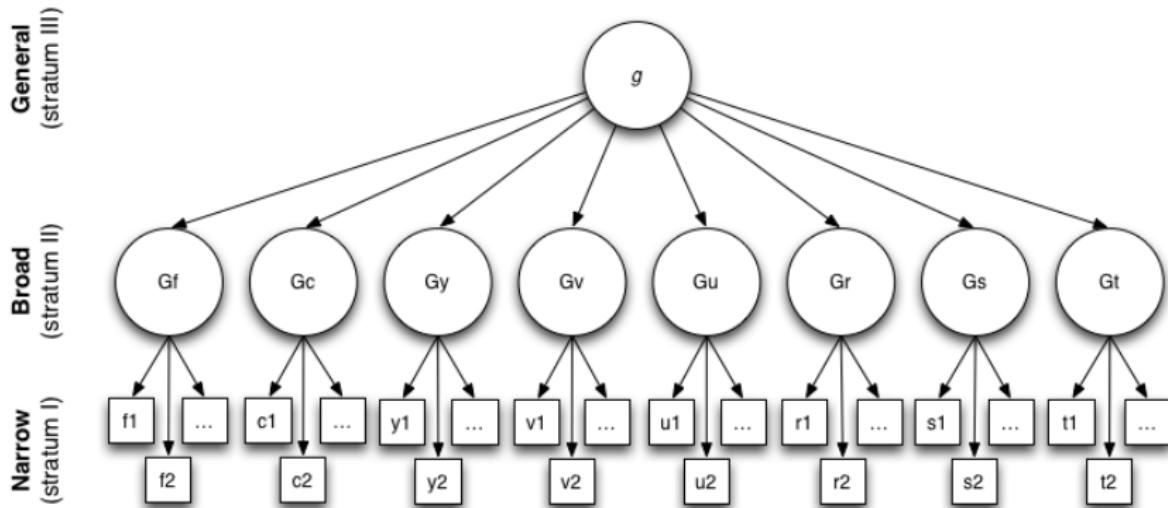
<sup>3</sup>Pontificia Universidad Católica Madre y Maestra

- 1 Estructuras jerárquicas en datos psicológicos**
- 2 Estudio de dimensionalidad (Jimenez et al., 2022)**
- 3 Formas de analizar datos jerárquicos**
- 4 Paquete bifactor (Jimenez et al., 2021b)**

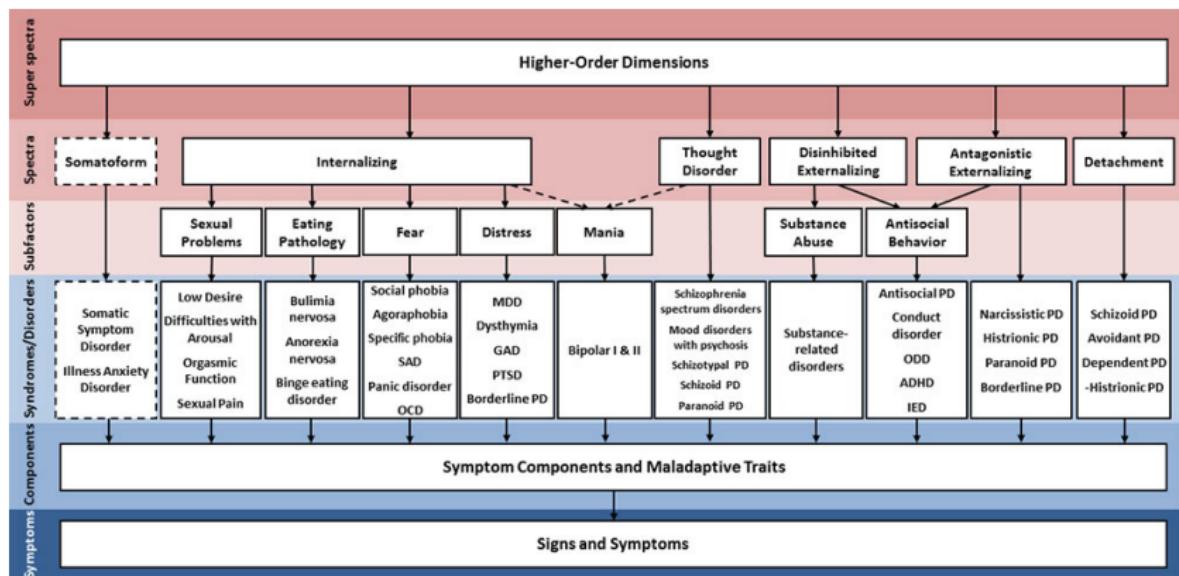
# Estructuras jerárquicas en datos psicológicos



# Inteligencia (modelo de tres estratos; Carroll, 1993).



# Psicopatología (modelo HiTOP; Kotov et al., 2017)



# Un ejemplo de personalidad

Me siento solo y triste (X1)

Pienso que no valgo  
para nada (X2)

Tengo nervios al pensar  
en tareas pendientes (X3)

Suelo estar en tensión (X4)

