Ingeniería en Sistemas Computacionales

Lenguajes Formales

Evaluación diagnóstica

Ali Rafael Pasos García

Miriam Guadalupe Malta Reyes

Ricardo Cuevas Rosas

Gabriel Alejandro Hernández Romero

Marco Ricardo Cordero Hernández

19 de Agosto de 2021

Instrucciones: Contesta correctamente lo que se te indica, los resultados que se considerarán para la evaluación serán los escritos en los recuadros o en los espacios subrayados; ningún otro se considera como respuesta.

1. (6 puntos) Construye la tabla de valores de verdad de la expresión

$$(p \to (p \to q)) \leftrightarrow (\sim p \vee (\sim p \vee q))$$

e indica si es una tautología, contradicción o ninguno.

(p	→	(p	→	q))	↔	(~p	v	(~p	v	q))	p	q
V	V	V	V	V	V	F	V	F	V	V	V	V
F	V	F	V	V	V	V	V	V	V	V	F	V
V	F	V	F	F	V	F	F	F	F	F	V	F
F	V	F	V	F	V	V	V	V	V	F	F	F
					↑							

Debido a que el resultado evalúa siempre en verdadero, esta expresión es una tautología. ■

2. (1 puntos) Escribir en lenguaje natural el contrapositivo del siguiente enunciado: "Si Tom es el padre de Ana, entonces, Jim es su tío y Susana es su tía".

   R = Si Jim NO es su tío y Susana NO es su tía, entonces Tom NO es el padre de Ana.

3. (1 puntos) Escribir en lenguaje natural la negación del siguiente enunciado: "Si Tom es el padre de Ana, entonces, Jim es su tío y Susana es su tía".

   R = Si Tom no es el padre de Anna, entonces, Jim no es su tío y Susana no es su tía.

4. (1 puntos) Indicar si el siguiente enunciado es verdadero o falso. Justifica tu respuesta

$$\forall x \in \mathbb{R}^+, (x < x^2)$$

Para x > 1, la condición es verdadera, sin embargo, $x = x^2$ cuando x = 1, haciendo $\exists\, x \in \mathbb{R}^+, (x \nless x^2)\ \therefore$ FALSO

5. (1 puntos) Escribe la negación para el siguiente enunciado:

$$\forall\ número\ real\ x, si\ x > 3, entonces\ x^2 > 9$$

∃ número real x, si $x^2 \ngtr 9$, entonces $x \ngtr 3$

6. (10 puntos, 2 c/u) Sean $A = \{1,3,4\}, B = \{1,2,4\}\ y\ C = \{2,5,7\}.$, subconjuntos del universo . Encontrar:

a. $(A - B) \cup (B - A) = \{3\} \cup \{2\} = \{2, 3\}$
b. $B^C \cap C^C = \{3,5,6,7,8\} \cap \{1,3,4,6,8\} = \{3,6,8\}$
c. $(A^C \cup C) \cap B = (\{2,5,6,7,8\} \cup \{2,5,7\}) \cap \{1,2,4\} = \{2,5,6,7,8\} \cap \{1,2,4\} = \{2\}$
d. $A^C - B^C = \{2,5,6,7,8\} - \{3,5,6,7,8\} = \{2\}$
e. $(A - B)\times(B - A) = \{3\}\times\{2\} = \{(3,2)\}$

7. (10 puntos). Demuestra por inducción matemática que

$$\sum_{i=1}^{n-1} i(i+1) = \frac{n(n-1)(n+1)}{3}\ \text{para todo entero } n \geq 2.$$

Incluye identificación de la propiedad a demostrar: P(n), paso base, hipótesis inductiva P(k), P(k+1) y la demostración del paso inductivo.

P(n) = $\frac{n(n-1)(n+1)}{3}$

(Paso base) Demostrar P(2) → $\sum_{i=1}^{1} i(i+1) = 2 = \frac{2(2-1)(2+1)}{3} \rightarrow 2 = \frac{2(1)(3)}{3} = 2\ \therefore Verdadero$

