Universidad Jesuita de Guadalajara

Ingeniería en Seguridad Informática y Redes

Ingeniería en Sistemas Computacionales

Algoritmos de Solución Numérica

Ejercicios de derivadas

IS727272 - Marco Ricardo Cordero Hernández

SI727576 - Edgar Guzmán Claustro

Jal., 10 de octubre de 2023

Índice

Contexto

En ediciones anteriores de ejercicios desarrollados para el enriquecimiento del aprendizaje continuo y el conocimiento, exploración e implementación de los métodos numéricos, se ha dado un paso más allá para comenzar a dar soluciones para cálculo intermedio como lo ha sido el cálculo integral. Para llegar hasta ese punto, evidentemente se tendría que conocer un poco acerca de integrales, o también llamadas "antiderivadas". Si es el caso, ¿Por qué se tendría que ver la contraparte de algo cuando no se ha tenido la oportunidad de adentrarse (al menos no en el curso presente) en el concepto que da vida a la misma? Quizás no tendría sentido llamarles anti-integrales a las *derivadas*.

Para atender a la cuestión previamente descrita y como se puede intuir, en el ejercicio presente no se revisará un método numérico, sino una de las esencias del cálculo: las derivadas. Formalmente definidas como *la tasa de cambio de una función con respecto a una variable* (Gregersen, s.f.), las derivadas son de las primeras navajas suizas que se obtienen después de pasar por el largo camino del álgebra y posiblemente el análisis geométrico de las cónicas, incluso antes de revisar el oscuro e infame mundo de las integrales (Danka, s.f.) y el cálculo multivariable.

Como todo proceso, primero se empieza con lo básico, lo intermedio, y lo avanzado. En cuestión de la introducción al cálculo, este camino podría verse de la siguiente manera:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\Delta y}{\Delta x} \rightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} \rightarrow \lim_{h \rightarrow \infty} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \frac{dy}{dx} = f'(x)$$

La manera de interpretarlo sería aprendiendo el concepto de tangente y rectas pendientes, es decir, el cambio *puntual* de una función. Posteriormente, se verían los límites matemáticos y su relación con las mismas funciones. Luego, se aplicaría el concepto de límite a cambios infinitesimales dentro de las funciones para encontrar las mismas rectas tangentes, con la diferencia de la ausencia de rectas y la introducción de las pendientes en todo el rango de análisis. Finalmente, con el sustento matemático y la ayuda del concepto previo, se pueden probar, de manera rigurosa, múltiples reglas para derivadas (que es aquí mismo donde se introduce el concepto tal cual) de distintas funciones, tales como la regla de la potencia, de la cadena, del producto, de trigonométricas, etc.

Afortunadamente, y como también era de esperar, se hará uso de la herramienta *Matlab* (The MathWorks Inc., 2023), la cual facilita enormemente el trabajo anterior al proporcionar un funcionamiento al estilo de modelos de caja negra (Kenton, 2023), en donde solo basta con presentarle al software una función, y se obtendrá su derivada o un aproximado de la misma.

Antes de comenzar a realizar implementaciones más rigurosas, a continuación se presenta una serie de ejercicios introductorios a esta gran funcionalidad de la herramienta previamente señalada, esto con el fin de demostrar las capacidades con la que la misma cuenta.

Resultados

Contenidos del archivo de texto

5
-2*x
-2*x + 2
-2*x^2 - 5
2*x^4 + x^3 - x^2 + 4
(x^3 + 2)/3
1/(3*x^2)
(x + 1)/ (x - 1)
(5*x^2 - 3) * (x^2 + x+ 4)
5/(x^5)
5/(x^5) + 3/(x^2)
x^(1/2)
1/(x^(1/2))
1/(x * (x^(1/2)))
x^(2/3) + x^(1/2)
(x^2 + 3*x - 2)^4

Nota: el archivo de texto solo debe contener derivadas, separadas por líneas, en formato de funciones de matlab. También, la última línea *no debe estar vacía*.