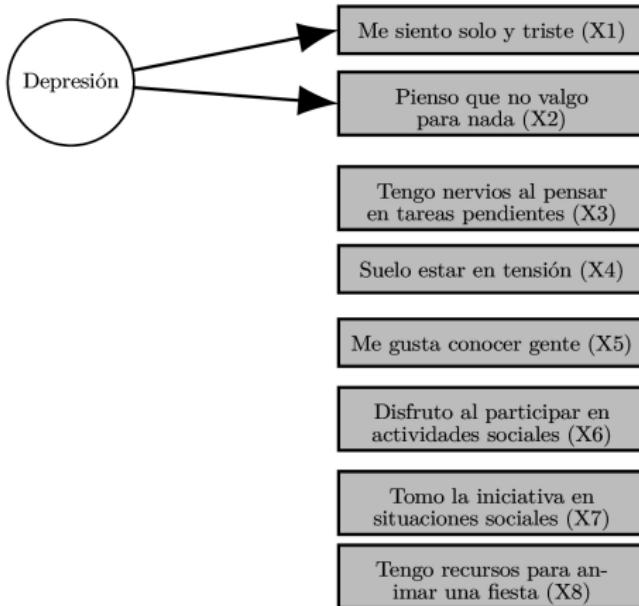
Me gusta conocer gente (X5)

Disfruto al participar en  
actividades sociales (X6)

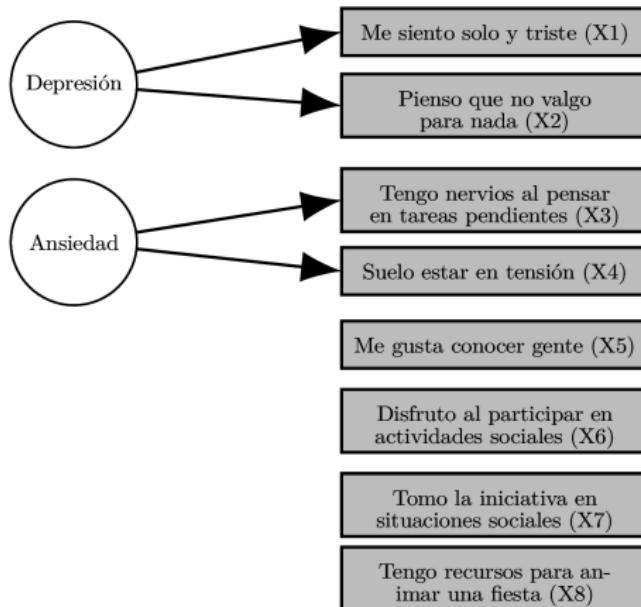
Tomo la iniciativa en  
situaciones sociales (X7)

Tengo recursos para an-  
imar una fiesta (X8)