P(k) = $\frac{k(k-1)(k+1)}{3}$

P(k+1) = $\frac{(k+1)(k+1-1)(k+1+1)}{3} = \frac{k(k+1)(k+2)}{3}$

Para la demonstración, se debe demostrar P(k+1) = P(k) + k +1

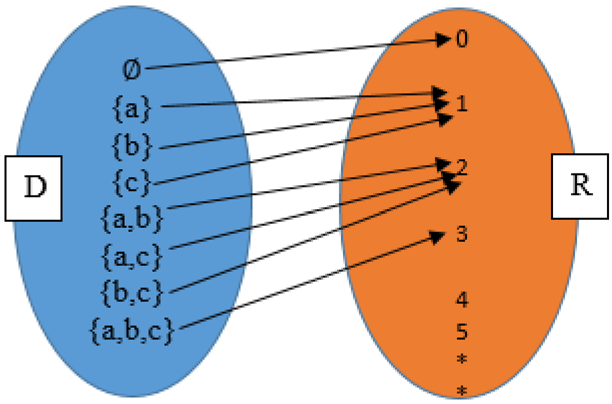
$$\begin{aligned}\therefore \sum_{i=1}^{k} i(i+1) &= \sum_{i=1}^{k-1} i(i+1) + k(k+1) \\ &= \frac{k(k-1)(k+1)}{3} + k(k+1) \\ &= \frac{k(k-1)(k+1)}{3} + \frac{3k(k+1)}{3} \\ &= \frac{3k(k+1) + k(k-1)(k+1)}{3} \\ &= \frac{k(k+1)(3+k-1)}{3} \\ &= \frac{k(k+1)(k+2)}{3} \quad Q.E.D. \blacksquare\end{aligned}$$

8. (Total 5 puntos, 1 c/u). Sean $E_1, E_2, \ldots, E_5$ relaciones sobre el conjunto $A = \{1, 2, 3\}$. Marca con una √ si la relación es una relación de equivalencia (RE) X si no lo es, Justifica cada una de tus respuestas adecuadamente.

Relaciones	***RE***	***Justificación***
E_1 = {(1, 2), (2, 3)}	X	No es reflexivo Porque $(1, 1) \notin E_1$ No es simétrico Porque $(2, 1) \notin E_1$
E_2 = {(1, 1), (2, 1) , (2, 2), (3, 3), (1, 2)}	√	Es reflexivo Es simétrico Es transitivo
E_3 = {(1, 2), (1, 1) (2, 1), (2, 2)}	X	No reflexivo Porque $(3, 3) \notin E_3$ Es simétrico Es transitivo
E_4 = {((2, 2), (3, 3), (2, 3), (3, 2), (1, 1), (1, 2), (2, 1)}	X	Es reflexivo Es simétrico No es transitivo Porque $(3, 1) \notin E_4$
E_5 = {(2, 2), (1, 2), (1, 1) , (2, 3), (3, 3)}	X	Es reflexivo No es simétrico Porque $(2, 1) \notin E_5$ No es transitivo Porque $(1, 3) \notin E_5$

9. (Total 9 puntos, 3c/u) Sea $F\colon \mathcal{P}(\{a,\ b,\ c\}) \to \mathbb{Z}^{noneg}$ (recuerda que $\mathbb{Z}^{noneg} = \{0\} \cup Z^{+}$) se define F como sigue:

   a. Dibuja el diagrama de flechas



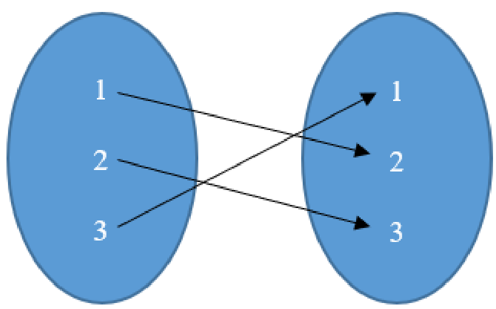
   b. ¿Será inyectiva?, justifica tu respuesta

No, porque hay elementos del rango a los que les corresponde más de un elemento del dominio

   c. ¿Será sobreyectiva?, justifica tu respuesta

No, porque hay elementos del rango sin relación a elementos del dominio

10. (6 puntos). Sea F una función . Donde . Dibuja el diagrama de flechas de forma que sea una función biyectiva, pero que no sea igual a la función identidad.



11. (Total 10 puntos, 2 c/u) Determina si el enunciado es verdadero o falso.

V/F	***Enunciado***
F	Si una función es sobreyectiva de puede asegurar que sus conjuntos rango y dominio son iguales.
F	En una función $f: X \to Y$ puede haber elementos del conjunto X que no tengan relación con algún elemento del conjunto Y.
V	En todas las funciones que son biyectivas, el número de elementos del conjunto dominio es igual al número de elementos del conjunto rango.
F	En todas las funciones inyectivas el número de elementos del conjunto dominio debe ser menor que el número de elementos del conjunto rango.
F	La composición de funciones es una operación conmutativa