Código manejador

```
% Restablecer entorno
clear, clc

% Ejemplo
syms x;                          % Variable simbólica
f = (x^3 + 2)/3;                 % Función a derivar
disp(diff(f))                    % Mostrar derivada

% Derivadas con archivos
path = 'derivatives.txt';        % Ruta del archivo
fid = fopen(path);               % Abrir archivo
```

```matlab
line = fgetl(fid);                    % Obtener primera línea
cnt = 0;                              % Contador de iteraciones

% Iterar sobre archivo
while ischar(line)
   cnt = cnt + 1;                     % Aumentar contador
   fprintf("%d - f(x) = %s --- f'(x) = %s\n", cnt, ...
       line, diff(str2sym(line))); % Mostrar resultados
   line = fgetl(fid);                 % Obtener siguiente línea
end

fclose(fid);                          % Cerrar archivo
```

Salida

```
Command Window
x^2

1 - f(x) = 5 --- f'(x) = 0
2 - f(x) = -2*x --- f'(x) = -2
3 - f(x) = 2 - 2*x --- f'(x) = -2
4 - f(x) = - 2*x^2 - 5 --- f'(x) = -4*x
5 - f(x) = x^3 - x^2 + 2*x^4 + 4 --- f'(x) = 3*x^2 - 2*x + 8*x^3
6 - f(x) = x^3/3 + 2/3 --- f'(x) = x^2
7 - f(x) = 1/(3*x^2) --- f'(x) = -2/(3*x^3)
8 - f(x) = (x + 1)/(x - 1) --- f'(x) = 1/(x - 1) - (x + 1)/(x - 1)^2
9 - f(x) = (5*x^2 - 3)*(x + x^2 + 4) --- f'(x) = (2*x + 1)*(5*x^2 - 3) + 10*x*(x + x^2 + 4)
10 - f(x) = 5/x^5 --- f'(x) = -25/x^6
11 - f(x) = 3/x^2 + 5/x^5 --- f'(x) = - 6/x^3 - 25/x^6
12 - f(x) = x^(1/2) --- f'(x) = 1/(2*x^(1/2))
13 - f(x) = 1/x^(1/2) --- f'(x) = -1/(2*x^(3/2))
14 - f(x) = 1/x^(3/2) --- f'(x) = -3/(2*x^(5/2))
15 - f(x) = x^(1/2) + x^(2/3) --- f'(x) = 1/(2*x^(1/2)) + 2/(3*x^(1/3))
16 - f(x) = (3*x + x^2 - 2)^4 --- f'(x) = 4*(2*x + 3)*(3*x + x^2 - 2)^3
```

Conclusiones

Guzmán Claustro, Edgar

Escribir este tipo de funciones en lenguaje matlab, donde hemos estado acostumbrado a inferir la multiplicación de las variables y de pasar de $2x$ a $2 * x$ es algo que puede causar problemas si no se tiene la debida precaución. A consideración personal, no implica mucho reto hacerlo de dicha manera, sin embargo, considero que siempre es bueno practicar este tipo de ejercicios. Otro punto que me hace considerar la importancia de este trabajo, es que habitualmente, durante toda mi estancia en la universidad, muy pocas veces he tenido la oportunidad de programar algo relacionado a las matemáticas.

Cordero Hernández, Marco R.

La expansión del conocimiento del lenguaje utilizado brinda una experiencia inigualable al momento de avanzar a través de los contenidos del curso. Lo que pudiera parecer evidente como el manejo de las directivas encontradas en la herramienta como lo ha sido *diff*, resultan mucho más interesante al combinarlas con otro tipo de instrucciones. En este caso, la mayor complicación del ejercicio no ha radicado en el uso de la función diff o la declaración de una variable simbólica, sino que ha sido encontrada en la traducción de las funciones originales (proporcionadas en formato de imagen; sin la habilidad de copiarlas y pegarlas) hacía una sintaxis compatible con Matlab. Al final del ejercicio, esto también resulta útil para la práctica continua de los aspectos básicos, los cuales no deben de olvidarse en ningún momento, ni siquiera cuando se hagan desarrollos extensos y mucho más profesionales.

Bibliografía

Gregersen, E. (s.f.). *derivative*. Recuperado de https://www.britannica.com/science/derivative-mathematics.

Danka, T. (s.f.). *The Roadmap of Mathematics for Machine Learning*. Recuperado de https://tivadardanka.com/blog/roadmap-of-mathematics-for-machine-learning.

Kenton, W. (2023). *What Is a Black Box Model? Definition, Uses, and Examples*. Recuperado de https://www.investopedia.com/terms/b/blackbox.asp

The MathWorks Inc. (2022). MATLAB version: 9.14.0 (R2023a), Natick, Massachusetts: The MathWorks Inc. https://www.mathworks.com.