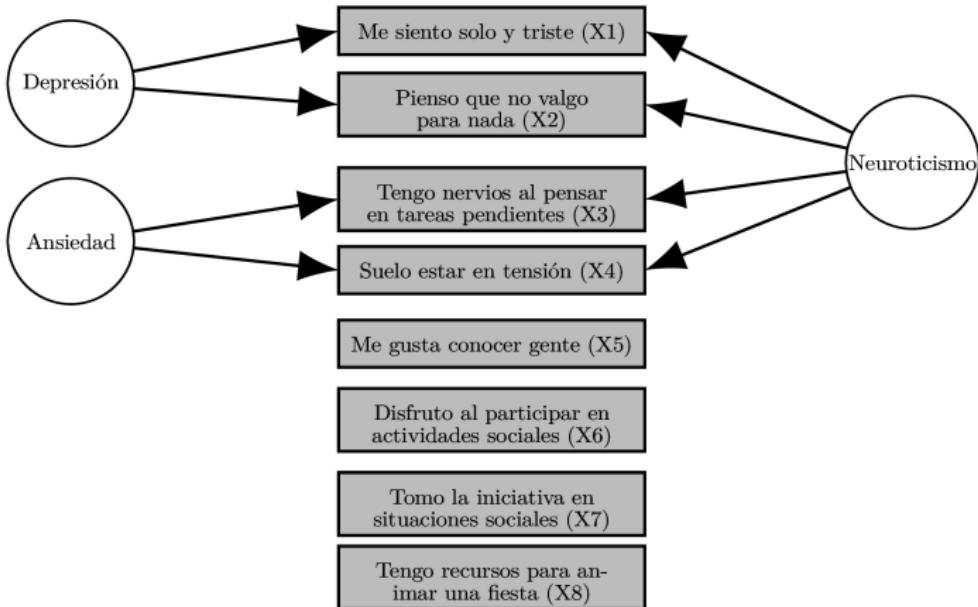
# Un ejemplo de personalidad



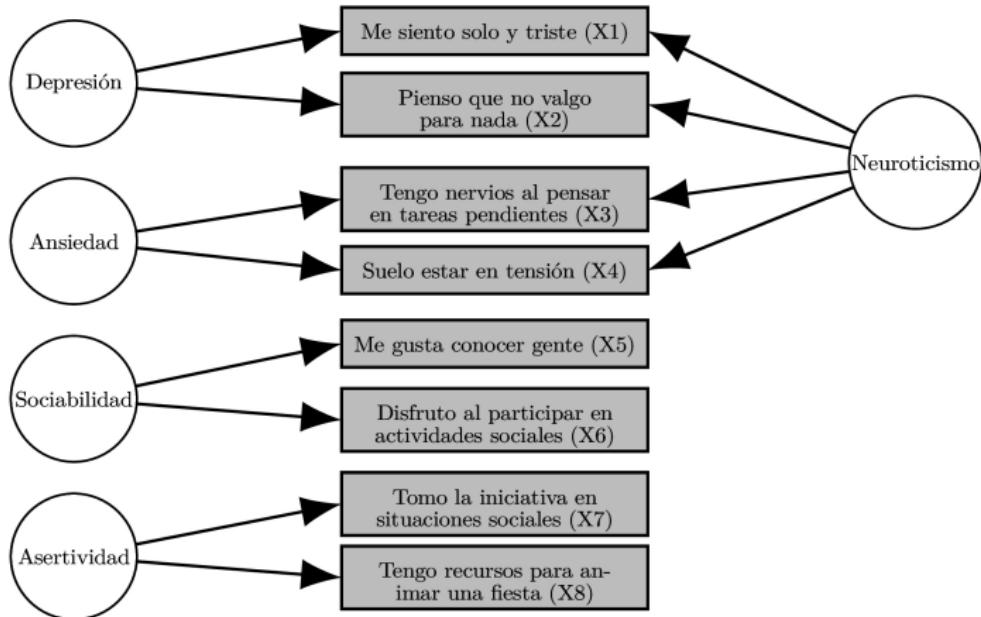
# Un ejemplo de personalidad



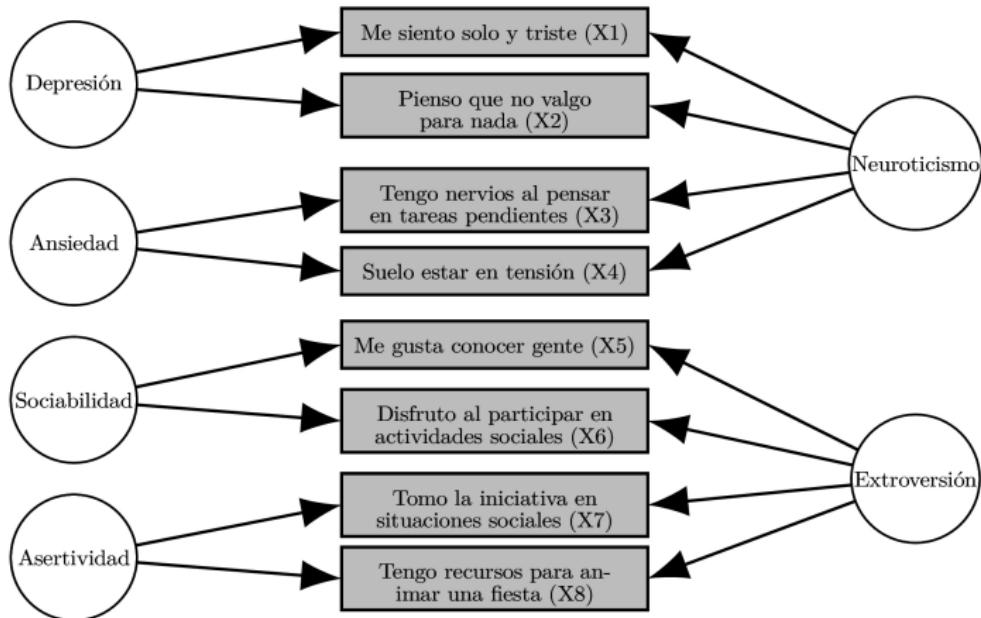
# Un ejemplo de personalidad



# Un ejemplo de personalidad

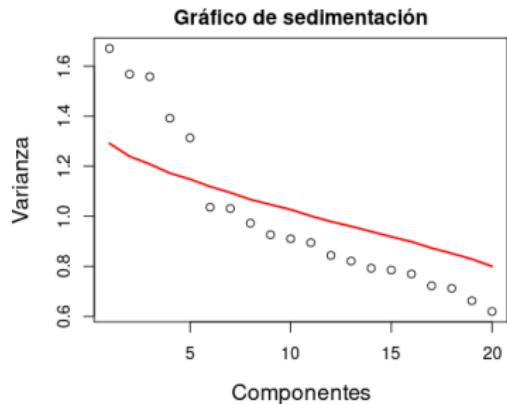


# Un ejemplo de personalidad



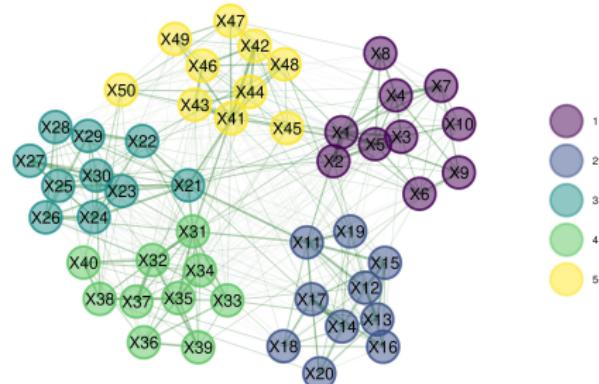
# Estudio de dimensionalidad (Jimenez et al., 2022)

Análisis Paralelo de componentes principales (PA<sub>PCA</sub> en inglés)



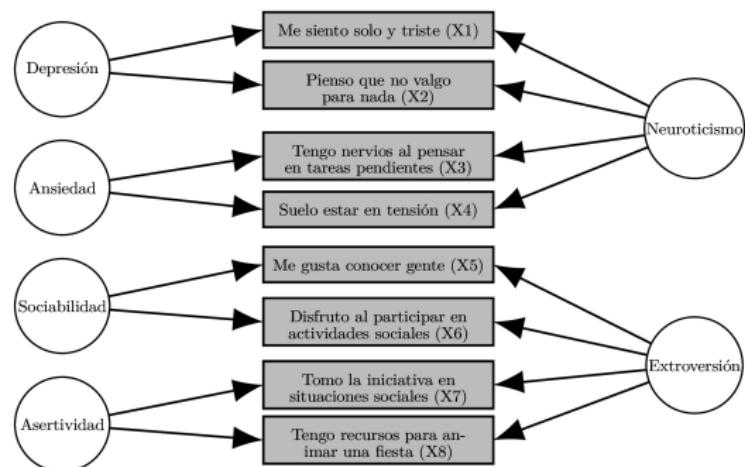
Basado en una técnica de reducción de datos.

Análisis de grafos exploratorio (EGA en inglés)



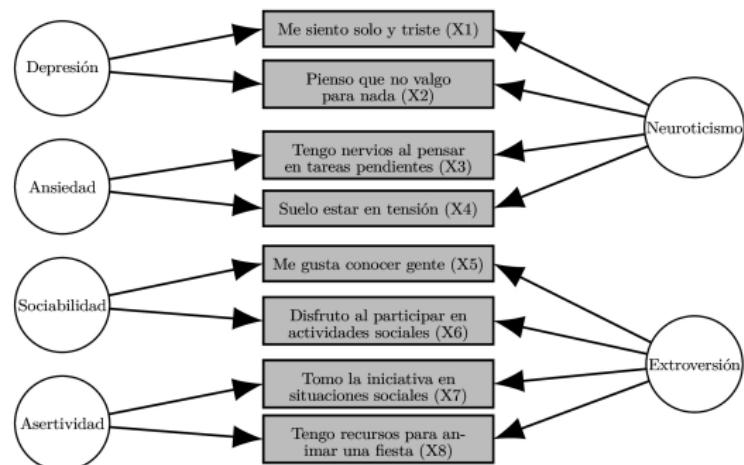
Basado en una técnica de cluster.

# Cómo averiguar el número de factores de grupo y de factores generales en 3 pasos



# Cómo averiguar el número de factores de grupo y de factores generales en 3 pasos

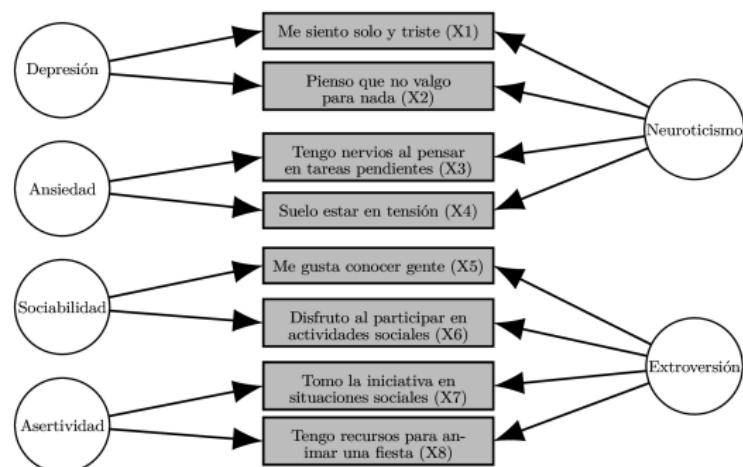
1. Aplicamos PA<sub>PCA</sub> o EGA sobre los ítems.



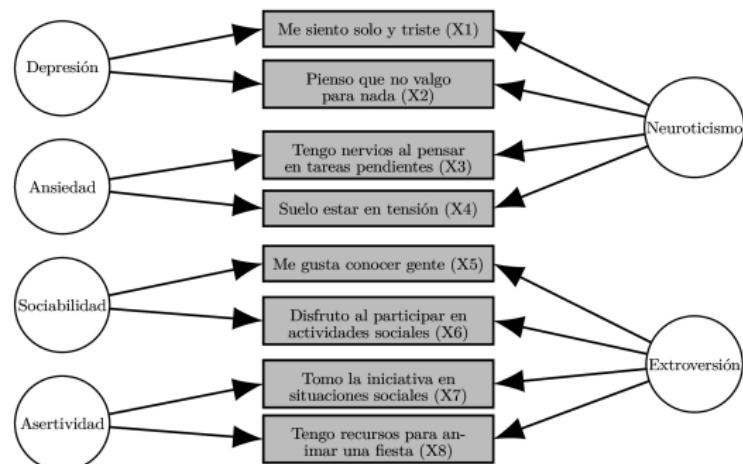
# Cómo averiguar el número de factores de grupo y de factores generales en 3 pasos

1. Aplicamos PA<sub>PCA</sub> o EGA sobre los ítems.

2. Tomamos puntuaciones para cada factor encontrado.



# Cómo averiguar el número de factores de grupo y de factores generales en 3 pasos



1. Aplicamos PA<sub>PCA</sub> o EGA sobre los ítems.
2. Tomamos puntuaciones para cada factor encontrado.
3. Aplicamos PA<sub>PCA</sub> o EGA sobre las puntuaciones en los factores.

# Recuperación del número de factores de grupo

Table 2. Marginal hit rates across each variable level for each factor retention method.

Variable	Group factors								General factors			
	Kaiser		PA <sub>PAP</sub>		PA <sub>PCA</sub>		EG <sub>ALV</sub>		PA <sub>PCA-FS</sub>		EG <sub>ALV</sub>	
	K1	EKC	mean	95th	mean	95th	mean	95th	mean	95th	mean	95th
<b>MF</b>												
zero	.76	.62	.98	.98	.86	.84	.87	.99	.98	.10	1.00	
close	.44	.61	.21	.29	.81	.80	.86	.99	.99	.09	1.00	
<b>N</b>												
500	.32	.28	.72	.80	.68	.64	.84	.97	.95	.06	1.00	
1000	.54	.55	.63	.68	.85	.83	.86	1.00	.99	.09	1.00	
2000	.72	.75	.53	.57	.90	.89	.87	1.00	1.00	.11	1.00	
5000	.81	.87	.50	.51	.91	.91	.89	1.00	1.00	.13	.99	
<b>N.GF</b>												
1	.78	.82	.52	.58	.95	.94	.98	1.00	1.00	.00	1.00	
2	.61	.64	.60	.66	.86	.85	.91	.99	.99	.02	1.00	
3	.49	.49	.62	.65	.74	.73	.76	.98	.98	.22	.99	
<b>COR.GF</b>												
0	.67	.65	.64	.69	.87	.86	.88	.99	.99	.10	1.00	
.30	.50	.55	.52	.56	.77	.76	.84	.99	.98	.10	1.00	
<b>VAR.GRF</b>												
4	.90	.24	.60	.67	.60	.57	.75	.97	.94	.25	.99	
6	.68	.60	.59	.64	.89	.87	.84	1.00	1.00	.13	1.00	
8	.48	.77	.60	.63	.93	.92	.91	1.00	1.00	.01	1.00	
10	.34	.84	.60	.62	.92	.92	.96	1.00	1.00	.00	1.00	
<b>NUM.GRF</b>												
4	.68	.68	.62	.67	.88	.87	.90	.99	.98	.10	1.00	
5	.59	.61	.59	.64	.84	.82	.86	.99	.99	.10	1.00	
6	.52	.54	.57	.61	.78	.76	.83	.99	.99	.10	1.00	
<b>CROSS.GRF</b>												
0	.61	.65	.60	.65	.87	.86	.99	.99	.99	.07	1.00	
.15	.60	.62	.59	.64	.84	.82	.89	.99	.98	.08	1.00	
.30	.59	.57	.58	.63	.79	.78	.70	.99	.99	.15	.99	
<b>LOAD.GRF</b>												
low	.52	.48	.59	.64	.75	.72	.80	.98	.97	.18	.99	
medium	.68	.75	.60	.63	.92	.91	.93	1.00	1.00	.02	1.00	
<b>LOAD.GF</b>												
low	.52	.65	.60	.66	.88	.87	.86	1.00	1.00	.07	1.00	
medium	.68	.58	.59	.62	.79	.77	.87	.98	.97	.13	1.00	
<b>Total</b>	.60	.61	.59	.64	.83	.82	.86	.99	.99	.10	1.00	

# Recuperación del número de factores generales

Table 2. Marginal hit rates across each variable level for each factor retention method.

Variable	Group factors								General factors			
	Kaiser		PA <sub>PAF</sub>		PA <sub>PCA</sub>		EG <sub>ALV</sub>		PA <sub>PCA-fs</sub>		EG <sub>ALV</sub>	EG <sub>ALV-fs</sub>
	K1	EKC	mean	95th	mean	95th	mean	95th	mean	95th		
<u>MF</u>												
zero	.76	.62	.98	.98	.86	.84	.87	.99	.98	.10	1.00	
close	.44	.61	.21	.29	.81	.80	.86	.99	.99	.09	1.00	
<u>N</u>												
500	.32	.28	.72	.80	.68	.64	.84	.97	.95	.06	1.00	
1000	.54	.55	.63	.68	.85	.83	.86	1.00	.99	.09	1.00	
2000	.72	.75	.53	.57	.90	.89	.87	1.00	1.00	.11	1.00	
5000	.81	.87	.50	.51	.91	.91	.89	1.00	1.00	.13	.99	
<u>N.GF</u>												
1	.78	.82	.52	.58	.95	.94	.98	1.00	1.00	.00	1.00	
2	.61	.64	.60	.66	.86	.85	.91	.99	.99	.02	1.00	
3	.49	.49	.62	.65	.74	.73	.76	.98	.98	.22	.99	
<u>COR.GF</u>												
0	.67	.65	.64	.69	.87	.86	.88	.99	.99	.10	1.00	
.30	.50	.55	.52	.56	.77	.76	.84	.99	.98	.10	1.00	
<u>VAR.GRF</u>												
4	.90	.24	.60	.67	.60	.57	.75	.97	.94	.25	.99	
6	.68	.60	.59	.64	.89	.87	.84	1.00	1.00	.13	1.00	
8	.48	.77	.60	.63	.93	.92	.91	1.00	1.00	.01	1.00	
10	.34	.84	.60	.62	.92	.92	.96	1.00	1.00	.00	1.00	
<u>NUM.GRF</u>												
4	.68	.68	.62	.67	.88	.87	.90	.99	.98	.10	1.00	
5	.59	.61	.59	.64	.84	.82	.86	.99	.99	.10	1.00	
6	.52	.54	.57	.61	.78	.76	.83	.99	.99	.10	1.00	
<u>CROSS.GRF</u>												
0	.61	.65	.60	.65	.87	.86	.99	.99	.99	.07	1.00	
.15	.60	.62	.59	.64	.84	.82	.89	.99	.98	.08	1.00	
.30	.59	.57	.58	.63	.79	.78	.70	.99	.99	.15	.99	
<u>LOAD.GRF</u>												
low	.52	.48	.59	.64	.75	.72	.80	.98	.97	.18	.99	
medium	.68	.75	.60	.63	.92	.91	.93	1.00	1.00	.02	1.00	
<u>LOAD.GF</u>												
low	.52	.65	.60	.66	.88	.87	.86	1.00	1.00	.07	1.00	
medium	.68	.58	.59	.62	.79	.77	.87	.98	.97	.13	1.00	
<u>Total</u>	.60	.61	.59	.64	.83	.82	.86	.99	.99	.10	1.00	

# Formas de analizar datos jerárquicos

Formas de estimar los modelos:

- Teoría de respuesta al ítem (TRI)
- Análisis factorial exploratorio (AFE)

## Formas de analizar datos jerárquicos

Formas de estimar los modelos:

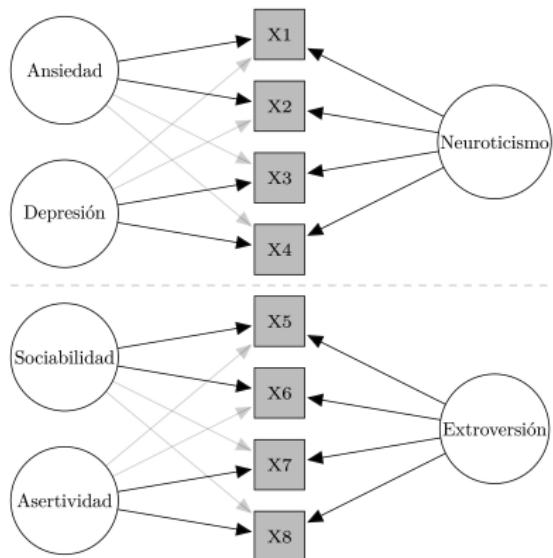
- Teoría de respuesta al ítem (TRI)
- Análisis factorial exploratorio (AFE):

Ventajas del AFE:

- [✓] Estimación rápida de grandes estructuras.
- [✓] Resultados similares a los de modelos de TRI.

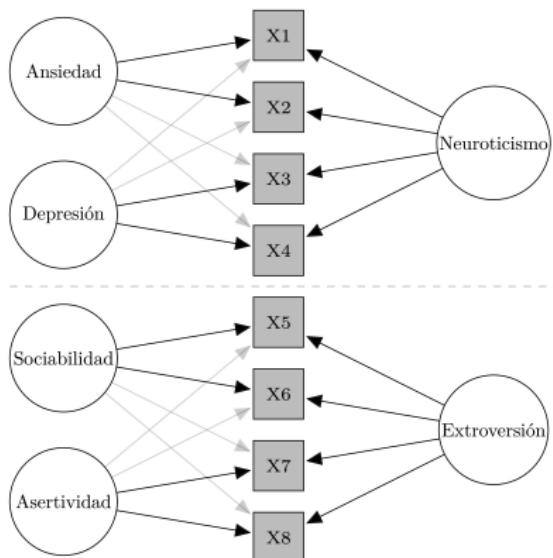
## Modelo bi-factor exploratorio

[✓] Cada ítem indica uno o varios factores específicos y un solo factor general.



# Modelo bi-factor exploratorio

[✓] Cada ítem indica uno o varios factores específicos y un solo factor general.

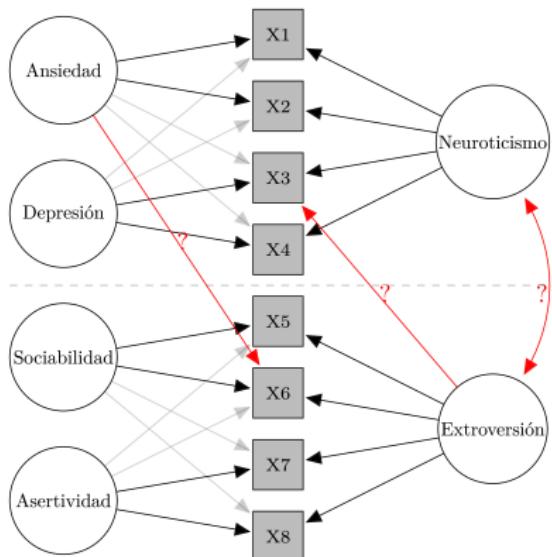


	Neur	Ans	Depr
X1	Yellow	Yellow	Grey
X2	Yellow	Yellow	Grey
X3	Yellow	Grey	Yellow
X4	Yellow	Grey	Yellow

	Extr	Soc	Aser
X5	Yellow	Yellow	Grey
X6	Yellow	Yellow	Grey
X7	Yellow	Grey	Yellow
X8	Yellow	Grey	Yellow

# Modelo bi-factor exploratorio

- [✓] Cada ítem indica uno o varios factores específicos y un solo factor general.
- [✗] Estima la correlación entre factores generales.
- [✗] Los ítems de un dominio pueden indicar factores de otro dominio.

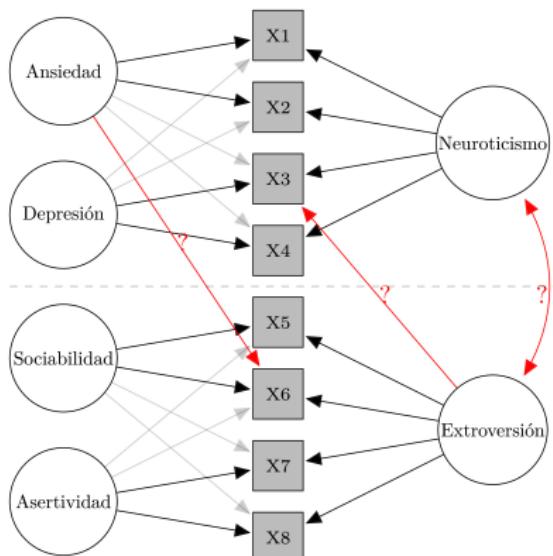


	Neur	Ans	Depr
X1	Yellow	Yellow	Grey
X2	Yellow	Yellow	Grey
X3	Yellow	Yellow	Yellow
X4	Yellow	Grey	Yellow

	Extr	Soc	Aser
X5	Yellow	Yellow	Grey
X6	Yellow	Yellow	Grey
X7	Yellow	Grey	Yellow
X8	Yellow	Grey	Yellow

# Modelo bi-factor exploratorio

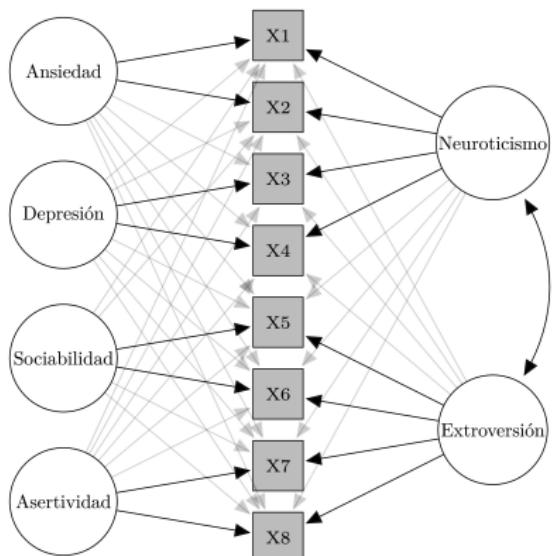
- [✓] Cada ítem indica uno o varios factores específicos y un solo factor general.
- [✗] Estima la correlación entre factores generales.
- [✗] Los ítems de un dominio pueden indicar factores de otro dominio.



	Neur	Extr	Ans	Depr	Soc	Aser
X1	Yellow	Red	Yellow	Grey	Red	Red
X2	Yellow	Red	Grey	Grey	Red	Red
X3	Yellow	Grey	Grey	Yellow	Red	Red
X4	Yellow	Grey	Yellow	Red	Red	Red
X5	Red	Yellow	Red	Red	Yellow	Grey
X6	Red	Yellow	Red	Red	Yellow	Grey
X7	Red	Yellow	Red	Grey	Grey	Yellow
X8	Red	Red	Red	Grey	Grey	Yellow

# Modelo bi-factor exploratorio generalizado

- [✓] Cada ítem indica uno o varios factores específicos y uno o varios factores generales.
- [✓] Estima la correlación entre factores generales.
- [✓] Los ítems de un dominio pueden indicar factores de otro dominio.

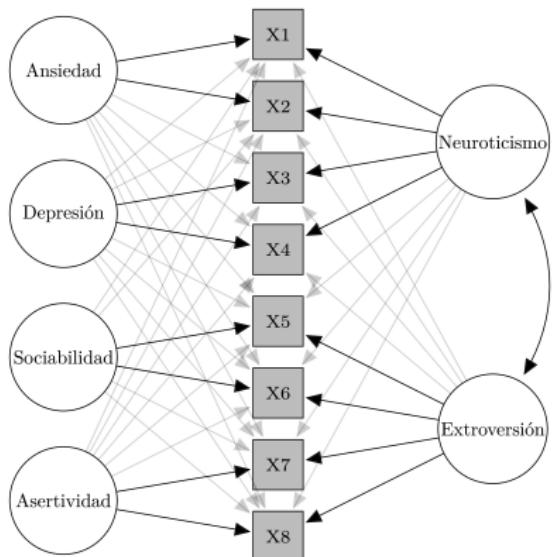


	Neur	Extr	Ans	Depr	Soc	Aser
X1	Yellow		Yellow			
X2	Yellow					
X3				Yellow		
X4	Yellow					
X5		Yellow			Yellow	
X6				Yellow		
X7						Yellow
X8						

# Modelo bi-factor exploratorio generalizado

Problema:

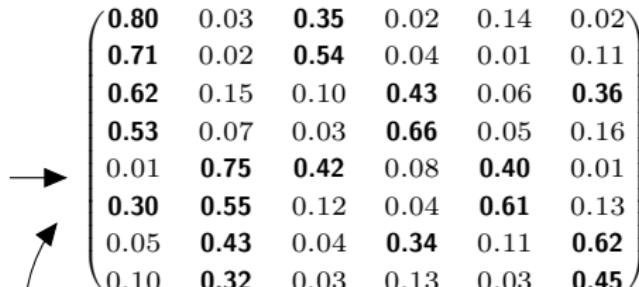
[X] No hay ningún método para estimar esta estructura.



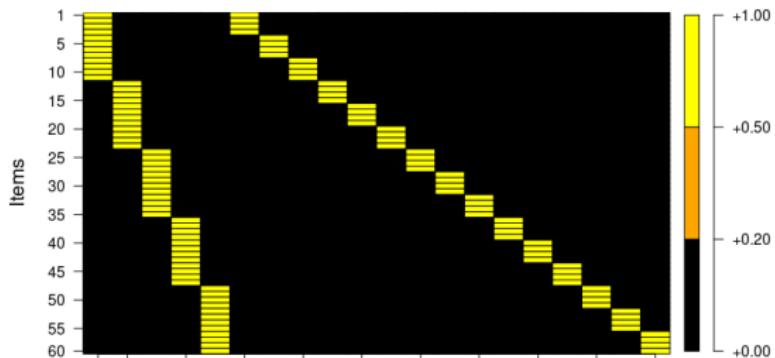
	Neur	Extr	Ans	Depr	Soc	Aser
X1	Yellow					
X2	Yellow					
X3	Yellow			Yellow		
X4	Yellow			Yellow		
X5		Yellow			Yellow	
X6		Yellow			Yellow	
X7		Yellow				Yellow
X8		Yellow				Yellow

# Estimación con GSLiD (Jimenez et al., 2021a)

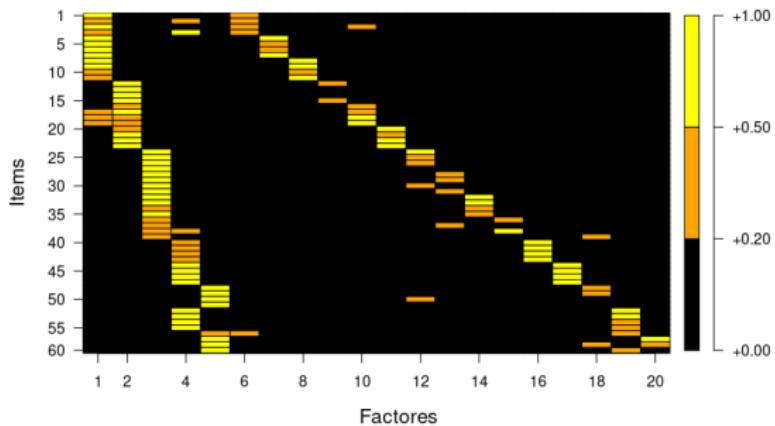
	Neur	Extr	Ans	Depr	Soc	Aser
X1	Yellow	Grey	Yellow	Grey	Grey	Grey
X2	Yellow	Grey	Yellow	Grey	Grey	Grey
X3	Yellow	Grey	Yellow	Grey	Grey	Grey
X4	Yellow	Grey	Yellow	Grey	Grey	Grey
X5	Yellow	Grey	Yellow	Grey	Grey	Grey
X6	Yellow	Grey	Yellow	Grey	Grey	Grey
X7	Yellow	Grey	Yellow	Grey	Grey	Grey
X8	Yellow	Grey	Yellow	Grey	Grey	Grey



## Ejemplo de psicopatología (PID-5; versión reducida)



- Estructura Teórica



- Estructura Empírica

# Paquete bifactor (Jimenez et al., 2021b)

## Package ‘bifactor’

March 9, 2022

Type Package

Title Exploratory Factor, Bi-factor, and Generalized Bi-factor Modeling

Version 0.1.0

Date 2021-11-22

Description Fit exploratory factor, bi-factor, and Generalized Bi-factor Models.

License GPL-3

LazyData TRUE

Depends R (>= 4.0)

Imports Rcpp, Rcsdp

URL <https://github.com/Marcosjnez/bifactor>

BugReports <https://github.com/Marcosjnez/bifactor/issues>

Encoding UTF-8

RoxygenNote 7.1.2

LinkingTo Rcpp, RcppArmadillo

NeedsCompilation yes

Author Marcos Jimenez [aut, cre, cph],

Francisco J. Abad [aut, cph],

Eduardo Garcia-Garzon [aut, cph],

Luis E. Garrido [aut, cph]

Maintainer Marcos Jimenez <[marcosjnezhquez@gmail.com](mailto:marcosjnezhquez@gmail.com)>

```
Console Terminal × Source Cpp × Render × Jobs ×
(R 4.1.3 · ~/Documents/Papers/bifactor_package/bifactordev/ ↵
> devtools::install_github("marcosjnez/bifactor")
  Downloading GitHub repo marcosjnez/bifactor@HEAD
```

```
Console Terminal × Source Cpp × Render × Jobs ×
(R 4.1.3 · ~/Documents/Papers/bifactor_package/bifactordev/ ↵
> GSLiD <- bifactor(s, n_generals = 2, n_groups = 4,
+                      bifactor_method = "GSLiD",
+                      projection = "poblq", oblq_blocks = 2
Rotating...
> Iteration 3 Target discrepancies = 0
> round(GSLiD$bifactor$loadings, 2)
      [,1] [,2] [,3] [,4] [,5] [,6]
[1,] 0.65 0.11 0.41 -0.01 0.25 0.23
[2,] 0.68 -0.09 0.31 0.01 0.00 -0.01
[3,] 0.58 -0.04 0.39 0.36 0.00 0.00
[4,] 0.44 0.03 0.00 0.38 0.00 0.01
[5,] -0.01 0.75 -0.04 0.01 0.35 0.03
[6,] 0.03 0.40 0.04 0.00 0.43 0.01
[7,] -0.01 0.81 0.04 -0.04 0.02 0.26
[8,] 0.02 0.47 -0.02 0.03 0.02 0.49
> .
```

## Conclusiones

Muchos datos tienen una estructura jerárquica en psicología.

[X] Hasta ahora, había insuficiente investigación sobre cómo detectar dimensionalidad en datos jerárquicos.

[X] Además, se analizaban los ítems de cada dominio por separado, perdiendo información.

[✓] Ahora, tenemos métodos para estimar el número de factores de grupo y generales ( $PA_{PCA}$  y EGA) y sabemos que funcionan.

[✓] También tenemos un método jerárquico para analizar todos los ítems de manera simultánea (GSLiD). Disponible en el paquete bifactor (software R).

# Referencias

- Carroll, J. B. (1993). *Human cognitive abilities: A survey of factor-analytic studies* (pp. ix, 819). Cambridge University Press. <https://doi.org/10.1017/CBO9780511571312>
- Jimenez, M., Abad, F. J., Garcia-Garzon, E., & Garrido, L. E. (2022). *Dimensionality assessment in generalized bi-factor structures*.
- Jimenez, M., Abad, F. J., Garcia-Garzon, E., & Garrido, L. E. (2021a). *Generalized exploratory bi-factor modeling*.
- Jimenez, M., Abad, F. J., Garcia-Garzon, E., & Garrido, L. E. (2021b). *Bifactor: Exploratory factor, bi-factor, and generalized bi-factor modeling* [Manual].
- Kotov, R., Krueger, R. F., Watson, D., Achenbach, T. M., Althoff, R. R., Bagby, R. M., Brown, T. A., Carpenter, W. T., Caspi, A., Clark, L. A., Eaton, N. R., Forbes, M. K., Forbush, K. T., Goldberg, D., Hasin, D., Hyman, S. E., Ivanova, M. Y., Lynam, D. R., Markon, K., ... Zimmerman, M. (2017). The Hierarchical Taxonomy of Psychopathology (HiTOP): A dimensional alternative to traditional nosologies. *Journal of Abnormal Psychology*, 126(4), 454–477. <https://doi.org/10.1037/abn0000258>